

**Strategi Optimal Mengurangi Jumlah Perokok Melalui Pendekatan Pemodelan Matematika dengan Metode Lagrange**

**Setiawati<sup>1</sup>, Razma Rizqiyah Awwaliyah<sup>2</sup>, Dewi Astuti<sup>3</sup>, Bulqis Nebulla Syechah<sup>4</sup>, Tri Maryono Rusadi<sup>5\*</sup>**

Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Mataram, Indonesia  
Kota Mataram, Nusa Tenggara Barat, 83115

\*E-mail: [rusadi.tm@staff.unram.ac.id](mailto:rusadi.tm@staff.unram.ac.id)

Diterima 4 Maret 2025

Disetujui 28 April 2025

**Abstrak**

Merokok merupakan salah satu kegiatan yang menyebabkan masalah kesehatan yang serius bagi masyarakat, karena dapat menyebabkan berbagai penyakit kronis dan ketergantungan. Selain itu, interaksi antara perokok dan non-perokok juga berisiko, karena paparan asap rokok dapat meningkatkan kemungkinan terjadinya penyakit pada individu yang tidak merokok. Untuk mengatasi permasalahan ini, maka perlu adanya pengontrol optimal yang efektif mampu menekan banyaknya perokok konvensional dan perokok elektrik. Metode lagrange digunakan untuk menyelesaikan permasalahan kontrol optimal. Edukasi terkait bahaya merokok diberikan kepada individu yang berpotensi merokok, agar mereka tidak menjadi perokok konvensional atau perokok elektrik. Kampanye difokuskan untuk meningkatkan kesadaran tentang manfaat berhenti merokok, dan ditujukan untuk perokok baik konvensional maupun elektrik. Hasil simulasi menunjukkan bahwa dengan melakukan kontrol melalui edukasi tentang bahaya merokok pasif dan kampanye berhenti merokok efektif dalam menurunkan jumlah perokok. Hal ini menunjukkan bahwa metode lagrange dapat menjadi pendekatan yang efektif dalam mengendalikan populasi perokok.

Kata kunci: model matematika, perokok konvensional dan elektrik, metode lagrange

**Abstract**

*Smoking is one of the activities that causes serious health problems for society, as it can lead to various chronic diseases and addiction. Moreover, the interaction between smokers and non-smokers also poses risks, as exposure to cigarette smoke can increase the likelihood of illness in non-smoking individuals. To address this issue, an effective optimal control is needed to reduce the number of conventional and e-cigarette smokers. The Lagrange method is used to solve the optimal control problem. Education about the dangers of smoking is provided to individuals who are at risk of becoming smokers, so that they do not become conventional or electronic cigarette users. The campaign is focused on raising awareness about the benefits of quitting smoking and is targeted at both conventional and electronic smokers. The simulation results show that controlling through education on the dangers of passive smoking and smoking cessation campaigns is effective in reducing the number of smokers. This shows that the lagrange method can be an effective approach in controlling the population of smokers.*

Keywords: mathematics model, conventional and electric smokers, lagrange method

**How to cite:**

**PENDAHULUAN**

Merokok merupakan salah satu kegiatan yang menyebabkan masalah kesehatan yang serius bagi masyarakat, karena menjadi salah satu faktor risiko utama bagi berbagai penyakit kronis yang berpotensi menyebabkan kematian. Selain berdampak pada kesehatan fisik, merokok juga mempengaruhi kepribadian para perokok (Prihatiningsih, et al., 2020). Selain berdampak pada kesehatan perokok, kebiasaan merokok di lingkungan juga berisiko mempengaruhi orang lain yang menghirup asap rokok, yang dapat mengalami efek negatif terhadap kesehatan, seperti penyakit pernapasan dan kanker. Jika dibiarkan, hal ini dapat menimbulkan berbagai masalah, karena

kebiasaan merokok dapat memicu berbagai penyakit dalam tubuh, seperti penyakit jantung, gangguan pembuluh darah, kanker paru-paru, kanker rongga mulut, kanker laring, hipertensi, impotensi, serta masalah kehamilan dan kelainan pada janin (Suryati, et al., 2019).

Jumlah perokok aktif di Indonesia terus meningkat. Berdasarkan Survei Kesehatan Indonesia (SKI) 2023 yang dilakukan oleh Kementerian Kesehatan (Kemenkes), diperkirakan terdapat 70 juta perokok aktif, dengan 7,4% di antaranya merupakan perokok berusia 10-18 tahun. Berdasarkan Global Youth Tobacco Survey (GYTS) 2019, prevalensi merokok di kalangan anak sekolah usia 13-15 tahun meningkat dari 18,3% pada tahun 2016 menjadi 19,2% pada tahun 2019. Data SKI 2023 juga menunjukkan bahwa kelompok usia dengan jumlah perokok terbanyak adalah 15-19 tahun (56,5%), diikuti oleh kelompok usia 10-14 tahun (18,4%).

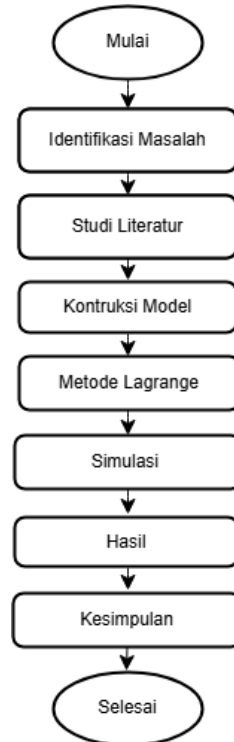
Perilaku merokok dapat menimbulkan masalah ketergantungan. Perokok dengan intensitas tinggi cenderung menjadi kecanduan dan sulit lepas dari kebiasaan merokok. Banyak perokok terjebak dalam kebiasaan ini dan merasa sulit untuk berhenti. Hal ini terjadi karena nikotin dalam rokok, yang dikonsumsi dalam jumlah besar dan dalam periode waktu yang panjang, dapat menyebabkan ketergantungan (Riau, et al., 2018). Keinginan untuk berhenti merokok dapat dipicu oleh motivasi dari dalam diri, serta dukungan dari keluarga, teman, dan lingkungan sekitar. Semua faktor ini berperan penting dalam keberhasilan program berhenti merokok (Tampubolon et al., 2022).

Salah satu metode yang banyak digunakan, baik di negara-negara maju maupun di Indonesia, untuk mengurangi jumlah perokok aktif adalah dengan memanfaatkan rokok elektrik atau Electronic Nicotine Delivery System (ENDS) (Istiqomah, et al., 2016). Rokok elektronik adalah perangkat bertenaga baterai yang mengalirkan nikotin, yang oleh WHO disebut sebagai Electronic Nicotine Delivery System (ENDS) atau sistem pengiriman nikotin secara elektronik. Rokok elektrik dirancang untuk memberikan nikotin tanpa melalui proses pembakaran tembakau, namun tetap memberikan sensasi merokok bagi penggunaannya (Rohmani, et al., 2018). Oleh karena itu dalam upaya menangani tingginya angka perokok aktif, salah satu langkah yang dapat dilakukan adalah menerapkan kontrol optimal pada model matematika perokok.

Terdapat beberapa peneliti yang telah menerapkan metode kontrol optimal dalam penelitiannya, seperti penelitian oleh Resmawan et al. (2018) yang melakukan analisis kontrol optimal pada model matematika penyebaran pengguna narkoba dengan faktor kontrol berupa edukasi. Penelitian yang dilakukan oleh Pareallo et al. (2018) yang melakukan kontrol optimal pada model epidemik SIR penyakit demam berdarah. Hakim (2022) yang melakukan kontrol optimal pada penyebaran penyakit campak. Azzahra et al. (2022) yang melakukan kontrol optimal pada penyebaran COVID-19 dengan model SEIR. Kemudian penelitian yang dilakukan oleh Purnamasari et al. (2019) yang melakukan kontrol pada penyebaran penyakit Gonore. Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk melakukan kontrol optimal pada model perokok guna mengurangi jumlah perokok dengan menggunakan metode lagrange.

## **METODE**

Penelitian ini adalah penelitian terapan yang menggunakan metode lagrange untuk menyelesaikan sistem dinamik dalam mengontrol interaksi perokok. Penelitian dilakukan di Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Mataram. Model interaksi perokok yang digunakan pada penelitian ini mengacu terhadap model subpopulasi perokok yang dikembangkan oleh Jung et al. (2018). Pengontrol yang diterapkan didasarkan pada pendekatan yang diusulkan oleh Hakim (2024), namun dengan modifikasi metode. Pada penelitian Hakim, pengontrol dirancang menggunakan prinsip Pontryagin, sedangkan dalam penelitian ini, metode lagrange digunakan untuk mengembangkan pengontrol tersebut. Berikut langkah-langkah yang digunakan pada penelitian ini:



Gambar 1. Diagram Alir Penelitian

Berikut penjelasan dari diagram alir penelitian di atas:

1. Identifikasi Masalah  
Langkah ini mencakup perumusan masalah penelitian yang terkait dengan kontrol optimal pada model subpopulasi perokok. Hal ini dilakukan untuk menentukan fokus penelitian dan merumuskan tujuan analisis, yaitu mengurangi jumlah subpopulasi perokok dengan menambahkan variabel kontrol.
2. Studi Literatur  
Tahap ini melibatkan pengumpulan informasi dari penelitian terdahulu, termasuk model subpopulasi perokok dari Jung et al. (2018) dan metode kontrol optimal yang dikembangkan oleh Hakim (2024). Studi literatur ini bertujuan untuk memahami pendekatan sebelumnya dan menyesuaikannya dengan penggunaan metode lagrange dalam penelitian ini.
3. Kontruksi Model  
Model subpopulasi perokok dibangun berdasarkan model Jung et al. (2018). Dalam penelitian ini, model tersebut dimodifikasi untuk menyertakan pengontrol berdasarkan pendekatan yang diadaptasi dari penelitian Hakim (2024). Modifikasi dilakukan agar sesuai dengan tujuan pengendalian melalui metode lagrange.
4. Metode Lagrange  
Pada tahap ini, dilakukan kontrol optimal dengan pendekatan metode lagrange. Langkah-langkah utama yang dilakukan, yaitu penentuan fungsi objektif, fungsi kendala, membentuk fungsi lagrange, menentukan persamaan adjoint, menentukan kondisi batas, dan menentukan solusi persamaan.
5. Simulasi  
Simulasi dilakukan untuk menguji model yang telah diberikan kontrol. Tujuannya adalah mengevaluasi apakah variabel kontrol dapat secara efektif mengurangi subpopulasi perokok konvensional dan elektrik.
6. Hasil  
Hasil penelitian menunjukkan peran pengontrol yang dirancang dengan metode lagrange dalam menekan jumlah subpopulasi perokok.
7. Kesimpulan  
Kesimpulan ditarik berdasarkan hasil simulasi dan analisis, mencakup keberhasilan metode lagrange dalam mencapai tujuan penelitian serta implikasinya terhadap pengendalian subpopulasi perokok.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Untuk melakukan kontrol pada model matematika interaksi perokok menggunakan metode lagrange dilakukan langkah sebagai berikut:

### 1. Konstruksi Model dengan Melibatkan Variabel Kontrol

Model yang digunakan dalam penelitian ini adalah model interaksi perokok yang dikembangkan oleh Jung et al. (2018). Dalam penelitian tersebut, populasi dalam model dibagi menjadi beberapa subpopulasi antara lain subpopulasi yang berpotensi merokok (P), subpopulasi perokok konvensional (S), subpopulasi perokok elektronik (E), dan subpopulasi yang telah berhenti dari aktivitas merokok (Q). Dinamika interaksi antar subpopulasi tersebut digambarkan dalam model matematika dengan persamaan diferensial berikut:

$$\begin{aligned}\frac{dP(t)}{dt} &= \mu - \beta_1 P(t)S(t) - \mu P(t) \\ \frac{dS(t)}{dt} &= \beta_1 P(t)S(t) + \beta_2 S(t)Q(t) + \alpha E(t) - (\gamma_1 + g + \mu)S(t) \\ \frac{dE(t)}{dt} &= gS(t) - (\alpha + \gamma_2 + \mu)E(t) \\ \frac{dQ(t)}{dt} &= (\gamma_1 + \gamma_2)S(t) - \beta_2 S(t)Q(t) - \mu Q(t)\end{aligned}$$

Subpopulasi yang akan dikontrol dalam penelitian ini adalah subpopulasi perokok konvensional (S) dan subpopulasi perokok elektronik (E). Pengendalian dilakukan dengan tujuan untuk memahami pengaruh variabel kontrol terhadap kedua kelompok perokok tersebut. Pendekatan kontrol yang diterapkan mengacu pada metode yang dikembangkan oleh Hakim (2024), yang mencakup pemberian edukasi kepada individu yang berpotensi merokok untuk mencegah mereka menjadi perokok konvensional ( $u_1(t)$ ) atau perokok elektronik ( $u_2(t)$ ). Selain itu, kampanye dilakukan untuk meningkatkan kesadaran akan manfaat berhenti merokok, baik pada perokok konvensional ( $u_3(t)$ ) maupun elektronik ( $u_4(t)$ ). Berikut sistem persamaan yang diperoleh setelah penambahan variabel kontrol:

$$\begin{aligned}\frac{dP(t)}{dt} &= \mu - (1 - u_1(t))\beta_1 P(t)S(t) - \mu P(t) \\ \frac{dS(t)}{dt} &= (1 - u_1(t))\beta_1 P(t)S(t) + (1 - u_2(t))\beta_2 S(t)Q(t) + \alpha E(t) - (\gamma_1 + g + \mu)S(t) \\ &\quad - u_3(t)S(t) \\ \frac{dE(t)}{dt} &= gS(t) - (\alpha + \gamma_2 + \mu)E(t) - u_4(t)E(t) \\ \frac{dQ(t)}{dt} &= (\gamma_1)S(t) + (\gamma_2)E(t) - (1 - u_2(t))\beta_2 S(t)Q(t) - \mu Q(t)\end{aligned}$$

Parameter-parameter yang digunakan dalam model sistem persamaan dengan variabel kontrol dapat dilihat pada tabel berikut:

**Tabel 1.** Parameter yang Digunakan

Parameter	Keterangan
$\mu$	Laju kelahiran dan kematian
$\beta_1$	Laju seseorang berpotensi untuk aktif dalam merokok secara konvensional
$\beta_2$	Laju seseorang kembali aktif merokok secara konvensional setelah berhenti
$\gamma_1$	Laju seseorang berhenti dari merokok secara konvensional
$\gamma_2$	Laju seseorang berhenti dari merokok elektrik
$\alpha$	Laju perpindahan dari perokok elektrik menjadi aktifitas merokok konvensional
$g$	Laju perokok konvensional menjadi perokok elektrik

### 2. Formulasi Lagrange

Langkah selanjutnya adalah menentukan formulasi lagrange untuk meminimumkan jumlah subpopulasi perokok konvensional dan perokok elektrik. Berikut formulasi lagrange yang diperoleh:

- a. Fungsi objektif  
Fungsi objektif yang akan diminimumkan dirumuskan dengan melibatkan variabel keadaan (*state variables*) dan variabel kontrol (*control variables*).

$$J(u_1(t), u_2(t), u_3(t), u_4(t)) = \int_0^T [S(t) + E(t) + Au_1^2(t) + Bu_2^2(t) + Cu_3^2(t) + Du_4^2(t)] dt$$

- b. Fungsi kendala  
Fungsi kendala yang digunakan didasarkan pada model interaksi perokok yang telah ditambahkan pengontrol.

$$\begin{aligned} \frac{dP(t)}{dt} &= \mu - (1 - u_1(t))\beta_1 P(t)S(t) - \mu P(t) \\ \frac{dS(t)}{dt} &= (1 - u_1(t))\beta_1 P(t)S(t) + (1 - u_2(t))\beta_2 S(t)Q(t) + \alpha E(t) - (\gamma_1 + g + \mu)S(t) \\ &\quad - u_3(t)S(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dE(t)}{dt} &= gS(t) - (\alpha + \gamma_2 + \mu)E(t) - u_4(t)E(t) \\ \frac{dQ(t)}{dt} &= (\gamma_1)S(t) + (\gamma_2)E(t) - (1 - u_2(t))\beta_2 S(t)Q(t) - \mu Q(t) \end{aligned}$$

- c. Merumuskan fungsi lagrange  
Variabel lagrange, seperti  $\lambda_1(t), \lambda_2(t), \lambda_3(t)$ , dan  $\lambda_4(t)$  digunakan untuk menggambarkan sensitivitas fungsi objektif terhadap masing-masing variabel kendala  $P(t), S(t), E(t)$ , dan  $Q(t)$ . Dengan demikian, fungsi Lagrangian ( $\mathcal{L}$ ) dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= S(t) + E(t) + Au_1^2(t) + Bu_2^2(t) + Cu_3^2(t) + Du_4^2(t) \\ &\quad + \lambda_1(t) \left( \frac{dP(t)}{dt} - \mu + (1 - u_1(t))\beta_1 P(t)S(t) + \mu P(t) \right) \\ &\quad + \lambda_2(t) \left( \frac{dS(t)}{dt} - (1 - u_1(t))\beta_1 P(t)S(t) - (1 - u_2(t))\beta_2 S(t)Q(t) - \alpha E(t) \right. \\ &\quad \left. + (\gamma_1 + g + \mu)S(t) + u_3(t)S(t) \right) \\ &\quad + \lambda_3(t) \left( \frac{dE(t)}{dt} - gS(t) + (\alpha + \gamma_2 + \mu)E(t) + u_4(t)E(t) \right) \\ &\quad + \lambda_4(t) \left( \frac{dQ(t)}{dt} - (\gamma_1)S(t) - (\gamma_2)E(t) + (1 - u_2(t))\beta_2 S(t)Q(t) + \mu Q(t) \right) \end{aligned}$$

- d. Persamaan euler-lagrange  
Untuk mencari nilai optimal dari variabel kontrol  $u_1(t), u_2(t), u_3(t)$ , dan  $u_4(t)$ , perlu disusun persamaan Euler-Lagrange untuk setiap  $u_i(t)$ .

- Turunan Parsial Terhadap  $u_1(t)$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u_1} = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u_1} = 2Au_1(t) - \lambda_1(t)\beta_1 P(t)S(t) + \lambda_2(t)\beta_1 P(t)S(t) = 0$$

$$2A u_1(t) = \lambda_1(t)\beta_1 P(t)S(t) - \lambda_2(t)\beta_1 P(t)S(t)$$

$$u_1(t) = \frac{\lambda_1(t) - \lambda_2(t)}{2A} \beta_1 P(t)S(t)$$

- Turunan Parsial Terhadap  $u_2(t)$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u_2} = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u_2} = 2Bu_2(t) - \lambda_2(t)\beta_2 S(t)Q(t) + \lambda_4(t)\beta_2 S(t)Q(t) = 0$$

$$2Bu_2(t) = \lambda_2(t)\beta_2 S(t)Q(t) - \lambda_4(t)\beta_2 S(t)Q(t)$$

$$u_2(t) = \frac{\lambda_2(t) - \lambda_4(t)}{2B} (\beta_2 S(t) Q(t))$$

- Turunan Parsial Terhadap  $u_3(t)$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u_3} = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u_3} = 2Cu_3(t) - \lambda_2(t)S(t) = 0$$

$$2Cu_3(t) = \lambda_2(t)S(t)$$

$$u_3(t) = \frac{\lambda_2(t)S(t)}{2C}$$

- Turunan Parsial Terhadap  $u_4(t)$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u_4} = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u_4} = 2Du_4(t) - \lambda_3(t)E(t) = 0$$

$$2Du_4(t) = \lambda_3(t)E(t)$$

$$u_4(t) = \frac{\lambda_3(t)E(t)}{2D}$$

- e. Menentukan persamaan adjoint

Persamaan adjoint ini digunakan untuk menggambarkan variabel lagrange yang berhubungan dengan variabel keadaan dan kendala sistem. Melalui persamaan ini, kita dapat memperoleh informasi tentang bagaimana perubahan dalam variabel kontrol mempengaruhi dinamika sistem, yang nantinya akan digunakan untuk menentukan fungsi kontrol yang optimal.

- Untuk  $\lambda_1(t)$  pada variable  $P(t)$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P(t)} = \lambda_1(t) (-\mu + (1 - u_1(t))\beta_1 S(t)) + \lambda_2(t)\beta_1 S(t)(1 - u_1(t))$$

Sehingga, persamaan adjoint:

$$-\frac{d\lambda_1(t)}{dt} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P(t)}$$

- Untuk  $\lambda_2(t)$  pada variable  $S(t)$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial S(t)} = 1 + \lambda_1(t)(1 - u_1(t))\beta_1 P(t) + \lambda_2(t)(1 - u_1(t))\beta_1 P(t) - (1 - u_2(t))\beta_2 Q(t) - (\gamma_1 + g + \gamma_2) - u_3(t) + \lambda_3(t)g + \lambda_4(t)(\gamma_1) - (1 - u_2(t))\beta_2 Q(t)$$

Sehingga diperoleh :

$$-\frac{d\lambda_2(t)}{dt} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial S(t)}$$

- Untuk  $\lambda_3(t)$  pada variable  $E(t)$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial E(t)} = 1 + \lambda_2(t)\alpha + \lambda_3(t)((\alpha + \gamma_2 + \mu) - u_4(t)) + \lambda_4(t)(\gamma_2)$$

Sehingga diperoleh :

$$-\frac{d\lambda_3(t)}{dt} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial E(t)}$$

- Untuk  $\lambda_4(t)$  pada variable  $Q(t)$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Q(t)} = \lambda_2(t)(1 - u_2(t))\beta_2 S(t) - \lambda_4(t)(1 - u_2(t))\beta_2 S(t) + \lambda_4(t)(-\mu)$$

Sehingga diperoleh :

$$-\frac{d\lambda_4(t)}{dt} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Q(t)}$$

- f. Menentukan kondisi batas

Kondisi batas untuk pengali lagrange umumnya bernilai nol pada waktu akhir  $t = T$ . Dengan

demikian diperoleh  $\lambda_1(T) = \lambda_2(T) = \lambda_3(T) = \lambda_4(T) = 0$ .

### 3. Simulasi Numerik

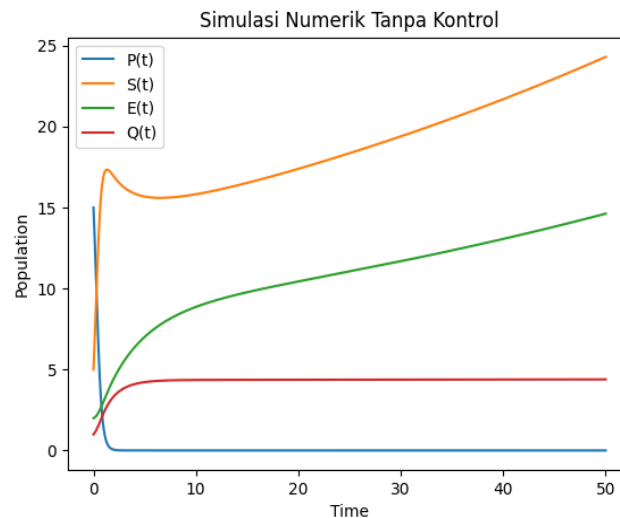
Simulasi numerik dilakukan untuk mendukung analisis matematis bahwa variabel kontrol dapat meminimumkan subpopulasi perokok konvensional dan elektrik. Simulasi ini juga menggambarkan perilaku solusi model interaksi perokok dengan kondisi awal  $P(0) = 15$ ,  $S(0) = 5$ ,  $E(0) = 2$ , dan  $Q(0) = 1$ , serta bobot kontrol  $A = 0.5$ ,  $B = 0.25$ ,  $C = 2.5$ , dan  $D = 0.75$ . Kondisi awal dan nilai bobot kontrol tersebut dipilih berdasarkan pendekatan yang diusulkan oleh Hakim (2024), pemilihan nilai tersebut dengan mempertimbangkan faktor-faktor seperti menjaga kontrol tetap dalam rentang antara nol dan satu serta memastikan biaya terkendali. Parameter yang digunakan tercantum pada Tabel 2 di bawah ini.

**Tabel 2.** Nilai Parameter yang Digunakan

Parameter	Nilai
$\mu$	$\frac{1}{79,8}$
$\beta_1$	0,1961
$\beta_2$	0,0101
$\gamma_1$	0,0772
$\gamma_2$	0,1008
$\alpha$	0,0822
$g$	0,1245

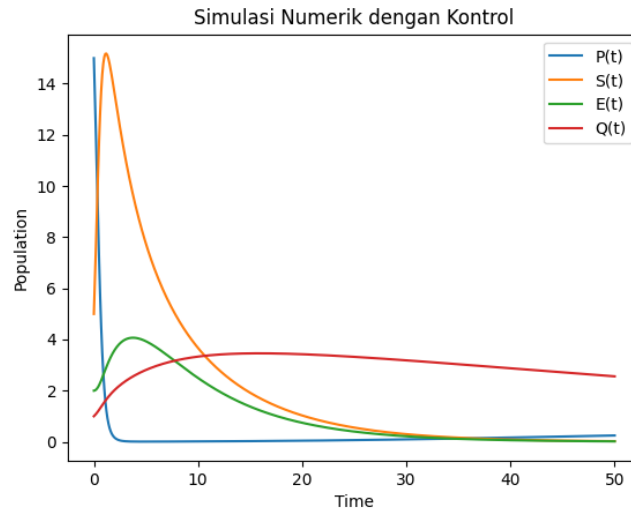
Sumber: Jung et al., (2018)

Berikut dilakukan simulasi, namun untuk perbandingan ditampilkan simulasi numerik tanpa kontrol dan simulasi numerik dengan kontrol:

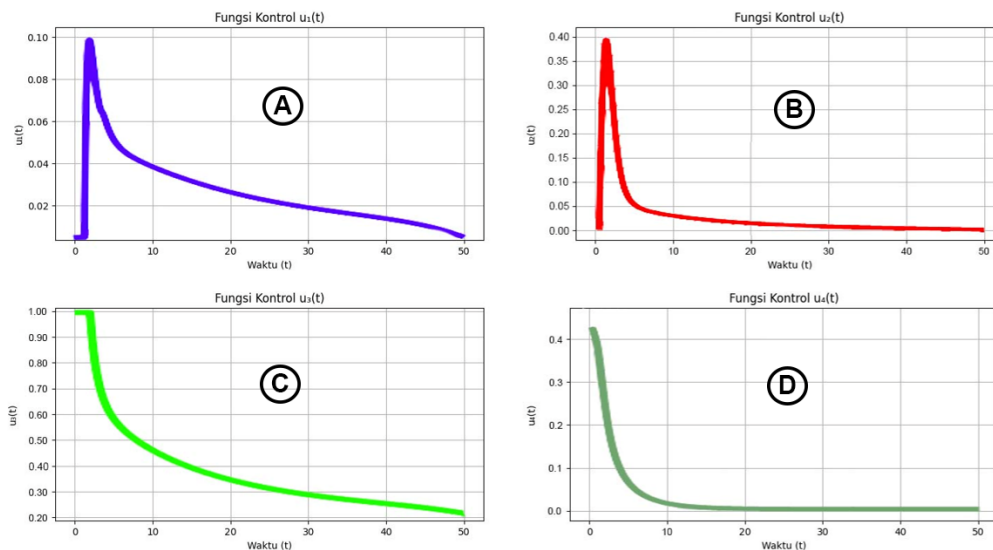


Gambar 2. Simulasi Numerik Tanpa Kontrol

Gambar (2) menunjukkan dinamika perkembangan empat kelompok populasi terkait kebiasaan merokok tanpa intervensi pengendalian.  $P(t)$ , subpopulasi yang berpotensi merokok, mengalami penurunan tajam di awal waktu hingga mencapai kestabilan pada level rendah.  $S(t)$ , yang merepresentasikan subpopulasi perokok konvensional, melonjak tajam di awal, sedikit menurun, lalu perlahan meningkat.  $E(t)$ , subpopulasi perokok elektrik, mengalami peningkatan signifikan pada awal waktu akibat peralihan ke rokok elektrik dan terus bertambah meskipun laju pertumbuhannya melambat.  $Q(t)$ , subpopulasi yang telah berhenti merokok, menunjukkan kenaikan cepat di awal hingga akhirnya mencapai kestabilan. Secara keseluruhan, grafik ini menunjukkan bahwa tanpa pengendalian, pertumbuhan beberapa subpopulasi dapat menyebabkan ketidakseimbangan dalam sistem.



Gambar 3. Simulasi Numerik dengan Kontrol



Gambar 4. Perilaku Variabel Kontrol

Gambar (3) memperlihatkan dinamika populasi setelah penerapan intervensi pengendalian melalui variabel kontrol dengan besarnya nilai variabel kontrol yang diberikan ditunjukkan pada Gambar (4) dimana bagian (A) merupakan  $u_1(t)$ , bagian (B) merupakan  $u_2(t)$ , bagian (C) merupakan  $u_3(t)$  dan bagian (D) merupakan  $u_4(t)$ . Kontrol  $u_1(t)$  dan  $u_2(t)$  bertujuan untuk mencegah individu yang berpotensi merokok  $P(t)$  menjadi perokok melalui program edukasi yang efektif. Hasilnya,  $P(t)$  mengalami penurunan drastis hingga mendekati nol, mencerminkan keberhasilan upaya pengendalian. Selanjutnya, kontrol  $u_3(t)$  dan  $u_4(t)$ , yang difokuskan pada mendorong perokok untuk berhenti, secara bertahap berhasil menurunkan jumlah perokok konvensional  $S(t)$  dan perokok elektrik  $E(t)$ . Sementara itu, subpopulasi individu yang telah berhenti merokok  $Q(t)$  meningkat tajam pada awal waktu dan stabil pada tingkat yang lebih tinggi dibandingkan kondisi tanpa pengendalian, menunjukkan efektivitas kampanye penghentian merokok. Secara keseluruhan, penerapan pengendalian ini tidak hanya berhasil menekan jumlah perokok, tetapi juga menciptakan sistem yang lebih stabil dengan meningkatnya jumlah individu yang berhenti merokok.

## SIMPULAN

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa penerapan kontrol optimal sangat penting untuk menjaga kestabilan sistem populasi. Tanpa adanya kontrol, beberapa subpopulasi cenderung meningkat tanpa batas, yang berpotensi menyebabkan ketidakstabilan dalam sistem. Sebaliknya, dengan penerapan kontrol, semua subpopulasi mengalami penurunan secara bertahap, menciptakan kondisi yang lebih stabil dan terkendali. Keempat subpopulasi yang dianalisis, yaitu subpopulasi yang berpotensi merokok ( $P$ ), perokok konvensional ( $S$ ), perokok elektrik ( $E$ ), dan



individu yang telah berhenti merokok (Q), menunjukkan perubahan signifikan setelah penerapan pengendalian. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa penggunaan metode Lagrange untuk mengendalikan jumlah perokok melalui edukasi tentang bahaya merokok dan kampanye berhenti merokok efektif dalam mengurangi jumlah perokok aktif, serta meningkatkan jumlah individu yang berhenti merokok. Dengan demikian, penerapan kontrol optimal ini dapat mendukung pencapaian tujuan model untuk mengurangi jumlah perokok aktif dan meningkatkan jumlah individu yang berhenti merokok.

#### DAFTAR PUSTAKA

- Azzahra, N. F., Hariyanto, H., & Mardlijah, M. (2022). *Kontrol Optimal Penyebaran COVID-19 Model SEIR di Jakarta. Jurnal Sains dan Seni ITS, 11(2)*, A64-A69.
- Hakim, L. (2022). Strategi Kontrol Optimal Model SIQR pada Penyebaran Penyakit Campak. *Leibniz: Jurnal Matematika, 2(2)*, 65-76.
- Hakim, L. (2024). Implementasi prinsip Pontryagin dalam masalah kontrol optimal pada model matematika interaksi perokok. *Jurnal Matematika dan Terapan, 6(1)*, 31-41. <https://doi.org/10.31605/jomta.v6i1.2993>
- Istiqomah, D. R., Cahyo, K., & Indraswari, R. (2016). Gaya Hidup Komunitas Rokok Elektrik Semarang Vaper Corner. *Jurnal Kesehatan Masyarakat, 4(2)*, 203-212.
- Jung, J. H., Park, A., & Jung, I. H. (2018). Qualitative and sensitivity analysis of the effect of electronic cigarettes on smoking cessation. *Computational and mathematical methods in medicine, 2018(1)*, 3738584. <https://doi.org/10.1155/2018/3738584>
- Pareallo, K., & Side, S. (2018). Kontrol Optimal pada Model Epidemik SIR Penyakit Demam Berdarah. *Indonesian Journal of Fundamental Sciences, 4(2)*.
- Prihatiningsih, D., Devhy, N. L. P., Purwanti, I. S., Bintari, N. W. D., & Widana, A. G. O. (2020). Penyuluhan bahaya rokok untuk meningkatkan kesadaran remaja mengenai dampak buruk rokok bagi kesehatan di smp tawwakal denpasar. *Jurnal Pengabdian Kesehatan, 3(1)*, 50-58.
- Purnamasari, L. D., Kiftiah, M., & Yudhi, Y. (2019). KONTROL OPTIMAL PENYEBARAN PENYAKIT GONORE DENGAN MENGGUNAKAN PRINSIP MINIMUM PONTRYAGIN. *Bimaster: Buletin Ilmiah Matematika, Statistika dan Terapannya, 8(4)*.
- Pusat Penyakit Tidak Menular Kementerian Kesehatan Republik Indonesia. (n.d.). Perokok aktif di Indonesia tembus 70 juta orang, mayoritas anak muda. Retrieved from <https://p2ptm.kemkes.go.id/informasi-p2ptm/perokok-aktif-di-indonesia-tembus-70-juta-orang-mayoritas-anak-muda>
- Resmawan, Eka, M., Nurwan, & Achmad, N. (2020). Analisis Kontrol Optimal Pada Model Matematika Penyebaran Pengguna Narkoba Dengan Faktor Edukasi. *Jurnal Ilmiah Matematika Dan Terapan, 17(2)*, 238-248. <https://doi.org/10.22487/2540766x.2020.v17.i2.15201>
- Riauan, M. A., Sari, G. G., Aslinda, C., & Qurniawati, E. F. (2018). Konstruksi Makna Ketergantungan dalam Perilaku Merokok. *Relasi Negara Industri Dan Masyarakat Dalam Perspektif Komunikasi, 171*.
- Rohmani, A., Yazid, N., & Rahmawati, A. A. (2018). Rokok elektrik dan rokok konvensional merusak alveolus paru. In *Prosiding Seminar Nasional Unimus (Vol. 1)*.
- Suryati, I., Jafri, Y., Yunere, F., Mulia, A., Arnoval, B., & Pendrito, A. (2019). Penyuluhan Bahaya Rokok Bagi Kesehatan Di Kenagarian Simpang Sugiran Kecamatan Guguk Kabupaten 50 Kota. *Jurnal Abdimas Kesehatan Perintis, 1(1)*, 15-18.
- Tampubolon, N. R. (2022). Strategi Keberhasilan Berhenti Merokok: Systematic Review. *Jurnal Skolastik Keperawatan, 8(2)*, 122-132.