Jurnal MIPA 36 (1): 98-106 (2013)

Jurnal MIPA

http://journal.unnes.ac.id/nju/index.php/JM

ANALISIS METODE KARMARKAR UNTUK MENYELESAIKAN MASALAH PROGRAM LINIER

DR Indriani, H Suyitno✉, Mashuri

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Semarang, Indonesia

Info Artikel

Sejarah Artikel:
Diterima 21 Februari 2013
Disetujui 29 Maret 2013
Dipublikasikan April 2013

Keywords:
Karmarkar method; linier program; simplex method

Abstrak

Penelitian ini bertujuan mengetahui dasar matematis dalam metode Karmarkar, mengetahui penyelesaian masalah program linier dengan metode Karmarkar, serta menganalisis penyelesaian masalah program linier dengan metode simpleks dan metode Karmarkar. Penelitian ini dilakukan dengan studi literatur. Penyelesaian program linier dengan metode Karmarkar, mula-mula harus diubah dalam bentuk kanonik Karmarkar, kemudian diselesaikan dengan metode Karmarkar. Penyelesaian program linier dengan metode Karmarkar dilakukan secara manual dan dengan menggunakan program Matlab, kemudian hasil dari keduanya dilakukan analisis. Kesimpulannya adalah bahwa metode Karmarkar adalah suatu metode titik interior yang menembus dari daerah fisibel untuk mencapai suatu solusi optimum sedangkan metode simpleks bergerak dari titik ekstrim menuju ke penyelesain optimum. Titik interior dilambangkan dengan $\mathrm{x}_0, \mathrm{x}_0 = \left(\frac{1}{n}, \dots, \frac{1}{n}\right)^t$, n banyaknya variabel. Menyelesaikan masalah dengan metode Karmarkar yaitu dengan mengubah bentuk dasar program linier ke bentuk kanonik Karmarkar, dilanjutkan dengan perhitungan iterasi hingga nilai Z minimum (kanonik Karmarkar) kurang dari 0,05. Metode Karmarkar membutuhkan perhitungan yang relatif lebih besar untuk persoalan program linier yang berukuran kecil dan lebih cepat diselesaikan dengan metode simpleks, sedangkan untuk kendala yang lebih besar metode Karmarkar lebih efisien dibandingkan metode simpleks.

Abstract

This research purpose is to determine the basic mathematical Karmarkarmethods, to know the solving linear programs with Karmarkar method, and to analyze the problem solving linear program with the simplex method and Karmarkar method. This research was literature study. The completion of linear programs with Karmarkar method was done manually by using Matlab program, then the results of both was analyzed. The conclusion is the Karmarkar method is a method that penetrates the interior point of the feasible region to achieve an optimum solution while the simplex method moves from the extreme point toward the optimum completion. The interior point is denoted by $x_0, x_0 = \left(\frac{1}{n}, \dots, \frac{1}{n}\right)^t$, *n is the sum of variable. To resolve the problem with the Karmarkar method is to change the basic shape into a canonical form linear program of Karmarkar, it is followed by the calculation of iterations until a minimum value of Z (canonical of Karmarkar) is less than 0,05. Linear programming problems are usually small, Karmarkar method requires the calculation of a relatively larger and more quickly solved by the simplex method. Karmarkar method is faster than the simplex method.*

✉ Alamat korespondensi:
Gedung D7 Lantai 1 Kampus Sekaran,
Gunungpati, Semarang, 50229
E-mail: hhardisunnes@yahoo.com

ISSN 0215-9945

Pendahuluan

Program linier menggunakan suatu model matematis untuk menyelesaikan permasalahan pengalokasian sumber-sumber yang terbatas diantara beberapa aktifitas yang bersaing, dengan cara terbaik yang mungkin dilakukan (Dimyati & Dimyati 1992). Perkembangan masalah program linier memunculkan metode-metode baru untuk menyelesaikannya. Awalnya muncul metode simpleks yang dirasa mampu menyelesaikan masalah yang ada. Metode simpleks merupakan suatuprosedur aljabar iteratif (yang dilakukan secara berulang) yang dimulai dari suatupenyelesaian layak basis awal ke penyelesaian layak basis lainnya sampaidiperoleh penyelesaian optimal. Pada setiap langkah metode simpleks menghasilkan suatu nilai dari fungsi tujuan yang selalu lebih besar (lebih kecil)atau sama dari langkah-langkah sebelumnya (Supranto 2009). Namun, ketika dihadapkan untuk kendala yang banyak dan kompleks, metode simpleks dirasa kurang efisien karena banyaknya iterasi yang dihasilkan sehingga menimbulkan perhitungan waktu yang lama. Kemudian pada tahun 1984 seorang ilmuwan bernama Narendra Karmarkar berhasil menemukan metode baru yang mampu memecahkan masalah program linier yang kompleks dalam waktu yang relatif lebih singkat dibandingkan dengan metode simpleks (Suyitno 2010).

Permasalahan dalam penelitian ini adalah bagaimana dasar teori dari metode Karmarkar, bagaimana menyelesaikan masalah program linier dengan metode Karmarkar, bagaimana analisis perbandingan penyelesaian program linier dengan metode Karmarkar dan metode Simpleks. Tujuan dalam penelitian ini adalah mempelajari dan memahami gagasan metode Karmarkar, memberikan pengantar (dasar matematis) metode Karmarkar, mengetahui penyelesaian masalah program linier dengan metode Karmarkar, serta menganalisis penyelesaian masalah program linier dengan metode simpleks dan metode Karmarkar.

Metode Penelitian

Jenis penelitian ini studi literatur (*library research*) di mana peneliti mempelajari teori-teori yang berhubungan dengan metode Karmarkar untuk menyelesaikan masalah Program Linier. Subyek penelitian adalah metode Karmarkar dan Program Linier. Dalam hal ini difokuskan pada analisis metode Karmarkar untuk menyelesaikan masalah Program Linier. Sumber penelitian ada dua yaitu sumber primer dan sumber sekunder. Sumber data primer adalah buku dan literatur yang berkaitan dengan metode Karmarkar dan Program Linier sedangkan sumber data sekunder adalah beberapa buku, skripsi, dan literatur ilmiah yang mendukung dan berhubungan dengan penelitian ini. Metode yang digunakan adalah metode analisis deskriptif kuantitatif yaitu mendeskripsikan metode Karmarkar untuk menyelesaikan masalah Program Linier dan metode komparatif yaitu membandingkan metode simpleks dengan metode Karmarkar untuk menyelesaikan masalah program linier untuk dicari yang lebih efisien.

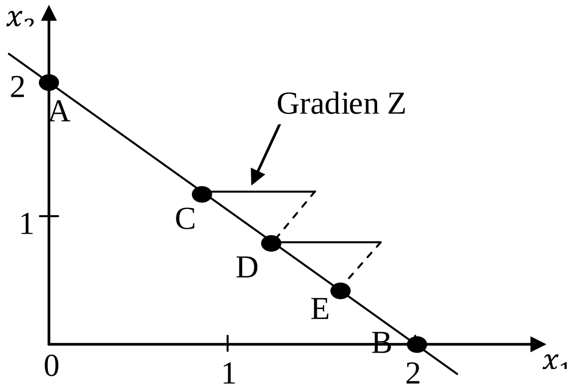
Hasil dan Pembahasan

Metode Karmarkar adalah suatu metode titik interior yang memotong atau menembus interior dari daerah fisibel untuk mencapai suatau solusi optimum. Titik interior yaitu titik-titik yang berada di dalam daerah fisibel (Hillier & Lieberman 1990). Dalam Margaret (2004) telah dibahasr evolusi titik interior dalam optimisasi.Dasar teori metode Karmarkar menggunakan konsep gradien dan proyeksi. Gagasan dasar dari metode Karmarkar dapat dilihat dari contoh permasalahan (1)

Memaksimumkan $Z = x_1$ ....(1)

Kendala $x_1 + x_2 = 2$

$x_1, x_2 \geq 0$



Gambar 1. Penyelesaian program linier dan pergerakan gradien Z

Gambar 1 menggambarkan permasalahan (1). Ruang pemecahan diketahui dengan ruas garis AB dan arah kenaikan Z adalah dalam arah positif x_1.

Jika diamati gradien Z (gradien fungsi tujuan) memaksimumkan $Z = x_1$ pada titik C (titik interior dalam ruang fisibel AB) adalah arah kenaikan yang tercepat dalam Z. Jika ditempatkan satu titik sembarang di sepanjang gradien tersebut kemudian diproyeksikan terhadap ruang fisibel, akan diperoleh titik baru D. Jika diulangi prosedur yang sama di D, akan ditemukan satu titik baru E yang lebih dekat dengan optimum di B. Dapat diperkirakan bahwa jika bergerak dengan sangat hati-hati dalam arah gradien yang diproyeksikan, akan ditemukan titik optimum B. Selain itu, juga dapat dilihat untuk meminimumkan Z (bukan memaksimumkan), prosedur gradien yang diproyeksikan akan menjauh dari titik B ke arah optimum di A ($x_1 = 0$).

Penggunaan metode Karmarkar untuk menyelesaikan masalah program linier harus diubah terlebih dahulu ke dalam bentuk kanonik Karmarkar dan memenuhi beberapa asumsi metode Karmarkar (Bazaraa 2010). Bentuk Kanonik dari metode Karmarkar adalah:

Minimumkan : $Z = f(x) = cx$..(2)

Dengan kendala : $Ax = 0$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$$

$$x \geq 0$$

dengan

x = variabel keputusan

A = matriks $m \times n$ dengan rank m

c = koefisien variabel fungsi tujuan

0 = vektor kolom berukuran m dari 0

Metode Karmarkar dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah-masalah program linier dalam bentuk kanonik Karmarkar, dengan asumsi sebagai berikut :

1. Titik $x_0 = \left(\frac{1}{n}, \dots, \frac{1}{n}\right)^t$ adalah fisibel untuk permasalahan (2);
2. Z minimum = 0.

Pada intinya, semua batasan kendala merupakan persamaan homogen kecuali untuk kendala $\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$ yang merupakan kendala untuk mendefinisikan sebuah simpleks n dimensi. Dengan adanya asumsi 1 dan 2 nampak terlalu membatasi. Namun, permasalahan program linier pada umumnya dapat diubah ke dalam bentuk kanonik Karmarkar melalui teori dualitas dan penambahan variabel buatan (*artificial variable*).

Diberikan masalah program linier seperti berikut:

Maksimum $Z = 3x_1 + x_2$..(3)

Kendala $2x_1 - x_2 \leq 2$

$$x_1 + 2x_2 \leq 5$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Persoalan PL (3) diubah ke dalam bentuk kanonik Karmarkar

Minimumkan: y_{11}

Dengan kendala: $2y_1 - y_2 + y_3 - 2y_{10} = 0$

$$y_1 + 2y_2 + y_4 - 5y_{10} + y_{11} = 0$$

$$2y_5 + y_6 - y_7 - 3y_{10} + y_{11} = 0$$

$$-y_5 + 2y_6 - y_8 - y_{10} + y_{11} = 0$$

$$3y_1 + y_2 - 2y_5 - 5y_6 + 3y_{11} = 0$$

$$\sum_{i=1}^{9} y_i - 15\, y_{10} + 6y_{11} = 0$$

$\sum_{i=1}^{11} y_i = 1$, dan $y \geq 0$

sudah memenuhi bentuk $Ax = 0$ dengan

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -5 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & -1 & 0 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 0 & -2 & -5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -15 & 6 \end{bmatrix}$$

dan bentuk $\sum_{i=1}^{11} y_i = 1$ telah dipenuhi dengan $y \geq 0$.

1. Pada permasalahan ini banyaknya variabel $(n) = 11$ dan banyaknya kendala $(m) = 6$. Daerah fisibelnya berdimensi $(n - m - 1) = (11 - 6 - 1) = 4$.
2. Titik $x_0 = (\frac{1}{n}, \frac{1}{n}, \ldots, \frac{1}{n})^t = (\frac{1}{11}, \frac{1}{11}, \frac{1}{11}, \frac{1}{11}, \frac{1}{11}, \frac{1}{11}, \frac{1}{11}, \frac{1}{11}, \frac{1}{11}, \frac{1}{11}, \frac{1}{11})^t$ adalah solusi fisibel awal.
3. $r = \frac{1}{\sqrt{n(n-1)}} = \frac{1}{\sqrt{11(11-1)}} = \frac{1}{\sqrt{110}}$ dan $\alpha = \frac{(n-1)}{3n} = \frac{11-1}{3\,.\,11} = \frac{10}{33}$

Penyelesaian:

Iterasi 0

Iterasi I

1. Mengambil $k = 0$ sehingga dapat menentukan D_0

$$D_0 = \begin{bmatrix} \frac{1}{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{11} \end{bmatrix}$$

dan solusi awal pada ruang y adalah $y_0 = \left(\frac{1}{11}, \frac{1}{11}, \frac{1}{11}, \frac{1}{11}, \frac{1}{11}, \frac{1}{11}, \frac{1}{11}, \frac{1}{11}, \frac{1}{11}, \frac{1}{11}, \frac{1}{11}\right)^t$

2. Menghitung $\bar{c}$ dan P

$$\bar{c} = cD_0 = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1]$$

$$P = \begin{bmatrix} 0.1818 & -0.0909 & 0.0909 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.1818 & 0 \\ 0.0909 & 0.1818 & 0 & 0.0909 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.4545 & 0.0909 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1818 & 0.0909 & -0.0909 & 0 & 0 & -0.2727 & 0.0909 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0909 & 0.1818 & 0 & -0.0909 & 0 & -0.0909 & 0.0909 \\ 0.2727 & 0.0909 & 0 & 0 & -0.1818 & -0.4545 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.2727 \\ 0.0909 & 0.0909 & 0.0909 & 0.0909 & 0.0909 & 0.0909 & 0.0909 & 0.0909 & 0.0909 & -1.3636 & 0.5455 \\ 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

3. Menghitung gradient yang diproyeksikan Cp

$$Cp = (I - P^t(PP^t)^{-1}P).\bar{c}^t$$

$$= \begin{bmatrix} -0.0009 \\ -0.0018 \\ 0.0017 \\ 0.0061 \\ -0.0001 \\ 0.0007 \\ 0.0007 \\ 0.0034 \\ -0.0135 \\ 0.0008 \\ 0.0027 \end{bmatrix}$$

4. Menghitung y_{new}

$$\alpha.r = \frac{10}{33}.\frac{1}{\sqrt{110}} = 0.0289$$

$$\|Cp\| = 0.0017$$

$$y_{new} = y_0 - \alpha r \frac{Cp}{\|Cp\|}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.0926 \\ 0.0943 \\ 0.0878 \\ 0.0796 \\ 0.0911 \\ 0.0895 \\ 0.0895 \\ 0.0846 \\ 0.1156 \\ 0.0894 \\ 0.0859 \end{bmatrix}$$

5. Mencari titik baru y_{k+1} melalui transformasi invers Karmarkar

$y_1 = \frac{x_{oj} \cdot y_j}{\sum_{r=1}^{n} x_{or} \cdot y_r}, j = 1,2,3 y_{1(1)} = 0.0926$

$y_{1(2)} = 0.0943$

$y_{1(3)} = 0.0878$

$y_{1(4)} = 0.0796$

$y_{1(5)} = 0.0911$

$y_{1(6)} = 0.0895$

$y_{1(7)} = 0.0895$

$y_{1(8)} = 0.0846$

$y_{1(9)} = 0.1156$

$y_{1(10)} = 0.0894$

$y_{1(11)} = 0.0859$ Iterasi I menghasilkan $y_1 =$

$$y_{new} = \begin{bmatrix} 0.0926 \\ 0.0943 \\ 0.0878 \\ 0.0796 \\ 0.0911 \\ 0.0895 \\ 0.0895 \\ 0.0846 \\ 0.1156 \\ 0.0894 \\ 0.0859 \end{bmatrix}$$ dengan nilai $Z = y_{11} = 0.0859 >$ 0,05 maka iterasi dilanjutkan ke proses selanjutnya.

Dengan langkah yang sama, iterasi terus dilanjutkan sampai iterasi ke-7 yang menghasilkan $y_7 = y_{new} = \begin{bmatrix} 0.0989 \\ 0.0974 \\ 0.0513 \\ 0.0427 \\ 0.0760 \\ 0.0739 \\ 0.0412 \\ 0.0390 \\ 0.3609 \\ 0.0759 \\ 0.0427 \end{bmatrix}$ dengan nilai $Z = y_{11} = 0.0427 < 0,05$ maka iterasi dihentikan. Dari iterasi 7, proses perhitungan dapat dihentikan karena nilai $Z = 0.0427 < 0,05$ sehingga diperoleh:

$$x_1 = (Q+1)y_1 = (15+1).\,0.0989 = 1,5824$$
$$x_2 = (Q+1)y_2 = (15+1).\,0.0974 = 1,5584$$
$$Z = 3x_1 + x_2 = 3(1,5824) + 1,5584$$
$$= 4,7472 + 1,5584 = 6,3056$$

Persoalan PL (3) dengan metode simpleks

Maksimum $Z = 3x_1 + x_2 + 0S_1 + 0S_2$

Kendala $2x_1 - x_2 + S_1 = 2$

$x_1 + 2x_2 + S_2 = 5$

$x_1, x_2, S_1, S_2 \geq 0$

Matriks koefisien dari SPL

$$\begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & S_1 & S_2 \end{array}$$
$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Tabel 1 merupakan tabel awal perhitungan simpleks

Tabel 1. Awal perhitungan simpleks

	C_j		3	1	0	0	Kolom Uji
CB	VDB	Q	x_1	x_2	S_1	S_2	
0	S_1	2	2*	-1	1	0	$2 : 2 = 1$
0	S_2	5	1	2	0	1	$5 : 1 = 5$
	Z_j	0	0	0	0	0	$Z = 0$
	$Z_j - C_j$		-3	-1	0	0	

Tabel 2 dan Tabel 3 merupakan proses iterasi simpleks karena $\exists\ Z_j - C_j < 0$

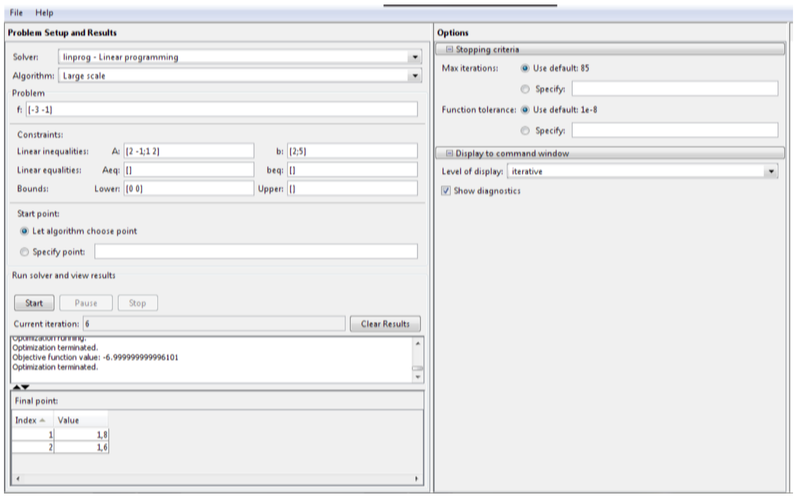
Tabel 2. Iterasi 1 perhitungan simpleks

	C_j		3	1	0	0	Kolom Uji
CB	VDB	Q	x_1	x_2	S_1	S_2	
3	x_1	1	1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$1{:}\left(-\frac{1}{2}\right) = -2$
0	S_2	4	0	$\frac{5}{2}$*	$-\frac{1}{2}$	1	$4{:}\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{8}{5}$
	Z_j	3	3	$-\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	0	$Z = 3(1)+0=3$
	$Z_j - C_j$		0	$-\frac{5}{2}$	$\frac{3}{2}$	0	

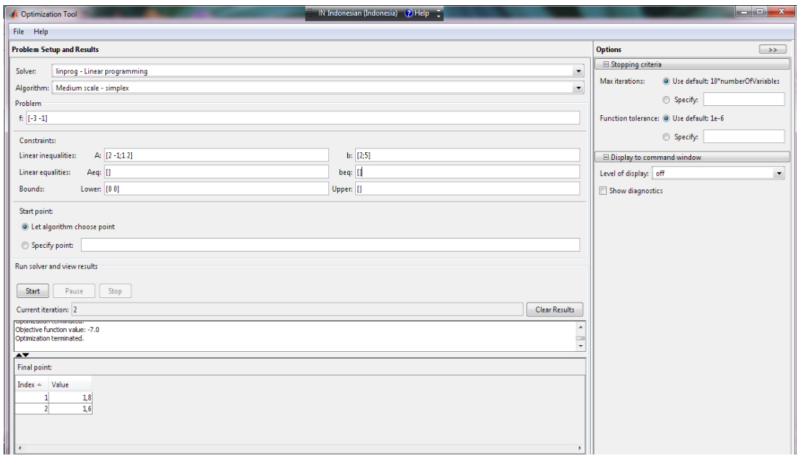
Tabel 3. Iterasi 2 perhitungan simpleks

	C_j		3	1	0	0	Kolom Uji
CB	VDB	Q	x_1	x_2	S_1	S_2	
3	x_1	$\frac{9}{5}$	1	0	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	
1	x_2	$\frac{8}{5}$	0	1	$-\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	
	Z_j	7	3	1	1	1	$Z = 3\left(\frac{9}{5}\right) + \frac{8}{5} = 7$
	$Z_j - C_j$		0	0	1	1	

Karena $\forall\ Z_j - C_j \geq 0$ berarti program sudah optimal di $Z = 7$ pada $x_1 = \frac{9}{5} = 1{,}8$ dan $x_2 = \frac{8}{5} = 1{,}6$.



Gambar 2. *Output* penulisan program linier dan hasil perhitungan dalam Matlab dengan metode Karmarkar



Gambar 3. *Output* penulisan program linier dan hasil perhitungan dalam Matlab dengan metode Simpleks

Pada *output* Gambar 2 terlihatkotak *objective function value*: -6,9999999996101 yang berarti bahwa nilai fungsi tujuan adalah -6,9999 atau dengan kata lain fungsi tujuan mencapai nilai maksimum 7. Pada kotak *final point* terlihat kolom *index* dan kolom *value*. Kolom *index* menyatakan banyaknya variabel dan kolom *value* menyatakan nilai dari setiap variabel. Oleh sebab pada permasalahan 3 terdapat dua variabel maka terlihat banyaknya *index* adalah 2, dengan nilai $x_1 = 1{,}8$ dan$x_2 = 1{,}6$. Selain itu fungsi tujuan dapat tercapai dengan 6 iterasi.

Pada *output* Gambar 3 terlihat bahwa nilai fungsi tujuan adalah -7 atau dengan kata lain fungsi tujuan mencapai nilai maksimum 7 dengan nilai $x_1 = 1{,}8$ dan$x_2 = 1{,}6$. Selain itu fungsi tujuan dapat tercapai dengan dua iterasi.

Berikut ini diberikan permasalahan dengan variabel dan kendala yang cukup banyak yang akan diselesaikan dengan program Matlab:

Minimum $Z = 119x_{11} + 140x_{12} + 29x_{13} + 0x_{14} + 84x_{15} + 87x_{16}+148x_{17} + 154x_{18}+217x_{19} + 261x_{110}+260x_{111} + 229x_{112} + 148x_{21} + 118x_{22}+58x_{23} + 87x_{24}+163x_{25} + 0x_{26} + 61x_{27}+129x_{28} + 192x_{29} + 194x_{210}+235x_{211}+259x_{212}+209x_{31} + 179x_{32} + 119x_{33} + 148x_{34}+136x_{35}+61x_{36}+0x_{37}+96x_{38}+159x_{39} + 261x_{310} + 202x_{311} + 226x_{312} + 383x_{41} + 404x_{42} + 293x_{43}+261x_{44} + 235x_{45} + 194x_{46} + 261x_{47}+165x_{48}+192x_{49}+0x_{410}+185x_{411} + 35x_{412}$

Dengan kendala

$$x_{11}+x_{12}+x_{13}+x_{14}+x_{15}+x_{16}+x_{17}+x_{18}+x_{19}+x_{110}+x_{111}+x_{112}=250$$
$$x_{21}+x_{22}+x_{23}+x_{24}+x_{25}+x_{26}+x_{27}+x_{28}+x_{29}+x_{210}+x_{211}+x_{212}=200$$
$$x_{31}+x_{32}+x_{33}+x_{34}+x_{35}+x_{36}+x_{37}+x_{38}+x_{39}+x_{310}+x_{311}+x_{312}=200$$
$$x_{41}+x_{42}+x_{43}+x_{44}+x_{45}+x_{46}+x_{47}+x_{48}+x_{49}+x_{410}+x_{411}+x_{412}=750$$
$$x_{11}+x_{21}+x_{31}+x_{41}=40$$
$$x_{12}+x_{22}+x_{32}+x_{42}=40$$
$$x_{13}+x_{23}+x_{33}+x_{43}=195$$
$$x_{14}+x_{24}+x_{34}+x_{44}=50$$
$$x_{15}+x_{25}+x_{35}+x_{45}=55$$
$$x_{16}+x_{26}+x_{36}+x_{46}=40$$
$$x_{17}+x_{27}+x_{37}+x_{47}=35$$
$$x_{18}+x_{28}+x_{38}+x_{48}=145$$
$$x_{19}+x_{29}+x_{39}+x_{49}=35$$
$$x_{110}+x_{210}+x_{310}+x_{410}=30$$
$$x_{111}+x_{211}+x_{311}+x_{411}=35$$
$$x_{112}+x_{212}+x_{312}+x_{412}=50$$

Tabel 4. Rekap hasil perhitungan dengan metode Karmarkardan metode Simpleks

Karmarkar		Simpleks	
Variabel	Nilai	Variabel	Nilai
1	40	1	40
2	0	2	0
3	195	3	195
4	50	4	50
5	55	5	55
6	0	6	0
7	0	7	0
8	0	8	0
9	0	9	0
10	0	10	0
11	0	11	0
12	0	12	0
13	0	13	0
14	40	14	40
15	0	15	0
16	0	16	0
17	0	17	0
18	40	18	40
19	0	19	0
20	0	20	0
21	0	21	0
22	0	22	0
23	0	23	0
24	0	24	0
25	0	25	0
26	0	26	0
27	0	27	0
28	0	28	0
29	0	29	0
30	0	30	0
31	35	31	35
32	145	32	145
33	35	33	35
34	0	34	0
35	0	35	0
36	0	36	0
37	0	37	0
38	0	38	0
39	0	39	0
40	0	40	0
41	0	41	0
42	0	42	0
43	0	43	0
44	0	44	0
45	0	45	0
46	30	46	30
47	35	47	35
48	35	48	35

Berdasarkan hasil perhitungan pada Tabel 4, diperoleh nilai yang sama pada setiap variabelnya dan nilai $Z = 46940{,}000023036126$ atau dibulatkan menjadi 46940 dengan iterasi yang dicapai sebanyak 6 kali untuk metode Karmarkar, dan 8 kali untuk metode simpleks. Hal ini menunjukkan bahwa dengan metode Karmarkar permasalahan yang cukup besar dapat diselesaikan dengan metode Karmarkar dengan iterasi yang lebih singkat dibandingkan dengan metode simpleks.

Penutup

Metode Karmarkar adalah suatu metode titik interior yang menembus interior dari daerah fisibel untuk mencapai suatu solusi optimum. Metode Karmarkar dengan transformasi proyektif, dimulai dari dalam himpunan fisibel dan memindahkan sampai menjadi suatu titik optimum, yaitu dengan mentransformasikan titik-

titik awal ke dalam pusat dari daerah fisibel. Menyelesaikan masalah dengan metode Karmarkar yaitu dengan mengubah bentuk dasar program linier ke bentuk kanonik Karmarkar. Kemudian dilanjutkan dengan perhitungan iterasi hingga mencapai nilai Z minimum(kanonik Karmarkar) kurang dari 0,05.Persoalan program linier yang berukuran kecil, metode Karmarkar membutuhkan perhitungan yang relatif lebih besar dan lebih cepat jika diselesaikan dengan metode simpleks sedangkan untuk variabel dan kendala yang cukup besar, metode Karmarkar lebih cepat dibandingkan metode simpleks.

Daftar Pustaka

Bazaraa MS. 2010. *Linier Programming and Network Flows*. Canada: John Wiley & Sons Inc

Dimyati A & Dimyati TT. 1992. *Operations Research Model-Model Pengambilan Keputusan.* Bandung: Sinar Baru Algesindo.

Hillier FS & Lieberman GJ. 1990. *Pengantar Riset Operasi.* Translated by Ellen Gunawan. Jakarta: Erlangga

Margaret HW. 2004. The interior-point revolution in optimization:history, recent developments, and lasting consequences. *J Am Mathe Soc.* 42 (1). 39-56

Supranto J. 2009. *Riset Operasi untuk Pengambilan Keputusan.*Jakarta:Penerbit Universitas Indonesia (UI-Pers).

Suyitno H. 2010. *Program Linier Dengan Penerapannya*. Semarang: Universitas Negeri Semarang