

TENSOR KONTRAVARIAN MEDAN ELEKTROMAGNETIK BINTANG NEUTRON YANG BEROTASI CEPAT DIUKUR OLEH PENGAMAT ZAMO (*ZERO ANGULAR MOMENTUM OBSERVERS*)

Atsnaita Yasrina*

Jurusan Fisika, FMIPA, Universitas Negeri Malang, Jl. Semarang No. 5, Malang

*Corresponding author E-mail: atsnaitayasrina@yahoo.co.id. Telp: 081915564835

Abstrak

Telah dirumuskan tensor elektromagnetik kontravarian bintang neutron yang berotasi cepat yang diukur oleh pengamat ZAMO (*Zero Angular Momentum Observers*). Tensor yang diperoleh dalam sistem koordinat bola. Tensor kontravarian digunakan sebagai dasar untuk merumuskan persamaan dinamika medan magnet di bintang neutron yang mengakresi.

Kata kunci: tensor elektromagnetik, kontravarian, bintang neutron, berotasi cepat, ZAMO.

PENDAHULUAN

Bintang neutron merupakan salah satu jasad bintang yang sudah mati selain katai putih dan lubang hitam. Disebut bintang neutron karena memuat kelimpahan neutron terutama di bagian inti bintang. Suatu bintang yang telah menyelesaikan proses evolusinya dan menjadi bintang neutron adalah bintang yang pada awalnya mempunyai massa $M_* \gtrsim 8 M_{\odot}$ (Lander, 2010). Bintang dengan massa $M_* \gtrsim 8 M_{\odot}$ mampu untuk melakukan pembakaran silikon dan sampai pembakaran besi ^{56}Fe , sehingga inti bintang akan mengandung banyak inti berat. Keadaan demikian membuat tekanan thermal tidak mampu menahan inti bintang, dan bintang akan mengalami keruntuhan dan mengalami proses nukleosintesis yang justru mempercepat keruntuhan bintang dan mengalami ledakan supernova. Keadaan bintang setelah mengalami ledakan supernova, bergantung pada material yang dilontarkan. Jika sejumlah material yang ada di dalam inti bintang setelah mengalami supernova runtuh, mendingin, mencapai keadaan setimbang, dan mengandung kelimpahan neutron yang

terdegenerasi, maka bintang tersebut disebut bintang neutron (Lander, 2010).

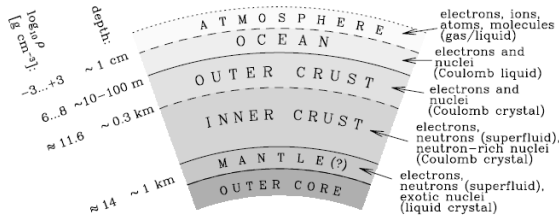
Bintang neutron adalah objek astrofisika yang sangat ekstrem dan kompleks, merupakan bintang yang paling kompak di alam semesta ini (Potekhin, 2011). Bintang neutron adalah bintang kompak yang memuat materi rapat di dalamnya. Secara umum bintang neutron adalah tipe bintang yang memiliki massa $M_* \sim 1 - 2 M_{\odot}$ dan mempunyai jari-jari $R_* \approx 10 - 14 \text{ km}$ (10^5 lebih kecil dari jejari Matahari) (Potekhin, 2011).

Rapat massanya $\rho \simeq (2 - 3)\rho_{\odot}$, dengan $\rho_{\odot} = 2,8 \times 10^{14} \text{ g cm}^{-3}$ adalah kerapatan normal inti (Haensel, dkk., 2007). Rapat massa di inti bintang lebih besar dari nilai ρ_{\odot} . Jika dibayangkan di Bumi, satu sendok memiliki berat milyaran ton. Tenaga gravitasinya

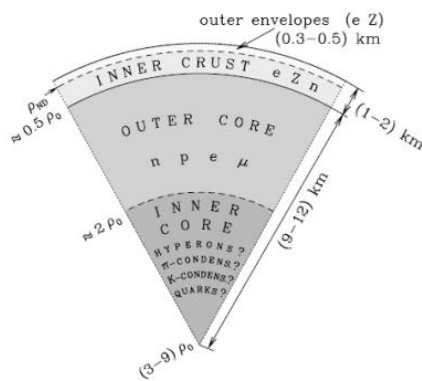
$E_{\text{grav}} \sim GM^2/R \sim 5 \times 10^{53} \text{ erg} \sim 0,2 M c^2$, dan gravitasi di permukaannya $g \sim GM/R^2 \sim 2 \times 10^{14} \text{ cm s}^{-2}$ (2×10^{11} kali daripada Bumi) (Haensel, dkk., 2007).

Pada dasarnya wilayah di bintang neutron dibedakan atas selubung dan inti bintang. Struktur selubung bintang terdiri dari atmosfer, lapisan lautan, kerak luar, kerak dalam, dan mantel seperti yang ditunjukkan Gambar (1). Struktur inti

bintang terbagi menjadi inti luar dan dalam, dengan massa memenuhi 99% massa total bintang neutron seperti yang ditunjukkan Gambar (2) (Lander, 2010).



Gambar 1. Struktur dari selubung bintang neutron (Haensel, dkk., 2007)



Gambar 2 Struktur inti bintang neutron (Haensel dkk., 2007)

Medan magnet dan kemagnetan merupakan hal yang menarik dalam kajian bintang neutron. Banyak penemuan bintang neutron dimungkinkan karena bintang neutron sebagai pulsar yang mempunyai medan magnet yang kuat. Besarnya medan magnet memengaruhi pengamatan perwujudan bintang neutron. Besarnya medan magnet di bintang neutron mampu mencapai $10^{18} G$ (Potekhin, 2011). Sebagai contoh medan magnet dari $\approx 10^{12} G$ dapat menurun menjadi $\approx 10^8 G$ (Potekhin, 2011). Bhattacharya (2002) menjelaskan bahwa berkurangnya medan magnet dengan ketara terjadi hanya di sistem ganda. Sistem ganda menunjukkan bintang neutron mengkreasi bintang pasangannya.

Persamaan dinamika medan magnet dibutuhkan untuk memperoleh persamaan penyusutan medan magnet di bintang neutron. Beberapa penelitian mengkaji

dengan batasan masalah secara umum seperti medan magnet dalam satu dimensi, bintang tidak berotasi, dan bintang neutron tidak dikaji dalam relativitas umum yang merupakan pendekatan untuk mempermudah perhitungan. Perlu dibangun persamaan dinamika medan magnet yang lebih realistis untuk menggambarkan bintang neutron yang sesungguhnya.

Tidak seperti bintang biasa, penjelasan bintang neutron memerlukan teori relativitas umum. Pentingnya pengaruh teori relativitas umum ditentukan oleh parameter kekompakan seperti yang ditunjukkan persamaan (1)

$$x_g = r_g/R, \text{ dengan } r_g = 2GM/c^2 \approx 2,95 M_*/M_\odot, \quad (1)$$

dengan r_g adalah jari-jari Schwazchild, G konstanta gravitasi, dan c adalah kecepatan cahaya. Gravitasi pada permukaan bintang ditentukan oleh besaran

$$g = \frac{GM}{R^2 \sqrt{1-x_g}} \approx \frac{1,328 \times 10^{14} M_*/M_\odot}{R_6^2 \sqrt{1-x_g}} \text{ cms}^{-2} \quad (2)$$

dengan $R_6 \equiv R/(10^6 \text{ cm})$. Bintang neutron memiliki $x_g \sim 0,2 - 0,4$. Secara umum bintang memiliki parameter kekompakan $x_g \ll 1$, misalnya $x_g \sim 10^{-4}$ untuk katai putih, dan $x_g \sim 10^{-6}$ untuk bintang di barisan utama dengan $M_* \approx M_\odot$ (Istiqomah, 2010). Jika memasukkan massa dan jari-jari bintang neutron $M_* \sim 1,4 M_\odot$, $R_* \approx 12 \text{ km}$ ke persamaan (1) dapat ditunjukkan $x_g = 0,3$. Dari hal tersebut terdapat dua hal penting yang pertama bahwa teori yang dibangun untuk bintang neutron secara keseluruhan adalah relativistik.

Oleh karena bintang neutron adalah objek relativistik, maka untuk mendapatkan persamaan penyusutan medan magnet di bintang neutron yang mengkreasi dibutuhkan tensor medan elektromagnetik kovarian maupun kontravarian yang didasarkan pada metrik

bintang neutron yang berotasi cepat. Dipilihnya bintang neutron yang berotasi cepat, karena sebelumnya telah dikaji persamaan dinamika medan magnet di bintang neutron yang berotasi lambat dengan bintang neutron yang mengakresi (Yasrina, dkk., 2013). Atsnaita Yasrina dan M. Farchani Rosyid dalam seminar HFI Jogja Jateng tahun 2013 menyampaikan hasil penelitiannya tentang persamaan dinamika medan magnet untuk bintang neutron berotasi lambat dengan terdapat materi di sekitar bintang neutron. Sementara dalam artikel ini diperoleh tensor medan elektromagnetik kontravarian untuk bintang neutron yang berotasi cepat, karena sebelumnya telah diperoleh tensor medan elektromagnetik kovarian di bintang neutron yang berotasi cepat (Yasrina, 2015).

Astrofisikawan yang sebelumnya telah mengkaji tentang medan magnet di bintang neutron di antaranya adalah Andrew Cumming, Ellen Zweibel, dan Lars Bildsten menjelaskan dinamika medan magnet di bintang neutron yang mengakresi (Cumming, dkk., 2001). Kajian elektromagnetik dari bintang yang relativistik di antaranya diawali oleh Anderson dan Cohen pada tahun 1970 yang mengulas medan elektromagnet yang stasioner di ruang waktu Schwarzschild (Anderson, dkk., 1970). Sengupta (1995) juga menjelaskan hal tersebut, dan menunjukkan medan listrik dengan latar belakang Schwarzschild di bintang neutron (Sengupta, 1995). Hasilnya ternyata bukan solusi persamaan Maxwell. Sengupta (1997) menjelaskan kecepatan peluruhan Ohmic di ruang waktu Schwarzschild, dan hasil yang diperoleh berlaku untuk ruang waktu eksternal bintang, dan tidak memberikan solusi untuk medan elektromagnetik internal dari bintang secara relativitas umum (Sengupta, 1997). Geppert, Page, dan Zannias (2000) menganalisa secara matematis jawaban atas persamaan Maxwell di ruang waktu internal untuk bintang, dan menggunakan

metrik umum bintang relativistik yang tidak berotasi. Hasil yang diperoleh menegaskan adanya penyusutan medan magnet (waktunya) lebih singkat dibanding yang ditemukan dalam ruang waktu yang datar (Geppert, dkk., 2000). Muslimov dan Tsygan (1992) pertama kali meneliti pengaruh relativitas umum yang disebabkan oleh rotasi bintang, dengan rotasi yang lambat (Muslimov, dkk., 1992). Rezzolla, Ahmedov, dan Miller menunjukkan secara analitik solusi bagi persamaan Maxwell di ruang waktu bintang neutron yang termagnetkan dan berotasi lambat tetapi di sekitar bintang neutron tidak terdapat materi. Dalam artikel tersebut juga diawali dengan menghasilkan tensor medan electromagnetic bintang neutron berotasi lambat yang diukur oleh pengamat ZAMO. ZAMO menjadi penting jika menganggap bintang berotasi atau menggunakan metric untuk bintang berotasi. (Rezzolla, dkk., 2004)

METODE

Penelitian yang dilakukan merupakan suatu telaah teoretis-matematis secara analitik. Sebagai penelitian yang bersifat telaah teoretis-matematis, tentu saja dilakukan tinjauan terhadap beberapa pustaka mengenai perhitungan-perhitungan yang telah dikembangkan sebelumnya.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Metrik dan tensor metrik bintang neutron yang berotasi cepat di sistem koordinat bola (ct, r, θ, φ) adalah

$$ds = -e^{2\phi} dt^2 + e^{2\lambda} r^2 \sin^2 \theta (d\varphi - \omega dt)^2 + e^{2\alpha} (dr^2 + r^2 d\theta^2) \quad (3)$$

$$g_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} -(e^{2\phi} - e^{2\lambda} r^2 \sin^2 \theta \omega^2) & 0 & 0 & -e^{2\lambda} r^2 \sin^2 \theta \omega \\ 0 & e^{2\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{2\alpha} r^2 & 0 \\ -e^{2\lambda} r^2 \sin^2 \theta \omega & 0 & 0 & e^{2\lambda} r^2 \sin^2 \theta \end{bmatrix}, \quad (4)$$

dengan $\omega(r)$ adalah kecepatan angular dari kerangka acuan inersia. Fungsi metrik $\phi, \lambda, \omega, \alpha$ bergantung pada r dan θ (Gregory, dkk., 1994). Komponen

kovarian dari komponen tensor elektromagnetik diberikan oleh

$$F_{\mu\nu} = 2u_{(\mu}E_{\nu)} + \eta_{\mu\nu\sigma\delta}u^\sigma B^\delta \quad (5)$$

dengan η adalah *pseudo-tensorial* yang digambarkan oleh simbol Levi-Civita ε , yaitu

$$\eta_{\mu\nu\sigma\delta} = \sqrt{-g}\varepsilon_{\mu\nu\sigma\delta}; \eta^{\mu\nu\sigma\delta} = -\frac{1}{\sqrt{-g}}\varepsilon^{\mu\nu\sigma\delta} \quad (6)$$

(dalam Rezzola *et al.*, 2004). Besarnya g dan kecepatan vektor-4 adalah

$$g = -(e^\phi e^{2\alpha} e^{\lambda r^2} \sin \theta)^2 \quad (7)$$

$$u^\mu = \frac{e^{-\phi}}{\sqrt{1-V^2}}(1,0,0,\omega); u_\mu = -\frac{e^\phi}{\sqrt{1-V^2}}(1,0,0,0) \quad (8)$$

dengan

$$V^2 = e^{2\phi} [e^{2\lambda} r^2 \sin^2 \theta (\Omega - \omega)^2 + e^{2\alpha} (v^r)^2 + e^{2\alpha} r^2 (v^\theta)^2] \quad (9)$$

(Yasrina, 2015). Oleh karena itu diperoleh tensor kovarian elektromagnetik bintang neutron berotasi cepat seperti pada persamaan (10) (Yasrina, 2015)

$$\begin{aligned} F_{00} &= F_{11} = F_{22} = F_{33} = 0, \\ F_{01} &= -F_{10} = -\frac{1}{\sqrt{1-V^2}}(e^\phi E_r - e^{2\alpha} e^{\lambda r^2} \sin \theta \omega B^\theta), \\ F_{02} &= -F_{20} = \frac{1}{\sqrt{1-V^2}}(-e^\phi E_\theta + e^{2\alpha} e^{\lambda r^2} \sin \theta \omega B^r), \\ F_{03} &= -F_{30} = -\frac{e^\phi E_\varphi}{\sqrt{1-V^2}}, \\ F_{12} &= -F_{21} = -\frac{1}{\sqrt{1-V^2}}e^{2\alpha} e^{\lambda r^2} \sin \theta B^\varphi, \\ F_{13} &= -F_{31} = -\frac{1}{\sqrt{1-V^2}}e^{2\alpha} e^{\lambda r^2} \sin \theta B^\theta, \\ F_{23} &= -F_{32} = -\frac{1}{\sqrt{1-V^2}}e^{2\alpha} e^{\lambda r^2} \sin \theta B^r. \end{aligned} \quad (10)$$

Untuk mendapatkan tensor kovarian elektromagnetik bintang neutron yang berotasi cepat diukur oleh pengamat ZAMO, maka dibutuhkan basis dan form-1 dalam kerangka ZAMO. Basis $\{e_{\hat{\mu}}\} = (e_{\hat{t}}, e_{\hat{r}}, e_{\hat{\theta}}, e_{\hat{\varphi}})$ dalam kerangka pengamat ZAMO adalah

$$\begin{aligned} e_{\hat{t}}^\nu &= e^{-\phi}(1,0,0,\omega), \\ e_{\hat{r}}^\nu &= e^{-\alpha}(0,1,0,0), \\ e_{\hat{\theta}}^\nu &= e^{-\alpha}r^{-1}(0,0,1,0), \\ e_{\hat{\varphi}}^\nu &= \frac{-e^{2\phi} + e^{2\lambda} r^2 \sin^2 \theta \omega^2}{e^\phi e^{\lambda r} \sin \theta} e^{-\phi}(0,0,0,1) \end{aligned} \quad (11)$$

Form-1 $\{w^{\hat{\mu}}\} = (w^{\hat{t}}, w^{\hat{r}}, w^{\hat{\theta}}, w^{\hat{\varphi}})$ dalam kerangka ZAMO adalah

$$\begin{aligned} w_{\hat{t}}^\nu &= (e^{2\phi} - e^{2\lambda} r^2 \sin^2 \theta \omega^2)^{\frac{1}{2}}(1,0,0,0), \\ w_{\hat{r}}^\nu &= e^\alpha(0,1,0,0), \\ w_{\hat{\theta}}^\nu &= e^\alpha r(0,0,1,0), \\ w_{\hat{\varphi}}^\nu &= e^\lambda r \sin \theta (-\omega, 0,0,1) \end{aligned} \quad (12)$$

(Yasrina, 2015).

Oleh karena itu diperoleh tensor kovarian medan elektromagnetik di bintang neutron yang berotasi cepat diukur oleh pengamat ZAMO adalah

$$\begin{aligned} F_{00} &= F_{11} = F_{22} = F_{33} = 0, \\ F_{01} &= -F_{10} = -\frac{1}{\sqrt{1-V^2}}(e^\phi e^\alpha E^r - e^\alpha e^{\lambda r^2} \sin \theta \omega B^{\hat{\theta}}), \\ F_{02} &= -F_{20} = \frac{1}{\sqrt{1-V^2}}(-e^\phi E^{\hat{\theta}} + e^\alpha e^{\lambda r^2} \sin \theta \omega B^r), \\ F_{03} &= -F_{30} = -\frac{e^{\lambda r} \sin \theta}{\sqrt{1-V^2}}(-e^{2\phi} + e^{2\lambda} r^2 \sin^2 \theta \omega^2)^{\frac{1}{2}} E^{\hat{\theta}}, \\ F_{12} &= -F_{21} = -\frac{1}{\sqrt{1-V^2}}e^{2\alpha-\phi}(-e^{2\phi} + e^{2\lambda} r^2 \sin^2 \theta \omega^2)^{\frac{1}{2}} B^{\hat{\theta}}, \\ F_{13} &= -F_{31} = -\frac{1}{\sqrt{1-V^2}}e^\alpha e^{\lambda r} \sin \theta B^{\hat{\theta}}, \\ F_{23} &= -F_{32} = -\frac{1}{\sqrt{1-V^2}}e^\alpha e^{\lambda r^2} \sin \theta B^r \end{aligned} \quad (13)$$

(Yasrina, 2015)

Tensor kontravarian medan elektromagnetik di bintang neutron yang berotasi cepat dapat diperoleh dari persamaan (10), dengan setiap komponen dicari kontravariannya. Kemudian merubah komponen medan listrik dan medan magnetnya dalam kerangka pengamat ZAMO berdasarkan basis persamaan (11), sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} F^{00} &= F^{11} = F^{22} = F^{33} = 0, \\ F^{01} &= -F^{10} = (-Y^{-1}e^{-\alpha}B^r) = -e^{-\phi-\alpha}\sqrt{1-V^2}B^r, \\ F^{02} &= -F^{20} = (Y^{-1}B^\theta) = e^{-\phi-\alpha}r^{-1}\sqrt{1-V^2}B^{\hat{\theta}}, \\ F^{03} &= -F^{30} = -(Y^{-1}B^\varphi) = \frac{(-e^{2\phi} + e^{2\lambda} r^2 \sin^2 \theta \omega^2)^{\frac{1}{2}}}{e^{2\phi+\lambda r} \sin \theta} \sqrt{1-V^2}B^{\hat{\theta}}, \\ F^{0\hat{3}} &= -F^{\hat{3}0} = -(Y^{-1}B^\varphi) = \frac{(-e^{2\phi} + e^{2\lambda} r^2 \sin^2 \theta \omega^2)^{\frac{1}{2}}}{e^{2\phi+\lambda r} \sin \theta} \sqrt{1-V^2}B^{\hat{\theta}}, \end{aligned}$$

$$F^{12} = -F^{21} = -(X^{-1}E_\phi) = -\frac{(-e^{2\phi} + e^{2\lambda}r^2 \sin^2 \theta \omega^2)^{\frac{1}{2}}}{e^{2\alpha+\phi}r} \sqrt{1-V^2} E^{\hat{\phi}},$$

$$F^{13} = -F^{31} = -(X^{-1}E_\theta - Y^{-1}\omega B^r) = -\left[\frac{E^{\hat{\theta}}}{e^{\alpha+\lambda}r \sin \theta} - \frac{\omega}{e^{\phi+\alpha}} B^r \right] \sqrt{1-V^2},$$

$$F^{23} = -F^{32} = -(X^{-1}E_r - Y^{-1}\omega B^\theta) = -\left[\frac{E^r}{e^{\alpha+\lambda}r^2 \sin \theta} - \frac{\omega}{e^{\phi+\alpha}r} B^\theta \right] \sqrt{1-V^2}.$$

KESIMPULAN

Tensor kontravarian elektromagnetik bintang neutron yang berotasi cepat diukur dari pengamat ZAMO ditunjukkan oleh persamaan (14). Persamaan (13) dan (14) dapat digunakan untuk merumuskan persamaan dinamika medan magnet di bintang neutron yang berotasi cepat yang mengakresi materi di sekitarnya.

UCAPAN TERIMA KASIH

Peneliti mengucapkan terimakasih kepada Dr. rer.nat. M. Farchani Rosyid dan Doni Andra, S.Pd, M.Sc atas diskusi terkait bintang neutron dan relativitas umum.

DAFTAR PUSTAKA

- Anderson, J. L., Cohen, J.M., 1970. *Gravitational Collapse of Magnetic Neutron Stars*. *Astrophys. Space Science*. 9, 146.
- Bhattacharya, D., 2002. *Evolution of Neutron Stars Magnetic Fields*. *Jurnal Astrophysics, The Astrophysical Journal*. Astr, 67-72.
- Cumming, A., Zweibel, E., Bildsten, L., 2001. *Magnetic Screening in Accreting Neutron Stars*, <http://www.arXiv.astro-ph/0102178>, 9 February 2001
- Geppert, U., Page, D., Zannias, T., 2000. *General Relativistic Treatment Of The Thermal, Magnetic, And Rotational Evolution of Isolated Neutron Stars With Crustal Magnetic Fields*. *Astron-Astrophys*. 2-1066.
- Gregory, B., Cook, Stuart, L., Shapiro, Saul, A., Teukolsky, 1994, *Rapidly Rotating Neutron Stars in General*

Relativity: Realistic Equations of State, The American Astronomical Society: *Astrophysical Journal*, 424: 828-845.

Haensel, P., Potekhin, A.Y., Yakovlev, D.G., 2007. *Neutron Stars I Equation of State and Structure*. New York: Springer.

Istiqomah, E. L., 2010, *Suhu Kritis dan Celah Tenaga Superfluida Pada Inti Bintang Neutron Yang Mendingin*, Tesis, Jurusan Fisika FMIPA UGM, Yogyakarta

Lander, S. K., 2010, *Equilibria And Oscillations Of Magnetised Neutron Stars*, Thesis, University Of Southamton

Muslinov, A., Tsygan, A.I., 1992. *General Relativistic Electric Potential Drops Above Pulsar Polar Caps*, *MNRAS*. 255, 61.

Potekhin, A.Y., 2011. *The Physics Of Neutron Stars*. astro-ph. SR, 1235-1256.

Rezzolla L., dkk, 2004. *General Relativistic Elektromagnetic Fields of a Slowly Rotating Magnetized Neutron Stars I. Formulation of the Equation*. *MNRAS*. 1-19.

Sengupta, S., 1995. *General Relativistic Effect on The Induced Electric Field Exterior To Pulsar*. *ApJ*. 449, 224.

Sengupta, S., 1997. *General Relativistic Effect on The Ohmic Decay Of Crustal Magnetic Fields in Neutron Stars*, *ApJ*. 479, L133.

Sengupta, S., 1997, *General Relativistic Effect on The Ohmic Decay Of Crustal Magnetic Fields in Neutron Stars*, *ApJ*, 479, L133

Yasrina, A., Rosyid, M.F., 2013. *Tentang Medan Elektromagnetik Relativistik di Bintang Neutron yang Berotasi*

Lambat. Tesis tidak diterbitkan.
Jurusan Fisika Universitas Gadjah
Mada.

Yasrina, A., 2015. *Tensor Elektromagnetik
Bintang Neutron yang Berotasi Cepat
Diukur oleh Pengamat ZAMO (Zero
Angular Momentum Observers)*, ISBN
978-602-71273-1-9, A-1-A-5.