

Proses Berpikir Induktif dan Deduktif dalam Mempelajari Matematika

Rochmad

Dosen Jurusan Matematika FMIPA UNNES

Abstrak

Salah satu ciri utama dalam mempelajari matematika adalah menerapkan penalaran deduktif yaitu kebenaran suatu konsep atau pernyataan diperoleh sebagai akibat logis dari kebenaran sebelumnya, sehingga kaitan antar konsep atau pernyataan matematika bersifat konsisten. Namun demikian, pembelajaran matematika dengan fokus pada pemahaman konsep dapat diawali dengan pendekatan induktif melalui pengalaman khusus yang dialami siswa. Dalam pembelajaran matematika, pola pikir induktif dapat digunakan untuk memahami definisi, pengertian, dan aturan matematika. Kegiatan pembelajaran dapat dimulai dengan menyajikan beberapa contoh atau fakta yang teramati, membuat daftar sifat-sifat yang muncul, memperkirakan hasil yang mungkin, dan kemudian siswa dengan menggunakan pola pikir induktif diarahkan menyusun suatu generalisasi. Selanjutnya, jika memungkinkan siswa diminta membuktikan generalisasi yang diperoleh tersebut secara deduktif.

Kata kunci: Pembelajaran matematika, pola pikir induktif, pola pikir deduktif.

A. Pendahuluan

Dalam pembelajaran matematika seorang guru memberi soal kepada siswanya sebagai berikut: "tiga bilangan asli berurutan jumlahnya 45, berapakah bilangan-bilangan itu?" Ternyata dengan cara "*mencoba-coba*" beberapa anak kelas V sekolah dasar menemukan bahwa bilangan-bilangan itu 14, 15 dan 16; sebab ketiga bilangan tersebut adalah bilangan asli berurutan dan jumlahnya $14 + 15 + 16 = 45$. Guru memberi penguatan dengan melontarkan pujian: "Bagus!" benar jawaban kalian. Guru ingin mengetahui bagaimana cara mereka memperoleh ketiga bilangan asli tersebut. Kepada beberapa siswa guru mengajukan pertanyaan: "Bagaimana anda dapat menemukan jawaban tersebut?"

Berkaitan dengan soal di atas, ada beberapa siswa menjelaskan sebagai berikut: mula-mula saya memilih tiga bilangan asli 6, 7, dan 8 lalu dijumlahkan hasilnya 21, ternyata kurang dari 45; lalu saya memilih 20, 21, 22 jumlahnya 63, lebih dari 45. Kemudian saya berpikir, saya pilih tiga bilangan asli 14, 15 dan 16, lalu saya

jumlahkan dan hasilnya 45. Jadi tiga bilangan asli berurutan tersebut adalah 14, 15 dan 16. Jawaban dari beberapa siswa lainnya, mirip seperti itu. Karena itu, guru menyimpulkan para siswanya menjawab dengan cara mencoba-coba atau menebak-nebak.

Ada siswa yang memecahkan masalah dengan menggunakan pendekatan sebagai berikut. Misalnya salah satu bilangan asli tersebut A. Tiga bilangan asli berurutan yang ditanyakan dapat dinyatakan dengan A, A+1, dan A + 2. Diketahui $A + (A + 1) + (A + 2) = 45$, didapat $3A + 3 = 45$. Jadi $3A = 42$ dan $A = 14$. Kemudian siswa tersebut menyimpulkan: "Jadi bilangan-bilangan itu 14, 15, dan 16." Pemecahan masalah seperti ini menggunakan pendekatan deduktif.

Dua pendekatan dalam memecahkan masalah matematika tersebut di atas berkaitan dengan proses berpikir siswa, apakah menggunakan penalaran induktif atau deduktif. Pada pendekatan yang pertama, siswa memecahkan masalah dengan cara mencoba-coba, "*trial and error*," dan menemukan jawabannya. Pendekatan seperti ini termasuk dalam pendekatan induktif. Cara

memecahkan masalah dengan mencoba-coba atau menebak-nebak sering dilakukan oleh siswa. Cara seperti ini kadang memerlukan waktu yang lama untuk menemukan jawabannya. Siswa kebanyakan kesulitan jika soalnya dikembangkan.

Misalnya "Tiga bilangan berurutan jumlahnya 69693, berapakah bilangan-bilangan itu?" Dengan mencoba-coba memilih tiga bilangan asli yang jumlahnya 69693 bukanlah pekerjaan yang mudah bagi siswa, meskipun ia telah memiliki pengalaman menjawab soal yang pertama. Karena itu, kemampuan memecahkan masalah dengan menggunakan metode mencoba-coba kurang dapat diandalkan. Dalam kasus pemecahan masalah ini, siswa yang menggunakan cara kedua yakni menggunakan pendekatan deduktif, akan lebih mudah dalam memecahkan masalah tersebut.

Berkaitan dengan pembelajaran, kebanyakan guru dalam melaksanakan pembelajaran matematika dengan pendekatan induktif, bermula dari contoh-contoh menuju ke generalisasi. Kegiatan belajar ini sangat penting dalam belajar matematika. Namun para guru diharapkan tidak melupakan pentingnya penalaran deduktif dalam belajar matematika. Guru yang hanya menggunakan pendekatan induktif membangun kemampuan siswa dalam bernalar induktif, namun jika kurang memberi tekanan dalam membangun kemampuan bernalar deduktif, maka dikhawatirkan kemampuan matematika siswa kurang berkembang secara optimal. Berikut ini disajikan argumentasi pentingnya mengkombinasikan penalaran induktif dan deduktif dalam pembelajaran matematika. Penulisan artikel ini dimaksudkan agar para guru matematika menyadari pentingnya melatih siswa menggunakan penalaran induktif dan deduktif dalam belajar matematika.

B. Pembahasan

a. Pola Pikir Induktif

Menurut Piaget (dalam Copeland, 1974), siswa belajar memahami objek-objek di lingkungan kehidupannya dengan cara mengklasifikasikan menjadi suatu kategori tertentu yang berbeda dengan objek lainnya, berbasis karakteristik tertentu atau sifatnya. Misalnya jika disajikan beberapa gambar berbagai binatang, siswa mengklasifikasikan gambar-gambar tersebut ke dalam kelompok burung, ayam, dan hewan berkaki empat. Dengan cara seperti ini siswa belajar konsep himpunan dan keanggotaan suatu himpunan.

Ide dari klasifikasi, berbasis pada relasi. Dalam kehidupan sehari-hari, misalnya seorang siswa mengatakan: "Para siswa sedang bermain bola milik Anton." Kata "milik" merupakan relasi, dan karena relasi inilah bola tersebut kemudian dikembalikan kepada Anton. Dengan demikian, dapat terjadi siswa dalam mengamati objek-objek berupaya mengklasifikasikan atau merelasikan dengan berbagai cara. Misalnya: lebih berat, lebih luas, dan memiliki warna sama. Dalam geometri, siswa mengklasifikasikan objek-objek dengan relasi, misalnya: "bangun datar yang memiliki tiga sisi;" "bangun datar yang memiliki empat sisi;" dan "bangun datar yang memiliki empat sisi yang sama panjang."

Selanjutnya, dengan melakukan klasifikasi terhadap objek-objek yang ada di lingkungan sekitar, siswa diharapkan dapat menulis suatu definisi. Sebagaimana yang dikemukakan Copeland (1974: 53):

From such classification will later come definition such as "a triangle is ...," "a family is ...," "a mother is ...," and "a river is ..."

Artinya, dari klasifikasi seperti itu akhirnya menjadi definisi seperti "segitiga adalah ...," "keluarga adalah ...," "ibu adalah ...," dan "sungai adalah ..."

Dalam geometri jika pembelajaran dimulai dengan suatu definisi, misalnya segitiga adalah bangun datar yang dibatasi oleh tiga ruas garis. Kemudian menggunakan pengertian tersebut untuk mengidentifikasi dari berbagai bangun datar sederhana dan memilih mana yang berupa segitiga, maka pendekatan pembelajarannya disebut pendekatan deduktif. Menurut pendapat para ahli, pendekatan yang lebih baik bagi anak-anak dalam belajar matematika adalah pendekatan induktif dari pada pendekatan deduktif. Copeland (1974: 204) menyatakan:

A better approach (inductive) in teaching children is to show them several triangles and ask them what the figures have in common and from this experience to form a definition or generalization.

Artinya, pendekatan yang lebih baik (induktif) dalam mengajar siswa dengan menunjukkan beberapa segitiga kepada mereka dan menanyakan apakah kesamaan dari bangun-bangun tersebut dan kemudian dari pengalaman tersebut membangun suatu definisi atau generalisasi.

Model Klauer (Christou dan Papageorgiou, 2006) mengelompokkan tiga kelas kesamaan (*similarity*), ketidaksamaan (*dissimilarity*), dan ketidaksamaan dan kesamaan (*dissimilarity and similarity*) dari penalaran induktif meliputi atribut generalisasi (*generalization*), perbedaan (*discrimination*), dan klasifikasi silang (*cross clasification*). Model Klauer ini dikritik oleh Christou dan Papageorgiou (2006: 57), mereka menyatakan:

“Klauer’s model has been developed in a general content domain, and it is not clear whether it is applicable to mathematics.”

Artinya model Klauer dikembangkan dalam domain isi yang terlalu umum dan kurang jelas apakah dapat diterapkan dalam matematika.

Christou dan Papageorgiou (2006: 57) memandang penting penalaran induktif dalam matematika dan perlu kerangka proses kognitif yang dapat digunakan untuk mendorong kecakapan penalaran induktif siswa dalam belajar matematika. Proses induktif dari kesamaan (*similarity*), ketidaksamaan (*disimilarity*), dan integrasi (*integration*).

Contoh kepada siswa diajukan pertanyaan: (1) “Carilah sifat umum dari sekelompok bilangan 4, 16, 8, 32, 20, 100, 40;” (2) “Carilah bilangan yang belum ditulis dalam $3/6 = 5/?$ ” Dalam masalah (1) siswa diminta mencari kesamaan (*similarity*) dari sekelompok bilangan, dengan cara menemukan satu predikat $P(x)$ yang berarti setiap bilangan (x) memiliki atribut P , yaitu semua bilangan dalam kelompok bilangan tersebut kelipatan empat. Masalah (2) merupakan masalah perbandingan sederhana, siswa diminta mempertimbangkan dua predikat $P'(x,y)$. Dalam kasus ini siswa pertama-tama perlu menyadari bahwa bilangan x berkaitan dengan y dalam perbandingan yang pertama dengan relasi P' , yaitu y dua kali x ; dan menerapkan relasi ini dalam rasio yang kedua.

Contoh ketidaksamaan (*dissimilarity*), misalnya siswa diminta mencari bilangan yang tidak cocok dengan bilangan-bilangan dari sekelompok bilangan 9, 21, 12, 15, 3, 5 dan 9 dalam hal ini siswa mencari atribut sehingga menemukan bilangan yang dimaksud misalnya 5, sebab 5 bukan bilangan kelipatan 3. Berkaitan dengan relasi misalnya kepada siswa diberi pertanyaan: “Keluarkan bilangan yang mengganggu dalam barisan bilangan 1 1 2 3 5 8 12,” dalam hal ini siswa memperhatikan relasi antara bilangan dengan bilangan sebelumnya, yaitu bilangan dalam barisan itu diperoleh dengan cara

menjumlahkan dua bilangan sebelumnya. Bilangan 12 dikeluarkan dari kelompok bilangan karena seharusnya 13.

Contoh integrasi, misalnya siswa diminta menempatkan bilangan 24 dari matriks berikut.

6, 18, 12	16, 4, 8
15, 9, 3	7, 5, 25

Atribut dalam tugas di atas adalah tugas mengklasifikasi yang disajikan dengan matriks 2x2. Contoh integrasi berkaitan dengan relasi misalnya kepada siswa diberi soal: “Lengkapilah sel dengan bilangan yang cocok,” dari matriks 3x3 berikut.

8	4	2
24	12	6
72	36	

Tiga proses kognitif kesamaan, ketidaksamaan dan integrasi pada prinsipnya mengacu pada operasi-operasi dan pemecahan masalah, misalnya berkaitan dengan klasifikasi, barisan, deret, matriks, bentuk-bentuk gambar yang dapat digunakan untuk mengantarkan siswa bernalar secara induktif. Kesamaan siswa mengidentifikasi kesamaan-kesamaan atribut-atribut dari berbagai objek yang berbeda, misalnya bilangan-bilangan atau bangun-bangun, dan pada tingkat relasi dilakukan dengan mengidentifikasi kesamaan-kesamaan antara bilangan-bilangan atau objek-objek. Pada tingkatan atribut siswa mencatat ketidaksamaan antara atribut-atribut; kemungkinan kesamaan atau ketidaksamaan dapat terjadi dalam menyelidiki atribut-atributnya, alternatif solusinya adalah menentukan atribut-atribut yang sama atau berbeda. Pada tingkat relasi siswa menyadari adanya perbedaan dalam relasi. Integrasi pada tingkat atribut melibatkan masalah yang menuntut siswa mempertimbangkan minimal dua objek secara serentak; pada tingkat relasi

melibatkan sekelompok karakteristik untuk ditemukan ekuivalensi atau ketidaksamaannya dari relasi-relasi tersebut. Minimal terdapat dua relasi sehingga kesamaan atau ketidaksamaan dapat diverifikasi.

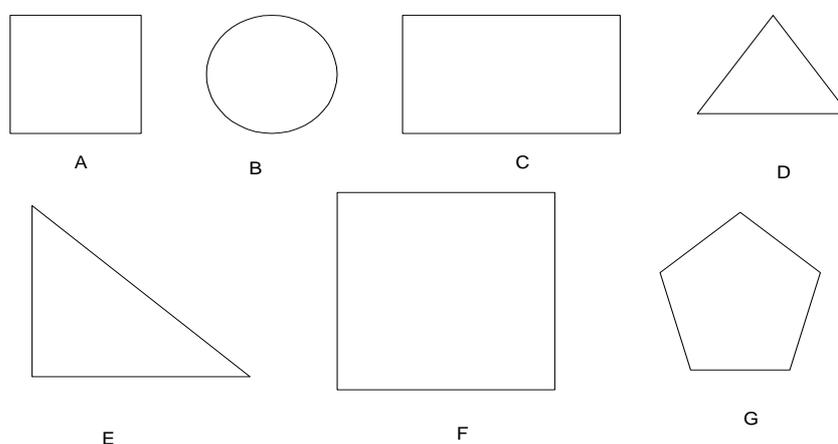
Dalam pembelajaran matematika, pola pikir induktif digunakan oleh guru jika dalam menyampaikan materi pembelajaran dimulai dari hal-hal yang khusus menuju ke hal yang lebih umum. Misalnya dalam mengenalkan konsep persegi, guru dapat menunjukkan berbagai bangun geometri atau gambar bangun datar kepada para siswa, dan mengatakan “ini namanya persegi.” Selanjutnya menunjuk bangun lain yang bukan persegi dengan mengatakan “ini bukan persegi.” Dengan demikian siswa dapat menangkap pengertian secara intuitif sehingga siswa dapat membedakan mana bangun yang berupa persegi dan mana yang bukan. Ini merupakan langkah induktif atau mengikuti pola pikir induktif (Soedjadi, 2000).

Dalam pembelajaran matematika, meskipun pada akhirnya siswa diharapkan mampu berpikir deduktif, namun dalam proses pembelajaran matematika dapat digunakan pola pikir induktif. Pembelajaran matematika terutama di jenjang SD/MI dan SMP/MTs masih sangat diperlukan penggunaan pola pikir induktif. Ini berarti dalam penyajian matematika di kedua jenjang pendidikan tersebut perlu dimulai dari hal-hal yang khusus, misalnya contoh-contoh, secara bertahap menuju suatu simpulan atau sifat yang umum. Simpulan dapat berupa suatu definisi atau teorema-teorema yang diangkat dari hal-hal khusus tersebut (Soedjadi, 2000).

Sampai saat ini teori pembelajaran Bruner masih berpengaruh dalam dunia pendidikan. Secara teoritis pembelajaran menurut teori Bruner (dalam Maternity, 1999) mengikuti langkah: enaktif (*enactive*) – ikonik (*iconic*) – simbolik (*symbolic*) yakni pembelajaran yang bermula dari hal-hal

konkret menuju abstrak. Sebagai ilustrasi guru matematika dalam menanamkan konsep "persegi" kepada para siswanya (menerapkan teori Bruner dari ikonik ke simbolik) dengan

cara menunjukkan berbagai gambar bangun geometri datar sebagai berikut.



Gambar 1. Bangun geometri datar

Kemudian guru menjelaskan: Gambar A dan F adalah gambar persegi. Gambar B adalah lingkaran, Gambar C adalah persegi panjang, gambar D dan E adalah segitiga, dan Gambar G adalah segi lima. Selanjutnya, guru meminta siswa menulis definisi persegi dengan bahasa siswa sendiri: "Tulislah dengan bahasa kalian sendiri definisi persegi."

Untuk dapat menulis definisi persegi dengan bahasa sendiri siswa mengamati, membandingkan, mengenal karakteristik, dan berusaha menyerap berbagai informasi yang terkandung dalam kasus-kasus khusus tersebut untuk digunakan memperoleh kesimpulan atau sifat yang umum. Dengan menyerap berbagai informasi pada kasus-kasus khusus tersebut, siswa membangun suatu generalisasi. Ini merupakan bagian kegiatan yang penting dalam mengkonstruksi pengetahuan matematika yang melibatkan penggunaan pola pikir induktif.

Dengan menggunakan pola pikir induktif siswa mengkonstruksi konsep persegi berdasar hasil pengamatan pada kasus-kasus khusus yang diberikan. Dalam pelaksanaan

pembelajaran yang lebih penting adalah guru memfasilitasi siswa aktif belajar matematika dengan cara mengkonstruksi matematika, memberi kesempatan siswa berfikir dan membangun generalisasi. Kemungkinan diperoleh jawaban siswa yang berbeda-beda. Misalnya ada siswa yang menjawab: "Persegi adalah bangun datar yang dibatasi empat sisi, sisi-sisi yang berhadapan sama panjang," siswa lainnya menjawab: "Persegi adalah segiempat yang keempat sisinya sama panjang dan salah satu sudutnya siku-siku," dan kemungkinan masih banyak ragam jawaban siswa. Jawaban siswa dapat benar dapat pula kurang tepat atau salah. Karena itu guru, misalnya melalui diskusi kelas, membuat 'kesepakatan' mengenai definisi persegi. Definisi inilah yang selanjutnya dipakai dalam pembelajaran matematika selanjutnya.

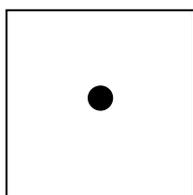
Pembelajaran dengan melibatkan pola pikir induktif efektif untuk mengajarkan suatu konsep matematika, dan memberi peluang kepada siswa untuk memahami konsep atau memperoleh generalisasi dengan cara yang lebih bermakna. Siswa memperoleh

pengalaman ketika melakukan pengamatan secara cermat pada kasus-kasus khusus yang diberikan guru. Dalam mengkonstruksi matematika ini siswa terlibat dengan proses adaptasi dan organisasi, sehingga mempelajari konsep matematika dengan cara seperti ini dipandang lebih bermakna dari sekedar menghapalkannya (Marpaung, 2003).

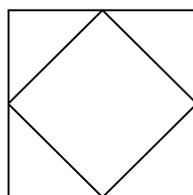
Polya (1973) menyatakan pemecahan masalah sebagai usaha jalan keluar dari suatu kesulitan, mencapai suatu tujuan yang tidak segera dapat dicapai. Terdiri dari masalah untuk menemukan (*problem to find*) dan masalah untuk membuktikan (*problem to prove*). Hudojo (2003: 148) menyatakan suatu pertanyaan akan merupakan masalah hanya jika siswa tidak mempunyai aturan atau

hukum tertentu yang segera dapat dipergunakan untuk menemukan jawaban pertanyaan tersebut. Pertanyaan itu dapat juga terselinap dalam suatu situasi sehingga situasi itu sendiri perlu mendapat penyelesaian. Masalah dapat dipecahkan dengan menggunakan pola pikir induktif atau deduktif.

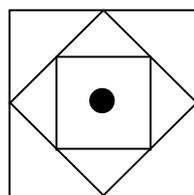
Contoh pemecahan suatu masalah dengan menggunakan pola pikir induktif sebagai berikut. Di bawah ini terdapat tiga gambar, Gambar 1, 2, dan 3. Gambar 4 belum diketahui dan siswa diminta melengkapi Gambar 4 dengan cara memilih salah satu gambar A, B, C atau D yang disajikan di bawahnya.



Gambar 1



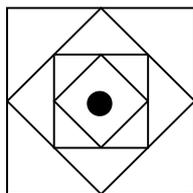
Gambar 2



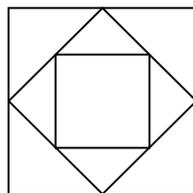
Gambar 3

?

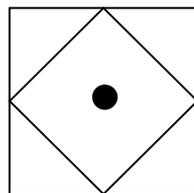
Gambar 4



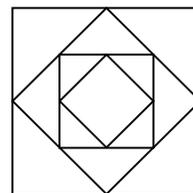
A



B



C



D

Untuk menyelesaikan masalah di atas siswa terlibat belajar memecahkan masalah dengan menggunakan pola pikir induktif, ilustrasinya sebagai berikut. Suatu pendekatan untuk memecahkan masalah secara sistematis adalah dengan melihat bentuk-bentuk gambar yang diberikan dan perubahan bentuk dari gambar yang satu ke lainnya. Pada Gambar 1 suatu persegi diberikan, dengan titik hitam di tengahnya. Pada Gambar 2 persegi masih di tempat yang sama, tetapi titik hitam lenyap, dan muncul persegi kecil di dalam persegi mula-mula. Pada

Gambar 3 titik hitam muncul lagi, dan muncul gambar persegi di dalam persegi kecil.

Siswa dalam memilih jawaban A, B, C atau D melakukan pengamatan dan analisis pada serangkaian gambar yang diberikan. Misalnya pilihan untuk Gambar 4 adalah A, pilihan ini tidak benar sebab titik hitam mestinya tidak ada dalam gambar. Melalui analogi, disimpulkan pilihan C juga salah. Pilihan jawaban tinggal B dan D. Pilihan jawaban bukan B, sebab persegi kecilnya tidak ada. Jadi jawabannya adalah D.

Contoh lainnya, misalnya seorang guru meminta siswa mencari rumus suku ke- n suatu barisan bilangan genap

2, 4, 6, 8, ...

Misalnya dalam memecahkan masalah yang dihadapinya, siswa tersebut membuat daftar sebagai berikut.

Suku ke	Bilangan	Pola
1	2	$2 = 1 \times 2$
2	4	$4 = 2 \times 2$
3	6	$6 = 3 \times 2$
\vdots	\vdots	\vdots
n	$2n$	$n \times 2$

Kemudian siswa membuat kesimpulan sebagai berikut: “Rumus suku ke- n barisan bilangan 2, 4, 6, 8, ... adalah $2n$ untuk n bilangan asli.” Melalui pemecahan masalah ini, siswa mengkonstruksi pengetahuan matematika: “Barisan bilangan genap jika dan hanya jika rumus suku ke- n adalah $2n$ untuk n bilangan asli”

Dalam memecahkan masalah tersebut siswa menggunakan pola pikir induktif sebagai berikut. Mula-mula ia menyusun daftar suku ke-1 adalah 2, suku ke-2 adalah 4, suku ke-3 adalah 6, suku ke-4 adalah 8, Selanjutnya siswa tersebut melihat hubungan $2 = 2 \times 1$, $4 = 2 \times 2$, $6 = 3 \times 2$, $8 = 4 \times 2$, ... dan melakukan generalisasi bahwa suku ke- n adalah $n \times 2$, dan $n \times 2 = 2n$. Dalam hal ini proses berpikir siswa mulai dengan mengamati kasus-kasus khusus menuju ke umum, yaitu adanya suatu proses penarikan kesimpulan dari hal-hal khusus dan diperoleh suatu generalisasi, “rumus suku ke- n barisan 2, 4, 6, 8, ... adalah $2n$.”

b. Pola Pikir Deduktif

Ross (dalam Lithner, 2000) menyatakan bahwa salah satu tujuan terpenting dari pembelajaran matematika adalah mengajarkan kepada siswa penalaran

logika (*logical reasoning*). Penalaran logika merupakan aspek dasar dalam mempelajari matematika. Bila kemampuan bernalar tidak dikembangkan pada diri siswa, maka bagi siswa matematika hanya akan menjadi materi yang mengikuti serangkaian prosedur dan siswa hanya meniru contoh-contoh tanpa mengetahui maknanya. NCTM (2000) menyatakan bahwa program pembelajaran matematika dari prasekolah (*pre-kindergarten*) sampai *grade-12* harus memberi kesempatan kepada semua siswa: mengenal penalaran dan pembuktian sebagai aspek dasar matematika; menggali dan membuat konjektur-konjektur matematika; mengembangkan dan menilai argumen-argumen matematika; dan memilih serta menggunakan berbagai tipe penalaran dan metode pembuktian. NCTM (2000) menyatakan bahwa pada semua tingkatan pendidikan siswa bernalar secara induktif berdasar pola-pola dan kasus-kasus khusus, meningkat sesuai tingkatannya, mereka juga harus belajar membuat argumen-argumen deduktif yang efektif berdasar kebenaran matematika yang ditetapkan di kelas.

At all levels, students will reason inductively from patterns and spesific cases. Increasingly over

the grades, they should also learn to make effective deductive arguments based on the mathematical truths they are establishing in class (NCTM, 2000: 59).

Ciri utama matematika adalah penalaran deduktif, yaitu kebenaran suatu konsep atau pernyataan diperoleh sebagai akibat logis dari kebenaran sebelumnya sehingga kaitan antar konsep atau pernyataan matematika bersifat konsisten. Namun demikian, pembelajaran dengan fokus pada pemahaman konsep dapat diawali secara induktif melalui pengalaman peristiwa nyata atau intuisi. Proses induktif-deduktif dapat digunakan untuk mempelajari konsep matematika. Kegiatan dapat dimulai dengan beberapa contoh atau fakta yang teramati, membuat daftar sifat-sifat yang muncul (sebagai gejala), memperkirakan hasil baru yang diharapkan, yang kemudian dibuktikan secara deduktif. Dengan demikian, cara belajar induktif dan deduktif dapat digunakan dan sama-sama berperan penting dalam mempelajari matematika (Depdiknas, 2004).

Pola pikir deduktif secara sederhana dapat dikatakan pemikiran “yang berpangkal dari hal yang bersifat umum diterapkan atau diarahkan kepada hal yang bersifat khusus”. Pola pikir deduktif merupakan salah satu tujuan yang bersifat formal dan memberi tekanan pada penataan nalar. Meskipun pola pikir deduktif amat penting, namun dalam pembelajaran matematika terutama di sekolah dasar dan sekolah lanjutan tingkat pertama masih diperlukan pola pikir induktif. Ini berarti pembelajaran matematika pada kedua jenjang pendidikan tersebut perlu dimulai dengan contoh-contoh, yaitu hal-hal yang khusus, selanjutnya secara bertahap menuju kepada suatu simpulan atau sifat yang umum. Simpulan itu dapat saja berupa suatu definisi atau teorema yang diangkat dari contoh-contoh tersebut (Soedjadi, 2000)

Jika guru memulai pembelajaran dengan menyampaikan generalisasi atau definisi, misalnya untuk setiap bilangan bulat a dan b berlaku $a + b = b + a$, kemudian baru memberi contoh, maka guru tersebut menggunakan pendekatan pola pikir deduktif. Dalam pembelajaran geometri, jika guru memulai pembelajaran dengan menyampaikan definisi, misalnya segitiga adalah bangun datar bersisi tiga, kemudian dilanjutkan dengan memberi contoh-contoh maka guru tersebut menggunakan pendekatan pola pikir deduktif. Menurut Copeland (1974) pendekatan pembelajaran yang lebih baik bagi siswa (setingkat SD atau SMP) adalah dengan pendekatan pola pikir induktif. Misalnya dalam menyampaikan konsep segitiga, guru seyogyanya memulai pembelajaran dengan menyajikan contoh-contoh segitiga, siswa mencoba mencari sifat-sifat sekutu apa yang ditemukan, dan kemudian siswa mencoba menyusun definisi atau generalisasinya.

Para siswa dalam belajar matematika akan lebih bermakna jika mereka berdasar pengalamannya mengkonstruksi sendiri konsep-konsep dan struktur-struktur matematika yang sedang dipelajarinya. Dalam kegiatan mempelajari matematika, siswa diharapkan tidak sekedar menghafal aturan-aturan matematika tetapi siswa berupaya memahaminya. Dalam kurikulum 2004 mata pelajaran matematika, salah satu hal yang perlu diperhatikan dalam melaksanakan pembelajaran matematika adalah mengkondisikan siswa untuk menemukan kembali rumus, konsep atau prinsip dalam matematika melalui bimbingan guru agar siswa terbiasa melakukan penyelidikan dan menemukan sesuatu (Depdiknas, 2004). Visi matematika sekolah dalam NCTM (2000) berbasis pada pembelajaran matematika dengan pemahaman (*understanding*) dan pada abad-21 semua siswa diharapkan memahami dan dapat menerapkan matematika.

Karena pentingnya pola pikir deduktif dalam belajar matematika, maka

dalam rangka merancang pembelajaran guru perlu memikirkan kegiatan yang melibatkan siswa aktif belajar menggunakan pola pikir deduktif. Tetapi yang perlu dipertimbangkan adalah banyak siswa SMP/MTs yang kesulitan dalam memecahkan masalah pembuktian (*problem to prove*). Karena itu, untuk membiasakan siswa belajar matematika dengan menggunakan pola pikir deduktif dapat melalui masalah untuk menemukan (*problem to find*), misalnya menggunakan rumus atau teorema. Hal ini sebagaimana yang dikemukakan Soedjadi (2000, 46) bahwa pola pikir deduktif dapat diperkenalkan melalui penggunaan definisi atau teorema dalam pemecahan masalah.

Dalam menyelesaikan masalah di atas, kebanyakan para siswa SMP/MTs menggunakan pola pikir induktif bukan pola pikir deduktif. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa bagi siswa SMP/MTs penggunaan pola pikir deduktif tergolong 'sulit.' Kesulitan dalam menggunakan pola pikir deduktif ini juga dialami oleh mahasiswa di perguruan tinggi. Menurut penelitian yang dilakukan Recio dan Godino (2002) dapat disinyalir bahwa masih banyak mahasiswa di tingkat pertama perguruan tinggi yang berpikir sebagaimana pada tahap operasi konkret dengan penalaran induktif. Masih banyak mahasiswa yang kurang mampu belajar matematika dengan menggunakan pola pikir deduktif.

Contoh siswa yang menyelesaikan masalah di atas dengan menggunakan pola pikir deduktif sebagai berikut. Misalkan ketiga bilangan asli berurutan tersebut adalah n , $n + 1$ dan $n + 2$ untuk n bilangan asli. Jumlah ketiga bilangan tersebut adalah $n + (n + 1) + (n + 2) = n + n + 1 + n + 2 = 3n + 3 = 3(n + 1)$ untuk n bilangan asli. Dengan demikian disimpulkan bahwa jumlah tiga bilangan asli berurutan adalah tiga kali bilangan tengahnya. Miyazaki (2000) mengklasifikasikan pembuktian ini

dalam pembuktian dengan penalaran deduktif (*deductive reasoning*) dan representasinya menggunakan bahasa fungsional demonstrasi (*functional language of demonstration*).

Secara umum dalam pemecahan masalah siswa terlibat bukan hanya sekedar mengaplikasikan pengertian, konsep, rumus dan aturan-aturan matematika, tetapi juga mengandung pengertian tentang abstraksi dan generalisasi matematika. Di samping itu, kadang siswa dalam memecahkan masalah berpikir menggunakan pola pikir induktif dan deduktif secara bergantian (Hudojo, 2003).

Contoh lain penggunaan pola pikir deduktif dalam pemecahan masalah untuk menemukan, misalnya penggunaan rumus Pythagoras untuk mencari panjang sisi suatu segitiga siku-siku jika panjang dua sisi lainnya diketahui. Misalnya panjang sisi miringnya (sisi dihadapan sudut siku-siku) adalah c , dan panjang kedua sisi lainnya berturut-turut a dan b . Maka berlaku rumus Pythagoras $c^2 = a^2 + b^2$. Dalam hal ini, jika siswa dalam mencari panjang salah satu sisi yang ditanyakan tersebut dengan menggunakan rumus Pythagoras, maka ia memecahkan masalah dengan menggunakan pola pikir deduktif, yakni siswa menerapkan rumus Pythagoras $c^2 = a^2 + b^2$ untuk memecahkan suatu masalah yang dihadapinya.

Kadang siswa dalam memecahkan masalah menggunakan pola pikir induktif dan dilanjutkan dengan menggunakan pola pikir deduktif. Sebagai contoh diberikan ilustrasi berikut. Misalnya masalah diberikan kepada siswa: "buktikan bahwa rumus umum suku ke- n barisan bilangan asli ganjil adalah $2n - 1$." Misalnya siswa menjawab dengan menggunakan proses berpikir sebagai berikut. Barisan bilangan tersebut adalah 1, 3, 5, 7, ...; dan kemudian menyusun tabel sebagaimana di bawah ini.

Suku ke	Bilangan ganjil	Pola
1	1	$2 \times 1 - 1$

Suku ke	Bilangan ganjil	Pola
2	3	$2 \times 2 - 1$
3	5	$2 \times 3 - 1$
⋮	⋮	⋮
n	$2n - 1$	$2 \times n - 1$

Kemudian siswa menyimpulkan: "jadi rumus umum suku ke-n barisan bilangan asli ganjil adalah $2n-1$." Dalam memecahkan masalah ini, proses berpikir yang digunakan siswa adalah dengan pola pikir induktif.

Selanjutnya, misalnya siswa diminta menentukan suku ke-200 dari barisan bilangan tersebut dan siswa mengerjakan dengan cara sebagai berikut: untuk suku ke-200, berarti $n = 200$. Jadi suku ke-200 adalah $2n - 1 = 2.200 - 1 = 399$; maka dalam memecahkan masalah ini proses berpikir yang digunakan siswa adalah dengan pola pikir deduktif.

Atau sebaliknya, misalnya siswa diminta menentukan n jika diketahui suku ke-n barisan bilangan tersebut adalah 2001. Misalnya siswa menyelesaikan masalah ini sebagai berikut: rumus barisan bilangan tersebut $2n-1$, sehingga $2n - 1 = 2001$. Oleh karena itu $2n = 2002$. Jadi $n = 1001$; maka dalam memecahkan masalah ini proses berpikir yang digunakan siswa adalah dengan pola pikir deduktif.

C. Penutup

a. Simpulan

Penalaran induktif dalam belajar matematika sangat diperlukan. Kerangka

proses kognitif yang dapat digunakan untuk mendorong kecakapan penalaran induktif siswa dalam belajar matematika adalah kesamaan (*similarity*), ketidaksamaan (*disimilarity*), dan integrasi (*integration*). Ciri utama matematika adalah penalaran deduktif, yaitu kebenaran suatu konsep atau pernyataan diperoleh sebagai akibat logis dari kebenaran sebelumnya sehingga kaitan antar konsep atau pernyataan matematika bersifat konsisten. Namun demikian, pembelajaran dengan fokus pada pemahaman konsep dapat diawali secara induktif melalui pengalaman peristiwa nyata atau intuisi.

b. Saran

Guru matematika yang hanya mengandalkan penalaran induktif atau menggunakan pendekatan induktif saja menjadikan siswanya kurang memahami pendekatan deduktif dalam belajar matematika. Dikhawatirkan guru yang mengajar dengan pendekatan induktif saja tidak begitu mengenal pendekatan deduktif. Oleh karena itu disarankan dalam pembelajaran matematika guru diharapkan mendesain pembelajaran yang melibatkan penggunaan pola pikir induktif dan deduktif.

DAFTAR PUSTAKA

- Copeland, R.W. 1974. *How Children Learn Mathematics: Teaching Implications of Piaget's Theory*. New York: Macmillan Publishing Co. Inc.
- Cristou, C dan Papageorgiou, E. 2007. A Frame Work of Mathematics Inductive Reasoning. *Learning and Instruction* 17 (2007) 55-56. University of Cypurs, Cyprus. www.Elsevier.com.
- Depdiknas. 2004. *Kurikulum 2004 Mata Pelajaran Matematika*. Jakarta: Depdiknas.

- Hudojo, H. 2003. *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika*. JICA. Jakarta: IMSTEP.
- Hudojo, H. 2003. *Guru Matematika Konstruktivis (Constructivist Mathematics Teacher)*. Makalah disajikan pada Seminar Nasional, 27-23 Maret 2003 di Universitas Sanata Dharma Yogyakarta. Yogyakarta: Universitas Sanata Dharma.
- Hudojo, H. 2005. *Kapita Selekta Pembelajaran Matematika*. Malang: Penerbit Universitas Negeri Malang (UM Press).
- Lithner, K. 2000. *Mathematical Reasoning in Task Solving*. Educational Studies in Mathematics 41: 165 – 190, 2000. Netherlands: Kluwer Academic Publisher.
- Matherne, B. 1999. *The Process of Education. Reader Journal. Book Review by Bobby Matherne*. Cambridge: Harvard University Press.
- Marpaung, Y. 2003. *Perubahan Paradigma Pembelajaran Matematika di Sekolah*. Makalah disajikan dalam Seminar Nasional Pendidikan Matematika di Universitas Sanata Dharma. Tanggal 27-28 Maret 2003. Yogyakarta: Universitas Sanata Dharma.
- Matlin, M.W. 1998. *Cognition*. New York: Harcourt Brace College Publishers.
- Miyazaki, M. 2000. *Levels of Proof in Lower Secondary School Mathematics*. Educational Studies in Mathematics 41: 47 - 68, 2000. Netherlands: Kluwer Academic Publisher.
- NCTM. 2000. *Principle and Standard for School Mathematics*. Reston: The National Council of Teacher Mathematics, Inc.
- NCTM. 1998. *Qualitative Research Methods in Mathematics Education*. Anne R. Teppo (Ed.). Reston: The National Council of Teacher Mathematics, Inc.
- Polya, G. 1973. *How To Solve It*. Princeton: Princeton University Press.
- Slavin, R.E. 2000. *Educational Psychology: Theory and Practice*. Boston: Allyn & Bacon.
- Soedjadi, R. 2003. *Pemanfaatan Realitas dan Lingkungan dalam Pembelajaran Matematika*.
- Soedjadi, R. 2000a. *Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia: Konstatasi Keadaan Masa Kini Menuju Harapan Masa Depan*. Jakarta: Depdiknas.
- Soedjadi, R. 2000b. *Rancangan Pembelajaran Nilai dalam Matematika Sekolah*. Makalah Disajikan dalam Seminar Nasional Matematika, Pengajaran dan Problematikanya Memasuki Milenium III, di FMIPA UNNES Semarang, 12 Agustus 2000.
- Recio, A.M dan Godino, J.D. 2002. *Institutional and Personal Meanings of Mathematical Proof*. Educational Studies Mathematics 48: 83 – 99. Netherlands: Kluwer Academic Publisher.