

MODEL VOLATILITAS ARCH(1) DENGAN RETURN ERROR BERDISTRIBUSI SKEWED STUDENT-T

E D Saputri, D B Nugroho[✉], A Setiawan

Prodi Matematika, Fakultas Sains dan Matematika, Universitas Kristen Satya Wacana, Indonesia

Info Artikel

Sejarah Artikel:
Diterima Februari 2016
Disetujui Maret 2016
Dipublikasikan April 2016

Keywords:
distribusi skewed Student-t,
independence-chain
Metropolis-Hastings, kurs
beli, MCMC, model ARCH

Abstrak

Model volatilitas *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (ARCH) lag 1, dimana *return error* berdistribusi *skewed Student-t*, diaplikasikan untuk runtun waktu *return* kurs beli harian *Euro* (EUR) dan *Japanese Yen* (JPY) terhadap *Indonesian Rupiah* (IDR) dari Januari 2009 sampai Desember 2014. Metode *independence chain Metropolis-Hastings* (IC-MH) yang efisien dibangun dalam algoritma *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) untuk memperbarui nilai-nilai parameter dalam model yang tidak bisa dibangkitkan secara langsung dari distribusi *posterior*. Meskipun 95% interval *highest posterior density* dari parameter *skewness* memuat nol untuk semua data pengamatan, tetapi sebagian besar distribusi *posterior*nya berada di daerah negatif, yang mengindikasikan dukungan terhadap distribusi *skewed Student-t*. Selain itu diperoleh nilai derajat kebebasan disekitar 15 dan 18, yang mengindikasikan dukungan terhadap *heavy-tailedness*.

Abstract

Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (ARCH) volatility model of lag 1, where *return error* has a *skewed Student-t* distribution, for the buying rate *Euro* (EUR) and *Japanese Yen* (JPY) to *Indonesian Rupiah* (IDR) from January 2009 to December 2014. An efficient *independence chain Metropolis-Hastings* (IC-MH) method is developed in an algorithm *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) to update the parameters of the model that could not be sampled directly from their *posterior* distributions. Although 95% *highest posterior density* interval from *skewness* parameter contains zero for all the data, most of the *posterior* distribution located in the negative area, indicating support for the *skewed Student-t* distribution into the *return error*. Furthermore the value of degrees of freedom is found around 15 and 18, indicating support for the *heavy-tailedness*.

© 2016 Universitas Negeri Semarang

[✉] Alamat korespondensi:
Jl. Diponegoro 52-60 Salatiga 50711 Jawa Tengah;
E-mail: didit.budinugroho@staff.uksw.edu

PENDAHULUAN

Beberapa studi keuangan telah memperlihatkan bahwa data runtun waktu seperti *return* saham dan *return* kurs (nilai tukar) mata uang asing mempunyai karakteristik utama yaitu *skewness*, *heavy tailedness*, dan pengelompokan volatilitas (simpangan baku). Terkait dengan pengelompokan volatilitas, model yang populer dalam literatur yaitu model ARCH yang pertama kali diperkenalkan oleh Engle (1982).

Studi ini difokuskan pada model volatilitas ARCH lag 1, disingkat ARCH(1), yang dinyatakan dengan persamaan berikut (Tsay 2002):

$$R_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0,1)$$

$$h_t = \omega + \alpha R_{t-1}^2$$

$$h_0 = \frac{\omega}{1 - \alpha}$$

Dengan $\omega > 0$ dan $0 \leq \beta < 1$ untuk menjamin positivitas dan stasioneritas dari variansi (volatilitas kuadrat) h_t (Lo, 2003). Studi ini menggunakan *mean-corrected return* yang didefinisikan seperti berikut:

$$R_t = 100 \times \left[\ln \frac{S_t}{S_{t-1}} - \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \frac{S_t}{S_{t-1}} \right],$$

dimana S_t adalah harga aset pada saat t .

Sebagai suatu pendekatan yang menjanjikan untuk model dengan *heavy-tailedness* dan *skewness* yang fleksibel, distribusi *non-central Student-t* (NCT) dan *skewed Student-t* (SKT) telah didiskusikan berturut-turut oleh Johnson *et al.* (1995) dan Aas & Haff (2006). Saputri *et al.* (2015) telah mempelajari model volatilitas ARCH(1) dengan *return error* berdistribusi NCT. Berbeda dengan itu, studi ini mengasumsikan *return error* berdistribusi SKT. Disini model diestimasi dengan menggunakan metode MCMC. Studi empiris dari model volatilitas dilakukan dengan menggunakan data riil kurs beli EUR dan

JPY terhadap IDR atas periode harian dari Januari 2009 sampai Desember 2014.

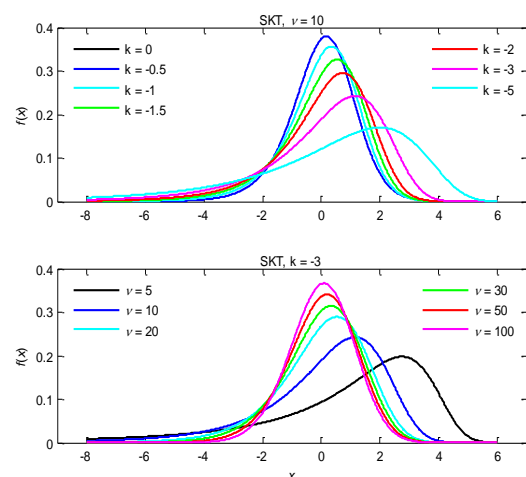
METODE

MODEL ARCH (1) DENGAN RETURN ERROR BERDISTRIBUSI SKT

Salah satu distribusi yang mengakomodasi *flexible skewness* dan *heavy-tailedness* pada *return error* yaitu SKT yang diusulkan oleh Nakajima & Omori (2012), yang dinyatakan seperti berikut:

$$P_{v,\mu} = k(Z_v - \mu_z) \sqrt{Z_v} V,$$

Dimana $v > 2$, $Z_v \sim IG\left(\frac{v}{2}, \frac{v}{2}\right)$, $V \sim N(0,1)$, dan $\mu_z = E[Z_v] = \frac{v}{v-2}$ dengan *IG* menyatakan distribusi *inverse-Gamma*. Ketika $k = 0$, distribusi di atas tereduksi menjadi distribusi Student-*t*. Untuk mengintrepetasikan parameter-parameter (k, v), yaitu hubungan antara *skewness* dan *heavy-tailedness*, plot fungsi kepadatan dari distribusi SKT untuk beberapa nilai parameter k dan v disajikan pada Gambar 1. Semakin kecil nilai k menunjukkan *skewness* yang semakin negatif atau condong ke kiri, dan berlaku sebaliknya. Sementara itu, semakin besar nilai derajat kebebasan v , distribusinya menjadi kurang condong.



Gambar 1. Plot fungsi kepadatan distribusi SKT.

Sekarang model volatilitas ARCH(1) dengan *return error* berdistribusi SKT, disingkat ARCHskt(1), dirumuskan sebagai berikut:

$$R_t = \sqrt{h_t} [k(z_t - \mu_z) + \sqrt{z_t} \xi_t],$$

$$z_t \sim IG\left(\frac{\nu}{2}, \frac{\nu}{2}\right), \xi_t \sim N(0,1)$$

$$h_t = \omega + \alpha R_{t-1}^2$$

$$h_0 = \frac{\omega}{1 - \alpha}.$$

Ketika $k = 0$, model di atas tereduksi ke model ARCH(1) dengan *returns error* berdistribusi *Student-t*, yang telah dianalisis oleh Safrudin *et al.* (2015).

Metode MCMC untuk Model ARCHskt(1)

Dinotasikan $\mathbf{R} = (R_0, R_1, \dots, R_T)$, $\mathbf{z} = (z_0, z_1, \dots, z_T)$, dan $\mathbf{h} = (h_0, h_1, \dots, h_T)$. Distribusi *posterior* gabungan untuk model ARCHskt(1) dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$p(\omega, \alpha, k, \nu, \mathbf{z}|\mathbf{R}) = p(\mathbf{R}|\omega, \alpha, k, \nu) \times p(\mathbf{z}|\nu)$$

$$\times p(\omega, \alpha, k, \nu)$$

$$\propto \prod_{t=0}^T \frac{1}{\sqrt{h_t z_t}} \exp\left\{-\frac{\left[R_t - k\sqrt{h_t}\left(z_t - \frac{\nu}{\nu-2}\right)\right]^2}{2h_t z_t}\right\}$$

$$\times \prod_{t=0}^T \left[\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)\right]^{-1} z_t^{-\frac{\nu}{2}-1} \exp\left\{-\frac{\nu}{2z_t}\right\}$$

$$\times p(\omega, \alpha, k, \nu)$$

dengan $p(\mathbf{R}|\omega, \alpha, k, \nu)$ merupakan fungsi *likelihood* dan $p(\omega, \alpha, k, \nu)$ merupakan distribusi *prior* gabungan dari parameter model. Mengikuti kesepakatan umum, ditetapkan *prior* sebagai berikut:

$$\omega \sim \exp(\lambda), \beta \sim \text{beta}(A_\beta, B_\beta)$$

$$k \sim N(m_k, V_k), \nu \sim G(A_\nu, B_\nu).$$

Algoritma MCMC untuk membangkitkan nilai-nilai acak parameter dari distribusi *posterior*

untuk model ARCHskt(1) dikerjakan berdasarkan langkah-langkah berikut:

1. Inisialisasi $\omega_0, \alpha_0, \nu_0, \mathbf{z}_0$.
2. Membangkitkan nilai acak $\omega|\alpha, \nu, k, \mathbf{z}, \mathbf{R}$,
3. Membangkitkan nilai acak $\alpha|\omega, \nu, k, \mathbf{z}, \mathbf{R}$,
4. Membangkitkan nilai acak $k|\alpha, \omega, \nu, \mathbf{z}, \mathbf{R}$,
5. Membangkitkan nilai-nilai acak $\mathbf{z}|\alpha, \omega, \nu, \mathbf{R}$,
6. Membangkitkan nilai acak $\nu|\alpha, \omega, k, \mathbf{z}, \mathbf{R}$,

yang dijelaskan berikut ini.

Langkah 0:

Nilai-nilai awal yang ditetapkan untuk parameter yaitu

$$\omega_0 = 0,1, \alpha_0 = 0,1, \nu_0 = 20, z_0 = IG\left(\frac{\nu_0}{2}, \frac{\nu_0}{2}\right).$$

Langkah 1:

Dengan hanya memperhatikan parameter ω pada distribusi *posterior* gabungan, log *posterior* untuk parameter ω dinyatakan sebagai berikut:

$$F(\omega) = \ln p(\omega|\alpha, \nu, k, \mathbf{z}, \mathbf{R})$$

$$\propto -\frac{1}{2} \ln \omega - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \ln(\omega + \alpha R_{t-1}^2) - \frac{1-\alpha}{2\omega z_0} R_0^2$$

$$+ \sqrt{\frac{1-\alpha}{\omega}} \left(1 - \frac{\nu}{(\nu-2)z_0}\right) k R_0$$

$$+ \sum_{t=1}^T \left[-\frac{R_t^2}{2(\omega + \alpha R_{t-1}^2)z_t} \right.$$

$$\left. + \frac{k R_t}{\sqrt{\omega + \alpha R_{t-1}^2}} \left(1 - \frac{\nu}{(\nu-2)z_t}\right) \right]$$

$$- \lambda \omega.$$

Dalam hal ini, karena *posterior* ω tidak mengikuti suatu distribusi tertentu, maka parameter ω dibangkitkan dengan menggunakan metode IC-MH dengan melakukan beberapa tahapan sebagai berikut (Tierney, 1994):

Tahap 1: membangkitkan proposal $\omega^* \sim N_{(0,1]}(m_{\omega^*}, V_{\omega^*})$.

Tahap 2: menghitung rasio probabilitas penerimaan $r(\omega^*, \omega) = \frac{p(\omega^*|\alpha, \mathbf{R})}{p(\omega|\alpha, \mathbf{R})}$.

Tahap 3: membangkitkan $u \sim U(0,1)$.

Tahap 4: jika $u < \min\{1, r(\omega^*, \omega)\}$, maka proposal diterima, jika tidak maka proposal ditolak.

Dalam kasus ini, m_{ω^*} dan V_{ω^*} ditentukan menggunakan metode yang didasarkan pada tingkah laku distribusi di sekitar modus (Albert 2009). Dicari m_{ω^*} sedemikian sehingga $F'(m_{\omega^*}) = 0$ dan selanjutnya dihitung $V_{\omega^*} = -[\min\{-10^{-4}, F''(m_{\omega^*})\}]^{-1}$.

Langkah 2:

Berdasarkan distribusi *posterior* gabungan, log *posterior* untuk parameter α dinyatakan sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 F(\alpha) &= \ln p(\alpha | \omega, \nu, k, \mathbf{z}, \mathbf{R}) \\
 &\propto -\frac{1}{2} \ln(1 - \alpha) - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \ln(\omega + \alpha R_{t-1}^2) \\
 &\quad - \frac{1 - \alpha}{2\omega z_0} R_0^2 \\
 &\quad + \sqrt{\frac{1 - \alpha}{\omega}} \left(1 - \frac{\nu}{(\nu - 2)z_0} \right) k R_0 \\
 &\quad + \sum_{t=1}^T \left[-\frac{R_t^2}{2(\omega + \alpha R_{t-1}^2)z_t} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{k R_t}{\sqrt{\omega + \alpha R_{t-1}^2}} \left(1 - \frac{\nu}{(\nu - 2)z_t} \right) \right] + (A_\alpha - 1) \ln \alpha \\
 &\quad + (B_\alpha - 1) \ln(1 - \alpha).
 \end{aligned}$$

Karena *posterior* α tidak mengikuti suatu distribusi tertentu, maka parameter α dibangkitkan dengan menggunakan metode IC-MH seperti pada pembangkitan parameter α .

Langkah 3:

Berdasarkan distribusi *posterior* gabungan, log *posterior* untuk parameter k dinyatakan sebagai berikut:

$$F(k) = \ln p(k | \omega, \alpha, \nu, \mathbf{z}, \mathbf{R})$$

$$\propto \left(-\frac{1}{2} \sum_{t=0}^T \frac{A_t^2}{B_t} - \frac{1}{2V_k} \right) k^2 + \left(\sum_{t=0}^T \frac{A_t R_t}{B_t} + \frac{m_k}{V_k} \right) k,$$

dengan $A_t = \sqrt{h_t}(z_t - \mu_z)$ dan $B_t = h_t z_t$. Dalam kasus ini, parameter k dapat dibangkitkan secara langsung dari distribusi normal, yaitu $k \sim N(M_k, W_k)$, dimana:

$$W_k = \left(\sum_{t=0}^T \frac{A_t^2}{B_t} - \frac{1}{2V_k} \right)^{-1}$$

dan

$$M_k = W_k \left(\sum_{t=0}^T \frac{A_t R_t}{B_t} + \frac{m_k}{V_k} \right).$$

Langkah 4:

Berdasarkan distribusi *posterior* gabungan, log *posterior* untuk parameter ν dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 F(\nu) &= \ln p(\nu | \omega, \alpha, k, \mathbf{z}, \mathbf{R}) \\
 &\propto \sum_{t=0}^T -\frac{1}{2h_t z_t} \left[R_t - k \sqrt{h_t} \left(z_t - \frac{\nu}{\nu - 2} \right) \right]^2 + \frac{\nu}{2} T \ln \frac{\nu}{2} \\
 &\quad - T \ln \Gamma \left(\frac{\nu}{2} \right) - \frac{\nu}{2} \sum_{t=0}^T \left[\ln(z_t) + \frac{1}{z_t} \right] \\
 &\quad + (A_\nu - 1) \ln \nu - B_\nu \nu.
 \end{aligned}$$

Dalam kasus ini, *posterior* untuk parameter ν tidak mengikuti suatu distribusi tertentu. Karena itu, parameter ν dibangkitkan dengan menggunakan metode IC-MH dengan proposalnya adalah $\nu^* \sim N_{[3,40]}(m_{\nu^*}, V_{\nu^*})$.

Langkah 5:

Berdasarkan distribusi *posterior* gabungan, *posterior* untuk parameter z_t dinyatakan sebagai berikut:

$$p(z_t) = f_{IG}(A, B_t) \times g(z_t | \omega, \alpha, k, \nu, R_t),$$

dimana

$$A_t = \frac{\nu + 1}{2},$$

$$B_t = -\frac{1}{2h_t z_t} [R_t^2 - 2kR_t\sqrt{h_t}(z_t - \mu_z) + k^2 h_t (z_t - \mu_z)^2],$$

$$g(z_t | \cdot) = \frac{kR_t}{\sqrt{h_t}} - \frac{1}{2}k^2 z_t + k^2 \mu_z z_t.$$

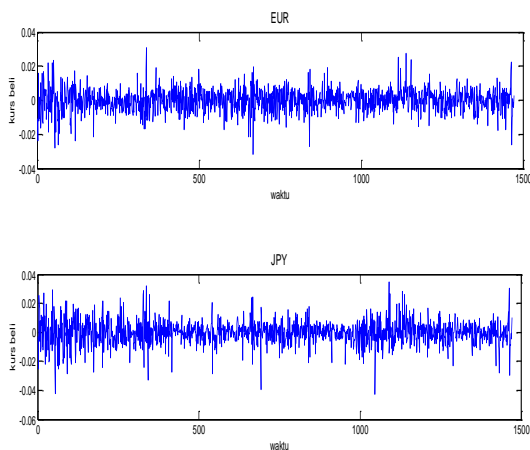
Karena *posterior* z_t tidak mengikuti suatu distribusi tertentu, maka parameter z_t dibangkitkan menggunakan metode IC-MH dengan proposalnya yaitu $z_t^* \sim IG(A, B_t)$ dan rasio penerimaannya yaitu

$$r(z_t^*, z_t) = \frac{g(z_t^* | \omega, \alpha, k, \nu, R_t)}{g(z_t | \omega, \alpha, k, \nu, R_t)}$$

HASIL DAN PEMBAHASAN

Data yang diamati

Model ARCHskt(1) dan algoritma MCMC diaplikasikan pada data *return* harian kurs beli EUR dan JPY terhadap IDR atas periode Januari 2009 sampai Desember 2014 seperti yang digunakan oleh Saputri *et al.* (2015). Dari uji normalitas Jarque-Bera dan uji autokorelasi Ljung-Box diperoleh informasi bahwa *return* harian untuk kedua data adalah berdistribusi tak normal dan tidak berautokorelasi sesuai dengan asumsi model. Plot *return* untuk kedua data pengamatan ditampilkan pada Gambar 2.

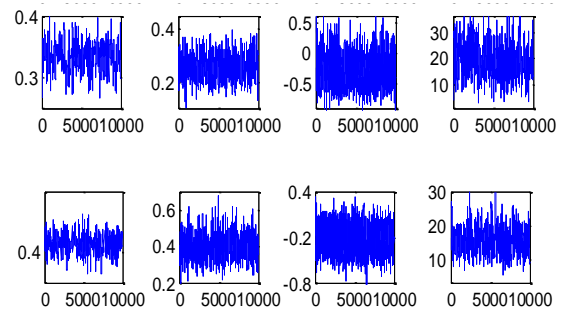


Gambar 2. Plot *return* harian kurs beli EUR (atas) dan JPY (bawah) terhadap IDR atas periode Januari 2009 sampai Desember 2014.

Estimasi Parameter

Algoritma MCMC dikerjakan dengan membangkitkan sebanyak 15000 nilai acak untuk setiap parameter, dimana 5000 nilai acak pertama dihilangkan dan sisanya disimpan sebagai keluaran MCMC. Selanjutnya, nilai acak yang disimpan digunakan untuk menghitung rerata *posterior*, *standard deviation* (SD), 95% *highest posterior density* (HPD) *interval*, yang diestimasi menggunakan metode dari Chen & Shao (1999), dan *integrated autocorrelation time* (IACT). IACT ditafsirkan sebagai banyaknya iterasi MCMC yang diperlukan untuk menghasilkan nilai-nilai acak yang saling bebas (lihat Geweke 1992 untuk pengestimasiannya).

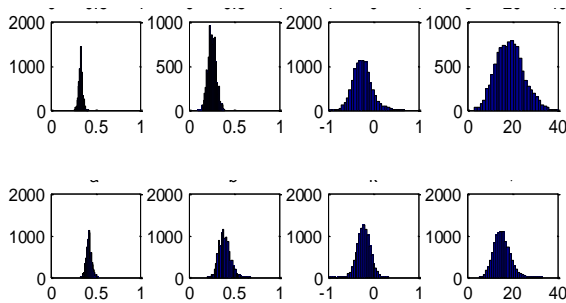
Tabel 1 menyajikan ringkasan hasil simulasi *posterior* dari parameter-parameter dalam model ARCHskt(1). Berdasarkan Tabel 1, nilai-nilai IACT yang diperoleh mengindikasikan bahwa metode MCMC yang dikonstruksi untuk setiap parameter adalah sangat efisien. Ini juga bisa dilihat dari plot *posterior* yang ditampilkan dalam Gambar 3, dimana nilai-nilai setiap parameter berfluktuasi di sekitar rerata *posterior*.



Gambar 3. Plot nilai-nilai parameter ω, α, k, ν (dari kiri ke kanan) yang dibangkitkan pada model V-ARCHskt(1) untuk kurs beli JPY (atas) dan EUR (bawah) terhadap IDR atas periode Januari 2009 hingga Desember 2014.

Merujuk pada parameter distribusi SKT, nilai parameter derajat kebebasan ν ditemukan berada di sekitar 18 untuk data EUR dan sekitar 15 untuk data JPY. Hal ini membuktikan bahwa distribusi *return error* mempunyai ekor yang tebal (*heavier-tail*) daripada normal.

Untuk parameter k , diketahui bahwa 95% interval HPD memuat nol. Faktanya, sebagian besar nilai k berada di daerah negatif seperti yang ditunjukkan pada Gambar 4, yang mengindikasikan adanya bukti dukungan terhadap distribusi SKT daripada distribusi normal, *Student-t*, dan NCT untuk *return error* pada semua data pengamatan. Hasil ini juga didukung oleh uji Kolmogorov–Smirnov (KS test) yang ditampilkan pada Tabel 2, artinya bahwa asumsi distribusi SKT ditolak untuk semua data.



Gambar 4. Histogram distribusi *posterior* untuk parameter ω, α, k, ν (dari kiri ke kanan) dari ARCHskt(1) untuk kurs beli EUR (atas) dan JPY (bawah) terhadap IDR atas periode Januari 2009 hingga Desember 2014.

Tabel 1. Ringkasan estimasi model ARCHskt(1).

Parameter	a	b	k	ν
Data: <i>Return</i> kurs beli EUR terhadap IDR				
Rerata	0,335	0,255	-0,244	18,893
SD	0,022	0,044	0,210	6,042
LB	0,292	0,173	-0,685	7,919
UB	0,378	0,340	0,172	31,322
IACT	49,2	22,0	13,4	46,7
Waktu komputasi: 550,1230 (detik)				
Data: <i>Return</i> kurs beli JPY terhadap IDR				
Rerata	0,427	0,394	-0,210	15,419
SD	0,029	0,061	0,143	3,606
LB	0,374	0,285	-0,487	8,376
UB	0,490	0,515	0,076	22,239
IACT	34,3	23,6	7,2	45,2
Waktu komputasi: 512,8559 (detik)				

Tabel 2. Ringkasan hasil uji KS untuk *error* ξ_t .

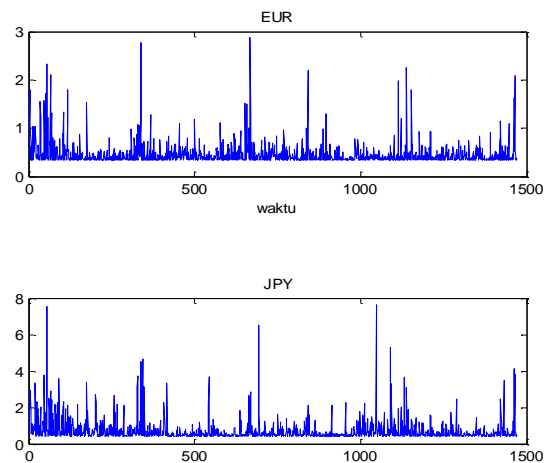
Data	D	p -value	Keterangan
EUR	0,1366	0,0000	<i>Student-t</i>
JPY	0,1013	0,0000	<i>Student-t</i>

Lebih lanjut, variansi (volatilitas kuadrat) ARCHskt(1) untuk *return* kurs beli EUR dan JPY terhadap IDR atas periode Januari 2009 sampai Desember 2014 berturut-turut dinyatakan seperti berikut:

$$h_t = 0,335 + 0,255R_{t-1}^2,$$

$$h_t = 0,427 + 0,394R_{t-1}^2.$$

Runtun waktu variansi *return* untuk kedua data pengamatan ditampilkan dalam Gambar 5.



Gambar 5. Plot runtun waktu variansi untuk *return* kurs beli EUR (atas) dan JPY (bawah) terhadap IDR atas periode Januari 2009 sampai Desember 2014 pada model ARCHskt(1).

SIMPULAN

Studi ini menyajikan metode MCMC yang efisien untuk mengestimasi model ARCHskt(1). Hasil empiris dengan menggunakan data *return* harian kurs beli JPY dan EUR terhadap IDR atas periode Januari 2009 sampai Desember 2014 menunjukkan adanya bukti dukungan dalam penggunaan distribusi SKT untuk *return error* pada semua data pengamatan yang diindikasikan oleh sebagian besar distribusi *posterior*

parameter *skewness k* berada pada daerah negatif dan nilai derajat kebebasannya cukup kecil.

DAFTAR PUSTAKA

- Aas, K., & Haff, I. H. (2006). The generalized hyperbolic skew Student's t-distribution, *Journal of Financial Econometrics*, **4**, 275–309.
- Albert, J. (2009). *Bayesian computation with R* (2nd ed.). Springer.
- Chen, M. H., & Shao, Q. M. (1999). Monte Carlo estimation of Bayesian credible and HPD intervals. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, **8**, 69–92.
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of The United Kingdom Inflation. *Journal of Econometrica*, **50** (4), 987-1007.
- Geweke, J. (1992). *Evaluating the accuracy of sampling-based approaches to the calculation of posterior moments* dalam Bayesian Statistics 4 (eds. J. M. Bernardo, J. O. Beger, A. P. Dawid dan A. F. M. Smith), 169–194.
- Johnson, N. L., Kotz, S. & Balakrishnan, N. (1995). *Continuous Univariate Distributions* (2nd ed.). John Wiley & Sons.
- Lo, M. S. (2003). *Generalized autoregressive conditional hetroscedastic time series model*. A project submitted in partial fulfillment of requirements for degree of master of science, Simon Fraser University.
- Nakajima, J., & Omori, Y. (2012). Stochastic volatility model with leverage and asymmetrically heavy-tailed error using GH skew Student's t-distribution. *Comput. Stat. Data Anal.*, **56**, 3690–3704.
- Safrudin, I. M, Nugroho, D. B, & Setiawan, A. (2015). Estimasi MCMC untuk *return* volatility dalam model ARCH dengan *return error* berdistribusi Student-t. *Prosiding Sendika Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika*, FKIP UMP, 34–39.
- Saputri, E. D, Nugroho, D. B, & Setiawan, A. (2015). Model volatilitas ARCH(1) dengan *returns error* berdistribusi *non-central Student-t*. *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika*, FMIPA UNY, 233–240.
- Tierney, L. (1994). Markov chain for exploring posterior distributions. *Annals of Statistics*, **22** (4), 1701–1762.
- Tsay, R. S. (2002). *Analysis of financial time series* (2nd ed.). John Wiley & sons.

