PENYELESAIAN PERSAMAAN DIRAC UNTUK POTENSIAL ROSEN-MORSE HIPERBOLIK TERDEFORMASI q DAN POSCHL-TELLER NON-SENTRAL MENGGUNAKAN POLINOMIAL ROMANOVSKI

C. Cari[1,2,*], A.Suparmi[1,2], U.A. Deta[2], H. Yuliani[2], A.S. Husein[2]

[1]*Jurusan Fisika, FMIPA, Sebelas Maret University, Indonesia*
[2]*Theoretical Physics Group, Physics Department of Postgraduate Program, Sebelas Maret University, Indonesia*

* *Email: carinln@yahoo.com*

Abstrak.

Persamaan Dirac dengan potensial skalar dan vektor yang sama yang merupakan potensial non-sentral hasil kombinasi potensial Rosen-Morse hiperbolik terdeformasi q dengan potensial non-sentral Poschl-Teller diselesaikan dengan polinomial Romanovski. Spektrum energi dan fungsi gelombang relativistik terdeformasi diperoleh dari persamaan Dirac bagian radial sedangkan dari persamaan Dirac bagian sudut polar diperoleh bilangan kuantum orbital terdeformasi dan fungsi gelombang polar relativistik terdeformasi. Spektrum energi relativistik tereduksi menjadi spektrum energi non-relativistik pada batas non-relativistik. Hadirnya potensial Poschl-Teller menyebabkan meningkatnya spektrum energi sistem.

Kata kunci: persamaan dirac, potensial rosen-morse hiperbolik terdeformasi q, potensial non-sentral poschl-teller, dan polinomial romanovski.

PENDAHULUAN

Persamaan Dirac yang mendiskripsikan perilaku benda-benda subatomik yang ber-spin ½ untuk potensial shape invariant sentral maupun non-sentral telah dikaji oleh beberapa peneliti dengan menggunakan metode NU (Alhaidari, 2001; Ikhdair, 2010; Quan et.all, 2009). Potensial fisis tewrsebut banyak digunakan untuk mendiskripsikan efek relativistik pada energi vibrasi-rotasi yang kompleks dari molekul yang berstruktur kompleks (Quan et.all, 2009). Dengan mengasumsikan bahwa potensial skalar sama dengan potensial vektor maka persamaan Dirac tereduksi menjadi persamaan mirip/tipe Schrodinger. Dengan demikian Pewrsamaan Dirac satu dimensi dapat dipescahkan dengan metode yang digunakan untuk memecahkan persmaan Schrodinger.

Dalam makalah ini energi relativistik dan fungsi gelombang untuk potensial Rosen-Morse hiperbolik plus potensial Poschl-Teller yang terdeformasi secara spasial dianalisis dengan polinomial Romanovski terbatas. Potensial hiperbolik terdeformasi adalah potensial fungsi hiperbolik yang terdeformasi dengan parameter q, yang diusulkan oleh Arai (Arai, 1991). Menurut Dutra (2005), deformasi q yang diusulkan Arai tidak lain sejenis dengan pen-skala-an pada koordinat spasial dengan menggunakan translasi atau transformasi variabel spasial. Deformasi kuantum telah ditelaah secara intensif dalam dua dasa warsa terakhir karena dapat diaplikasikan untuk mengkaji terjadinya deformasi pada inti (Honusek, Vinduska, dan Wagne, 1992; Sviratcheva, et.all, 2004), pada rotasi-vibrasi yang dipengaruhi oleh potensial osilator harmonik (Ballesteros, Civitarese, & Reboiro, 2005; Bonatsos, Daskaloyannis, & Kokkotas, 1992), dan sebagainya.

Polinomial Romanovski terbatas merupakan metode tradisional yang mengubah persamaan tipe Schrodinger menjadi persamaan tipe hipergeometrik melalui substitusi variabel dan fungsi gelombang. Polinomial Romanovski pada awalnya diusulkan oleh E.J Routh (Routh, 1884) dan 45 tahun kemudian dikaji ulang oleh V.I. Romanovski (1929). Kata "terbatas" pada polinomial Romanovski berarti bahwa banyaknya polinomial Romanovski yang orthogonal terbatas (Alvarez-Castillo dan Kirbach, 2007). Potensial Rosen-Morse trigonometrik telah diaplikasikan sebagai model untuk telaah quark gluon (Flugge) sedangkan potensial Poschl-Teller digunakan untuk mendiskripsikan vibrasi-rotasi pada molekul (Greene dan Aldrich, 1976).

REVIEW POLINOMIAL ROMANOVSKI, PERSAMAAN DIRAC DAN DEFORMASI q FUNGSI TRIGONOMETRIK

Review Polinomial Romanovski

Dengan substitusi variabel yang sesuai dan dengan menggunakan fungsi gelombang baru pada persamaan tipe Schrodinger maka diperoleh persamaan tipe hipergeometrik yang secara umum dinyatakan sebagai

$$\pm \frac{\partial^2 y_n}{\partial s^2} + \text{²} \frac{\partial y_n}{\partial s} + \text{ª} y_n = 0 \qquad (1)$$

dengan

$$\pm(s) = as^2 + bs + c \;\; \text{²} = sd + e;$$

$$\text{ª} = \text{ª}_n = -\{n(n-1+2n(1-p)\} \qquad (2)$$

Untuk polinomial Romanovski, nila-nilai parameter pada pers. (2) adalah

a = 1, b = 0, c = 1, d = 2(1–p)

dan $e = q$, $p > 0$ (3)

Polinomial Romanovski $R_n^{(p,q)}(s)$ dibangun berdasarkan fungsi bobot w(x) yang diperoleh dari penyelesaian persamaan Pearson, $\frac{d(\pm(x)w(x))}{dx} = \text{²}(x)w(x)$ adalah

$$w(s) = \left(1+s^2\right)^{-p} e^{q\tan^{-1}(s)} \qquad (4)$$

$$R_n^{(p,q)}(s) = \frac{1}{\left(1+s^2\right)^{-p} e^{q\tan^{-1}(s)}} \frac{d^n}{ds^n}\left\{\left(1+s^2\right)^{-p+n} e^{q\tan^{-1}(s)}\right\} \qquad (5)$$

Dengan memasukkan pers. (2), (3), dan (4) ke dalam pers. (1) diperoleh pers.diferensial Romanovski,

$$(1+s^2)\frac{\partial^2 R_n^{(p,q)}}{\partial s^2} + \{2s(-p+1)+q\}\frac{\partial R_n^{(p,q)}}{\partial s} - \{n(n-1)+2n(1-p)\}R_n^{(p,q)} = 0 \qquad (6)$$

dengan $y_n = R_n^{(p,q)}(s)$. Persamaan tipe Schrodinger akan berubah menjadi persamaan diferensial Romanovski bila disubstitusikan variabel yang sesuai, *r = f(s)*, dan fungsi gelombang baru,

$$\text{¡}(r) = g_n(s) = \left(1+s^2\right)^{\frac{}{2}} e^{\frac{-\sim}{2}\tan^{-1}(s)} D_n^{(\;,\sim)} \qquad (7)$$

pada persamaan tipe Schrodinger, dengan

$$D_n^{(\beta,\kappa)}(s) = R_n^{(p,q)}(s) \qquad (8)$$

Review Deformasi q pada Fungsi Hiperbolik dan Trigonometrik

Definisi fungsi hiperbolik terdeformasi q yang diusulkan oleh Arai aplikasinya pada sistem kuantum telah dikaji dengan menggunakan metode NU [15]. Analogi dengan definisi fungsi hiperbolik terdeformasi q, kita usulkan definisi fungsi trigonometrik terdeformasi q dan translasi variabel spasial sebagai berikut :

$$\sin_q \text{¥}r = \frac{\left(e^{i\text{¥}r} - qe^{-i\text{¥}r}\right)}{2i};\; \cos_q \text{¥}r = \frac{\left(e^{i\text{¥}r} + qe^{-i\text{¥}r}\right)}{2}$$

$$\cos_q^2 \text{¥}r + \sin_q^2 \text{¥}r = q;\; \tan_q \text{¥}r = \frac{\sin_q \text{¥}r}{\cos_q \text{¥}r} \qquad (9)$$

Translasi variabel spasial pada fungsi trigonometrik juga analogi dengan usulan Dutra yaitu

$$r = y + \frac{\ln\sqrt{q}}{\text{¥}i} \text{ dan } y = r - \frac{\ln\sqrt{q}}{\text{¥}i} \qquad (10)$$

sehingga diperoleh

$$\sin_q \text{¥}r = \sqrt{q}\sin \text{¥}r;\; \cos_q \text{¥}r = \sqrt{q}\cos \text{¥}r$$

$$\sin ¥r = \frac{\sin_q ¥r}{\sqrt{q}} \;;\; \cos ¥r = \frac{\cos_q ¥r}{\sqrt{q}} \tag{11}$$

Dengan menggunakan definisi pada pers. (11) akan dikaji aplikasi fungsi trigonometrik terdeformasi q.

Persamaan Dirac untuk Potensial Non-Sentral Rosen-Morse dan Poschl-Teller Terdeformasi q

Persamaan Dirac dengan potensial skalar potential S(r) dan vektor V(r) [3]adalah

$$\left\{c\vec{\sim}.\vec{p} + \left(Mc^2 + S(\vec{r})\right)\right\}\cdot(\vec{r}) = \left\{E - V(\vec{r})\right\}\cdot(\vec{r}) \tag{12}$$

dengan M adalah massa relativistik partikel, E adalah energi total, dan **p** adalah operator momentum linier,

$$\sim\; = \begin{pmatrix} 0 & \pm \\ \pm & 0 \end{pmatrix} \qquad = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \tag{13}$$

dengan σ adalah matriks Pauli 3 dimensi, I adalah 2×2 matriks identitas. Dengan mengambil $\hbar, c = 1$, potensial $S(\mathbf{r}) = V(\mathbf{r})$ dan fungsi gelombang terdiri dari

$$\cdot\ (r) = \begin{pmatrix} ¸(r) \\ ¡(r) \end{pmatrix} \tag{14}$$

maka dari pers. (12) - (14), diperoleh

$$\left\{p^2 + 2V(r)(M+E)\right\}¸(r) = (E^2 - M^2)¸(r) \tag{15}$$

$$\left\{p^2 + 2V(r)(M+E)\right\}¡(r) = -(E^2 - M^2)¡(r) \tag{16}$$

Persamaan Dirac pada pers (16) tereduksi menjadi persamaan Schrodinger pada batas non-relativistik bila, $E - M \to E_{NR}$, E_{NR} adalah energi non-relativistik, $E + M \to 2\mu$, μ adalah masa nonrelativistik sehingga pers. (11a) dan (11b) tereduksi menjadi persamaan Schrodinger tetapi energi potensialnya 2V

$$\left\{\frac{p^2}{2«} + 2V(r)\right\}¸(r) = E_{NR}¸(r) \tag{17}$$

dan

$$\left\{\frac{p^2}{2«} + 2V(r)\right\}¡(r) = -E_{NR}¡(r) \tag{18}$$

Persamaan (18) menjadi pers. Schrodinger bila kita set $V(\mathbf{r}) \to \frac{V(\mathbf{r})}{2}$ [7].

Penyelesaian Persamaan Dirac untuk Potensial Non-Sentral Rosen-Morse Plus Poschl-Teller Terdeformasi Menggunakan Polinomial Romanovski

Persamaan Dirac dengan potensial vektornya adalah potensial non-sentral trigonometrik Rosen-Morse plus Poschl-Teller terdeformasi q untuk $V(\mathbf{r}) \to \frac{V(\mathbf{r})}{2}$ yang diperoleh dari pers. (18) adalah

$$\left\{-\nabla^2 + (E+M)\left(\left(\frac{1}{¥^2}\left(\frac{¬(¬+1)}{\sin_q^2 \frac{r}{¥}} - 2¢\cot_q \frac{r}{¥}\right)\right) + \frac{1}{r^2}\left(\frac{©(©-1)}{\sin^2{}_q(¯)} + \frac{ª(ª-1)}{\cos^2{}_q(¯)}\right)\right)\right\}¸(r,¯,¤)$$
$$= (E^2 - M^2)¸(r,¯,¤) \tag{19}$$

dengan $0 < \frac{r}{¥} < \infty$, ¥ adalah konstanta dengan dimensi panjang, $¬ > 0$, $¢ > 0$ $© > 1$, $ª > 1$ yang merupakan fungsi kedalaman potensial. Dengan menggunakan metode pemisahan variabel untuk $\zeta(r,\theta,\varphi) = R(r)P(\theta)\Phi(\varphi)$, diperoleh

$$\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial R}{\partial r}\right) - (E+M)r^2\left(\frac{1}{¥^2}\left(\frac{¬(¬+1)}{\sin_q^2 \frac{r}{¥}} - 2¢\cot_q \frac{r}{¥}\right)\right)$$
$$+ r^2(E^2 - M^2) = l(l+1) \tag{20a}$$

$$-\frac{1}{P\sin_q ¯}\frac{\partial}{\partial ¯}\left(\sin_q ¯ \frac{\partial P}{\partial ¯}\right) - \frac{1}{\sin_q^2 ¯}\frac{1}{\Phi}\frac{\partial^2\Phi}{\partial ¤^2}$$
$$+ (E+M)\left(\frac{©(©-1)}{\sin^2{}_q(¯)} + \frac{ª(ª-1)}{\cos^2{}_q(¯)}\right) = l(l+1) \tag{20b}$$

Dari penyelesaian pers. (20a) diperoleh energi relativistik dan fungsi gelombang relativistik bagian radial, bilangan kuantum radial terdeformasi dan fungsi gelombang angular relativistik diperoleh dari pers. (20b).

Penyelesaian Persamaan Dirac Bagian Radial dengan Polinomial Romanovski

Jika $R = \frac{\chi}{r}$, $E^2 - M^2 = \epsilon^2$, dan $\frac{r}{¥} << 1$

maka nilai pendekatan untuk faktor sentrifugal [14] adalah

$$\frac{1}{r^2} \cong \frac{1}{¥^2}\left(d_0 + 1/\sin_q{}^2 \frac{r}{¥}\right)$$ dengan $d_0 = \frac{1}{12}$,

maka pers. (20a) menjadi

$$\frac{\partial^2 ¡}{\partial r^2} - \left(\frac{1}{¥^2}\left(\frac{\dfrac{(E+M)¬(¬+1)+l(l+1)}{\sin_q{}^2 \frac{r}{¥}}}{-2¢(E+M)\cot_q \frac{r}{¥}}\right)\right) ¡$$

$$+(E^2 - M^2)¡ - \frac{l(l+1)d_o}{¥} ¡ = 0 \qquad (21)$$

Dengan mensubstitusikan variabel $\cot_q \frac{r}{¥} = x$ pada pers. (21) diperoleh

$$(1+x^2)\frac{\partial^2 ¡}{\partial x^2} + 2x\frac{\partial ¡}{\partial x} - \left(\left(\begin{array}{c}\dfrac{(E+M)¬(¬+1)+l(l+1)}{q} \\ -\dfrac{2¢(E+M)x}{(1+x^2)} \\ -\dfrac{\left(¥^2£^2 - l(l+1)d_o\right)}{(1+x^2)}\end{array}\right)\right) ¡ = 0 \qquad (22)$$

Bila pada pers. (22) disubstitusikan fungsi gelombang baru pers (7) diperoleh

$$\left(1+x^2\right)\frac{\partial^2 D}{\partial x^2}$$

$$+\left\{2x(\quad+1) - \sim\right\}\frac{\partial D}{\partial x}$$

$$-\left\{\begin{array}{c}\dfrac{\sim x - \dfrac{\sim^2}{4} + \quad{}^2 - 2¢(E+M)x - \left(¥^2£^2 - l(l+1)d_o\right)}{1+x^2} \\ +\dfrac{(E+M)¬(¬+1)+l(l+1)}{q} - \quad{}^2 -\end{array}\right\} D = 0 \qquad (23)$$

Dengan membandingkan pers (6) dan (23) diperoleh

$$= -p, \quad \sim = -q,$$

$$\frac{(E+M)¬(¬+1)+l(l+1)}{q} - \quad{}^2 -$$

$$= \left\{n(n-1+2n(1-p)\right\} \qquad (24)$$

$$\sim = 2¢(E+M)$$

$$^2 - \frac{\sim^2}{4} = \left(¥^2£^2 - l(l+1)d_o\right)$$

$$^2 - \frac{¢^2(E+M)^2}{^2} = \left(¥^2£^2 - l(l+1)d_o\right) \qquad (25)$$

Nilai yang diperoleh dari pers. (24) dan (25) adalah

$$= \sqrt{\frac{(E+M)¬(¬+1)+l(l+1)}{q} + \frac{1}{4}} - n - \frac{1}{2} \qquad (26)$$

dan

$$^2 = \frac{\left(¥^2£^2 - l(l+1)d_o\right) \pm \sqrt{\left(¥^2£^2 - l(l+1)d_o\right)^2 + 4¢^2(E+M)^2}}{2} \qquad (27)$$

Dengan menggunakan pers (26) dan (27) diperoleh energi relativistic yang mempunyai arti fisis

$$£^2 = E^2 - M^2 = \frac{1}{¥^2}\left(\sqrt{\frac{(E+M)¬(¬+1)+l(l+1)}{q} + \frac{1}{4}} - n - \frac{1}{2}\right)^2$$

$$- \frac{¢^2(E+M)^2}{¥^2\left(\sqrt{\dfrac{(E+M)¬(¬+1)+l(l+1)}{q} + \dfrac{1}{4}} - n - \dfrac{1}{2}\right)^2} + \frac{l(l+1)d_o}{¥^2} \qquad (28)$$

Nilai dan $\sim$ yang sesuai dengan pers. (28) adalah

$$= \sqrt{\frac{(E+M)¬(¬+1)+l(l+1)}{q} + \frac{1}{4}} - n - \frac{1}{2}$$

dan

$$\sim = \frac{2¢(E+M)}{\sqrt{\dfrac{(E+M)¬(¬+1)+l(l+1)}{q} + \dfrac{1}{4}} - n - \dfrac{1}{2}} \qquad (24)$$

Pada batas nonrelativistik ketika, $E - M \rightarrow E_{NR}$, E_{NR} adalah energi non-relativistik, $E + M \rightarrow 2\mu$, dan bila parameter potensial vektor diset $¬(¬+1) \rightarrow \frac{¬(¬+1)}{2«}$ dan $2¢ \rightarrow \frac{2¢}{2«}$ serta bila $q=1$ dan $l=0$ maka E_{NR} yang diperoleh dari pers. (28) adalah

$$E_{NR}=\frac{1}{2\text{«}\text{¥}^{2}}\left(\sqrt{\neg(\neg+1)+\frac{1}{4}}-n-\frac{1}{2}\right)^{2}-\frac{4\text{¢}^{2}}{\text{¥}^{2}\left(\sqrt{\neg(\neg+1)+\frac{1}{4}}-n-\frac{1}{2}\right)^{2}} \quad (29)$$

$$=\frac{1}{2\text{«}\text{¥}^{2}}\left\{(\neg-n)^{2}-\frac{4\text{¢}^{2}}{(\neg-n)^{2}}\right\}$$

Fungsi bobot, polinomial Romanovski dan fungsi gelombang bagian radial dari pers. (24) adalah

$$w(s)=(1+x^{2})^{-p}e^{q\tan^{-1}(x)}=(1+x^{2})^{\beta}e^{-\alpha\tan^{-1}(x)} \quad (30)$$

$$R_{n}^{(p,q)}(s)=D_{n}^{(\beta,\alpha)}(s)=\frac{1}{(1+x^{2})^{\beta}e^{-\alpha\tan^{-1}(x)}}\frac{d^{n}}{dx^{n}}\{(1+x^{2})^{n}(1+x^{2})^{\beta}e^{-\alpha\tan^{-1}(x)}\} \quad (31)$$

Penyelesaian Persamaan Dirac Bagian Polar

Dengan memisalkan $P=Q/\sqrt{\sin^{-}}$ dan $\frac{\partial^{2}\Phi}{\partial^{2\cdot\cdot}2}=-m^{2}\Phi$ pada pers. (20b) diperoleh

$$\frac{d^{2}Q}{d^{-2}}-\left(\begin{array}{l}\left\{(E+M)\text{©}(\text{©}-1)+m^{2}-\frac{q}{4}\right\}/\sin_{q}^{2-}\\+\text{ª}(\text{ª}-1)(E+M)/\cos_{q}^{2-}\end{array}\right)Q+\left(l(l+1)+\frac{1}{4}\right)Q=0 \quad (32)$$

Dengan mensubstitusikan variabel

$$\cos_{q}^{2-}=q\left(\frac{1+is}{2}\right) \quad (33)$$

pada pers (32) maka pers (32) menjadi

$$(1+s^{2})\frac{\partial^{2}Q}{\partial s^{2}}+s\frac{\partial Q}{\partial s}+\left((\frac{a(a-1)+m^{2}-\frac{1}{4}q+b(b-1)}{2q(1+s^{2})}+\frac{a(a-1)+m^{2}-\frac{1}{4}q-b(b-1)}{2q(1+s^{2})}is\right)Q-\left(\frac{l(l+1)+\frac{1}{4}}{4}\right)Q=0 \quad (34)$$

dengan

$$a(a-1)=(E+M)\text{©}(\text{©}-1) \quad (35a)$$

$$b(b-1)=\text{ª}(\text{ª}-1)(E+M) \quad (35b)$$

Bila fungsi gelombang

$$Q(s)=g_{n}(s)=(1+s^{2})^{\frac{\beta}{2}}e^{\frac{-\alpha}{2}\tan^{-1}s}D_{n}^{(\beta,\alpha)}(s) \quad (36)$$

dimasukkan ke pers. (34), diperoleh:

$$(1+s^{2})\frac{\partial^{2}D}{\partial s^{2}}+\{s(2\beta+1)-\alpha\}\frac{\partial D}{\partial s}-\left\{\frac{2\beta s\alpha-s\alpha-\frac{\alpha^{2}}{2}+2\beta^{2}-2\beta-\{\frac{a(a-1)+m^{2}-\frac{1}{4}q-b(b-1)}{q}\}is-\{\frac{a(a-1)+m^{2}-\frac{1}{4}q+b(b-1)}{q}\}}{2(1+s^{2})}+\left(\frac{l(l+1)+\frac{1}{4}}{4}\right)-\beta^{2}\right\}D=0 \quad (37)$$

Dengan membandingkan pers. (6) dan (37) diperoleh

$$\frac{a(a-1)+m^{2}-\frac{1}{4}q-b(b-1)}{q}i=2\beta\alpha-\alpha; \quad (38a)$$

$$2\left(\beta+\frac{1}{2}\right)=2(1-p) \quad (38b)$$

$$\frac{a(a-1)+m^{2}-\frac{1}{4}q+b(b-1)}{q}=-\frac{\alpha^{2}}{2}+2\beta^{2}-2\beta \quad (38c)$$

$$\left(\frac{l(l+1)+\frac{1}{4}}{4}\right)=\beta^{2} \quad (38d)$$

Dengan memanipulasi keempat pers. pada pers. (38) diperoleh

$$\beta=\pm\left\{\sqrt{\frac{(a(a-1)+m^{2})}{4q}}\pm\sqrt{\frac{\left(\frac{1}{4}q+b(b-1)\right)}{4q}}\right\}+\frac{1}{2} \quad (39)$$

dan dari pers. (J) dan (K) diperoleh harga l yang mempunyai arti fisis adalah

$$\left(l+\frac{1}{2}\right)=2\left[\left\{\sqrt{\frac{(a(a-1)+m^{2})}{4q}}-\sqrt{\frac{\left(\frac{1}{4}q+b(b-1)\right)}{4q}}\right\}+\frac{1}{2}+n\right] \quad (40)$$

maka

$$\beta=\left\{\sqrt{\frac{(a(a-1)+m^{2})}{4q}}-\sqrt{\frac{\left(\frac{1}{4}q+b(b-1)\right)}{4q}}\right\}+\frac{1}{2} \quad (41a)$$

dan

$$\alpha = i\left\{\sqrt{\frac{(a(a-1)+m^2)}{q}} + \sqrt{\frac{\left(\frac{1}{4}q+b(b-1)\right)}{q}}\right\} \quad (41b)$$

Dengan memisalkan

$$A = \sqrt{\frac{(a(a-1)+m^2)}{q}} \quad (42a)$$

dan

$$\sqrt{\frac{\left(\frac{1}{4}q+b(b-1)\right)}{q}} \quad (42b)$$

maka dari pers. (37) diperoleh fungsi bobot, polinomial Romanovski dan fungsi gelombang bagian sudut sebagai

$$w = (1+s^2)^{\beta-\frac{1}{2}} e^{-\alpha \tan^{-1} s} = C\left(\frac{\cos_q(\theta)}{q}\right)^{2A}\left(\frac{\sin_q(\theta)}{q}\right)^{-2B} \quad (43)$$

$$R_n^{(p,q)}(s) = D_n^{(\beta,\alpha)}(s) = \frac{1}{(1+s^2)^{\beta-\frac{1}{2}} e^{-\alpha \tan^{-1}(s)}} \frac{d^n}{ds^n}\{(1+s^2)^n (1+s^2)^{\beta-\frac{1}{2}} e^{-\alpha \tan^{-1}(s)}\} \quad (44)$$

$$Q(s) = g_n(s) = (1+s^2)^{\frac{\beta}{2}} e^{\frac{-\alpha}{2}\tan^{-1} s} D_n^{(\beta,\alpha)}(s) \quad (45)$$

SIMPULAN

Energi dan fungsi gelombang relativistik untuk potensial non-sentral Rosen-Morse dan Poschl-Teller terdeformasi q dihitung dengan menggunakan polinomial Romanovski dari persamaan Dirac 3 dimensi. Pada batas non-relativistik energi relativistik tereduksi menjadi energi Rosen Morse untuk q= 1 dan l=0, fungsi gelombang radial tereduksi menjadi fungsi gelombang potensial Rosen-Morse, dan bilangan kuantum orbital tereduksi menjadi bilangan kuantum bola spheris.

Penelitian ini didanai oleh Penelitian Hibah Pascasarjana dengan nomor kontrak 2340/UN27.10/PG/2012.

DAFTAR PUSTAKA

Alhaidari, A. D., Journal of Physics A, vol. 34, no. 46, pp. 9827–9833, 2001.

Alvarez, D.E -Castillo and Kirbach, M.., Rev. Mex. Fis.E53 (2), 2007, 143-154.

Arai, A., 1991, Exactly solvable supersymmetric quantum mechanics. Journal Mathematical Analysis Application 158(63), 63-79.

Ballesteros, A., Civitarese, O.& Reboiro, M., 2005 Nonstandard q-deformed realizations of the harmonic oscillator, Physics Review C 72, 014305.

Bonatsos, D., Daskaloyannis, C. & Kokkotas, K. 1992, Classical potentials for q-deformed anharmonic oscillators, Physics Review A 45, 6153–6156.

Dutra, A.S., 2005 Mapping deformed hyperbolic potentials into non-deformed ones, arXiv:quant-ph/0501094v1.

Flugge, S., *Practical Quantum Mechanics I, Springer Verlag,* New York.

Greene, R.L., and Aldrich, C., Physical Review A, vol. 14, no. 6, pp. 2363–2366, 1976.

Honusek, M., Vinduśka, M. & Wagne, V., 1992, Rotational spectra of deformed nuclei and the quantum group SUq (2), Czechoslovak Journal of Physics, Vol. 42 (12), 1337-1344.

Ikhdair, S. M., *Commun. Theor. Phys.* (Beijing, China) 53 .2010. pp. 242–246.

Nikiforov, A.F., and Uvarov, V.B., *Special Functions of Mathematical Physics*, Birkhauser, Basel, 1988.

Quan, H. X., Guang, L., Min, W. Z., Bin, N. L., Yan, M., Commun. Theor. Phys. 52. 2009 pp. 813–816.

Romanovski, V I. 1929. *Compt. Rend. Ac. Sci. Paris* 188 1023.

Routh, E J., 1884. *Proc. London Math. Soc*. 16 245.

Sviratcheva, K.D., Bahri, C., Georgieva, A.I. & Draayer, J.P., 2004, "Physical Significance of q Deformation and Many-

Body Interactions in Nuclei," Physical Review Letter 93**,** 152501.