

PERCOBAAN OSILASI BANDUL FISIS BENTUK SEDERHANA SEBAGAI TUGAS PROYEK PENELITIAN PADA MATERI MOMEN INERSIA DI SMA

S. Khanafiyah*

Jurusan Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Semarang (Unnes), Semarang, Indonesia, 50229

Diterima: 1 Oktober 2010, Disetujui: 1 November 2010, Dipublikasikan: Januari 2011

ABSTRAK

Percobaan ayunan bandul fisis bertujuan untuk menentukan suatu besaran fisis, misalnya percepatan gravitasi bumi atau momen inersia pusat massa suatu benda. Dasar dari percobaan ini adalah terjadinya getaran harmonis pada benda yang berosilasi dengan amplitudo kecil, sehingga mempunyai periode yang nilainya tergantung pada besarnya momen inersia. Tiga macam percobaan osilasi bandul fisis dengan bentuk sederhana telah dilakukan, yaitu dengan bentuk sembarang, batang tipis dan cakram. Hasil percobaan menunjukkan bahwa pada percobaan ayunan bandul fisis, grafik antara kuadrat periode dengan variabel bebas adalah linier. Dengan demikian dapat dibuktikan adanya faktor momen inersia pusat massa yang besarnya tertentu. Dengan demikian percobaan ini dapat memperdalam pemahaman tentang momen inersia benda, dan dapat dijadikan sebagai materi pengayaan.

ABSTRACT

Physical oscillation experiments aimed to determine a physical quantity such as gravity acceleration or centre of mass inertia. The experiment based on harmonic vibration caused by a small amplitude particle oscillation, such that the period depends on its inertia moment. The experiment was done using three kinds of pendulums, such as arbitrary shape, thin rod and disc. The results show that in physical oscillation experiment, the graph of free variables of squared period is linear. This proves the existence of a centre mass inertia moment factor. This experiment can be used to deepen the understanding on moment inertia.

© 2009 Jurusan Fisika MIPA UNNES, Semarang

Keywords: physical oscillation; inertia moment; centre mass; inertia moment

PENDAHULUAN

Di dalam kurikulum 2004, momen inersia adalah salah satu materi yang diajarkan pada kelas XI semester 2. Berdasarkan kurikulum 2004 tersebut, fungsi mata pelajaran fisika antara lain adalah mengembangkan kemampuan berfikir analisis, induktif dan deduktif dengan menggunakan konsep dan prinsip fisika untuk menjelaskan berbagai peristiwa alam dan menyelesaikan masalah secara kualitatif maupun kuantitatif (Foster, 2006).

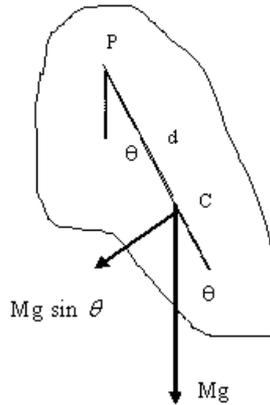
Salah satu kegiatan yang dapat membantu meletakkan fungsi mata pelajaran fisika tersebut adalah pemberian tugas atau proyek penelitian kepada siswa yang dikerjakan secara berkelompok maupun perseorangan. Berikut ini adalah contoh dari pelaksanaan proyek penelitian yang berkaitan dengan materi momen inersia, dengan menggunakan peralatan yang sederhana. Implementasi pada raket dan base ball menyatakan bahwa besar daya intrinsik dan kecepatan ayun memberi kontribusi kuat pada nilai momen inersia (Cross & Nathan, 2009).

Semua benda tegar yang digantungkan sehingga benda dapat berayun dalam bidang vertikal terhadap

sumbu yang melalui benda tersebut, dinamakan bandul fisis. Bandul fisis merupakan perluasan dari bandul sederhana, yang hanya terdiri dari tali tak bermassa yang digantungi sebuah partikel tunggal. Pada kenyataannya semua benda yang berayun adalah bandul fisis (Halliday, 1991). Selanjutnya, pada dinosaurus nilai momen inersia ditentukan oleh penampilan teropod yang bergantung pada punggung dan ekor sehingga dapat lari cepat (Carrier, *et al.*, 2001). Penelitian inersia juga dilakukan oleh Moon, *et al.* (2002) menyatakan bahwa penambahan momen inersia pada leher ular menentukan kecepatan bergerak dan memiliki daerah kerja tetap pada temperatur dan frekuensi tertentu.

Seperti ditunjukkan pada Gambar 1, yang dipilih sebagai bandul fisis adalah benda pipih dengan bentuk tak beraturan, misal papan tripleks yang digergaji, kemudian dipasak pada sumbu tanpa gesekan, yang melalui P. Benda dalam posisi seimbang, jika dalam keadaan pusat massa benda C terletak vertikal di bawah P. Jarak dari pasak ke pusat massa adalah d , momen kelembaman (momen inersia) benda terhadap sumbu yang melalui pasak adalah I dan massa benda adalah M . Jika benda disimpangkan dari posisi seimbang sebesar sudut, maka torsi pemulih dalam keadaan simpangan sudut yang disebabkan oleh komponen tangensial gaya gravitasi adalah

*Alamat korespondensi
Jl. Kendeng IV/28 Semarang
Telp.: (024) 8411402, Mobile Phone: 081325586149
E-mail: sitikhafiyah@yahoo.com



Gambar 1. Skema analisis gaya-gaya yang bekerja pada bandul fisis yang berupa benda pipih dengan pusat massa

Jika simpangan sudut kecil, maka berlaku pendekatan yang sangat baik $\sin \theta \approx \theta$ sehingga untuk amplitudo kecil, torsi pemulih dapat dituliskan sebagai

$$Mgd \theta \quad (2)$$

Jika I adalah momen inersia dan $\frac{d^2 \theta}{dt^2}$ adalah percepatan sudut, maka berlaku persamaan gerak

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{Mgd}{I} \theta = 0 \quad (3)$$

Persamaan (3) adalah persamaan getaran harmonis sudut sederhana dengan penyelesaian

$$\theta = \theta_0 \sin \omega t + \phi_0 \quad (4)$$

atau

$$\theta = \theta_0 \cos \omega t + \phi_0 \quad (5)$$

Besarnya frekuensi sudut adalah

$$\omega = \sqrt{\frac{Mgd}{I}} \quad (6)$$

Jadi periode bandul fisis yang beresilasi dengan amplitudo kecil adalah

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{Mgd}} \quad (7)$$

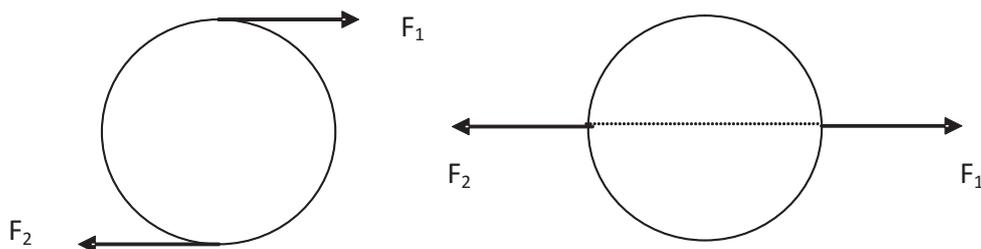
dengan T , I , M , dan g secara berurutan adalah periode, momen inersia, massa benda, percepatan gravitasi bumi, dan jarak dari pusat massa sampai pasak (P).

Ada hubungan sederhana yang sangat penting antara momen inersia rotasi benda terhadap sembarang sumbu I dengan momen inersia rotasinya yang sejajar dengan itu, yang melalui pusat massa benda I_{pm} . Jika M adalah massa benda dan h adalah jarak antara kedua sumbu, maka berlaku hubungan

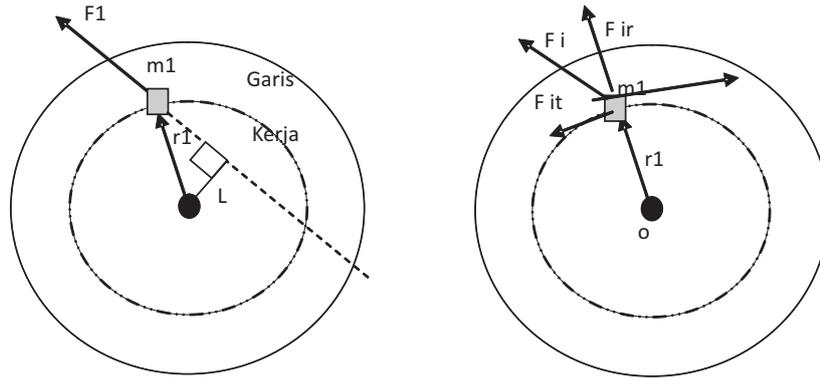
$$I = I_{pm} + Mh^2 \quad (8)$$

dengan I_{pm} adalah momen inersia pusat massa. Sementara, penerapan momen inersia pada kegiatan lari manusia bergantung pada momen rotasi dan gaya yang bekerja pada lengan kaki, sehingga dapat bergerak lebih cepat (Lee, *et al.*, 2001).

Suatu benda juga dapat berayun dengan frekuensi tertentu jika benda tersebut dalam posisi setimbang labil. Pada Gambar 2(a) sebuah cakram yang diam mendatar pada permukaan horizontal, dibuat berputar oleh gaya F_1 dan F_2 yang bekerja pada tepi cakram. Kedua gaya yang sama tersebut jika dikerjakan sedemikian sehingga garis kerjanya melalui pusat cakram, seperti pada Gambar 2(b) tidak akan menyebabkan cakram berputar. Jadi untuk membuat suatu benda dapat berputar, lokasi titik tangkap gaya-gaya adalah penting. Jarak tegak lurus antara garis kerja sebuah gaya dan sumbu rotasi dinamakan lengan/gaya tersebut. Hasil kali sebuah gaya dengan lengannya dinamakan torsi. Torsi yang diberikan oleh suatu gaya kepada sebuah benda adalah besaran yang mempengaruhi kecepatan angular benda tersebut.



Gambar 2. (a) Skema cakram berputar disebabkan gaya F_1 dan F_2 , dan (b) Skema cakram tidak berputar diakibatkan kesetimbangan gaya F_1 dan F_2 .



Gambar 3. (a) skema analisis gaya F_1 yang bekerja pada partikel ke i , dan (b) skema analisis Gaya F_1 diuraikan menjadi dua komponen, yaitu $F_{ir} = F_1 \cos \theta$ sepanjang garis radial r_i , dan $F_{it} = F_1 \sin \theta$ tegak lurus garis radial.

Gambar 3.(a) menunjukkan sebuah gaya F_1 yang bekerja pada partikel ke i pada sebuah cakram. Lengan gaya ini adalah $r_i \sin \theta$ dengan θ adalah sudut antara gaya F_1 dengan vektor posisi r_i ke titik tangkap gaya. Torsi yang dilakukan gaya F_1 terhadap sumbu O dapat ditulis

$$\tau_i = m_i r_i^2 \alpha \quad (9)$$

Jika torsi untuk semua partikel dalam benda dijumlahkan, maka didapatkan

$$\tau_{neto} = \sum_i m_i r_i^2 \alpha \quad (10)$$

Besaran τ_{neto} adalah torsi netto yang bekerja pada benda, yang selanjutnya dinyatakan dengan τ_{neto} . Untuk benda tegar, besarnya percepatan angular untuk semua partikel dalam benda adalah sama, sehingga persamaan (10) dapat ditulis

$$\tau_{neto} = \sum_i m_i r_i^2 \alpha \quad (11)$$

Besaran $\sum_i m_i r_i^2$ adalah sifat benda terhadap sumbu rotasi, yang dinamakan momen inersia I dan dirumuskan dalam persamaan (12)

$$I = \sum_i m_i r_i^2 \quad (12)$$

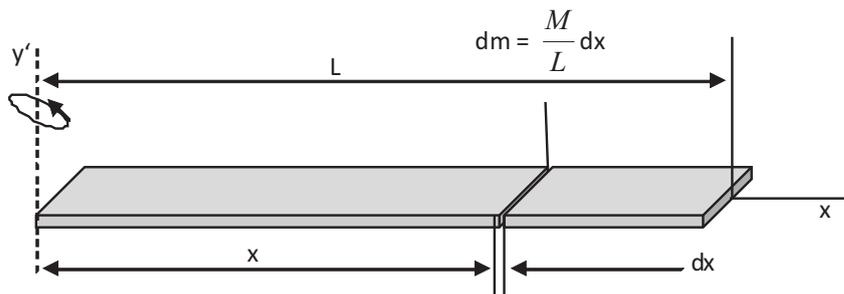
dengan r_i adalah jarak partikel ke i dengan sumbu rotasi.

Untuk benda-benda kontinu, sesuai dengan persamaan (12), momen inersia dapat dituliskan dengan

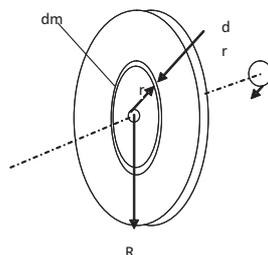
$$I = \int r^2 dm \quad (13)$$

Sebagai contoh besarnya momen inersia sebuah batang dengan kerapatan seragam terhadap sumbu tegak lurus batang dan melalui salah satu ujungnya adalah $\frac{1}{3} ML^2$ momen inersia terhadap sumbu

yang melewati pusatnya dan tegak lurus bidang cakram adalah $\frac{1}{2} MR^2$ dengan M adalah massa cakram dan R adalah jari-jari cakram



Gambar 4. Geometri untuk menyusun integral dalam menghitung momen inersia batang uniform yang diputar terhadap sebuah sumbu yang tegak lurus batang dan melalui salah satu ujungnya



Gambar 5. Skema analisis gaya-gaya untuk menghitung momen inersia cakram seragam yang berputar terhadap sebuah sumbu tegak lurus bidang cakram (Tipler, 1998).

Sebuah bandul fisis dengan bentuk sembarang, digantungkan pada titik yang bukan merupakan pusat massanya, jika disimpangkan pada posisi setimbangnya, dia akan berayun dengan periode seperti dinyatakan pada persamaan (7) Sudah diketahui bahwa momen inersia batang tipis terhadap salah satu ujungnya adalah

$$I = \frac{1}{3}ML^2 \quad (19)$$

dan jarak antara poros dengan titik pusat massa adalah $d = \frac{1}{2}L$, sehingga periode ayunan dapat dinyatakan dengan

$$T^2 = \frac{8}{3g}L \quad (20)$$

Dari Persamaan (20) dapat dinyatakan bahwa jika panjang batang berubah, maka kuadrat periode ayunan juga akan berubah secara linier. Dan besarnya percepatan gravitasi bumi dapat dinyatakan dengan persamaan (21)

$$g = \frac{8}{3T^2}L \quad (21)$$

Jika sebuah keping lingkaran tipis dengan jari-jari R , digantungkan pada poros yang terletak pada suatu titik di atas pusat lingkaran, maka keping lingkaran akan diam dalam posisi stabil. Jika kemudian keping disimpangkan dengan sudut kecil, maka keping tersebut akan berosilasi dengan periode seperti dinyatakan dalam persamaan (7). Sudah diketahui bahwa momen inersia pusat massa keping lingkaran $\frac{1}{2}MR^2$ dan r adalah jarak antara poros sampai pusat massa. Sehingga periode ayunan dapat dituliskan

$$T^2 = \frac{4}{g} \left(\frac{1}{2}R^2 + r^2 \right) \quad (22)$$

Sesuai persamaan (22) dapat dikatakan bahwa jika jarak antara poros sampai pusat massa (r) diubah, maka periode ayunan juga akan berubah. Besarnya percepatan gravitasi bumi dapat ditulis sebagai

$$g = \frac{4}{T^2} \left(\frac{1}{2}R^2 + r^2 \right) \quad (23)$$

Penelitian ini bertujuan untuk memahami konsep momen inersia benda. Selain itu juga untuk menentukan besarnya percepatan gravitasi bumi, dengan percobaan

ayunan bandul fisis bentuk sembarang, dengan percobaan ayunan bandul fisis yang berbentuk batang tipis dengan panjang bervariasi dan dengan ayunan bandul fisis bentuk keping lingkaran tipis

METODE

Alat dan bahan yang diperlukan terdiri dari lempeng tipis, dengan bentuk dan bahan sembarang, statif, mistar dan stopwatch.

Langkah pertama dalam pelaksanaan percobaan adalah menentukan letak pusat massa dengan cara sebagai berikut: Menggantungkan benda pada poros tanpa gesekan pada sembarang titik. Benda tersebut akan tergantung setimbang dengan pusat massanya tepat di bawah poros. Jika digambarkan garis vertikal dari poros ke bawah, maka pusat massa akan terletak pada suatu titik pada garis itu, seperti ditunjukkan pada Gambar 6a. Kemudian menggantungkan benda dengan poros titik lain dan menggambar garis vertikal kedua. Pusat massa akan terletak di titik potong kedua garis itu, Gambar 6b.

Langkah selanjutnya adalah mengukur periode ayunan untuk tiap-tiap jarak antara poros dengan pusat massa yang berbeda (d).

Analisis data dilakukan dengan melihat hubungan antara (d_1^2, d_2^2) dengan $(d_1T_1^2, d_2T_2^2)$ pada persamaan (18) yang menyatakan hubungan linier, sehingga perhitungan percepatan gravitasi bumi dapat dilakukan dengan analisis grafik (Lab Fisika Dasar FMIPA UGM). Grafik dibuat dengan melukiskan pada sumbu x, dan $(d_1T_1^2, d_2T_2^2)$ pada sumbu y (d_1^2, d_2^2)

Dari persamaan (18)

$$g = \frac{4}{d_1T_1^2} \left(\frac{1}{2}R^2 + d_1^2 \right) = \frac{4}{d_2T_2^2} \left(\frac{1}{2}R^2 + d_2^2 \right)$$

Dari grafik diperoleh harga koefisien sudut arah

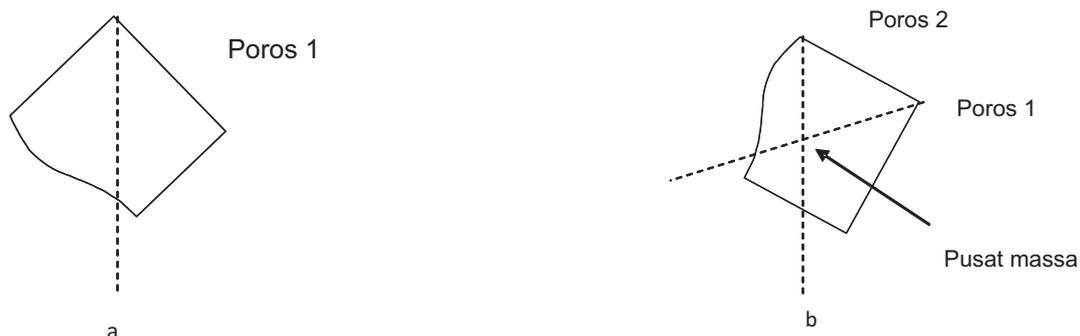
$$\tan \theta = \frac{4}{g} \quad (24)$$

Sehingga

$$g = \frac{4}{\tan \theta} \quad (25)$$

Alat dan bahan yang diperlukan dalam percobaan adalah batang tipis dengan panjang yang bervariasi, statif, mistar dan stopwatch.

Percobaan dilakukan untuk menentukan periode ayunan pada tiap-tiap panjang batang yang berbeda.



Gambar 6. a. Pusat massa terletak pada garis vertikal ke bawah dari poros 1, dan b. Pusat massa terletak di titik potong garis vertikal kebawah dari poros 1 dan 2

Kemudian analisis data dilakukan dengan melihat hubungan antara L (panjang batang) dengan T^2 (kuadrat periode) pada persamaan (20) yang menyatakan hubungan linier. Dengan demikian untuk perhitungan percepatan gravitasi bumi dapat dilakukan dengan analisis grafik, dengan melukiskan panjang batang pada sumbu horizontal dan kuadrat periode pada sumbu vertikal.

Dari persamaan (20)

$$T^2 = \frac{8}{3g} L$$

Dari grafik dapat diperoleh harga koefisien sudut arah

$$\tan \theta = \frac{8}{3g} \tag{26}$$

sehingga

$$g = \frac{8}{3 \tan \theta} \tag{27}$$

Alat dan bahan yang diperlukan adalah keping lingkaran tipis, statif, mistar dan stopwatch.

Percobaan dilakukan dengan cara menentukan periode ayunan untuk tiap-tiap jarak poros dari pusat massa yang bervariasi.

Analisis dilakukan dengan melihat hubungan antara

$$\frac{1}{2} R^2 / r \text{ dengan } T^2 \text{ (kuadrat periode) pada}$$

persamaan (22) yang menyatakan hubungan linier. Dengan demikian untuk perhitungan percepatan gravitasi bumi dapat dilakukan dengan analisis grafik, dengan melukiskan harga

$$\frac{1}{2} R^2 / r \text{ pada sumbu horizontal dan kuadrat periode}$$

(T^2) pada sumbu vertikal.

Dari persamaan (22)

$$T^2 = \frac{4}{g} \frac{1}{2} \frac{R^2}{r} r$$

Dengan menganalisis grafik, maka harga koefisien sudut arah

$$\tan \theta = \frac{4}{g} \tag{28}$$

sehingga

$$g = \frac{4}{\tan \theta} \tag{29}$$

Untuk menentukan ralat digunakan persamaan (30) (Bevington, 1992)

$$\Delta \tan \theta = \frac{\Delta N}{N} \tag{30}$$

Sedangkan dinyatakan dengan persamaan (31)

$$S^2 = \frac{1}{N} \sum (y_i - a - bx_i)^2 \tag{31}$$

$$\text{dan } N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2 \tag{32}$$

Uji kesamaan hasil percobaan dengan harga yang benar, dilakukan dengan uji t, dengan persamaan

$$t = \frac{\bar{X} - X_0}{s / \sqrt{n}} \text{ (Montgomery, 1984)} \tag{33}$$

dengan \bar{X} adalah harga hasil percobaan, X_0 adalah harga yang benar, s adalah ketidakpastian dan n adalah banyaknya percobaan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Dari percobaan ayunan bandul fisis bentuk sembarang, diperoleh hubungan antara

(d_1^2 , d_2^2) dan $d_1 T_1^2$, $d_2 T_2^2$ yang dinyatakan dengan persamaan

$$d_1 T_1^2 = d_2 T_2^2 = 3,959 d_1^2 + d_2^2 + 0,0012 \tag{34}$$

Gambar 7 memperlihatkan bahwa

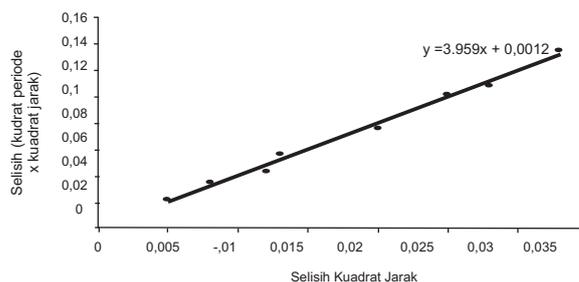
$$\tan \theta = \frac{4}{g} = 3,959$$

$$\text{sehingga } g = \frac{4}{3,959} = 9,97 \text{ m/s}^2$$

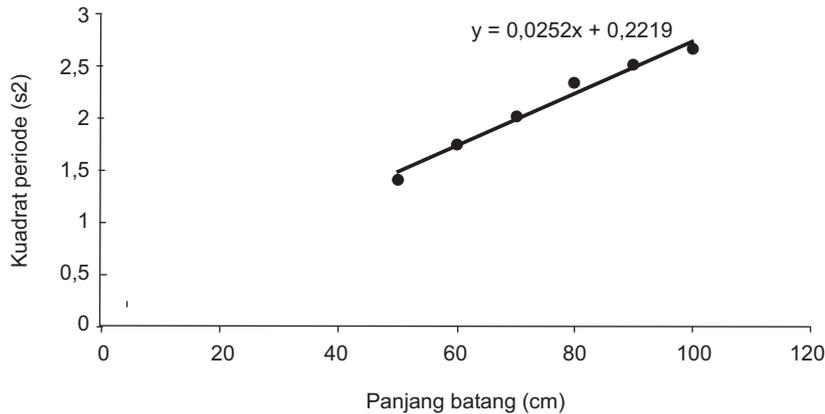
Dari percobaan ayunan bandul fisis bentuk batang tipis dengan panjang bervariasi diperoleh hubungan antara panjang batang (L) dan kuadrat periode (T^2) dinyatakan dengan

$$T^2 = 0,0252L + 0,2219 \tag{35}$$

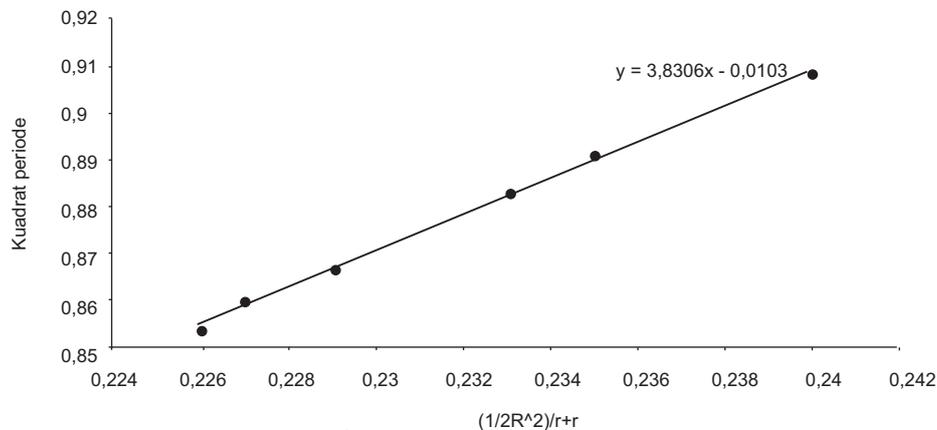
Dari Gambar 8 menunjukkan bahwa $\tan \theta = 0,0254$



Gambar 7. Grafik hubungan antara (d_1^2 , d_2^2) dengan $d_1 T_1^2$, $d_2 T_2^2$ pada ayunan bandul fisis bentuk sembarang



Gambar 8. Grafik hubungan antara panjang batang dengan kuadrat periode ayunan pada bandul fisis bentuk batang



Gambar 9. Grafik hubungan antara harga $\frac{1/2 R^2}{r}$ dengan kuadrat periode ayunan (T^2) pada bandul fisis bentuk keping lingkaran

sehingga $g = \frac{8}{3 \tan} 1036,18$

Dari percobaan ayunan bandul fisis bentuk keping lingkaran tipis, diperoleh hubungan antara harga $\frac{1/2 R^2}{r}$ dengan kuadrat periode ayunan (T^2) adalah

$$T^2 = 3,8306 \frac{1/2 R^2}{r} - 0,0103 \text{ cm}^2/\text{s}^2 \quad (36)$$

Gambar 9 menunjukkan bahwa

$\tan = 3,8306$ sehingga

$$g = \frac{4}{\tan} 1030,60 \text{ cm/s}^2$$

Tiga percobaan menghasilkan harga percepatan gravitasi bumi yang berbeda. Percobaan ayunan bandul fisis bentuk sembarang menghasilkan percepatan gravitasi sebesar $g = (9,97 \pm 0,32) \text{ m/s}^2$ dan ketelitian 97%. Percobaan ayunan bandul fisis bentuk batang tipis dengan panjang bervariasi, menghasilkan percepatan gravitasi sebesar $g = 10,36 \pm 0,16 \text{ m/s}^2$ dengan ketelitian 98,5%. Percobaan ayunan bandul fisis dengan bentuk keping lingkaran tipis, menghasilkan percepatan gravitasi sebesar $g = 10,31 \pm 0,14 \text{ m/s}^2$ dengan ketelitian 98,6%.

Dari data pengukuran yang dilakukan di kota Semarang di daerah Candi, di depan rumah sakit Elizabeth, diperoleh percepatan gravitasi sebesar

$9,78117 \text{ mGal}$ ($978,117 \text{ cm/s}^2$) (Muhrozi dkk, 1996). Dari hasil uji t, dengan taraf nyata 0,05, pengukuran percepatan gravitasi dengan percobaan ayunan fisis bentuk sembarang, menunjukkan hasil yang sesuai dengan harga percepatan gravitasi bumi yang benar, sedangkan dengan percobaan yang lain, harga percepatan gravitasi yang diperoleh tidak sesuai dengan yang sebenarnya, dan mempunyai sesatan sebesar 5,42% dan 5,94%. Hal ini disebabkan karena adanya gesekan yang terlalu besar antara lubang dengan pasak. Adanya gaya gesek ini menyebabkan torsi pemulih lebih besar daripada yang dituliskan pada persamaan (1)

$$Mgd \sin$$

Tetapi jika dilihat dari kelinieran kurva yang diperoleh (Gambar 7, 8 dan 9), menunjukkan bahwa hubungan antara variable x dengan variable y cukup linier, hal ini sesuai dengan teori. Sehingga penurunan persamaan yang mengandung besaran momen inersia benda adalah benar.

SIMPULAN DAN SARAN

Dapat disimpulkan bahwa percobaan osilasi bandul fisis dengan benda-benda yang berbentuk sederhana dapat digunakan untuk tugas proyek penelitian, karena ketelitian cukup besar dan sesatan cukup kecil.

Berdasarkan hasil percobaan yang telah

dilakukan, penulis memberikan saran kepada para pengajar fisika, bahwa percobaan ayunan bandul fisis dapat dikembangkan lebih lanjut untuk tujuan menanamkan konsep momen inersia benda dan pengayaan materi, misal untuk membuktikan persamaan momen inersia dari suatu benda dengan bentuk tertentu. Untuk lebih memahami konsep momen inersia, sebelum melakukan percobaan, siswa diminta untuk menurunkan persamaan-persamaan yang terkait dengan percobaan tersebut. Untuk mendapatkan hasil percobaan yang lebih baik dari percobaan osilasi bandul fisis, antara lubang dengan pasak perlu diusahakan agar mempunyai gesekan yang sangat kecil misal dengan cara memperhalus lubang.

DAFTAR PUSTAKA

- Bevington, P.R., 1992. *Data Reduction And Error Analysis For The Physical Sciences*. New York: McGraw-Hill Book Company
- Cross, R. & Nathan, A.M. 2009. Performance versus moment of inertia of sporting implements. *Sports Technology*, 0 (0): 1-9
- Carrier, D.R., Walter, R.M. & Lee, D.V. 2001. Influence of rotational inertia on turning performance of theropod dinosaurs: clues from humans with increased rotational inertia. *The Journal of Experimental Biology*, 204: 3917–3926
- David, H. & Robert, R. 1991. *Fisika Jilid 1. Terjemahan oleh Pantur Silaban & Erwin Sucipto*. Jakarta: Erlangga
- Foster, B. 2006. *Terpadu Fisika SMA*. Jakarta: Erlangga.
- Lee, D.V, Walter, R.M., Deban, S.M., & Carrier, D.R. 2001. Influence of increased rotational inertia on the turning performance of humans. *The Journal of Experimental Biology*, 204: 3927–3934
- Moon, B.R., Hopp, J.J., & Conley, K.E. 2002. Mechanical trade-offs explain how performance increases without increasing cost in rattlesnake tailshaker muscle. *The Journal of Experimental Biology*, 205: 667–675
- Montgomery, D.C. 1984. *Design And Analysis Of Experiments*. New York : John Willey and Sons
- Muhrozi, Pranoto, S., dan Nasrullah. 1996. *Studi Penentuan Penurunan Permukaan Tanah di Semarang Bagian Bawah*. Laporan akhir Penelitian. Fakultas Teknik Sipil Universitas Diponegoro
- Tipler, P.A. 1998. *Fisika untuk Sains dan Teknik Jilid 1*. Jakarta: Erlangga