



## Representasi Matematis dalam Pemecahan Masalah

Saniyya Dara Farahhadi<sup>a,\*</sup>, Wardono<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Pendidikan Matematika Pascasarjana Unniversitas Negeri Semarang

\*Alamat Surel : [dfarahhadi@gmail.com](mailto:dfarahhadi@gmail.com)

---

### Abstrak

Kemampuan pemecahan masalah sangatlah penting dan perlu diperhatikan tiap-tiap individu. Namun dalam proses pemecahan masalah matematika diperlukan adanya komunikasi matematika. Komunikasi membantu untuk merepresentasikan suatu permasalahan yang ada agar dapat dicari sebuah solusi yang tepat. Representasi sangat berhubungan dengan pemecahan masalah. Representasi membantu mengkomunikasikan ide-ide matematika dari abstrak ke konkrit. Hal tersebut sangat mempengaruhi pemecahan masalah matematika yang umumnya berbentuk abstrak. Selain itu representasi yang tepat merupakan dasar untuk memahami suatu masalah guna membuat rencana dalam memecahkan masalah tersebut.

---

### Kata kunci:

Representasi Matematis, Pemecahan Masalah, Komunikasi Matematika.

© 2019 Dipublikasikan oleh Jurusan Matematika, Universitas Negeri Semarang

---

---

## 1. Pendahuluan

Masalah merupakan bagian yang tak terpisahkan dari kehidupan manusia. Dalam matematika, masalah matematika adalah situasi (bisa berupa pertanyaan/soal, pernyataan) tentang konsep matematika yang disadari penuh oleh peserta didik dan menjadi tantangan (*challenge*) yang tidak dapat dipecahkan segera dengan suatu prosedur rutin tertentu (Wahyudi & Anugraheni, 2017). Kemampuan pemecahan masalah dalam pembelajaran matematika perlu dimaksimalkan guna mencapai target hasil belajar yang maksimal.

Didalam peraturan Menteri Pendidikan Nasional RI Nomor 22 Tahun 2006, dijelaskan bahwa tujuan pembelajaran matematika di sekolah yaitu agar siswa memiliki kemampuan salah satunya memecahkan masalah yang meliputi kemampuan memahami masalah, merancang model matematika, menyelesaikan model, dan menafsirkan solusi yang diperoleh. Pembelajaran matematika sendiri berujuan untuk mengembangkan segala kemampuan matematis peserta didik dalam memperoleh hasil belajar matematika yang maksimal. Salah satu target terpenting dalam mencapai hasil belajar yaitu dengan memaksimalkan pembelajaran pada kemampuan pemecahan masalah. Dan mengingat pentingnya kemampuan tersebut dalam pembelajaran matematika maka perlu didukung dengan bagaimana memahami kemampuan tersebut dengan baik agar tujuan yang diinginkan tercapai. Berdasarkan salah satu tujuan pemecahan masalah di atas, dalam merancang model matematika perlu adanya representasi matematis untuk mengkomunikasikan suatu ide-ide tertentu yang terdapat pada masalah, sehingga diperoleh solusi yang tepat dari masalah tersebut.

Salah satu kemampuan yang disebutkan dalam Permendikbud Nomor 21 Tahun 2016 tentang standar isi adalah memiliki kemampuan mengkomunikasikan gagasan matematika dengan jelas dan efektif. Dalam kemampuan komunikasi terdapat kemampuan representasi matematis, yang mana digunakan sebagai pemikiran dan komunikasi ide-ide matematik dengan cara-cara tertentu. Sehingga dalam mengkomunikasikan ide-ide matematika tertentu, maka diperlukan representasi dengan cara tertentu. Representasi matematika menuntut siswa untuk menemukan dan mengembangkan alat atau cara berpikir dalam mengkomunikasikan ide-ide matematika dari abstrak ke konkrit, sehingga lebih mudah dipahami (Sahendra *et al*, 2018). Disebutkan pula bahwa secara fungsional pemecahan masalah menggabungkan

---

To cite this article:

Farahhadi, S. D. & Wardono (2019). Representasi Matematika dalam Pemecahan Masalah. *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika*, 606-610

berbagai konsep matematika, seperti penghitungan, penggunaan grafik, kemungkinan untuk merekam data secara metodis, penciptaan sikap positif terhadap bekerja dengan praktik matematika (Shiakalli & Zacharos, 2014), yang mana merupakan bagian dari representasi.

Kemampuan representasi matematis merupakan ketrampilan proses yang berkaitan dengan pemecahan masalah, penalaran, pembuktian dan komunikasi. Representasi sangat membantu dalam suatu pemecahan masalah. Karena dalam setiap pemecahan masalah dibutuhkan adanya representasi masalah agar diperoleh solusi dari masalah tersebut. Kemampuan representasi sangat penting bagi peserta didik sebagai upaya memberikan pemahaman serta gambaran dalam mengkomunikasikan penyelesaian atas masalah yang diberikan dalam pembelajaran. Dengan kata lain representasi sebagai perantara untuk menemukan solusi yang tepat dalam pemecah masalah.

---

## 2. Pembahasan

### 2.1. Representasi Matematika

Goldin & Shteingold (2001) membagi representasi menjadi dua sistem, sistem representasi eksternal dan internal. Representasi eksternal adalah semacam tanda atau simbol, karakter, atau objek untuk melambangkan, menggambarkan, mengcode, atau mewakili sesuatu selain dirinya sendiri. Representasi eksternal dapat berupa: 1) notasi dan formal, seperti sistem bilangan, notasi, aljabar, persamaan, notasi fungsi, turunan, dan kalkulus integral; 2) visual atau spasial, seperti garis bilangan, grafik kartesius, sistem koordinat kutub, plot kotak data, diagram geometri, dan gambar fraktal yang dihasilkan komputer; dan 3) kata-kata dan kalimat, tertulis atau lisan. Sedangkan representasi internal didefinisikan sebagai serangkaian gambar, gagasan, ekspresi intelektual yang digunakan seseorang untuk memungkinkan mereka menghubungkan informasi dengan situasi dan untuk menilai dan membedakan antara informasi utama dan sekunder (Shiakalli & Zacharos, 2014).

Sabandar (dalam Surya, 2013) menyatakan bahwa peningkatan dalam kemampuan representasi matematis, guru melalui proses penemuan dengan menggunakan konsep *mathematization horizontal* dan *vertical*. Konsep bentuk *mathematization horizontal* dari identifikasi masalah visualisasi melalui sketsa atau gambar yang telah diketahui siswa. Konsep *mathematization vertical* adalah representasi dari hubungan bentuk, perombakan dan penyesuaian model matematika, penggunaan model yang berbeda dan generalisasi.

Menurut Hwang *et al* (2007) terdapat tiga tingkatan representasi pemecahan masalah matematika:

- 1) Kemampuan representasi bahasa, menerjemahkan benda yang diamati dan berhubungan dengan masalah matematika menjadi representasi verbal atau lisan.
- 2) Kemampuan representasi grafik atau gambar, keterampilan menerjemahkan masalah matematika menjadi gambar atau grafis.
- 3) Kemampuan representasi simbol aritmatika, keterampilan menerjemahkan masalah ke dalam representasi rumus aritmatika.

Dapat disimpulkan bahwa representasi adalah interpretasi pemikiran siswa terhadap suatu masalah untuk membantu menemukan solusinya yang dapat berupa kata/verbal, tulisan, gambar, grafik, tabel, simbol dan lain sebagainya.

### 2.2. Pemecahan Masalah

Polya (1973) menyatakan bahwa pemecahan masalah merupakan usaha untuk memperoleh jalan keluar dari suatu kesulitan serta mencapai tujuan yang tidak dapat dicapai dengan segera. Dengan kata lain pemecahan masalah merupakan proses bagaimana mengatasi suatu persoalan atau pertanyaan yang bersifat menantang yang tidak dapat diselesaikan dengan prosedur rutin yang sudah biasa dilakukan/sudah diketahui. Slavin (1994) menyatakan pemecahan masalah merupakan penerapan dari pengetahuan dan ketrampilan untuk mencapai tujuan dengan tepat (Wahyudi *et al*, 2017).

Berdasarkan uraian tersebut dapat disimpulkan bahwa pemecahan masalah sebagai suatu usaha untuk mendapatkan jalan keluar dari suatu kesulitan atau masalah. Dalam usaha tersebut diperlukan adanya

kemampuan pada setiap peserta didik. Kemampuan tersebut berupa usaha dalam mencari jalan keluar yang dilakukan dalam mencapai tujuan, dan juga diperlukan adanya kesiapan serta kreativitas.

Beberapa ahli mengemukakan berbagai langkah dalam pemecahan masalah. Polya (1973) mengemukakan empat tahapan dalam proses pemecahan masalah, yaitu:

- 1) Memahami masalah
- 2) Merencanakan suatu penyelesaian
- 3) Melaksanakan rencana penyelesaian
- 4) Memeriksa kembali hasil penyelesaian

Sedangkan Gagne (dalam Wahyudi *et al*, 2017) menyatakan lima tahap pemecahan masalah, yaitu:

- 1) Menyajikan masalah dalam bentuk yang lebih jelas
- 2) Menyatakan masalah dalam bentuk yang lebih operasional (dapat dipecahkan)
- 3) Menyusun hipotesis-hipotesis alternatif dan prosedur kerja yang diperkirakan baik untuk digunakan dalam pemecahan masalah itu
- 4) Mengetes hipotesis dan melakukan kerja untuk memperoleh hasilnya (pengumpulan data, pengolahan data, dan lain-lain)
- 5) Memeriksa kembali apakah hasil yang diperoleh itu benar, mungkin memilih pada pemecahan yang paling baik.

### 2.3. Peran Representasi Matematika dalam Kemampuan Pemecahan Masalah

Kemampuan pemecahan masalah dikatakan sebagai kemampuan dalam menemukan solusi/ penyelesaian dari suatu masalah. Dalam prosesnya dibutuhkan adanya pemahaman masalah, komunikasi, menentukan solusi yang tepat, menyelesaikannya juga perlu adanya memeriksa kembali penyelesaian tersebut. Hal tersebut juga berlaku dalam pemecahan masalah pada matematika. Salah satu proses yang terpenting dalam pemecahan masalah matematika adalah adanya komunikasi matematika. Pada komunikasi sendiri terdapat bagian penting yang perlu diterapkan, yaitu representasi matematika. Representasi dapat membantu menafsirkan suatu masalah yang diperoleh sehingga dapat menentukan pemecahan masalah yang sesuai dan tepat. Hal tersebut juga sangat berpengaruh saat-saat menghadapi masalah kontekstual terutama dalam matematika.

Kontekstualisasi dapat meningkatkan akses pembelajaran matematika, yang mana representasi menjadi bagian dari pemecahan suatu masalah dalam matematika. Disebutkan dalam Walkington *et al* (2012) bahwa ketrampilan verbal berkembang sebelum ketrampilan simbolis, dan dengan demikian konteks verbal dapat memungkinkan masuk ke pemecahan masalah melalui penggunaan informal, menciptakan strategi; masalah kontekstualisasi dapat memanfaatkan apa yang sudah diketahui peserta didik tentang kuantitas, beroperasi pada kuantitas, dan hubungan antara kuantitas; representasi konkrit seperti masalah cerita dapat mendukung pemahaman intuitif, bertindak sebagai perancah perseptual ke lingkungan konsep abstrak yang mungkin sulit untuk dipahami.

Setiap permasalahan yang berbeda dalam matematika diperlukan pemecahan masalah yang berbeda pula, namun ada pula beberapa masalah yang dapat dipecahkan dengan solusi yang sama, sehingga representasi yang dilakukan juga berbeda. Misalnya dalam pemecahan masalah aljabar, representasi yang digunakan lebih banyak adalah dengan verbal dan juga simbol. Sedangkan dalam pemecahan masalah geometri, representasi yang diperlukan adalah gambar. Nesher & Teubal (Walkington *et al*, 2012) meneliti tentang masalah cerita aritmatika yang menunjukkan bahwa peserta didik kadang-kadang menerjemahkan langsung dari masalah teks ke representasi simbolik yang terdiri dari angka tetap dan tanda-tanda operasi, melewati langkah menengah dari pemikiran konseptual mengenai hubungan yang disajikan.

Nathan, Kintsch, & Young mengusulkan model pemahaman masalah cerita aljabar berdasarkan ide bahwa dalam memecahkan masalah kata, peserta didik harus mengkoordinasikan tiga tingkat representasi: (1) *The textbase*, representasi proporsional dari informasi dalam masalah; (2) *The situation model*, representasi mental dari hubungan, tindakan, dan peristiwa dalam masalah; dan (3) *the problem model*,

representasi mental dari struktur masalah aljabar formal, melibatkan variabel dan persamaan (Walkington *et al.*, 2012). Kerangka tersebut menawarkan pengaruh dalam menginterpretasikan tindakan pemecahan masalah peserta didik saat mengatasi teks, tindakan yang dijelaskan, dan formalisme matematika.

Selain itu, untuk memberikan pengaruh pada pembelajaran prosedural, terdapat tiga kemungkinan cara pemahaman dan representasi masalah yang dapat digabung. Ketiga kemungkinan tersebut antara lain (Booth & Davenport, 2013): (1) pengetahuan fitur merupakan yang terpenting, yang memberi siswa kemampuan secara tepat merepresentasikan masalah dan menyelesaikannya; (2) peserta didik yang merepresentasikan persamaan dengan tepat (baik dalam pelajaran maupun dalam praktik) lebih mungkin dalam mempelajari informasi konseptual yang benar tentang fitur permasalahan, dan juga lebih mungkin untuk memanipulasi fitur tersebut dengan benar ketika memecahkan masalah; (3) penyandian persamaan yang benar dan pemahaman yang memadai tentang makna fitur masalah dapat berkontribusi secara mandiri terhadap keberhasilan siswa dalam pemecahan masalah.

Lester & Kehle (dalam Shiakalli & Zacharos, 2014) memercayai bahwa pemecahan masalah matematika yang sukses melibatkan koordinasi pengalaman sebelumnya, pengetahuan dan representasi internal yang akrab dan pola inferensi dalam upaya untuk memperoleh representasi baru serta pola terkait dari inferensi yang menyelesaikan tekanan atau ambiguitas. Hal tersebut sesuai dengan temuan oleh Shiakalli & Zacharos (2014) yang menunjukkan bahwa penggunaan representasi grafis memainkan peran penting dalam proses anak-anak menciptakan representasi internal mengenai angka dan operasi aritmatika (seperti komutatif).

Representasi dalam pemecahan masalah merupakan hal yang utama, representasi masalah yang benar sangat penting untuk memecahkan masalah yang akurat (Humberstone & Reeve, 2008; Booth & Davenport, 2013), karena representasi sangat berpengaruh untuk suatu pemecahan masalah. Disebutkan bahwa representasi sangat dibutuhkan selama proses pemecahan masalah matematis, sama halnya dalam Shiakalli & Zacharos (2014) disebutkan bahwa penggunaan representasi grafis dalam proses pemecahan masalah matematika dianggap sebagai alat yang berguna. Merepresentasikan suatu masalah dapat mempengaruhi solusi dari penyelesaian terhadap pemecahan masalahnya, sehingga dalam merepresentasi harus sesuai dengan soal yang disajikan.

---

### 3. Simpulan

Representasi termasuk komunikasi matematika yang menjadi bagian penting dalam suatu proses pemecahan masalah. Representasi matematika menuntut siswa untuk menemukan dan mengembangkan alat atau cara berpikir dalam mengkomunikasikan ide-ide matematika dari abstrak ke konkrit, sehingga lebih mudah dipahami. Hal tersebut sangat membantu dalam suatu pemecahan masalah, karena dengan adanya representasi masalah, maka solusi-solusi dalam penyelesaian lebih terarah dan sesuai.

---

### Daftar Pustaka

- Booth, J.L. & Davenport, J.L. 2013. The role of Problem Representation and Feature Knowledge in Algebraic Equation-Solving. Elsevier: Journal of Mathematical Behavior, 32 : 415-423.
- Goldin, G. & Shteingold, N. 2001. System of Representations and the Development of Mathematical Concepts. In The Roles of Representation in School Mathematics. NCTM Year Book.
- Hwang, W.-Y., Chen, N.-S., Dung, J.-J., & Yang, Y.-L. 2007. Multiple Representation Skills and Creativity Effects on Mathematical Problem Solving using a Multimedia Whiteboard System. Educational Technology & Society, 10(2): 191-212.
- Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia Nomor 21 Tahun 2016. Tentang Standar Isi Pendidikan Dasar dan Menengah
- Polya, G. 1973. How To Solve It: A New Aspect of Mathematical Methode. Princeton: Princeton University Press.
- Sahendra, A., Budiarto, M.T. & Fuad, Y. 2018. Students' Representation in Mathematical Word Problem-Solving: Exploring Students' Self-efficacy. IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series, 957 012059.

- 
- Shiakalli, M.A. & Zacharos, K. 2014. Building Meaning Through Problem Solving Practices: The Case of Four-Year Olds. Elsevier: *Journal of Mathematical Behavior*, 35: 58-73.
- Surya, E., Sabandar, J., Kusumah, Y.S., & Darim. 2013. Improving of Junior High School Visual Thinking Representation Ability in Mathematical Problem Solving by CTL. *IndoMS. J.M.E.* 4 (1): 113-126.
- Wahyudi & Anigraheni, I. 2017. *Strategi Pemecahan Masalah Matematika*. Salatiga: Satya Wacana University Press.
- Walkington, C. et al. 2012. "Playing the Game" of Story Problems: Coordinating Situation Based Reasoning with Algebraic Representation. Elsevier: *Journal of Mathematical Behavior*, 31 : 174-195.