**ANUITAS *LAST SURVIVOR* UNTUK KASUS TIGA ORANG TERTANGGUNG**D P Sari , Jazwinarti

Jurusan Matematika, Universitas Negeri Padang, Indonesia

Info Artikel

Sejarah Artikel:
Diterima Februari 2016
Disetujui Maret 2016
Dipublikasikan April 2016

Keywords:
Annuity; last survivor annuity; multiple life


Abstrak

Pada asuransi *multiple life*, terdapat dua istilah berdasarkan status kematian dari kumpulan tertanggung yaitu *joint life* dan *last survivor*. Perbedaan status *multiple life* ini pada asuransi adalah waktu pemberian uang pertanggungannya. Suatu status dikatakan *joint life* jika pemberian uang pertanggungannya dilakukan pada saat orang pertama meninggal dan status dikatakan *life survivor* jika pemberian uang pertanggungannya dilakukan pada saat semuanya telah meninggal. Untuk mendapatkan uang pertanggungannya, tertanggung haruslah membayarkan sejumlah premi. Jika ingin mengkonversikan premi tunggal menjadi premi berkala diperlukan anuitas. Untuk kasus asuransi *last survivor* kita akan menggunakan anuitas *last survivor*. Hasil akhir dari proses penelitian penulis akan menghasilkan rumusan matematika nilai sekarang anuitas awal dan anuitas akhir untuk kasus dua orang dan tiga orang pada status *last survivor*.

Abstract

In multiple life insurance, there are two terms based on the status of the death of the insured is a collection of joint life and last survivor. The difference is in the status of multiple life insurance is the timing of cash coverage. A status is said to be a joint life insurance money if provision was made during the first die and life survivor status if the provision of insurance money made at the time are all dead. To get the sum insured, the insured must pay a premium. If you want to convert into a single premium be regular premium, annuity required. For the last survivor insurance cases we will use the last survivor annuity. The end result of the research process will generate mathematical formulas of present value due annuity and immediate annuity for the case of two and three people in the last survivor status.

© 2016 Universitas Negeri Semarang

 Alamat korespondensi:
Jl. Prof. Dr. Hamka Air Tawar Padang, 25131
E-mail: devniprimasari@yahoo.co.id

ISSN 0215-9945

PENDAHULUAN

Asuransi jiwa tidak hanya menyediakan perlindungan tertanggung untuk satu orang saja (*single life*), namun juga menyediakan perlindungan untuk dua orang atau lebih (*multiple life*). Keuntungan dari asuransi jiwa untuk *multiple life* adalah jumlah tertanggung yang diberikan jaminan lebih banyak pada satu polis kesepakatan, dan penghematan dalam hal biaya baik biaya administrasi maupun biaya pemasaran. Pada asuransi *multiple life*, terdapat dua istilah berdasarkan status kematian dari kumpulan tertanggung yaitu *joint life* dan *last survivor* (Bowers, 1997). Asuransi *joint life* yaitu asuransi jiwa dimana uang pertanggungan dibayarkan pada pasangan yang ditinggalkan apabila terjadi kematian pertama pada pasangan tersebut. Asuransi *last survivor* yaitu asuransi jiwa dimana uang pertanggungan dibayarkan pada ahli waris apabila kedua tertanggung telah meninggal dunia.

Untuk mendapatkan uang pertanggungan seperti yang dijanjikan dalam polis asuransi, tertanggung haruslah membayarkan sejumlah premi yaitu sejumlah uang yang wajib dibayar oleh tertanggung kepada pihak penanggung setiap jangka waktu tertentu. Pembayaran premi dari suatu polis asuransi jiwa dapat dibayarkan secara tunggal (sekaligus) atau berkala. Untuk pembayaran secara berkala berupa pembayaran bulanan, triwulanan, kwartalan, semesteran atau tahunan (Achdijat, 1993).

Pembayaran premi tunggal jarang dilakukan dikarenakan besarnya uang yang harus dibayarkan untuk sekali bayar. Biasanya premi tunggal dikonversikan menjadi premi berkala, umumnya tahunan (Achdijat, 1993). Untuk mengkonversikan premi tunggal menjadi premi berkala diperlukan suatu cicilan pembayaran yang dinamakan dengan anuitas. Anuitas yang digunakan pada asuransi jiwa ini adalah anuitas hidup dikarenakan pembayaran dilakukan bergantung hidup matinya seseorang di mana pembayaran akan berhenti jika yang bersangkutan meninggal. Dalam Khairani (2014) disebutkan bahwa pembayaran premi dari suatu polis asuransi tergantung dari jenis

asuransi yang diikuti oleh tertanggung. Pada asuransi jiwa dengan *last survivor*, perhitungan premi dikaitkan dengan premi asuransi jiwa perorangan dan premi asuransi jiwa bersama *joint life*. Dewi et al. (2016) mengkaji tentang penentuan cadangan premi untuk asuransi *joint life*. Kamal et al. (2014) mengkaji tentang penentuan premi tahunan pada asuransi *joint life* dengan menggunakan anuitas *reversionary*. Kajian tentang penentuan premi tahunan untuk tiga orang pada asuransi jiwa hidup gabungan (*joint life*) dilakukan oleh Bhuana et al. (2015).

Pembayaran anuitas dapat dilakukan pada awal periode dan dapat pula dilakukan pada akhir periode. Jika pembayaran terjadi pada akhir setiap periode, disebut sebagai anuitas akhir (*immediate annuity*) Sebaliknya, jika pembayaran terjadi pada awal setiap periode, disebut sebagai anuitas awal (*due annuity*). Selain perbedaan waktu penerimaan atau pembayaran, kedua jenis anuitas tersebut juga dibedakan dengan sedikit modifikasi rumus. Seperti pada kasus asuransi *last survivor* kita akan menggunakan anuitas *last survivor*. Anuitas ini nantinya akan digunakan untuk mengkonversi premi tunggal menjadi premi tahunan pada asuransi *last survivor*. Suatu status dikatakan *last survivor* jika setidaknya satu orang dari kumpulan tersebut masih hidup dan status *last survivor* akan gagal jika terjadi kematian terakhir pada kumpulan tersebut.

METODE

Penelitian ini dilakukan dengan metode literatur, yaitu dengan mengumpulkan berbagai sumber materi yang mendukung seperti buku, jurnal, dan beberapa artikel dari internet. Selanjutnya penulis merumuskan suatu masalah dengan mencari hubungan antar unsur yang saling berkaitan, kemudian membentuk suatu langkah dan formula perhitungan premi tahunan asuransi *last survivor* untuk tiga orang tertanggung dengan memanfaatkan persamaan dasar perhitungan premi yaitu nilai tunai premi sama dengan nilai tunai santunan. Langkah terakhir yaitu melakukan evaluasi terhadap formula yang dihasilkan ke dalam contoh kasus penerapan.

Perhitungan premi tahunan pada asuransi *last survivor* untuk tiga orang tertanggung berusia x , y dan z tahun dimulai dengan pembuatan tabel mortalitas gabungan, yaitu menentukan fungsi hidup gabungan tiga orang, peluang hidup gabungan dan peluang mati gabungan. Langkah kedua, membuat tabel komutasi gabungan. Langkah terakhir adalah menghitung nilai tunai anuitas *last survivor* awal atau anuitas *last survivor* akhir.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Probabilitas pada Multiple Life

Sebelum membentuk tabel mortalita gabungan untuk tiga tertanggung, kita harus memahami aturan-aturan probabilitas gabungan. Berikut di antara (x) dan (y) salah satu diantaranya masih hidup (termasuk kelompok bagian atau kelompok utama) dan tabel yang dipergunakan adalah jumlah yang hidup pada *life table* yang sederhana, apabila keduanya meninggal digunakan yang meninggal pada *life table* yang sederhana, nilai-nilai kemungkinan adalah sebagai berikut:

- a. Nilai kemungkinan (x) dan (y) , t tahun kemudian bertahan hidup

$$\begin{aligned} {}_t p_{xy} &= \frac{l_{x+t,y+t}}{l_{x,y}} = \frac{l_{x+t}}{l_x} \cdot \frac{l_{y+t}}{l_y} \\ &= {}_t p_x \cdot {}_t p_y \end{aligned} \tag{1}$$

Andrejs M & Aleksandrs M (2001) juga menyatakan bahwa ${}_t p_{xyz} = {}_t p_x \cdot {}_t p_y \cdot {}_t p_z$
Berdasarkan cara di atas di dapatkan rumus berikut

$${}_{s+t} p_{xy} = {}_s p_{xy} \cdot {}_t p_{x+s,y+s} \tag{2}$$

- b. Nilai kemungkinan salah satu (x) dan (y) meninggal dalam jangka waktu t tahun

$$\begin{aligned} {}_t q_{xy} &= 1 - {}_t p_{xy} \\ &= 1 - {}_t p_x \cdot {}_t p_y \end{aligned} \tag{3}$$

- c. Nilai kemungkinan dalam t tahun (x) dan (y) meninggal

$${}_t q_{\overline{xy}} = {}_t q_x \cdot {}_t q_y = (1 - {}_t p_x)(1 - {}_t p_y) \tag{4}$$

Untuk $t = 1$

$$q_{\overline{xy}} = (1 - p_x)(1 - p_y) \tag{5}$$

- d. Nilai kemungkinan dalam t tahun sedikitnya 1 orang di antara (x) dan (y) tetap hidup

$$\begin{aligned} {}_t p_{\overline{xy}} &= 1 - {}_t q_{\overline{xy}} = 1 - (1 - {}_t p_x)(1 - {}_t p_y) \\ &= {}_t p_x + {}_t p_y - {}_t p_{xy} \end{aligned} \tag{6}$$

Untuk $t = 1$

$$p_{\overline{xy}} = p_x + p_y - p_{xy} \tag{7}$$

Karena ${}_t p_{\overline{xy}} + {}_t q_{\overline{xy}} = 1$, maka tidak menyebabkan ${}_{s+t} p_{\overline{xy}} = {}_s p_{\overline{xy}} \cdot {}_t p_{\overline{x+s,y+s}}$
Apabila diartikan

$$p_{\overline{xy}} = p_x q_y + q_x p_y + p_{xy} \tag{8}$$

- e. Nilai kemungkinan mati dalam jangka waktu $[t, t + 1]$ untuk (x) dan (y) mati, yaitu dalam jangka waktu $[t, t + 1]$ nilai kemungkinan kedua-duanya meninggal

$$\begin{aligned} {}_t | q_{\overline{xy}} &= {}_t p_{\overline{xy}} - {}_{t+1} p_{\overline{xy}} \\ &= {}_t | q_x + {}_t | q_y - {}_t | q_{xy} \end{aligned} \tag{9}$$

Similar dengan (9),

$${}_t q_{\overline{xy}} = {}_t q_x + {}_t q_y - {}_t q_{xy} \tag{10}$$

Berikut ini bukan merupakan gabungan dua orang melainkan (x), (y) dan (z) sebanyak tiga orang, caranya mirip dengan yang dua orang. Untuk memudahkan tiga orang tersebut menggunakan tabel mortalita yang sama, seperti berikut:

- a. Nilai kemungkinan (x), (y) dan (z) dalam jangka waktu t tahun meninggal semua adalah

$$\begin{aligned} {}_tq_{\overline{xyz}} &= {}_tq_x {}_tq_y {}_tq_z \\ &= (1 - {}_tp_x)(1 - {}_tp_y)(1 - {}_tp_z) \end{aligned} \tag{11}$$

Untuk t = 1

$$q_{\overline{xyz}} = (1 - p_x)(1 - p_y)(1 - p_z) \tag{12}$$

Nilai kemungkinan (x), (y) dan (z) t tahun kemudian sedikitnya satu yang hidup adalah

$$\begin{aligned} {}_tp_{\overline{xyz}} &= 1 - {}_tq_{\overline{xyz}} \\ &= 1 - (1 - {}_tp_x)(1 - {}_tp_y)(1 - {}_tp_z) \end{aligned} \tag{13}$$

Untuk t = 1

$$p_{\overline{xyz}} = 1 - (1 - p_x)(1 - p_y)(1 - p_z) \tag{14}$$

Nilai kemungkinan (x), (y) dan (z) yang paling akhir hidup dalam [t, t + 1] mati adalah

$${}_t|q_{\overline{xyz}} = {}_tp_{\overline{xyz}} - {}_{t+1}p_{\overline{xyz}} \tag{15}$$

Simbol-simbol Komutasi Gabungan

Langkah awal pembuatan tabel komutasi gabungan adalah menentukan simbol-simbol komutasi gabungan. Simbol komutasi adalah nilai-nilai yang dibuat oleh seseorang yang berguna untuk memudahkan perhitungan dalam table mortalitas. Simbol komutasi ini biasa digunakan untuk perhitungan nilai

asuransi yang lain, misalnya anuitas, premi tahunan, dan sebagainya.

Simbol-simbol komutasi pada asuransi *joint life* didefinisikan secara analog dengan simbol-simbol komutasi pada asuransi jiwa tunggal, yaitu didefinisikan sebagai berikut (Jordan, 1991)

$$D_{x_1x_2 \dots x_m} = v^{\frac{x_1+x_2+\dots+x_m}{m}} \cdot l_{x_1x_2 \dots x_m} \tag{16}$$

dan

$$C_{x_1x_2 \dots x_m} = v^{\frac{x_1+x_2+\dots+x_m+1}{m}} \cdot d_{x_1x_2 \dots x_m} \tag{17}$$

Selain itu, terdapat pula beberapa simbol komutasi gabungan lainnya pada tabel mortalitas gabungan, yaitu (Futami, 1994)

$$N_{xy} = D_{xy} + D_{x+1,y+1} + D_{x+2,y+2} + \dots \tag{18}$$

$$M_{xy} = C_{xy} + C_{x+1,y+1} + C_{x+2,y+2} + \dots \tag{19}$$

Simbol-simbol tersebut akan sering digunakan untuk memudahkan perhitungan anuitas.

Anuitas Joint Life Berjangka

Untuk menghitung anuitas *last survivor* untuk tiga tertanggung, kita akan bersinggungan dengan anuitas *joint life* untuk

dua maupun tiga tertanggung. Oleh sebab itu pada bagian ini peneliti juga akan mengulas anuitas *last survivor*.

Anuitas Joint Life Awal Berjangka untuk Dua Orang

Nilai sekarang anuitas *Joint Life* awal berjangka jika (x) dan (y) hidup adalah

$$\ddot{a}_{xy:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t {}_tp_{xy} \tag{(20)}$$

$$\begin{aligned}
 &= 1 + v^1 {}_1p_{xy} + v^2 {}_2p_{xy} + \dots + v^{n-1} {}_{n-1}p_{xy} \\
 &= \left(\frac{l_{xy}}{l_{xy}} + v \frac{l_{x+1,y+1}}{l_{xy}} + \dots + v^{n-1} \frac{l_{x+n-1,y+n-1}}{l_{xy}} \right) \left(\frac{v^{\frac{1}{2}(x+y)}}{v^{\frac{1}{2}(x+y)}} \right) \\
 &= \frac{v^{\frac{1}{2}(x+y)} l_{xy} + v^{\frac{1}{2}(x+y)+1} l_{x+1,y+1} + \dots + v^{\frac{1}{2}(x+y)+n-1} l_{x+n-1,y+n-1}}{l_{xy}}
 \end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (16), maka

$$\ddot{a}_{xy:\overline{n}|} = \frac{D_{xy} + D_{x+1,y+1} + D_{x+2,y+2} + \dots + D_{x+n-1,y+n-1}}{D_{xy}}$$

Sehingga diperoleh nilai anuitas *joint life* awal untuk (x) dan (y) sebagai berikut,

$$\ddot{a}_{xy:\overline{n}|} = \frac{N_{xy} - N_{x+n,y+n}}{D_{xy}} \tag{21}$$

Anuitas *Joint Life* Awal Berjangka untuk Dua Orang

Nilai sekarang anuitas *Joint Life* akhir berjangka jika (x) dan (y) hidup adalah

$$\begin{aligned}
 a_{xy:\overline{n}|} &= \sum_{t=1}^n v^t {}_t p_{xy} \tag{22} \\
 &= v^1 {}_1 p_{xy} + v^2 {}_2 p_{xy} + \dots + v^{n-1} {}_{n-1} p_{xy} v^n {}_n p_{xy} \\
 &= \left(v \frac{l_{x+1,y+1}}{l_{xy}} + v^2 \frac{l_{x+2,y+2}}{l_{xy}} + \dots + v^{n-1} \frac{l_{x+n,y+n}}{l_{xy}} \right) \left(\frac{v^{\frac{1}{2}(x+y)}}{v^{\frac{1}{2}(x+y)}} \right) \\
 &= \frac{v^{\frac{1}{2}(x+y)+1} l_{x+1,y+1} + v^{\frac{1}{2}(x+y)+2} l_{x+2,y+2} + \dots + v^{\frac{1}{2}(x+y)+n} l_{x+n,y+n}}{l_{xy}}
 \end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (16), maka

$$a_{xy:\overline{n}|} = \frac{D_{x+1,y+1} + D_{x+2,y+2} + \dots + D_{x+n,y+n}}{D_{xy}}$$

Sehingga diperoleh nilai anuitas *joint life* akhir untuk (x) dan (y) sebagai berikut,

$$a_{xy:\overline{n}|} = \frac{N_{x+1,y+1} - N_{x+n+1,y+n+1}}{D_{xy}} \tag{23}$$

Anuitas *Last Survivor* Berjangka untuk Tiga Orang

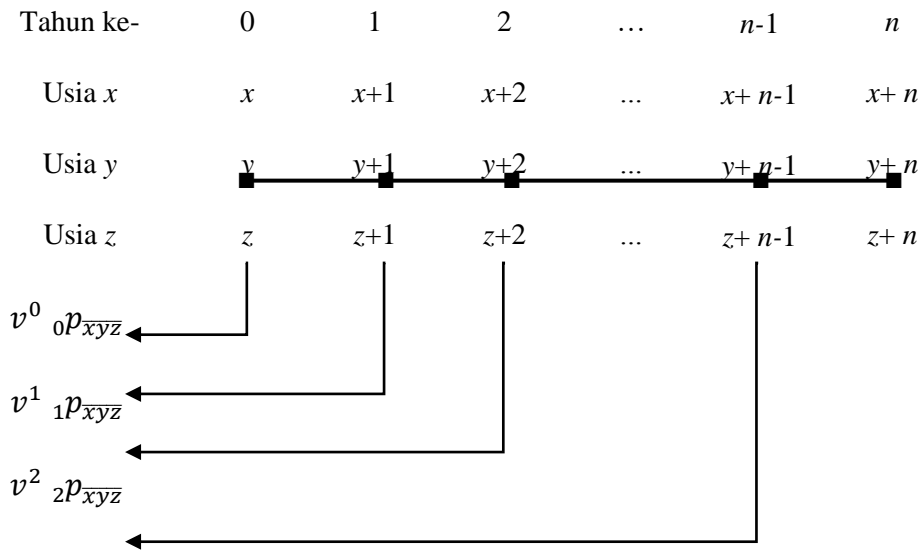
Anuitas *last survivor* adalah suatu kontrak anuitas yang terdiri dari dua tertanggung atau lebih, dimana pembayaran terhenti apabila semua tertanggung meninggal dunia. Anuitas hidup yang digunakan pada penelitian ini adalah anuitas hidup diskret dimana jarak waktu pembayarannya sama setiap periode dengan pembayaran di awal periode sehingga akan mudah bagi perusahaan asuransi dalam melakukan pembukuan dana.

Anuitas hidup *last survivor* berjangka adalah anuitas hidup yang berlaku selama

jangka waktu tertentu yang telah disepakati oleh ketiga tertanggung dan perusahaan asuransi di awal kontrak polis. Pembayaran akan berhenti jika semua tertanggung meninggal dunia sebelum jangka waktu yang ditetapkan tersebut.

Nilai Tunai Anuitas *Last Survivor* Awal Berjangka

Jika besar penerimaan anuitas setiap awal periode selama n periode dengan bunga i per periode adalah 1 rupiah untuk tiga orang masing-masing berusia x, y dan z tahun, maka diperoleh skema pembayaran pada Gambar 1.



Gambar 1. Skema pembayaran nilai tunai anuitas hidup *last survivor* awal berjangka

Dengan skema tersebut, maka nilai tunai anuitas hidup *last survivor* awalnya adalah

$$\ddot{a}_{xyz:\overline{n}|} = 1 + v^1 {}_1p_{xyz} + v^2 {}_2p_{xyz} + \dots + v^{n-1} {}_{n-1}p_{xyz}$$

$$\ddot{a}_{xyz:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t {}_t p_{xyz}$$

menggunakan persamaan (13), diperoleh

$$\ddot{a}_{xyz:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t (1 - {}_t q_{xyz})$$

$$= \sum_{t=0}^{n-1} v^t ({}_t p_x + {}_t p_y + {}_t p_z - {}_t p_x {}_t p_y - {}_t p_x {}_t p_z - {}_t p_y {}_t p_z + {}_t p_x {}_t p_y {}_t p_z)$$

menggunakan persamaan ((20), diperoleh

$$\ddot{a}_{xyz:\overline{n}|} = \ddot{a}_{x:\overline{n}|} + \ddot{a}_{y:\overline{n}|} + \ddot{a}_{z:\overline{n}|} - \ddot{a}_{xy:\overline{n}|} - \ddot{a}_{xz:\overline{n}|} - \ddot{a}_{yz:\overline{n}|} + \ddot{a}_{xyz:\overline{n}|} \tag{24}$$

Untuk menyederhanakan perhitungan pada persamaan (24), maka digunakan simbol komutasi, sehingga

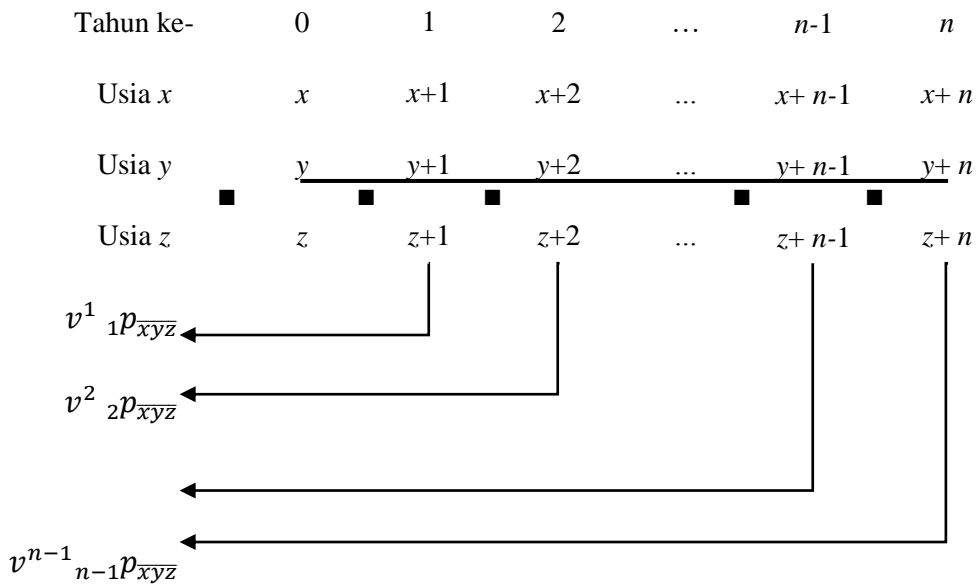
$$\ddot{a}_{xyz:\overline{n}|} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} + \frac{N_y - N_{y+n}}{D_y} + \frac{N_z - N_{z+n}}{D_z} - \frac{N_{xy} - N_{x+n,y+n}}{D_{xy}} - \frac{N_{xz} - N_{x+n,z+n}}{D_{xz}}$$

$$- \frac{N_{yz} - N_{y+n,z+n}}{D_{yz}} + \frac{N_{xyz} - N_{x+n,y+n,z+n}}{D_{xyz}}$$

Nilai Tunai Anuitas Hidup Last Survivor Akhir Berjangka

Nilai tunai anuitas hidup akhir diperhitungkan pada akhir setiap jangka waktu penerimaan anuitas. Jadi, jika besar penerimaan

anuitas setiap akhir periode selama n periode dengan bunga i per periode adalah 1 rupiah untuk dua orang berusia (x) , (y) dan (z) tahun, maka skemanya dapat dituliskan sebagai berikut:



Gambar 2. Skema pembayaran nilai tunai anuitas hidup *last survivor* akhir berjangka

Berdasarkan skema tersebut, maka nilai tunai anuitas hidup akhirnya adalah

$$a_{\overline{xyz}:\overline{n}|} = v^1 \cdot {}_1p_{\overline{xyz}} + v^2 \cdot {}_2p_{\overline{xyz}} + \dots + v^{n-1} \cdot {}_{n-1}p_{\overline{xyz}} + v^n \cdot {}_np_{\overline{xyz}}$$

$$a_{\overline{xyz}:\overline{n}|} = \sum_{t=1}^n v^t \cdot {}_tp_{\overline{xyz}}$$

menggunakan persamaan (13), diperoleh

$$\begin{aligned} a_{\overline{xyz}:\overline{n}|} &= \sum_{t=1}^n v^t (1 - {}_tq_{\overline{xyz}}) \\ &= \sum_{t=1}^n v^t [1 - (1 - {}_tp_x)(1 - {}_tp_y)(1 - {}_tp_z)] \\ &= \sum_{t=1}^n v^t ({}_tp_x + {}_tp_y + {}_tp_z - {}_tp_x {}_tp_y - {}_tp_x {}_tp_z - {}_tp_y {}_tp_z + {}_tp_x {}_tp_y {}_tp_z) \end{aligned}$$

menggunakan persamaan (20), diperoleh

$$a_{\overline{xyz}:\overline{n}|} = a_{\overline{x}:\overline{n}|} + a_{\overline{y}:\overline{n}|} + a_{\overline{z}:\overline{n}|} - a_{\overline{xy}:\overline{n}|} - a_{\overline{xz}:\overline{n}|} - a_{\overline{yz}:\overline{n}|} + a_{\overline{xyz}:\overline{n}|} \tag{26}$$

Untuk menyederhanakan perhitungan pada persamaan (26), maka digunakan simbol komutasi, sehingga

$$\begin{aligned} a_{\overline{xyz}:\overline{n}|} &= \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x} + \frac{N_{y+1} - N_{y+n+1}}{D_y} + \frac{N_{z+1} - N_{z+n+1}}{D_z} \\ &\quad - \frac{N_{x+1,y+1} - N_{x+n+1,y+n+1}}{D_{xy}} - \frac{N_{x+1,z+1} - N_{x+n+1,z+n+1}}{D_{xz}} \\ &\quad - \frac{N_{y+1,z+1} - N_{y+n+1,z+n+1}}{D_{yz}} + \frac{N_{x+1,y+1,z+1} - N_{x+n+1,y+n+1,z+n+1}}{D_{xyz}} \end{aligned} \tag{27}$$

Persamaan nilai tunai anuitas ini digunakan dalam perhitungan premi tahunan asuransi *last survivor*.

Contoh

Dengan menggunakan tabel mortalita Indonesia tahun 1993 dengan tingkat bunga 5,5%, hitunglah nilai sekarang dari anuitas $a_{\overline{30,35,40}:\overline{10}|}$!

$$a_{\overline{30,35,40}:\overline{10}|} = a_{\overline{30}:\overline{10}|} + a_{\overline{35}:\overline{10}|} + a_{\overline{40}:\overline{10}|} - a_{\overline{30,35}:\overline{10}|} - a_{\overline{30,40}:\overline{10}|} - a_{\overline{35,40}:\overline{10}|} + a_{\overline{30,35,40}:\overline{10}|}$$

$$\begin{aligned}
 &= \sum_{t=1}^{10} v^t ({}_t p_{30} + {}_t p_{35} + {}_t p_{40} - {}_t p_{30} {}_t p_{35} - {}_t p_{30} {}_t p_{40} - {}_t p_{35} {}_t p_{40} + {}_t p_{30} {}_t p_{35} {}_t p_{40}) \\
 &= 7.49999 + 7.4839 + 7.45396 - 7.44664 - 7.41691 - 7.40109 + 7.36443 \\
 \overline{a}_{\overline{30,35,40}|10} &= 7.53764
 \end{aligned}$$

SIMPULAN

Dari pembahasan yang telah dilakukan dapat disimpulkan bahwa:

- a. Nilai sekarang anuitas awal *last survivor* berjangka yang terdiri dari tiga orang adalah

$$\begin{aligned}
 \ddot{a}_{\overline{xyz}:\overline{n}} &= \sum_{t=0}^{n-1} v^t {}_t p_{\overline{xyz}} \\
 &= \ddot{a}_{x:\overline{n}} + \ddot{a}_{y:\overline{n}} + \ddot{a}_{z:\overline{n}} - \ddot{a}_{xy:\overline{n}} - \ddot{a}_{xz:\overline{n}} - \ddot{a}_{yz:\overline{n}} + \ddot{a}_{xyz:\overline{n}} \\
 \ddot{a}_{\overline{xyz}:\overline{n}} &= \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} + \frac{N_y - N_{y+n}}{D_y} + \frac{N_z - N_{z+n}}{D_z} - \frac{N_{xy} - N_{x+n,y+n}}{D_{xy}} - \frac{N_{xz} - N_{x+n,z+n}}{D_{xz}} \\
 &\quad - \frac{N_{yz} - N_{y+n,z+n}}{D_{yz}} + \frac{N_{xyz} - N_{x+n,y+n,z+n}}{D_{xyz}}
 \end{aligned}$$

- b. Nilai sekarang anuitas akhir *last survivor* berjangka yang terdiri dari tiga orang adalah

$$\begin{aligned}
 a_{\overline{xyz}:\overline{n}} &= \sum_{t=1}^n v^t {}_t p_{\overline{xyz}} \\
 &= a_{x:\overline{n}} + a_{y:\overline{n}} + a_{z:\overline{n}} - a_{xy:\overline{n}} - a_{xz:\overline{n}} - a_{yz:\overline{n}} + a_{xyz:\overline{n}} \\
 a_{\overline{xyz}:\overline{n}} &= \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x} + \frac{N_{y+1} - N_{y+n+1}}{D_y} + \frac{N_{z+1} - N_{z+n+1}}{D_z} - \frac{N_{x+1,y+1} - N_{x+n+1,y+n+1}}{D_{xy}} \\
 &\quad - \frac{N_{x+1,z+1} - N_{x+n+1,z+n+1}}{D_{xz}} - \frac{N_{y+1,z+1} - N_{y+n+1,z+n+1}}{D_{yz}} \\
 &\quad + \frac{N_{x+1,y+1,z+1} - N_{x+n+1,y+n+1,z+n+1}}{D_{xyz}}
 \end{aligned}$$

DAFTAR PUSTAKA

Achdijat D. 1993. *Teknik Pengelolaan Asuransi Jiwa*. Yogyakarta : Gunadarma.

Andrejs M & Aleksandrs M. 2001. Insurance Models for Joint Life and Last Survivor Benefits. *Informatica* **12**: 547-558

Bowers NL, Gerber HU, Hickman JC, Jones DA, & Nesbitt CJ. 1997. *Actuarial Mathematics*. 2nd ed. Schaumburg : The Society of Actuaries

Bhuana TY, Widana IN, & Harini LPI. 2015. Menentukan Premi Tahunan untuk Tiga Orang pada Asuransi Jiwa Hidup Gabungan (Joint Life). *E-Jurnal Matematika* **4** (4): 195-200

Dewi NLPR, Widana IN, & Nilakusmawati DPE. 2016. Penentuan Cadangan Premi untuk Asuransi Joint Life. *E-Jurnal Matematika* **5** (1): 32-37

Futami T. 1994. *Matematika Asuransi Jiwa Bagian II*. Jakarta : Rekaprint Utama.

Jordan CW.1991. *Society of Actuaries' Textbook on Life Contingencies*. Massachusetts: The Society of Actuaries.

Kamal I, Devianto D, & Yanuar F. 2014. Penentuan Premi Tahunan pada Asuransi Joint Life dengan Menggunakan Anuitas Reversionary. *Jurnal Matematika UNAND* **3** (4): 2303-2910

Khairani. 2014. Penentuan Premi Tahunan untuk Polis Asuransi Jiwa Bersama Last Survivor. *Jurnal Matematika UNAND* **3** (2): 62-71