



## **Kompetensi Mahasiswa dalam *Algebraic Thinking* Berbasis *Kieran's Theory* pada Mata Kuliah Pengantar Struktur Aljabar**

**Mashuri<sup>1)</sup>, St. Budi Waluya<sup>2)</sup>, Rochmad<sup>3)</sup>**

<sup>1)</sup> Mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika S3 UNNES

<sup>2),3)</sup> Dosen Program Studi Pendidikan Matematika S3 UNNES

[mashuri.mat@mail.unnes.ac.id](mailto:mashuri.mat@mail.unnes.ac.id)

### **Abstrak**

Untuk dapat mengikuti perkuliahan mata kuliah yang berbasis aljabar dengan baik maka dibutuhkan kemampuan berpikir aljabaris (*algebraic thinking*). Menurut Kieran, yang diperkuat dengan tulisan Cai dan Louis, *algebraic thinking* meliputi 3 jenjang kegiatan yaitu: kegiatan generasional, kegiatan transformasional, dan kegiatan pada level meta-global. Dalam tulisan ini disajikan kompetensi mahasiswa dalam *algebraic thinking* pada perkuliahan Pengantar Struktur Aljabar.

**Kata kunci :** *algebraic thinking*, *level meta-global*, struktur aljabar.

### **PENDAHULUAN**

Aljabar merupakan induk dari segala macam cabang matematika. Pada umumnya, perkuliahan Aljabar diberikan kepada mahasiswa dalam bentuk mata kuliah: Aljabar Elementer, Program Linear, atau Struktur Aljabar. Agar mahasiswa berhasil mencapai nilai dengan kategori *baik* atau *sangat baik*, mahasiswa memerlukan kompetensi dasar di bidang aljabar, yakni kemampuan *algebraic thinking*.

Kenyataannya, dalam hasil Ujian Tengah Semester, para mahasiswa dalam mata kuliah Pengantar Struktur Aljabar masih dijumpai beberapa mahasiswa yang nilainya mengecewakan. Ini berarti ada kesenjangan yang perlu diatasi. Dosen perlu menemukan suatu cara dan selanjutnya diteliti agar cara tersebut berhasil untuk meningkatkan Hasil Ujian Akhir mahasiswa dengan jalan menumbuhkembangkan kompetensi *algebraic thinking* kepada para mahasiswa.

Kemampuan *algebraic thinking* para mahasiswa menurut *Kieran's Theory* berada pada *Level Meta-Global*. Artikel ini didasarkan pada penelitian kualitatif yang bertujuan untuk mendeskripsikan kemampuan/kompetensi *algebraic thinking* mahasiswa pada perkuliahan Pengantar Struktur Aljabar berbasis *Kieran's Theory*. Hasil ini diharapkan dapat digunakan sebagai acuan dalam merancang suatu model pembelajaran yang mampu menumbuhkembangkan *Algebraic Thinking* berbasis *Kieran's Theory* dalam perkuliahan Struktur Aljabar.

Permasalahannya adalah sebagai berikut: (1) Bagaimana hasil penelusuran terhadap kompetensi mahasiswa dalam *algebraic thinking* berbasis *Kieran's Theory* dalam perkuliahan Pengantar Struktur Aljabar? (2) Bagaimana hasil penelusuran terhadap kompetensi mahasiswa dalam *algebraic thinking* pada *Level Meta-Global*?

Tujuannya adalah: (1) mendapatkan hasil penelusuran terhadap kompetensi mahasiswa dalam *algebraic thinking* berbasis *Kieran's Theory* dalam perkuliahan

Pengantar Struktur Aljabar. (2) Mendapatkan hasil penelusuran terhadap kompetensi mahasiswa dalam *algebraic thinking* pada *Level Meta-Global*.

Metode yang digunakan, berupa penelitian kualitatif yang memiliki dua kegiatan pokok, yaitu: (1) Melakukan penelusuran terhadap kompetensi mahasiswa dalam *Algebraic Thinking* berbasis *Kieran's Theory* untuk perkuliahan Pengantar Struktur Aljabar. (2) Melakukan penelusuran terhadap kompetensi mahasiswa dalam *algebraic thinking* pada *Level Meta-Global*.

### ***Algebraic Thinking Berbasis Kieran's Theory***

Carolyn Kieran adalah seorang Guru Besar bidang Aljabar dari University of Québec Montréal, yang memiliki ketertarikan untuk menekuni khusus tentang *Algebraic Thinking*. Menurut Kieran (1992), Kieran (1996), dan Kieran (2004), *algebraic thinking can be interpreted as an approach to quantitative situations that emphasizes the general relational aspects with tools that are not necessarily letter-symbolic, but which can ultimately be used as cognitive support for introducing and for sustaining the more traditional discourse of school algebra*. Pendapat ini juga bersesuaian dengan pendapat ahli aljabar yang lain seperti Alejandre (2002), Schmittau (2005), dan Kriegler (2008) yang juga meneliti tentang bagaimana mengembangkan *algebraic thinking*.

Tingkatan atau jenjang pada *Algebraic Thinking* memiliki tiga level kegiatan. Menurut Kieran (2004), yang diperkuat dengan tulisan Cai (2004), dan Louis (2006), *algebraic thinking* meliputi 3 jenjang kegiatan yaitu: kegiatan generasional, kegiatan transformasional, dan kegiatan pada level meta-global. Kegiatan generasional merupakan jenjang terendah dalam *algebraic thinking*. Kemampuan *algebraic thinking* pada jenjang kegiatan generasional terbatas pada kemampuan untuk membentuk ekspresi dan persamaan dalam objek aljabar.

#### **Contoh 1:**

Harga dua pensil dan tiga handuk kecil adalah Rp 5.000,00. Jika  $x$  adalah harga pensil dan  $y$  adalah harga handuk kecil, ekspresikan harga dua pensil dan tiga handuk kecil adalah Rp 5.000,00 tersebut dalam bentuk persamaan aljabar.

Jawab:

$x$  = harga pensil; dan  $y$  = harga handuk kecil.

Maka persamaan aljabarnya adalah  $2x + 3y = 5000$ .

Pada jenjang kegiatan **generasional**, peserta didik (siswa atau mahasiswa) baru dapat melakukan perubahan berbasis pada aturan yang ada.

#### **Contoh 2:**

Diketahui sistem persamaan linier  $2x + 3y = 9$  dan  $x + y = 4$ . Tentkan nilai  $x$  dan  $y$ .

Kemampuan *algebraic thinking* siswa dikatakan sampai pada tahap/jenjang kegiatan **transformasional** jika siswa yang bersangkutan sudah mampu mengerjakan soal di atas dengan melakukan kegiatan transformasi, misalnya dalam bentuk substitusi.

Jawaban siswa misalnya seperti berikut ini.

$x + y = 4$ , diperoleh  $y = 4 - x$ .

Nilai  $y$  disubstitusikan ke persamaan pertama, sehingga diperoleh:

$$2x + 3y = 9$$

$$\Leftrightarrow 2x + 3(4 - x) = 9$$

$$\Leftrightarrow x = 3.$$

Diperoleh  $y = 4 - x = 4 - 3 = 1$ .

Jenjang tertinggi pada *algebraic thinking* adalah Level Meta-Global. Pada jenjang ini, peserta didik sudah mampu menggunakan pengetahuan aljabarnya sebagai suatu alat

untuk memecahkan permasalahan dalam lingkup aljabar maupun di luar aljabar, misalnya penerapan aljabar dalam fisika.

**Contoh 3:**

Buktikan bahwa jika  $G$  suatu grup berhingga dengan elemen identitas  $e$  dan  $a$  di  $G$  maka terdapat bilangan bulat positif  $n$  sedemikian sehingga  $a^n = e$ .

**Bukti.**

Karena  $a$  di  $G$  dan  $G$  grup maka  $a, a^2, a^3, \dots, a^m, \dots$  elemen-elemen di  $G$ . Karena  $G$  grup berhingga maka terdapat bilangan bulat positif  $p, q$  dengan  $p > q$  sedemikian sehingga  $a^p = a^q$ . Berarti  $e = a^p(a^q)^{-1} = a^{p-q}$ . Jadi terdapat bilangan bulat positif  $n = p-q$  sedemikian sehingga  $a^n = e$ .

Pada Contoh 3, mahasiswa dituntut untuk mampu menggunakan pengetahuan aljabar yang diperlukan untuk mencapai tujuan dalam pembuktian, antara lain dalam hal ini adalah konsep himpunan berhingga dan bilangan bulat positif  $n$  yang diperoleh melalui adanya dua bilangan bulat positif  $p, q$  dengan  $p > q$ .

**Algebraic Thinking pada Level Meta-Global dan Indikatornya.**

Sebagaimana diuraikan di atas, jenjang tertinggi pada *algebraic thinking* adalah Level Meta-Global. Pada Level Meta-Global, peserta didik sudah mampu menggunakan pengetahuan aljabarnya sebagai suatu alat untuk memecahkan permasalahan dalam lingkup aljabar maupun di luar aljabar, misalnya penerapan aljabar dalam fisika, kalkulus, statistika, dan lain-lain.

Bednarz, Kieran & Lee (1996), Ainley *et.al* (2003), dan Kieran (2004) menulis bahwa indikator tumbuhnya *algebraic thinking* pada Level Meta-Global adalah sebagai berikut:

- 1) Mampu menganalisis hubungan terkait dengan aljabar.
- 2) Mampu membuat pemodelan yang terkait dengan aljabar.
- 3) Mampu menemukan dalam kegiatan pemecahan masalah yang terkait dengan aljabar.
- 4) Mampu melakukan pembuktian yang terkait dengan persoalan aljabar.
- 5) Mampu menggunakan aljabar untuk memecahkan masalah yang terkait dengan materi/ilmu di luar aljabar (misalnya Fisika).

Kelima indikator tersebut merupakan indikator kemampuan minimal yang harus dikuasai mahasiswa jika ingin berhasil dalam mempelajari aljabar. Dengan demikian, untuk menganalisis kompetensi *algebraic thinking* berbasis *Kieran's Theory* dalam perkuliahan Pengantar Struktur Aljabar melalui Kompetensi Mahasiswa pada Level Meta-Global, instrumen penelitian merujuk pada kelima indikator di atas.

**METODE**

Tulisan ini berdasarkan studi kasus pada perkuliahan Pengantar Struktur Aljabar 1 di Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Semarang pada Program Studi Pendidikan Matematika.

Dengan pendekatan kualitatif, digunakan sumber data langsung, deskriptif, dan proses lebih dipentingkan untuk memperoleh hasil yang akurat. Subjek dalam studi kasus ini adalah mahasiswa yang mengikuti mata kuliah Pengantar Struktur Aljabar Tahun Akademik 2016/2017.

Analisis data dilakukan dengan menggunakan rentang kualitatif: sangat kurang, kurang, sedang, baik, dan sangat baik, untuk menandai kemunculan indikatornya. Analisis data ini menggunakan aturan Matthew B. Miles & A. Michael Huberman, yakni

aktivitas dalam analisis data kualitatif dilakukan secara interaktif dan berlangsung sampai tuntas, sehingga data yang diperoleh sesuai dengan tujuannya. Aktivitas dalam analisis data meliputi: reduksi data, penyajian data, interpretasi data, dan penarikan kesimpulan atau verifikasi.

Data yang dikumpulkan diuji keabsahannya agar diperoleh data yang benar-benar objektif, antara lain dengan triangulasi. Data pendukung untuk penulisan artikel ini dilakukan melalui tiga kegiatan pokok, yaitu: (1) Melakukan penelusuran terhadap kompetensi mahasiswa dalam *algebraic thinking* berbasis *Kieran's Theory* untuk perkuliahan Pengantar Struktur Aljabar. (2) Melakukan penelusuran terhadap kompetensi mahasiswa dalam *algebraic thinking* pada *Level Meta-Global*. (3) Menganalisis hasil penelusuran kompetensi mahasiswa dalam *Algebraic Thinking* berbasis *Kieran's Theory*.

Indikator capaian penelitian ini adalah sebagai berikut. (1) Didapatkan hasil penelusuran terhadap kompetensi mahasiswa dalam *algebraic thinking* berbasis *Kieran's Theory* dalam perkuliahan Pengantar Struktur Aljabar. (2) Didapatkan hasil penelusuran terhadap kompetensi mahasiswa dalam *algebraic thinking* pada *Level Meta-Global*.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Berikut ini dipaparkan hasil yang diperoleh setelah dilakukan tes kepada mahasiswa peserta mata kuliah Pengantar Struktur Aljabar dan dianalisis berdasarkan pada jenjang *algebraic thinking* berbasis *Kieran's Theory*.

1) Informasi kompetensi mahasiswa dalam *Algebraic Thinking* berbasis *Kieran's Theory*.

Tabel 1: Hasil Rekapitulasi Kompetensi dalam *Algebraic Thinking*.

Tahap <i>Algebraic Thinking</i>	Kompetensinya	Banyaknya Mahasiswa dalam Kategori:				
		Sangat Kurang	Kurang	Sedang	Baik	Sangat Baik
Generasional	---	0	0	5	17	10
Transformasional	---			9	15	8
Level Meta-Global	Mampu menganalisis hubungan terkait dengan aljabar.	1	5	20	6	0
	Mampu membuat pemodelan yang terkait dengan aljabar.	3	9	15	5	0
	Mampu menemukan dalam kegiatan pemecahan masalah yang terkait dengan aljabar.	3	10	16	3	0
	Mampu melakukan pembuktian yang terkait dengan persoalan aljabar.	5	15	8	4	0
	Mampu menggunakan aljabar untuk memecahkan masa-	2	15	10	5	0

	lah yang terkait dengan materi/ilmu di luar aljabar (misalnya Fisika).					
--	--	--	--	--	--	--

2) Informasi kompetensi mahasiswa dalam *Algebraic Thinking* berbasis *Kieran's Theory* pada level meta global

Berdasarkan Tabel 1 di atas maka tampak bahwa mahasiswa Pendidikan Matematika FMIPA UNNES telah melewati dua level pada kompetensi *Algebraic Thinking* berbasis *Kieran's Theory*. Para mahasiswa telah memiliki kompetensi *Algebraic Thinking* pada tingkat Generasional dan Transformasional. Namun pada tingkat terakhir, yaitu pada Level Meta-Global; kompetensi mahasiswa masih belum memuaskan untuk beberapa indikator. Hasil ini semakin meyakinkan pada saat ada 8 mahasiswa yang diwawancarai sebagai bagian dari kegiatan triangulasi, bahwa mahasiswa masih merasa kesulitan untuk melakukan kegiatan yang termasuk pada level meta global.

**SIMPULAN**

Hasil penelusuran kompetensi *algebraic thinking* mahasiswa ini diharapkan dapat dijadikan sebagai acuan dalam mengembangkan model pembelajaran dalam perkuliahan mata kuliah yang berbasis aljabar. Kompetensi mahasiswa dalam *algebraic thinking* perlu ditingkatkan khususnya pada level meta global dengan indikator yang tepat.

**DAFTAR PUSTAKA**

Ainley, J., Wilson, K., & Bills, L. 2003. Generalising the context and generalising the calculation. In N. A. Pateman, B. J. Dougherty, & J. T. Zilliox (Eds.), *Proceedings of the 2003 Joint Meeting of PME and PME-NA 2*, 9-16. Honolulu: Center for Research and Development Group, University of Hawaii.

Alejandre, Suzanne. 2002. Developing Algebraic Thinking. *National Council of Teachers of Mathematics*.

Bednarz, N., Kieran, C., & Lee, L. (Eds.). 1996. *Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.

Cai, Jinfa. 2004. Developing Algebraic Thinking In Earlier Grades: A Case Study of the Chinese Elementary School Curriculum. *The Mathematics Educator* 8(1), 107-130.

Kieran, Carolyn. 2004. Algebraic Thinking in the Early Grades: What Is It? *The Mathematics Educator*. Vol.8, No.1, 139 – 151.

Kieran, Carolyn. 1996. The changing face of school algebra. In C. Alsina, J. Alvarez, B. Hodgson, C. Laborde, & A. Pérez (Eds.), *8<sup>th</sup> International Congress on Mathematical Education: Selected lectures* (pp. 271-290). Seville, Spain: S.A.E.M. Thales.

Kieran, C. 1992. The learning and teaching of school algebra. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*(pp. 390-419). New York: Macmillan.

Kriegler, Shelley. 2008. “Just What Is Algebraic Thinking?“. Tersedia: [http://www.introtoalg.com/downloads/articles-01\\_kriegler.pdf](http://www.introtoalg.com/downloads/articles-01_kriegler.pdf).

Radford, Luis. 2006. Algebraic Thinking and The Generalization of Patterns: A Semiotic Perspective. *Proceedings of the 28<sup>th</sup> annual meeting of the North American*

*Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.*  
Mérida, México: Universidad Pedagógica Nacional.

Schmittau, Jean. 2005. The Development of Algebraic Thinking - A Vygotskian Perspective. *Analyses ZDM*. 37(1).