

PERKEMBANGAN REPRESENTASI MENTAL MAHASISWA DALAM MENYELESAIKAN MASALAH ALJABAR

Edy Soedjoko

Jurusan Matematika FMIPA UNNES, e-mail: iniemailnyatiwi@yahoo.com

Abstract

In learning mathematics generally people evaluate the achievement by counting the right answers to what someone has done in a test. Actually the test does not inform us the mental process which possibly affects students' achievement. Representations show the development of students. The mental development can be performed through verbal, pictures, and concrete things. The goal of this research is to set up the students' mental representation characteristic in which the students are able to solve the real problems in algebra. This research is qualitative. The subjects are 8 students of mathematic department who have attended the "1st and 2nd Telaah Kurikulum. Based on the data, we can conclude that 2 students are categorized Inroductory levels, while the two others are grouped into representation, and the remainders are stuctural abstraction level.

Kata kunci: proses berpikir, representasi mental, soal cerita aljabar

PENDAHULUAN

Dalam pembelajaran matematika, pada umumnya orang menilai apakah seseorang mengalami kesulitan dalam matematika atau tidak dilihat dari banyaknya jawaban yang benar dalam tes matematikanya. Keberhasilan atau kegagalan sering kali ditentukan oleh kinerja dalam tes prestasi yang distandarisasi. Namun, tes ini tidak memberikan informasi mengenai proses mental yang mungkin mempengaruhi prestasi siswa/mahasiswa. Oleh karena itu, pendidikan kebutuhan khusus dalam bidang matematika dirancang atas dasar hasil diagnosis tentang kuantitas pengetahuannya, bukan berdasarkan kualitasnya. Akan tetapi, banyak hasil penelitian yang akhir-akhir ini mendokumentasikan tentang pentingnya mengarahkan lebih banyak perhatian pada strategi yang digunakan siswa/mahasiswa, yaitu bagaimana siswa/mahasiswa memperoleh pengetahuannya dan memecahkan soal matematika. Beberapa tahun belakangan ini studi tentang perkembangan matematika siswa mulai menekankan kepada perlunya meredefinisi

faktor-faktor penyebab kesulitan matematika itu. Kesulitan itu tidak dipandang sebagai masalah yang hanya terkait dengan kuantitas pengetahuan yang diperoleh, melainkan merupakan masalah yang terkait dengan kualitas pengetahuan ini. Dengan demikian, dalam pembelajaran matematika hendaknya siswa dibantu belajar untuk belajar dengan cara yang tepat, yang menjamin bahwa pengetahuan matematika yang mereka peroleh adalah pengetahuan yang berkualitas terbaik. Misalnya dalam model perkembangan berpikir geometri model van Hiele (Soedjoko, 1999) agar pengetahuan geometri yang dipelajari berkualitas, maka sifat-sifat model perkembangan berpikir dan tahapan-tahapan tertentu haruslah dilaksanakan dalam pembelajaran. Untuk dapat mengungkap pemahaman mahasiswa tentang pengetahuan matematika yang dipelajari, diperlukan adanya usaha guru agar *siswa merepresentasikan mentalnya* tentang pengetahuan matematika yang telah dipelajari.

Representasi sebagai gambaran mental merupakan proses belajar yang dapat dimengerti dari perkembangan mental

yang sudah dimiliki seseorang yang tercermin sebagaimana yang terungkap seperti yang divisualisasikan dalam wujud verbal, gambar dan benda konkrit (Steffe, Weigel, 1996; Schultz, Waters, 2000; Joyner, Reys, 2001. dalam Hudojo, 2005). Gagasan-gagasan tentang representasi di dalam pembelajaran matematika telah berkembang pada dekade terakhir dengan kontribusi para peneliti dan para praktisi, khususnya dalam pendidikan matematika. Istilah representasi matematik tidak dapat dipisahkan dari matematika itu sendiri. Banyak penelitian terhadap proses representasi dalam pembelajaran matematika, misalnya Goldin, 1987, Greeno, 1980, Janiver, 1987, von Glaserfelt, 1987, Yackel, 1984, Cifarelli, 2000, Ostad, 2007. Hasil penelitian mereka secara umum dapat disimpulkan bahwa proses representasi membantu mahasiswa dalam mengembangkan pemahaman terhadap situasi atau tugas yang sedang dihadapi. Beberapa ahli dalam mengkaji pengetahuan matematika siswa, misalnya Ostad (2007) mendasarkan atas asumsi bahwa pengetahuan direpresentasikan secara internal, dan bahwa representasi internal ini terstruktur. Untuk memikirkan dan mengkomunikasikan ide-ide matematika, perlu merepresentasikannya dengan cara tertentu. Ide matematika tertentu sering dapat direpresentasikan dengan salah satu dari bentuk-bentuk representasi itu atau dengan beberapa bentuk representasi itu.

Menurut para penganut faham konstruktivis, bahwa dalam pembelajaran matematika *representasi mental* mahasiswa berkembang seperti halnya konsepsi matematika (Cifarelli, 2000). Representasi Mental telah digunakan untuk menggambarkan proses pemecahan masalah dalam pembelajaran matematika. Meskipun para ahli sepakat tentang pentingnya mahasiswa mengembangkan *representasi mental* dalam pemecahan masalah, namun kajian kognitif yang telah

dilaksanakan jarang memfokuskan pada cara-cara mahasiswa menyusun atau memodifikasi *representasi masalah* mereka dalam kegiatan di kelas (Cifarelli, 2000).

Berdasarkan uraian di atas akan diadakan penelitian untuk mendapatkan pemahaman tentang proses-proses yang digunakan oleh mahasiswa dalam menyusun atau memodifikasi *representasi mental* dalam pemecahan masalah. Lebih spesifik lagi penelitian ini mencoba untuk membuat karakterisasi tentang *representasi mental* mahasiswa dalam memecahkan masalah soal cerita yang terkait dengan aljabar. Kerangka pikir yang digunakan untuk membahas perkembangan representasi mahasiswa, penelitian yang akan dilaksanakan didasarkan pada: (1) Pengetahuan direpresentasikan secara internal, dan bahwa representasi internal ini terstruktur. Untuk memikirkan dan mengkomunikasikan ide-ide matematika perlu merepresentasikannya dengan cara tertentu; (2) Teori pemecahan masalah yang berdasarkan pada teori skemata berasumsi bahwa representasi dapat diselidiki dalam latihan-latihan pemecahan masalah Ostad (2007). Penelitian yang akan dilaksanakan juga mengacu pada pendapat bahwa representasi sebagai organisasi konseptual yang dibuat oleh seseorang dalam situasi pemecahan masalah yang dapat digunakan untuk menggambarkan proses kognitif seseorang untuk sampai pada pemahaman tentang suatu ide dalam matematika. Oleh karena itu, penelitian ini memfokuskan pada proses berpikir mahasiswa atau kegiatan kognitif mahasiswa dalam mengelaborasi, mengorganisasi kembali, mengkonsep kembali pada kegiatan penyelesaian masalah yang mereka hadapi.

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan diajukan pertanyaan penelitian: Bagaimana proses berpikir yang digunakan para mahasiswa dalam menyusun atau memodifikasi representasi mental dalam memecahkan masalah soal cerita yang terkait dengan aljabar? Adapun tujuan

penelitian ini adalah:

- 1) untuk mengetahui bagaimana proses berpikir yang digunakan para mahasiswa dalam menyusun atau memodifikasi *representasi mental* dalam memecahkan masalah soal cerita yang terkait dengan aljabar.
- 2) untuk menentukan karakteristik level-level representasi mental mahasiswa dalam memecahkan masalah soal cerita yang terkait dengan aljabar yang dilihat sebagai ekspresi kognitif dari struktur konseptual mahasiswa.

Representasi merupakan bentuk baru sebagai hasil translasi dari suatu masalah, atau translasi suatu diagram/model fisik ke dalam simbol atau kata-kata (NCTM, 1989). Representasi dapat dinyatakan secara internal maupun secara eksternal. Berpikir ide matematika yang dikomunikasikan dalam wujud verbal, gambar, grafik, tabel, diagram, dan benda konkrit merupakan representasi eksternal (Hudoyo, 2005). Tindakan representasi eksternal tersebut dipandang sebagai pengejawantahan dari ide-ide atau konsep-konsep. Sementara itu, berpikir tentang ide matematika yang memungkinkan pikiran seseorang bekerja atas dasar ide tersebut merupakan representasi internal. Representasi internal tidak dapat diamati karena adanya di dalam mental (Hudoyo, 2005). Melalui representasi eksternal, ide-ide matematika menjadi lebih konkrit. Dengan representasi ini mahasiswa dapat mengkonstruksi pemahaman dan penalaran matematisnya, dapat mengkomunikasikan dan mendemonstrasikan pemahaman dan penalarannya. Representasi juga dapat digunakan untuk menggambarkan proses pemecahan masalah dalam pembelajaran matematika. Cifarelli (1995) menyatakan bahwa keberhasilan seseorang dalam memecahkan masalah banyak didukung oleh kemampuan mereka dalam menyusun representasi masalah dan menggunakan representasi tersebut sebagai bantuan dalam

memahami situasi dan hubungan antar situasi. Misalnya menyelesaikan suatu masalah dengan terlebih dahulu mengubah masalah ke dalam bentuk representasi matematis seperti menggunakan persamaan aljabar (*math. expressions*) dan menggunakan kata-kata (*written texts*). Secara spesifik representasi masalah merupakan sebuah struktur kognitif yang disusun oleh si pemecah masalah pada saat menginterpretasikan suatu masalah (Yackel dalam Cifarelli, 1995). Sebagaimana dikemukakan pada latar belakang, kerangka pikir yang digunakan untuk membahas pengetahuan matematika mahasiswa didasarkan pandangan bahwa pengetahuan itu direpresentasikan secara internal, dan bahwa representasi internal tersebut terstruktur. Untuk memikirkan dan mengkomunikasikan ide-ide matematika, perlu merepresentasikannya dengan cara tertentu. Komunikasi memerlukan representasi *fisik*, yaitu representasi eksternal, dalam bentuk bahasa lisan, simbol tertulis, gambar atau obyek fisik. Suatu ide matematika tertentu sering dapat direpresentasikan dengan salah satu dari bentuk-bentuk representasi itu atau dengan beberapa bentuk representasi. Namun, dalam belajar matematika representasi tidak terbatas hanya pada representasi fisik saja. Untuk berfikir tentang ide matematika, perlu merepresentasikannya secara internal, sedemikian rupa sehingga memungkinkan beroperasinya pikiran. Oleh karena itu, istilah representasi dapat juga dipergunakan untuk menggambarkan proses kognitif sampai pada pemahaman tentang suatu ide dalam matematika. Di sini representasi bukan perwujudan eksternal melainkan suatu entitas kognitif. Anak dapat diekspos pada sejumlah perwujudan fisik dari “dua” misalnya, dan kemudian mulai mengabstraksikan konsep “dua” tersebut. Dalam proses ini, anak tersebut dapat membangun sebuah *representasi internal* (representasi mental representasi kognitif, gambaran mental, skema). Para ahli

mendeskripsikan aktivitas kognitif yang tercakup di dalam proses pemecahan soal ini sebagai *model mental*.

Beberapa penelitian terhadap mahasiswa yang mengalami kesulitan dalam belajar matematika memfokuskan pada kualitas pengetahuan matematikanya. Secara spesifik, model jaringan telah juga dipergunakan sebagai dasar untuk menggambarkan karakteristik pengetahuan spesifik yang dimiliki oleh siswa-mahasiswa ini (Ostad 1989; 1992; Halford 1993). Secara spesifik, penelitian yang akan dilaksanakan didasarkan atas dua asumsi dari ilmu kognitif tentang representasi internal. Asumsi **pertama** adalah bahwa terdapat hubungan antara representasi internal dan eksternal. Asumsi **kedua** adalah bahwa berbagai representasi internal dapat dikaitkan satu dengan lainnya secara bermanfaat (Ostad 1989). Hal yang penting di sini bahwa untuk mengkaji masalah representasi dalam matematika, perlu mempertimbangkan representasi internal maupun eksternal. Untuk lebih tepatnya, bentuk representasi eksternal (materi fisik, gambar, simbol, dan lain-lain) yang dipergunakan oleh para mahasiswa untuk menentukan cara merepresentasikan pengetahuan matematika internalnya. Sebaliknya, cara mahasiswa menangani atau membuat representasi eksternal dapat mengungkapkan bagaimana mahasiswa tersebut telah merepresentasikan informasi secara internal. Banyak peneliti telah mengindikasikan kualitas pengetahuan mencerminkan bagaimana pengetahuan itu direpresentasikan (Hiebert & Carpenter 1992; Schneider 1993; Ostad 2000). Lebih spesifik lagi, sebuah tempat penyimpanan *pengetahuan matematika fungsional* akan diperoleh bila keping-keping informasi itu disusun di dalam otak menjadi suatu jaringan bagian-bagian yang saling berketergantungan. Oleh karena itu, satu keping informasi menjadi bagian dari pengetahuan matematika yang fungsional apabila mahasiswa mengetahui bagaimana

keping informasi spesifik ini dapat dihubungkan dengan keping-keping informasi lainnya (Hiebert & Lefevre 1986).

Satu alasan mengapa dalam menggambarkan pengetahuan matematika fungsional sebagai suatu jaringan unsur-unsur yang saling berketergantungan adalah untuk menekankan bahwa jenis pengetahuan ini ditandai dengan kekayaan hubungannya. Hubungan terjalin antara berbagai keping informasi di dalam jaringan itu, dan terdapat interaksi di antara keping-keping informasi tersebut. Hal ini juga sejalan dengan teorema *konektivitas* dari Bruner, yaitu bahwa setiap konsep, prinsip, dan keterampilan dalam matematika berhubungan dengan konsep-konsep, prinsip-prinsip, dan keterampilan-keterampilan yang lain. Adanya hubungan antara konsep-konsep, prinsip-prinsip dan keterampilan-keterampilan itu menyebabkan struktur dari setiap cabang matematika menjadi jelas. Oleh karena itu, para peneliti telah menganggap penting untuk menelusuri bagaimana struktur pengetahuan ini berkembang sejalan dengan perubahan usia, dan bagaimana perkembangan dalam struktur ini mempengaruhi proses pemecahan masalah.

METODE

Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif kualitatif, yakni akan mengungkap bagaimana proses berpikir yang digunakan para mahasiswa dalam menyusun atau memodifikasi representasi mental, serta untuk menentukan karakteristik level-level representasi mental mahasiswa dalam memecahkan masalah soal cerita aljabar yang dilihat sebagai ekspresi kognitif dari struktur konseptual mahasiswa. Dalam hal ini, data yang dikumpulkan adalah data verbal, karena itu penelitian ini tergolong penelitian kualitatif-eksploratif.

Penelitian ini dilaksanakan di Jurusan Matematika Universitas Negeri Semarang pada semester genap tahun 2007/2008.

Sumber data penelitian ini adalah mahasiswa yang "sudah" menempuh mata kuliah Telaah kurikulum matematika I dan Telaah kurikulum matematika II, dengan pertimbangan bahwa mahasiswa yang telah menempuh kedua matakuliah ini sudah banyak belajar tentang soal cerita aljabar. Kepada mahasiswa diberikan masalah soal cerita aljabar. Subjek penelitian dipilih dengan mempertimbangkan kemampuan komunikasinya. Hal ini dilakukan dengan maksud agar pengungkapan proses berpikir dapat dilakukan dengan baik. Dari hasil studi awal terpilih 14 orang mahasiswa.

Dalam penelitian ini, setiap subjek penelitian diminta untuk menyelesaikan masalah soal cerita aljabar (instrumen lembar tugas) pada kertas yang disediakan, dan diminta mengungkapkan secara keras apa yang sedang dipikirkan (*Think Out Louds*). Setelah mahasiswa tersebut menyelesaikan semua tugas, peneliti memeriksa hasil jawaban (lembar jawaban dan rekaman hasil *Think Out Louds*).

Dari proses pengambilan data ini, selanjutnya dikaji mengetahui bagaimana proses berpikir yang digunakan para mahasiswa dalam menyusun atau memodifikasi *representasi mental* dalam memecahkan masalah soal cerita yang terkait dengan aljabar. Kemudian menentukan karakteristik level-level representasi mental mahasiswa dalam memecahkan masalah soal cerita yang terkait dengan aljabar yang dilihat sebagai ekspresi kognitif dari struktur konseptual mahasiswa.

Instrumen penelitian ini adalah peneliti sendiri yang dipandu dengan instrumen lembar tugas masalah soal cerita aljabar. Wawancara diperlukan apabila akan mengklarifikasi data, apabila terdapat ketidaksesuaian antara apa yang diungkapkan dengan apa yang dituliskan. Instrumen (tugas) yang digunakan dalam penelitian ini mengadopsi dari lembar tugas pemecahan masalah dari Yackel (Cifarelli, 1995).

Hasil wawancara setiap mahasiswa dianalisis dan hasilnya dilaporkan dalam bentuk studi kasus yang detail. Analisis atas hasil wawancara meliputi beberapa tahap. Pertama, kegiatan penyelesaian masing-masing mahasiswa diperiksa untuk mengidentifikasi situasi dimana mahasiswa mulai menghadapi masalah yang sesungguhnya. Hal ini didapat dari pemeriksaan yang seksama atas hasil pekerjaan mahasiswa, dan melibatkan perbedaan antara kegiatan baru dengan kegiatan penyelesaian rutin (asimilasi situasi struktur konsep yang terbaru dengan pengalaman tanpa masalah). Misal, si mahasiswa berpendapat akan mendapat pengalaman saat antisipasi awal mereka, tentang apa yang harus dilakukan untuk memecahkan masalah, terbukti tidak dapat berjalan. Di sini penting menganalisis aspek kualitatif kegiatan penyelesaian mahasiswa (misal, proses yang memungkinkan si mahasiswa mengembangkan intuisi terhadap kemiripan soal selama wawancara berlangsung. Dalam hal ini telah terjadi analisis yang berfokus pada aspek-aspek kualitatif mahasiswa (misal, antisipasi dan refleksi mahasiswa).

Berdasarkan hasil-hasil analisis kualitatif tersebut, sebuah studi kasus disiapkan untuk masing-masing mahasiswa yang meliputi : Pertama, sebuah kesimpulan tertulis prestasi mahasiswa, yang menekankan pada cara-cara yang diberikan untuk masing-masing tugas dan cara-cara baru mereka menyelesaikan kembali situasi problematik yang mereka hadapi. Kedua, kesimpulan makroskopik tentang prestasi mahasiswa selama wawancara. Kesimpulan ini meliputi wawasan pengetahuan konseptual mahasiswa secara umum yang muncul saat menyelesaikan masalah dan proses karakterisasi prestasi mahasiswa yang terekspresikan sebagai wujud peningkatan tingkat kegiatan penyelesaian.

Studi kasus bertujuan mencoba menyimpulkan hasil yang lebih umum.

Hanya kasus-kasus yang menghasilkan banyak informasi yang dimasukkan sini. Dari 14 peserta, 8 kasus yang menarik yang dipilih untuk analisis lebih lanjut. Keputusan ini didasari oleh beberapa faktor berikut: Pertama, dirasakan bahwa ke delapan mahasiswa tersebut menunjukkan tingkat keterlibatan tugas (*task involvement*) yang tinggi selama wawancara (Nicholls, Cobb, Wood, Yackel, & Patashnick, 1990). Perhatian ini penting karena peneliti hanya dapat menyimpulkan saat atau bila mahasiswa mengalami masalah yang sebenarnya. Hal ini dirasakan bahwa interpretasi ini lebih meyakinkan bagi mahasiswa yang menunjukkan keinginan dan motivasi yang tinggi selama wawancara. Kedua, para mahasiswa kasus-kasus ini menggunakan kata-kata (verbal) sepanjang wawancara. Oleh karena itu, respons verbal mereka memberikan deskripsi yang lebih akurat terhadap kegiatan mental (*mental activity*) saat menyelesaikan tugas-tugas. Akhirnya, peneliti percaya bahwa, secara bersama-sama, para mahasiswa menunjukkan rentang abstraksi (*range of abstraction*) dalam kegiatan penyelesaian mereka memadai untuk membuat beberapa kesimpulan umum.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil Penelitian

Representasi sebagai Tingkat Struktur Konseptual

Analisis kegiatan terhadap hasil pekerjaan (penyelesaian) mahasiswa mengindikasikan bahwa pengetahuan konseptual berkembang pada saat mereka saat mereka menyelesaikan tugas. Prosedur yang dibuat oleh mahasiswa saat menyelesaikan tugas sebelumnya dijabarkan saat mereka menyelesaikan tugas berikutnya. Perkembangan pengetahuan konseptual mereka difasilitasi oleh intuisi mereka tentang “kesamaan masalah” saat mereka menyelesaikan tugas. Interpretasi mereka terhadap tugas-tugas

meliputi antisipasi dan refleksi tentang keberhasilan kegiatan penyelesaian sebelumnya, dan ketepatan potensi penyelesaian masalah. Beberapa mahasiswa menunjukkan pengetahuan konseptual yang abstrak saat mereka dapat merefleksikan potensi kegiatan penyelesaian dan memunculkan antisipasi tentang hasilnya tanpa melakukan kegiatan *paper and pencil*.

Kegiatan konstruktif ini selanjutnya dikelompokkan ke dalam istilah Tingkat yang jelas dalam kegiatan penyelesaian. Dengan mengeneralisasi ke delapan studi kasus tersebut, ada tiga tingkat abstrak kegiatan penyelesaian yang meningkat yang dapat disimpulkan dari prestasi para pemecah masalah. Hasil dari kedelapan kasus tersebut dirangkum dalam Tabel 3.

Tingkat-tingkat kegiatan penyelesaian dapat dilihat sebagai ekspresi kognitif dari struktur konseptual mahasiswa yang berkembang. Dengan mencapai tingkat tertentu, mahasiswa dianggap mengekspresikan tingkat struktur konseptual dalam kegiatan penyelesaian. Secara singkat, empat dari mahasiswa menunjukkan kegiatan penyelesaian pada tingkat abstraksi yang paling tinggi.

Pembahasan

Tingkat kegiatan penyelesaian yang diidentifikasi dalam studi ini dapat dilihat sebagai ekspresi kognitif dari struktur konseptual para mahasiswa. Struktur ini dapat digambarkan sebagai sarana pengorganisasian penyelesaian mahasiswa yang mengurutkan pengalaman mereka dan membentuk interpretasi mereka saat mereka dihadapkan dengan situasi yang baru. Dalam istilah fungsional, struktur mahasiswa digunakan untuk mengembangkan pemahaman dan pola kegiatan refleksif yang lebih luas. Struktur mahasiswa difungsikan sebagai fasilitator bagi kegiatan penyelesaian mereka. Yang membantu mereka menciptakan antisipasi dalam menginterpretasikan situasi yang

STRUKTUR YANG MUNCUL
(Antisipasi yang Berkembang dari Potensi Kegiatan Penyelesaian)

STRUKTUR PRIMITIF		STRUKTUR ABSTRAK
<p>Tugas-tugas awal (Antisipasi tingkat Rendah)</p> <p>Mahasiswa harus menjalani semua kegiatan penyelesaian dengan <i>paper and pencil</i></p> <p>Mahasiswa tidak dapat merefleksikan potensi kegiatan dan mengantisipasi hasilnya</p>		<p>Tugas-tugas selanjutnya (Antisipasi tingkat Tinggi)</p> <p>Mahasiswa dapat merefleksikan potensi kegiatan dan ‘melihat’ hasil</p> <p>Mahasiswa secara mental dapat “menerobos” representasi terhadap potensi kegiatan dan mengantisipasi hasilnya</p>

baru. Antisipasi ini adalah merupakan saluran potensi kegiatan penyelesaian mereka, memberikan struktur untuk kegiatan penyelesaian sebelumnya. Misalnya, saat Mira merepresentasikan potensi kegiatan penyelesaiannya saat mengerjakan Tugas 3, dia mengantisipasi sebuah potensi situasi problematis dan membuat sebuah dugaan/perkiraan bahwa tugas tersebut tidak memiliki informasi yang cukup untuk membuat sebuah penyelesaian. Antisipasi dia memunculkan orientasi untuk kegiatan penyelesaian yang baru dimana dia dapat mengeksplorasi kebenaran dugaan tersebut. Dalam hal ini, kegiatannya dipaksakan, yang membuat dia memfokuskan pada efektifitas jawaban dia, yang akhirnya memungkinkan terjadinya pengembangan konseptual yang lebih jauh. Tingkatan kegiatan penyelesaian yang diidentifikasi dalam studi ini memuat tiga kategori atau tingkat struktur konseptual yaitu: Pengenalan, Re-Presentasi dan Abstraksi Struktural

Pengenalan

Mahasiswa mencapai tingkat Pengenalan, tingkat awal dari struktur konseptual, saat mereka telah merangkai tindakan kognitif seperti cara-cara mereka membuat interpretasi untuk soal-soal yang serupa (untuk kesamaan tugas). Saat di

tingkat ini, struktur mereka masih Primitif, dimana mereka tidak menunjukkan tingkat kesadaran yang tinggi terhadap potensi kegiatan penyelesaian mereka (misal, “kesamaan masalah” berarti mereka akan mengerjakan hal yang sama dengan yang mereka kerjakan sebelumnya dengan sedikit gagasan seperti : mengapa atau seberapa baik prosedur yang sudah dimiliki sebelumnya dapat diaplikasikan kembali pada situasi yang baru). Mereka mampu mengenali kegunaan dan relevansi kegiatan penyelesaian sebelumnya saat mereka mencoba mengerjakan soal yang baru (misal, dalam membuat diagram, dan menggunakannya kembali untuk membentuk alternative ekspresi aljabaris). Namun mereka dapat merefleksikan hanya kegiatan penyelesaian yang actual dan tidak mampu merefleksikan potensi kegiatan pemecahannya. Dalam beberapa model penyelesaian masalah, Pengenalan adalah tingkat identifikasi fungsi kognitif yang paling tinggi (Mayer, 1985; Reed & Sanchez, 1990). Lebih jauh lagi, banyak buku latihan soal tradisional (misal, soal-soal yang didasarkan pada soal cerita aljabaris yang identik, yang banyak dijumpai di buku-buku teks SMA) hanya ditujukan untuk mengembangkan hanya pada tingkat fungsi kognitif saja.

Tabel 3. Tingkat-Tingkat Struktur Konseptual

Tingkat Kegiatan	Atribut	Contoh
Tinggi		
Abstraksi Struktural (4 mahasiswa)	Mahasiswa dapat “menerobos” potensi kegiatan penyelesaian dalam pemikiran dan mengoperasikan hasilnya.	Mahasiswa dapat menyimpulkan dari hasil potensi kegiatan tanpa membutuhkan kegiatan penyelesaian.
Representasi (2 mahasiswa)	Mahasiswa dapat “menerobos” kegiatan sebelumnya dalam pemikiran	Mahasiswa dapat mengantisipasi potensi kesulitan.
Pengenalan (2 mahasiswa)	Mahasiswa menghadapi dengan situasi baru dan mengidentifikasi kegiatan dari tugas-tugas sebelumnya yang relevan untuk menyelesaikan tugas baru.	Mahasiswa mengenali kegiatan analisis diagramatik untuk menyelesaikan tugas 2 – 9.
Rendah		

Representasi

Mahasiswa mencapai tingkat Representasi struktur konseptual saat mereka telah merangkai kegiatan kognitif mereka sehingga mereka dapat menampilkannya lagi, bagi mereka sendiri, kegiatan penyelesaian mereka, tidak hanya Pengenalan terhadap ketepatan kegiatan penyelesaian sebelumnya namun juga mengantisipasi potensi situasi problematik sebelum melakukan kegiatan penyelesaian yang baru.

Abstraksi Struktural

Tingkat Abstraksi Struktural dari struktur konseptual yang ditandai dengan tingkat kegiatan operasi yang tinggi. Mahasiswa mencapai tingkat ini saat mereka telah merangkai tindakan kognitif mereka sehingga mampu menghadirkan kembali potensi kegiatan penyelesaian mereka dan mengoperasikannya sampai dengan mengantisipasi hasilnya tanpa mengerjakan kegiatannya terlebih dulu (misal, mereka dapat “menerobos” representasi potensi kegiatan penyelesaian dalam pemikiran mereka dan membuat

kesimpulan dari hasil/jawabannya). Tingkat struktur konseptual ini bersifat operatif dalam artian bahwa kegiatan penyelesaian masalah mahasiswa berfungsi sebagai obyek yang digunakan untuk merefleksikan dan sebagai sumber mereka dalam menarik kesimpulan. Tingkat fungsi ini, dimana mahasiswa merefleksikan imajinasi kegiatan pemecahan sebagai obyek matematis yang baru, tampaknya berhubungan dengan kegiatan operatif yang melibatkan “representasi” mental sebuah aksi terhadap sebuah representasi. (Thompson 1985:232).

Tingkatan kegiatan penyelesaian yang diidentifikasi dalam penelitian ini dapat dikelompokkan tiga kategori atau tingkat struktur konseptual yaitu: Pengenalan, Representasi dan Abstraksi Struktural

SIMPULAN DAN SARAN

Simpulan

Dari hasil pembahasan, perlu mempertimbangkan lagi pandangan tradisional tentang representasi, dan mengadopsi sebuah perspektif yang menampung fungsi representasi yang

konstruktif dalam pengembangan pengetahuan konseptual dan menghasilkan obyek mental yang selanjutnya dapat digunakan oleh mahasiswa untuk merefleksikan dan memindahkannya saat mereka menginterpretasikan situasi permasalahan. Teori-teori kognitif cenderung mengadopsi satu perspektif dalam mempelajari representasi, dengan hasil berupa profil yang kurang lengkap dari apa yang kita ketahui sebagai proses yang kompleks. Misal, informasi pengolahan studi representasi dalam proses pemecahan masalah telah mengadopsi perspektif representasi sebagai pengetahuan obyektif yang digunakan mahasiswa dalam memindahkan berbagai situasi pembelajaran. Sebagai hasilnya, kemampuan mahasiswa dalam mengenali kemiripan tipe-tipe soal dinyatakan sebagai kegiatan pemecahan masalah yang mutakhir (*sophisticated*).

Tingkatan kegiatan penyelesaian yang diidentifikasi dalam penelitian ini dapat dikelompokkan tiga kategori atau tingkat struktur konseptual yaitu: Pengenalan, Representasi dan Abstraksi Struktural.

Saran

Hasil studi ini memberikan masukan tentang sebuah kemungkinan hubungan antara kegiatan kognitif dan kegiatan matematis di tingkat yang lebih tinggi. Tindakan kognitif mahasiswa dalam menginterpretasikan situasi yang baru (dalam hal struktur konseptual mereka) dan cara-cara mereka menyelesaikan kembali situasi problematik yang mereka hadapi, mempunyai pengaruh yang besar pada kegiatan penyelesaian sebelumnya.

Dari hasil penelitian ini disampaikan saran:

- 1) Bagi para peneliti problem solving matematika, hasil penelitian ini dapat dijadikan sebagai suatu langkah awal untuk penelitian-penelitian berkaitan proses berpikir seseorang dalam menyelesaikan problem solving

matematika.

- 2) Bagi para guru hendaknya memperhatikan bahwa terdapat level-level kemampuan dalam menyelesaikan problem solving matematika.

Tingkatan kegiatan penyelesaian yang diidentifikasi dalam penelitian ini dapat dikelompokkan tiga kategori atau tingkat struktur konseptual yaitu : Pengenalan, Representasi dan Abstraksi Struktural

DAFTAR PUSTAKA

- Ciffarelli, Victor. 1998. *The Development of Mental Representation as a Problem Solving Activity*. Dimuat dalam Journal of Mathematical Behavior, Vol. 17. Reston: A Blex Publishing Corp.
- Henningsen, M. 2002. *Supporting Students' High-Level Thinking, Reasoning, and Communication in Mathematics*. Dimuat dalam Lessons Learned from Research. Reston: NCTM.
- Hudojo, H. 2003. *Guru Matematika Konstruktivis (Constructivist Mathematics Teacher)*. Makalah disajikan pada Seminar Nasional, 27-23 Maret 2003 di Universitas Sanata Dharma Yogyakarta. Yogyakarta: Universitas Sanata Dharma.
- , 2005. *Kapita Selekta Pembelajaran Matematika*. Malang: Universitas Negeri Malang
- Janvier, C. 1987. Translation processes in mathematics education, In C. Janvier (Ed.). *Problem of representation in the teaching and learning of mathematics*, London: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- Lesh, R., Post, T., & M. Behr. 1987. Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving, In C. Janvier (Ed.). *Problem of representation in the teaching and learning of mathematics*, London: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

- National Council of Teachers of Mathematics. 1989. *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, Virginia: NCTM.
- , 1990. "Constructivist Views on The Teaching and Learning of Mathematics". *Journal for Research in Mathematics Education*. Reston, Virginia: NCTM.
- Ostad, S.A. (1997a). Strategies competence: Issues of task-specific strategies in arithmetic. *Nordic Studies in Mathematics Educations*, 3, 7-32.
- , 1998a. Developmental differences in solving simple arithmetic word problems and simple number fact problems: a comparison of mathematically normal and mathematically disabled children. *Mathematical Cognition*. 1998
- , 2007. Developmental progression of subtraction strategies: a comparison of mathematically normal and mathematically disabled children. *European Journal of Special Needs Education*, 14(1), 21-36.
- Raymond, E. 2000. *Cognitive Characteristics. Learners with Mild Disabilities*. Pp 169-201. Needham Heights, M. A: Allyn & Bacon , A. Pearson Education Company.
- Soedjoko, Edy. 1999. *Penelusuran Tingkat Perkembangan Berpikir Model Van Hiele Dalam Belajar Geometri*. PPS IKIP Surabaya (Tesis tidak dipublikasikan).