

**Strategi Optimal Mengurangi Jumlah Perokok Melalui Pendekatan
Pemodelan Matematika dengan Metode Lagrange**

**Setiawati¹, Razma Rizqiyah Awwaliyah², Dewi Astuti³, Bulqis Nebulla
Syechah⁴, Tri Maryono Rusadi^{5*}**

Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Mataram, Indonesia
Kota Mataram, Nusa Tenggara Barat, 83115
*E-mail: rusadi.tm@staff.unram.ac.id

Diterima 4 Maret 2025

Disetujui 28 April 2025

Abstrak

Merokok merupakan salah satu masalah kesehatan yang serius bagi masyarakat, karena dapat menyebabkan berbagai penyakit kronis dan ketergantungan. Selain itu, interaksi antara perokok aktif dan non-perokok juga berisiko, karena paparan asap rokok secara pasif dapat meningkatkan kemungkinan terjadinya penyakit pada individu yang tidak merokok. Untuk mengatasi masalah ini, penelitian ini bertujuan menerapkan kontrol optimal pada model interaksi antara perokok konvensional dan perokok elektrik. Metode lagrange digunakan untuk mengendalikan subpopulasi perokok melalui edukasi dan kampanye. Edukasi diberikan kepada individu yang berpotensi merokok mengenai bahaya merokok, agar mereka tidak menjadi perokok konvensional ($u_1(t)$) atau perokok elektrik ($u_2(t)$), sementara kampanye difokuskan untuk meningkatkan kesadaran tentang manfaat berhenti merokok, baik untuk perokok konvensional ($u_3(t)$) maupun elektrik ($u_4(t)$). Hasil simulasi menunjukkan bahwa dengan melakukan kontrol melalui edukasi tentang bahaya merokok pasif dan kampanye berhenti merokok efektif dalam menurunkan jumlah perokok. Hal ini menunjukkan bahwa metode lagrange dapat menjadi pendekatan yang efektif dalam mengendalikan populasi perokok.

Kata kunci: model matematika, perokok konvensional dan elektrik, metode lagrange

Abstract

Smoking is a serious public health concern, as it can lead to a variety of chronic and addictive diseases. In addition, the interaction between active smokers and non-smokers is also risky, as passive exposure to cigarette smoke can increase the likelihood of disease in non-smoking individuals. To address these issues, this study aims to apply optimal control to the interaction model between conventional smokers and e-cigarette smokers. The lagrange method is used to control the subpopulation of smokers through education and campaigns. Education is given to potential smoking individuals about the dangers of smoking, so that they do not become conventional smokers ($u_1(t)$) or e-cigarette smokers ($u_2(t)$), while campaigns are focused on raising awareness about the benefits of quitting smoking, both for conventional ($u_3(t)$) and e-cigarette smokers ($u_4(t)$). The simulation results show that controlling through education on the dangers of passive smoking and smoking cessation campaigns is effective in reducing the number of smokers. This shows that the lagrange method can be an effective approach in controlling the population of smokers.

Keywords: mathematics model, conventional and electric smokers, lagrange method

How to cite:

Setiawati, S., Awwaliyah, R.R., Astuti, D., Syechah, B.N., Rusadi, T.M. (2025). Strategi optimal mengurangi jumlah perokok melalui pendekatan pemodelan matematika dengan metode lagrange. *Indonesian Journal of Mathematics and Natural Sciences*, 48(1), 30-38.

PENDAHULUAN

Merokok merupakan masalah serius bagi kesehatan masyarakat, karena menjadi salah satu faktor risiko utama bagi berbagai penyakit kronis yang berpotensi menyebabkan kematian. Selain

berdampak pada kesehatan fisik, merokok juga mempengaruhi kepribadian para perokok (Prihatiningsih et al., 2020). Selain berdampak pada kesehatan perokok, kebiasaan merokok di lingkungan juga berisiko mempengaruhi orang lain yang menghirup asap rokok, yang dapat mengalami efek negatif terhadap kesehatan, seperti penyakit pernapasan dan kanker. Jika dibiarkan, hal ini dapat menimbulkan berbagai masalah, karena kebiasaan merokok dapat memicu berbagai penyakit dalam tubuh, seperti penyakit jantung, gangguan pembuluh darah, kanker paru-paru, kanker rongga mulut, kanker laring, hipertensi, impotensi, serta masalah kehamilan dan kelainan pada janin (Suryati, et al., 2019).

Jumlah perokok aktif di Indonesia terus meningkat. Berdasarkan Survei Kesehatan Indonesia (SKI) 2023 yang dilakukan oleh Kementerian Kesehatan (Kemenkes), diperkirakan terdapat 70 juta perokok aktif, dengan 7,4% di antaranya merupakan perokok berusia 10-18 tahun. Berdasarkan Global Youth Tobacco Survey (GYTS) 2019, prevalensi merokok di kalangan anak sekolah usia 13-15 tahun meningkat dari 18,3% pada tahun 2016 menjadi 19,2% pada tahun 2019. Data SKI 2023 juga menunjukkan bahwa kelompok usia dengan jumlah perokok terbanyak adalah 15-19 tahun (56,5%), diikuti oleh kelompok usia 10-14 tahun (18,4%).

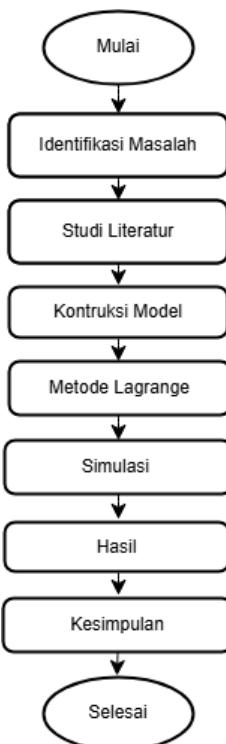
Perilaku merokok dapat menimbulkan masalah ketergantungan. Perokok dengan intensitas tinggi cenderung menjadi kecanduan dan sulit lepas dari kebiasaan merokok. Banyak perokok terjebak dalam kebiasaan ini dan merasa sulit untuk berhenti. Hal ini terjadi karena nikotin dalam rokok, yang dikonsumsi dalam jumlah besar dan dalam periode waktu yang panjang, dapat menyebabkan ketergantungan (Riauan, et al., 2018). Keinginan untuk berhenti merokok dapat dipicu oleh motivasi dari dalam diri, serta dukungan dari keluarga, teman, dan lingkungan sekitar. Semua faktor ini berperan penting dalam keberhasilan program berhenti merokok (Tampubolon et al., 2022).

Salah satu metode yang banyak digunakan, baik di negara-negara maju maupun di Indonesia, untuk mengurangi jumlah perokok aktif adalah dengan memanfaatkan rokok elektrik atau Electronic Nicotine Delivery System (ENDS) (Istiqomah, et al., 2016). Rokok elektronik adalah perangkat bertenaga baterai yang mengalirkan nikotin, yang oleh WHO disebut sebagai Electronic Nicotine Delivery System (ENDS) atau sistem pengiriman nikotin secara elektronik. Rokok elektrik dirancang untuk memberikan nikotin tanpa melalui proses pembakaran tembakau, namun tetap memberikan sensasi merokok bagi penggunanya (Rohmani, et al., 2018). Oleh karena itu dalam upaya menangani tingginya angka perokok aktif, salah satu langkah yang dapat dilakukan adalah menerapkan kontrol optimal pada model matematika perokok.

Terdapat beberapa peneliti yang telah menerapkan metode kontrol optimal dalam penelitiannya, seperti penelitian oleh Resmawan et al. (2018) yang melakukan analisis kontrol optimal pada model matematika penyebaran pengguna narkoba dengan faktor kontrol berupa edukasi. Penelitian yang dilakukan oleh Pareallo et al. (2018) yang melakukan kontrol optimal pada model epidemik SIR penyakit demam berdarah. Hakim (2022) yang melakukan kontrol optimal pada penyebaran penyakit campak. Azzahra et al. (2022) yang melakukan kontrol optimal pada penyebaran COVID-19 dengan model SEIR. Kemudian penelitian yang dilakukan oleh Purnamasari et al. (2019) yang melakukan kontrol pada penyebaran penyakit Gonore. Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk melakukan kontrol optimal pada model perokok guna mengurangi jumlah perokok dengan menggunakan metode lagrange.

METODE

Penelitian ini adalah penelitian terapan yang menggunakan metode lagrange untuk mengontrol interaksi perokok. Penelitian dilakukan di Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Mataram. Model interaksi perokok yang digunakan pada penelitian ini mengacu terhadap model subpopulasi perokok yang dikembangkan oleh Jung et al. (2018). Pengontrol yang diterapkan didasarkan pada pendekatan yang diusulkan oleh Hakim (2024), namun dengan modifikasi metode. Pada penelitian Hakim, pengontrol dirancang menggunakan prinsip Pontryagin, sedangkan dalam penelitian ini, metode lagrange digunakan untuk mengembangkan pengontrol tersebut. Berikut langkah-langkah yang digunakan pada penelitian ini:



Gambar 1. Diagram Alir Penelitian

Berikut penjelasan dari diagram alir penelitian di atas:

1. **Identifikasi Masalah**
Langkah ini mencakup perumusan masalah penelitian yang terkait dengan kontrol optimal pada model subpopulasi perokok. Hal ini dilakukan untuk menentukan fokus penelitian dan merumuskan tujuan analisis, yaitu mengurangi jumlah subpopulasi perokok dengan menambahkan variabel kontrol.
2. **Studi Literatur**
Tahap ini melibatkan pengumpulan informasi dari penelitian terdahulu, termasuk model subpopulasi perokok dari Jung et al. (2018) dan metode kontrol optimal yang dikembangkan oleh Hakim (2024). Studi literatur ini bertujuan untuk memahami pendekatan sebelumnya dan menyesuaikannya dengan penggunaan metode lagrange dalam penelitian ini.
3. **Kontruksi Model**
Model subpopulasi perokok dibangun berdasarkan model Jung et al. (2018). Dalam penelitian ini, model tersebut dimodifikasi untuk menyertakan pengontrol berdasarkan pendekatan yang diadaptasi dari penelitian Hakim (2024). Modifikasi dilakukan agar sesuai dengan tujuan pengendalian melalui metode lagrange.
4. **Metode Lagrange**
Pada tahap ini, dilakukan kontrol optimal dengan pendekatan metode lagrange. Langkah-langkah utama yang dilakukan, yaitu penentuan fungsi objektif, fungsi kendala, membentuk fungsi lagrange, menentukan persamaan adjoint, menentukan kondisi batas, dan menentukan solusi persamaan.
5. **Simulasi**
Simulasi dilakukan untuk menguji model yang telah diberikan kontrol. Tujuannya adalah mengevaluasi apakah variabel kontrol dapat secara efektif mengurangi subpopulasi perokok konvensional dan elektrik.
6. **Hasil**
Hasil penelitian menunjukkan peran pengontrol yang dirancang dengan metode lagrange dalam menekan jumlah subpopulasi perokok.
7. **Kesimpulan**
Kesimpulan ditarik berdasarkan hasil simulasi dan analisis, mencakup keberhasilan metode lagrange dalam mencapai tujuan penelitian serta implikasinya terhadap

pengendalian subpopulasi perokok.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Untuk melakukan kontrol pada model matematika interaksi perokok menggunakan metode lagrange dialakukan langkah sebagai berikut:

1. Konstruksi Model dengan Melibatkan Variabel Kontrol

Model yang digunakan dalam penelitian ini adalah model interaksi perokok yang awalnya dikembangkan oleh Jung et al. (2018). Dalam penelitian tersebut, model dikonstruksi menjadi subpopulasi yang berpotensi merokok (P), subpopulasi yang merokok secara konvensional (S), subpopulasi perokok elektronik (E), dan subpopulasi yang telah berhenti dari aktivitas merokok (Q). Model ini menggambarkan dinamika interaksi antar subpopulasi tersebut dengan persamaan diferensial berikut:

$$\begin{aligned}\frac{dP(t)}{dt} &= \mu - \beta_1 P(t)S(t) - \mu P(t) \\ \frac{dS(t)}{dt} &= \beta_1 P(t)S(t) + \beta_2 S(t)Q(t) + \alpha E(t) - (\gamma_1 + g + \mu)S(t) \\ \frac{dE(t)}{dt} &= gS(t) - (\alpha + \gamma_2 + \mu)E(t) \\ \frac{dQ(t)}{dt} &= (\gamma_1 + \gamma_2)S(t) - \beta_2 S(t)Q(t) - \mu Q(t)\end{aligned}$$

Subpopulasi yang akan dikontrol dalam penelitian ini adalah subpopulasi perokok konvensional (S) dan subpopulasi perokok elektronik (E). Pengendalian dilakukan dengan tujuan untuk memahami pengaruh variabel kontrol terhadap kedua kelompok perokok tersebut. Pendekatan kontrol yang diterapkan mengacu pada metode yang dikembangkan oleh Hakim (2024), yang mencakup pemberian edukasi kepada individu yang berpotensi merokok untuk mencegah mereka menjadi perokok konvensional ($u_1(t)$) atau perokok elektronik ($u_2(t)$). Selain itu, kampanye dilakukan untuk meningkatkan kesadaran akan manfaat berhenti merokok, baik dari rokok konvensional ($u_3(t)$) maupun elektronik ($u_4(t)$). Berikut sistem persamaan yang diperoleh setelah penambahan variabel kontrol:

$$\begin{aligned}\frac{dP(t)}{dt} &= \mu - (1 - u_1(t))\beta_1 P(t)S(t) - \mu P(t) \\ \frac{dS(t)}{dt} &= (1 - u_1(t))\beta_1 P(t)S(t) + (1 - u_2(t))\beta_2 S(t)Q(t) + \alpha E(t) - (\gamma_1 + g + \mu)S(t) \\ &\quad - u_3(t)S(t) \\ \frac{dE(t)}{dt} &= gS(t) - (\alpha + \gamma_2 + \mu)E(t) - u_4(t)E(t) \\ \frac{dQ(t)}{dt} &= (\gamma_1 + \gamma_2)S(t) - (1 - u_2(t))\beta_2 S(t)Q(t) - \mu Q(t)\end{aligned}$$

Parameter-parameter yang digunakan dalam model sistem persamaan dengan variabel kontrol dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 1. Parameter yang Digunakan

Parameter	Keterangan
μ	Laju kelahiran dan kematian
β_1	Laju seseorang berpotensi untuk aktif dalam merokok secara konvensional
β_2	Laju seseorang kembali aktif merokok secara konvesional setelah berhenti
γ_1	Laju seseorang berhenti dari merokok secara konvesional
γ_2	Laju seseorang berhenti dari merokok elektrik
α	Laju perpindahan dari perokok elektrik menjadi aktifitas merokok kovesional
u	Laju perokok konvesional menjadi perokok elektrik

2. Formulasi Lagrange

Langkah selanjutnya adalah menentukan formulasi lagrange untuk mengurangi atau

meminimalkan jumlah subpopulasi perokok konvensional dan perokok elektrik. Berikut formulasi lagrange yang diperoleh:

a. Fungsi objektif

Fungsi objektif yang akan dimaksimalkan atau diminimalkan dirumuskan dengan melibatkan variabel keadaan (*state variables*) dan variabel kontrol (*control variables*).

$$J(u_1(t), u_2(t), u_3(t), u_4(t)) = \int_0^T [S(t) + E(t) + Au_1^2(t) + Bu_2^2(t) + Cu_3^2(t) + Du_4^2(t)] dt$$

b. Fungsi kendala

Fungsi kendala yang digunakan didasarkan pada model interaksi perokok yang telah ditambahkan pengontrol.

$$\begin{aligned} \frac{dP(t)}{dt} &= \mu - (1 - u_1(t))\beta_1 P(t)S(t) - \mu P(t) \\ \frac{dS(t)}{dt} &= (1 - u_1(t))\beta_1 P(t)S(t) + (1 - u_2(t))\beta_2 S(t)Q(t) + \alpha E(t) - (\gamma_1 + g + \mu)S(t) \\ &\quad - u_3(t)S(t) \\ \frac{dE(t)}{dt} &= gS(t) - (\alpha + \gamma_2 + \mu)E(t) - u_4(t)E(t) \\ \frac{dQ(t)}{dt} &= (\gamma_1 + \gamma_2)S(t) - (1 - u_2(t))\beta_2 S(t)Q(t) - \mu Q(t) \end{aligned}$$

c. Merumuskan fungsi lagrange

Variabel lagrange, seperti $\lambda_1(t)$, $\lambda_2(t)$, $\lambda_3(t)$, dan $\lambda_4(t)$ digunakan untuk menggambarkan sensitivitas fungsi objektif terhadap masing-masing variabel kendala P(t), S(t), E(t), dan Q(t). Dengan demikian, fungsi Lagrangian (L) dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & S(t) + E(t) + Au_1^2(t) + Bu_2^2(t) + Cu_3^2(t) + Du_4^2(t) \\ & + \lambda_1(t) \left(\frac{dP(t)}{dt} - \mu + (1 - u_1(t))\beta_1 P(t)S(t) + \mu P(t) \right) \\ & + \lambda_2(t) \left(\frac{dS(t)}{dt} - (1 - u_1(t))\beta_1 P(t)S(t) - (1 - u_2(t))\beta_2 S(t)Q(t) - \alpha E(t) \right. \\ & \quad \left. + (\gamma_1 + g + \mu)S(t) + u_3(t)S(t) \right) \\ & + \lambda_3(t) \left(\frac{dE(t)}{dt} - gS(t) + (\alpha + \gamma_2 + \mu)E(t) + u_4(t)E(t) \right) \\ & + \lambda_4(t) \left(\frac{dQ(t)}{dt} - (\gamma_1 + \gamma_2)S(t) + (1 - u_2(t))\beta_2 S(t)Q(t) + \mu Q(t) \right) \end{aligned}$$

d. Persamaan euler-lagrange

Untuk mencari nilai optimal dari variabel kontrol $u_1(t)$, $u_2(t)$, $u_3(t)$, dan $u_4(t)$, perlu disusun persamaan Euler-Lagrange untuk setiap $u_i(t)$.

- Turunan Parsial Terhadap $u_1(t)$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u_1} &= 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u_1} &= 2Au_1(t) - \lambda_1(t)\beta_1 P(t)S(t) + \lambda_2(t)\beta_1 P(t)S(t) = 0 \\ 2A u_1(t) &= \lambda_1(t)\beta_1 P(t)S(t) - \lambda_2(t)\beta_1 P(t)S(t) \\ u_1(t) &= \frac{\lambda_1(t) - \lambda_2(t)}{2A} \beta_1 P(t)S(t) \end{aligned}$$

- Turunan Parsial Terhadap $u_2(t)$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u_2} = 0$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u_2} &= 2Bu_2(t) - \lambda_2(t)\beta_2S(t)Q(t) + \lambda_4(t)\beta_2S(t)Q(t) = 0 \\ 2Bu_2(t) &= \lambda_2(t)\beta_2S(t)Q(t) - \lambda_4(t)\beta_2S(t)Q(t) \\ u_2(t) &= \frac{\lambda_2(t) - \lambda_4(t)}{2B}(\beta_2S(t)Q(t))\end{aligned}$$

- Turunan Parsial Terhadap $u_3(t)$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u_3} &= 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u_3} &= 2Cu_3(t) - \lambda_2(t)S(t) = 0 \\ 2Cu_3(t) &= \lambda_2(t)S(t) \\ u_3(t) &= \frac{\lambda_2(t)S(t)}{2C}\end{aligned}$$

- Turunan Parsial Terhadap $u_4(t)$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u_4} &= 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u_4} &= 2Du_4(t) - \lambda_3(t)E(t) = 0 \\ 2Du_4(t) &= \lambda_3(t)E(t)\end{aligned}$$

$$u_4(t) = \frac{\lambda_3(t)E(t)}{2D}$$

e. Menetukan persamaan adjoint

Persamaan adjoint ini digunakan untuk menggambarkan variabel lagrange yang berhubungan dengan variabel keadaan dan kendala sistem. Melalui persamaan ini, kita dapat memperoleh informasi tentang bagaimana perubahan dalam variabel kontrol mempengaruhi dinamika sistem, yang nantinya akan digunakan untuk menentukan fungsi kontrol yang optimal.

- Untuk $\lambda_1(t)$ pada variable $P(t)$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P(t)} = \lambda_1(t) \left(-\mu + (1 - u_1(t))\beta_1S(t) \right) + \lambda_2(t)\beta_1S(t)(1 - u_1(t))$$

Sehingga, persamaan adjoint:

$$-\frac{d\lambda_1(t)}{dt} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P(t)}$$

- Untuk $\lambda_2(t)$ pada variable $S(t)$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial S(t)} &= 1 + \lambda_1(t)(1 - u_1(t))\beta_1P(t) + \lambda_2(t)(1 - u_1(t))\beta_1P(t) - (1 - u_2(t))\beta_2Q(t) \\ &\quad - (\gamma_1 + g + \gamma_2) - u_3(t) + \lambda_3(t)g + \lambda_4(t)(\gamma_1 + \gamma_2) \\ &\quad - (1 - u_2(t))\beta_2Q(t)\end{aligned}$$

Sehingga diperoleh :

$$-\frac{d\lambda_2(t)}{dt} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial S(t)}$$

- Untuk $\lambda_3(t)$ pada variable $E(t)$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial E(t)} = 1 + \lambda_2(t)\alpha + \lambda_3(t)((\alpha + \gamma_2 + \mu) - u_4(t))$$

Sehingga diperoleh :

$$-\frac{d\lambda_3(t)}{dt} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial E(t)}$$

- Untuk $\lambda_4(t)$ pada variable $Q(t)$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Q(t)} = \lambda_2(t)(1 - u_2(t))\beta_2 S(t) - \lambda_4(t)(1 - u_2(t))\beta_2 S(t) + \lambda_4(t)(-\mu)$$

Sehingga diperoleh :

$$-\frac{d\lambda_4(t)}{dt} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Q(t)}$$

f. Menetukan kondisi batas

Kondisi batas untuk multiplikator lagrange umumnya bernilai nol pada waktu akhir $t = T$.

Dengan demikian diperoleh $\lambda_1(T) = \lambda_2(T) = \lambda_3(T) = \lambda_4(T) = 0$.

3. Simulasi Numerik

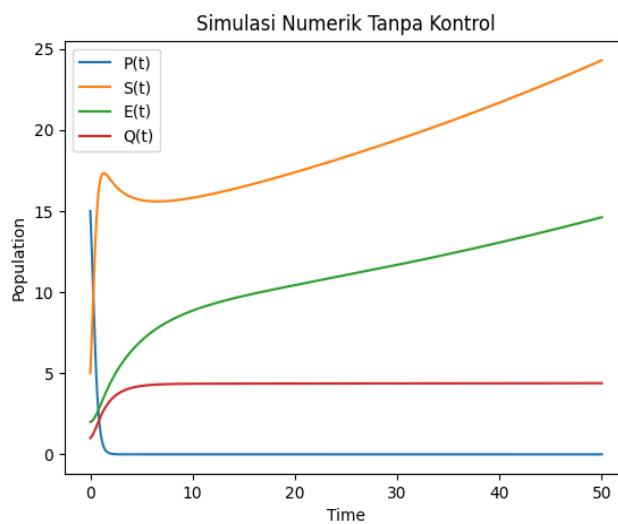
Simulasi numerik dilakukan dengan bantuan *software* Matlab untuk mendukung analisis matematis bahwa variabel kontrol dapat mengurangi subpopulasi perokok konvensional dan elektrik. Simulasi ini juga menggambarkan perilaku solusi model interaksi perokok dengan kondisi awal $P(0) = 15$, $S(0) = 5$, $E(0) = 2$, dan $Q(0) = 1$, serta bobot kontrol $A = 0.5$, $B = 0.25$, $C = 2.5$, dan $D = 0.75$. Kondisi awal dan nilai bobot kontrol tersebut dipilih berdasarkan pendekatan yang diusulkan oleh Hakim (2024), yang mempertimbangkan faktor-faktor seperti menjaga kontrol tetap dalam rentang antara nol dan satu serta memastikan biaya terkendali. Parameter yang digunakan tercantum pada Tabel 2 di bawah ini.

Tabel 2. Nilai Parameter yang Digunakan

Interval Siswa	Keterangan
μ	$\frac{1}{79,8}$
β_1	0,1961
β_2	0,04
γ_1	0,0772
γ_2	0,1008
α	0,0822
g	0,1245

Sumber: Jung et al., (2018)

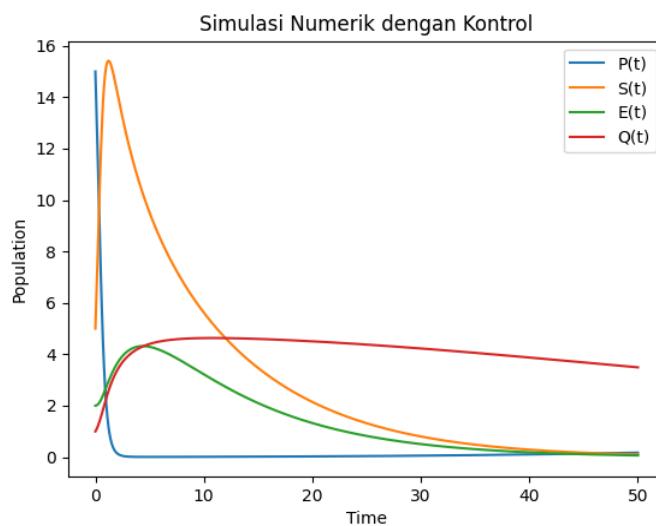
Berikut dilakukan simulasi, namun untuk perbandingan ditampilkan simulasi numerik tanpa kontrol dan simulasi numerik dengan kontrol:



Gambar 2. Simulasi Numerik Tanpa Kontrol

Gambar (2) menunjukkan dinamika perkembangan empat kelompok populasi terkait kebiasaan merokok tanpa intervensi pengendalian. $P(t)$, subpopulasi yang berpotensi merokok,

mengalami penurunan tajam di awal waktu hingga mencapai kestabilan pada level rendah. $S(t)$, yang merepresentasikan subpopulasi perokok konvensional, melonjak tajam di awal, sedikit menurun, lalu perlahan meningkat. $E(t)$, subpopulasi perokok elektrik, mengalami peningkatan signifikan pada awal waktu akibat peralihan ke rokok elektrik dan terus bertambah meskipun laju pertumbuhannya melambat. $Q(t)$, subpopulasi yang telah berhenti merokok, menunjukkan kenaikan cepat di awal hingga akhirnya mencapai kestabilan. Secara keseluruhan, grafik ini menunjukkan bahwa tanpa pengendalian, pertumbuhan beberapa subpopulasi dapat menyebabkan ketidakseimbangan dalam sistem.



Gambar 3. Simulasi Numerik dengan Kontrol

Gambar (3) menggambarkan dinamika populasi setelah diterapkannya intervensi pengendalian melalui variabel kontrol $u_1(t), u_2(t), u_3(t)$, dan $u_4(t)$. Kontrol $u_1(t)$ dan $u_2(t)$ bertujuan untuk mengurangi jumlah perokok konvensional dan elektrik dengan memberikan edukasi kepada individu yang berpotensi merokok, sehingga mereka tidak menjadi perokok konvensional atau elektrik. Sedangkan kontrol $u_3(t)$ dan $u_4(t)$ berfokus pada kampanye untuk mendorong perokok konvensional dan elektrik berhenti merokok. Setelah pengendalian diterapkan, $P(t)$, subpopulasi yang berpotensi merokok, menunjukkan penurunan tajam hingga mencapai nol, yang mencerminkan efektivitas edukasi dalam mencegah mereka menjadi perokok. $S(t)$, jumlah perokok konvensional, menurun secara bertahap, sementara $E(t)$, jumlah perokok elektrik, juga berkurang seiring waktu. $Q(t)$, populasi yang telah berhenti merokok, berkurang perlahan dan stabil pada tingkat rendah. Secara keseluruhan, grafik ini menunjukkan bahwa penerapan pengendalian berhasil menurunkan jumlah perokok dan menciptakan sistem yang lebih stabil.

SIMPULAN

Berdasarkan penelitian yang dilakukan, dapat disimpulkan bahwa penerapan kontrol optimal sangat penting untuk menjaga stabilitas sistem populasi. Tanpa kontrol, populasi pada beberapa variabel cenderung meningkat tanpa batas, yang berpotensi menimbulkan ketidakstabilan dalam sistem. Sebaliknya, dengan penerapan kontrol, semua variabel populasi menunjukkan penurunan secara bertahap, menciptakan kondisi yang lebih terkendali dan seimbang. Keempat subpopulasi yang dianalisis, yaitu subpopulasi yang berpotensi merokok (P), perokok konvensional (S), perokok elektrik (E), dan individu yang telah berhenti merokok (Q), menunjukkan perubahan signifikan setelah penerapan pengendalian. Hasil ini menunjukkan bahwa penggunaan metode lagrange untuk kontrol jumlah perokok melalui edukasi mengenai bahaya merokok dan kampanye berhenti merokok efektif dalam menekan populasi perokok, sehingga mendukung pencapaian tujuan model untuk mengurangi subpopulasi perokok aktif dan meningkatkan jumlah individu yang berhenti merokok.

DAFTAR PUSTAKA

- Azzahra, N. F., Hariyanto, H., & Mardlijah, M. (2022). *Kontrol Optimal Penyebaran COVID-19 Model SEIR di Jakarta. Jurnal Sains dan Seni ITS*, 11(2), A64-A69.

- Hakim, L. (2022). Strategi Kontrol Optimal Model SIQR pada Penyebaran Penyakit Campak. *Leibniz: Jurnal Matematika*, 2(2), 65-76.
- Hakim, L. (2024). Implementasi prinsip Pontryagin dalam masalah kontrol optimal pada model matematika interaksi perokok. *Jurnal Matematika dan Terapan*, 6(1), 31–41. <https://doi.org/10.31605/jomta.v6i1.2993>
- Istiqomah, D. R., Cahyo, K., & Indraswari, R. (2016). Gaya Hidup Komunitas Rokok Elektrik Semarang Vaper Corner. *Jurnal Kesehatan Masyarakat*, 4(2), 203-212.
- Jung, J. H., Park, A., & Jung, I. H. (2018). Qualitative and sensitivity analysis of the effect of electronic cigarettes on smoking cessation. *Computational and mathematical methods in medicine*, 2018(1), 3738584. <https://doi.org/10.1155/2018/3738584>
- Pareallo, K., & Side, S. (2018). Kontrol Optimal pada Model Epidemik SIR Penyakit Demam Berdarah. *Indonesian Journal of Fundamental Sciences*, 4(2).
- Prihatiningsih, D., Devhy, N. L. P., Purwanti, I. S., Bintari, N. W. D., & Widana, A. G. O. (2020). Penyuluhan bahaya rokok untuk meningkatkan kesadaran remaja mengenai dampak buruk rokok bagi kesehatan di smp tawwakal denpasar. *Jurnal Pengabdian Kesehatan*, 3(1), 50-58.
- Purnamasari, L. D., Kiftiah, M., & Yudhi, Y. (2019). KONTROL OPTIMAL PENYEBARAN PENYAKIT GONORE DENGAN MENGGUNAKAN PRINSIP MINIMUM PONTRYAGIN. *Bimaster: Buletin Ilmiah Matematika, Statistika dan Terapannya*, 8(4).
- Pusat Penyakit Tidak Menular Kementerian Kesehatan Republik Indonesia. (n.d.). Perokok aktif di Indonesia tembus 70 juta orang, mayoritas anak muda. Retrieved from <https://p2ptm.kemkes.go.id/informasi-p2ptm/perokok-aktif-di-indonesia-tembus-70-juta-orang-majoritas-anak-muda>
- Resmawan, Eka, M., Nurwan, & Achmad, N. (2020). Analisis Kontrol Optimal Pada Model Matematika Penyebaran Pengguna Narkoba Dengan Faktor Edukasi. *Jurnal Ilmiah Matematika Dan Terapan*, 17(2), 238–248. <https://doi.org/10.22487/2540766x.2020.v17.i2.15201>
- Riauan, M. A., Sari, G. G., Aslinda, C., & Qurniawati, E. F. (2018). Konstruksi Makna Ketergantungan dalam Perilaku Merokok. *Relasi Negara Industri Dan Masyarakat Dalam Perspektif Komunikasi*, 171.
- Rohmani, A., Yazid, N., & Rahmawati, A. A. (2018). Rokok elektrik dan rokok konvensional merusak alveolus paru. In *Prosiding Seminar Nasional Unimus* (Vol. 1).
- Suryati, I., Jafri, Y., Yunere, F., Mulia, A., Arnoval, B., & Pendrito, A. (2019). Penyuluhan Bahaya Suryati, I., Jafri, Y., Yunere, F., Mulia, A., Arnoval, B., & Pendrito, A. (2019). Penyuluhan Bahaya Merokok Bagi Kesehatan Di Kenagarian Simpang Sugiran Kecamatan Guguak Kabupaten 50 Kota. *Jurnal Abdimas Kesehatan Perintis*, 1(1), 15–18.
- Tampubolon, N. R. (2022). Strategi Keberhasilan Berhenti Merokok: Systematic Review. *Jurnal Skolastik Keperawatan*, 8(2), 122-132.