



Kemampuan Representasi Mahasiswa Pendidikan Matematika dalam Menyelesaikan Soal Kalkulus

Devi Yuniarti Ningtyas¹, Yusuf Fuad, Agung Lukito²

^{1,2}Universitas Negeri Surabaya, Jawa Timur, Indonesia

Corresponding Author: deviningtyas10@mhs.unesa.ac.id¹

DOI: <http://dx.doi.org/10.15294/kreano.v10i1.17334>

Received : January 2019; Accepted: June 2019; Published: June 2019

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan kemampuan representasi mahasiswa pendidikan matematika dalam menyelesaikan soal Kalkulus. Tiga mahasiswa yang dipilih dari 20 mahasiswa program studi S1 pendidikan matematika Universitas Negeri Surabaya Kelas 2016 U ditetapkan sebagai subjek penelitian. Metode pengumpulan data adalah pemberian soal Kalkulus Integral Lipat Dua dan wawancara berbasis tugas. Hasil analisis menunjukkan bahwa dalam menyelesaikan soal Kalkulus, mahasiswa mampu menampilkan ide-ide yang dimilikinya secara multirepresentatif, akurat secara grafis namun tidak lengkap, praktis secara simbolik, tidak runtut dan tidak tepat secara numerik, bahasa yang detail secara verbal tertulis namun kurang fasih dalam verbal lisan, dan kurang mampu menjelaskan hubungan antar jenis representasi.

Abstract

This study aims to describe the representation ability of undergraduate mathematics education students in solving calculus problems. The subjects of this research were three students selected from 20 undergraduate mathematics education students of 2016 U class from The State University of Surabaya. Data collection methods used in this study are written test and tasks-based interview. The results showed that in solving calculus problems, the students were able to display their ideas in multi-representation, accurate but incomplete in graphic, practical in symbolic, not coherently nor precisely in numeric, detail in written verbal but not fluent in spoken verbal, and two of the three students were unable of explaining the relationship between representation types.

Keywords: Representation Ability; Undergraduate Students of Mathematics Education; Calculus

PENDAHULUAN

Matematika merupakan salah satu ilmu yang sangat penting dan memiliki peran di berbagai bidang kehidupan. Soedjadi (2000) menyatakan bahwa seorang pendidik matematika termasuk guru matematika sangat perlu memahami secara cukup matematika yang akan digunakannya sebagai wahana pengembangan peserta didik. Salah satu karakteristik matematika adalah memiliki objek kajian yang abstrak. Sejalan dengan hal itu, Kilpatrick, Swafford, dan Findell (2001) menyata-

kan bahwa karena sifat abstrak matematika, orang memiliki akses ke dalam ide-ide matematika hanya melalui representasi dari ide-ide tersebut. Selain itu, menurut *National Council of Teachers of Mathematics* (2000), cara-cara dimana ide-ide matematika direpresentasikan adalah dasar atau fundamental untuk bagaimana orang bisa memahami dan menggunakan ide-ide tersebut. Oleh karena itu, dalam mempelajari dan mengajarkannya diperlukan kemampuan representasi yang tepat agar tidak terjadi miskonsepsi dan agar tercapai se-

buah kualitas pemahaman yang baik.

Representasi adalah gambaran mental dari proses belajar yang dapat dipahami dari pengembangan mental yang ada dalam diri seseorang (Hutagaol, 2013). Representasi dibedakan menjadi representasi internal dan representasi eksternal. Dalam konteks matematika, representasi internal meliputi model mental dan representasi kognitif dari konsep matematika. Sedangkan wujud representasi eksternal di antaranya berupa: kata-kata, gambar, grafik, tabel, model matematika, simbol, dan lain-lain. (Jao, 2013)

Terkait representasi, terdapat perbedaan dalam kemampuan orang untuk membuat dan menggunakan gambaran (citra) mental (Salkind dan Hjalmarson, 2007). Beberapa orang cenderung menggunakan citra visual dan melakukannya secara spontan, sementara yang lain jarang dan kesulitan menggunakannya. Citra visual dipandang sebagai skema mental yang menggambarkan informasi visual atau spasial (Van Garderen dan Montague, 2003). Skema mental berarti dapat dinyatakan dengan gambar relasional dari informasi yang diberikan. Lebih lanjut, Salkind dan Hjalmarson (2007) mengungkapkan bahwa siswa dapat didorong untuk menggunakan citra visual, dan siswa yang diberikan instruksi untuk menggunakan citra mental mengingat lebih baik dari siswa yang tidak diberikan instruksi tersebut. Dalam hal ini, citra mental dapat dipandang sebagai representasi internal. Untuk itu, penting bagi guru untuk memiliki kemampuan representasi yang baik, terlebih multi representasi. Dalam hal ini, multirepresentasi diartikan sebagai berbagai representasi eksternal yang berbeda untuk mewakili ide yang sama. Meskipun setiap individu memiliki kecenderungan lebih dalam salah satu tipe representasi atau citra mental saja, namun guru akan berperan untuk melayani siswa dengan berbagai jenis kecenderungan citra mental siswa yang akan mempengaruhi jenis representasi eksternal yang mereka buat. Guru perlu memiliki kemampuan multi representasi untuk bisa terhubung dengan berbagai jenis kecenderungan citra mental yang dimiliki oleh siswa sehingga dapat membawanya ke dalam berbagai bentuk representasi yang lain dengan memanfaatkan

kelebihan siswa tersebut dalam kecenderungan citra mental tertentu sehingga bisa secara efektif memfasilitasi siswa untuk memahami ide-ide matematika yang mereka pelajari dengan lebih mendalam dan bermakna.

Terkait dengan representasi matematis guru, hasil penelitian Zhe (2012) menunjukkan bahwa beberapa guru tidak memahami secara mendalam beberapa bahasa matematika, kadang-kadang representasi mereka ambigu, sehingga bimbingan mereka untuk siswa sangat lemah. Hal ini memperkuat perlunya dilakukan pengkajian secara mendalam tentang bagaimana kemampuan representasi bagi calon guru matematika.

Salah satu cabang matematika yang kaya dengan berbagai jenis representasi dari konsep-konsep atau ide-ide adalah Kalkulus. Kalkulus adalah salah satu cabang matematika tentang limit, diferensial, dan integral. Di beberapa perguruan tinggi di Indonesia, khususnya pada program sarjana pendidikan matematika, Kalkulus menjadi salah satu mata kuliah wajib dan konsep-konsep dalam Kalkulus dapat digunakan secara luas dalam beberapa mata kuliah lainnya. Banyak sekali materi dalam Kalkulus yang masih dianggap sulit oleh siswa sekolah menengah seperti Limit dan Integral. Jika konsep-konsep yang dianggap sulit tersebut dikaitkan dengan Fungsi Trigonometri, siswa semakin kesulitan memahami konsep-konsep tersebut. Hal ini juga terjadi pada mahasiswa pendidikan matematika yang masih menganggap bahwa Kalkulus sulit. Dewanto (2013) menyatakan bahwa dari pengamatan di perguruan tinggi Indonesia, dalam mata kuliah Kalkulus, mahasiswa umumnya masih mengalami kesulitan dalam multi representasi, sehingga kemampuan berpikir matematisnya belum optimal. Lebih lanjut, Kim *et al.* (2012) menyatakan ada setidaknya dua implikasi dari temuan penelitiannya, salah satunya adalah bahwa meskipun program perkuliahan bisnis pada jenjang lebih tinggi mungkin tidak memerlukan penggunaan konsep-konsep Kalkulus secara langsung, keterampilan matematis atau analitis yang dikembangkan siswa dalam perkuliahan Kalkulus mungkin secara positif mempengaruhi kecakapan dalam bidang

yang tampaknya tidak berhubungan.

Delice dan Sevimli (2010) memperoleh temuan yang menunjukkan bahwa keterampilan calon guru dalam menggunakan multi representasi dalam proses pemecahan masalah integral tentu adalah tidak mencukupi seperti yang diperlukan. Hal itu ditentukan dari calon guru yang mencoba untuk memecahkan masalah dengan hanya satu representasi, lemah dalam hal transisi dari keterampilan representasi, dan mereka berada dalam level rendah dalam hal pemecahan masalah. Penelitian tersebut merupakan suatu investigasi tentang penggunaan jenis representasi calon guru matematika dalam pemecahan masalah, yang berfokus pada jenis representasi yang digunakan oleh calon guru matematika dalam proses penyelesaian soal integral tentu, dan hubungan antara representasi yang digunakan calon guru matematika dan kinerja mereka dalam memecahkan atau menyelesaikan soal integral tentu.

Hasil penelitian Delice dan Sevimli (2010) memberikan dorongan untuk dilakukannya penelitian untuk menganalisis kemampuan representasi mahasiswa pendidikan matematika, yang dipersiapkan menjadi guru matematika, dalam menyelesaikan soal Kalkulus. Dengan demikian, rumusan pertanyaan penelitian yang ingin dijawab adalah bagaimanakah kemampuan representasi mahasiswa pendidikan matematika dalam menyelesaikan soal Kalkulus.

METODE

Penelitian ini adalah penelitian deskriptif yang menggunakan pendekatan kualitatif. Subjek dalam penelitian ini adalah tiga mahasiswa yang dipilih dari 20 mahasiswa program studi S1 Pendidikan Matematika Universitas Negeri Surabaya kelas 2016 U. Tiga subjek tersebut diperoleh menggunakan teknik 'purposive snowball sampling'. *Purposive* yang dimaksud dalam penelitian ini adalah penentuan subjek dengan pertimbangan bahwa mahasiswa tersebut memiliki nilai yang termasuk kelompok tinggi agar diperoleh gambaran lengkap kemampuan semua jenis representasi. *Snowball* dalam pemilihan subjek ini artinya proses pemilihan subjek akan bertambah sampai diperoleh deskripsi lengkap untuk mewakili kemampuan semua jenis representasi.

Tahap pemilihan subjek dilakukan sebagai berikut: (1) Menetapkan kelas mahasiswa program studi pendidikan matematika yang menempuh mata kuliah Kalkulus Peubah Banyak; (2) Memberikan Tes Kemampuan Matematika (TKM); (3) Menganalisis dan mengelompokkan hasil tes kemampuan matematika; (4) Menggali informasi terkait karakteristik yang dimiliki mahasiswa yang ada dalam daftar calon subjek yang telah ditetapkan; (5) Menetapkan minimal 2 calon subjek dari daftar yang telah dibuat sebelumnya (nilai TKM dalam kelompok tinggi).

Instrumen pendukung penelitian adalah soal kemampuan matematika, soal kalkulus integral lipat dua, dan pedoman wawancara

Tabel 1. Kajian Indikator Kemampuan Representasi Mahasiswa

Indikator Kemampuan Representasi	Aspek yang diamati (Kriteria kualitas representasi)	Kode
Mampu menampilkan multirepresentasi	Grafis-simbolik, grafis-numerik, grafis-verbal, simbolik-numerik, grafis-simbolik-numerik, simbolik-numerik-verbal, dsb	G-S, G-N, G-V, S-N, G-S-N, S-N-V
Mampu menampilkan representasi Grafis	Keakuratan	GA2
	Kelengkapan	GL2
Mampu menampilkan representasi Simbolik	Keruntutan (Sistematis/Praktis)	SR3
Mampu menampilkan representasi Numerik	Ketepatan	NT4
	Keruntutan	NR4
Mampu menampilkan representasi Verbal	Kefasihan	VF5
	Kelengkapan	VL5
Mampu menampilkan hubungan antar representasi	Menafsirkan dan/atau menjelaskan hubungan antar jenis representasi	H-6

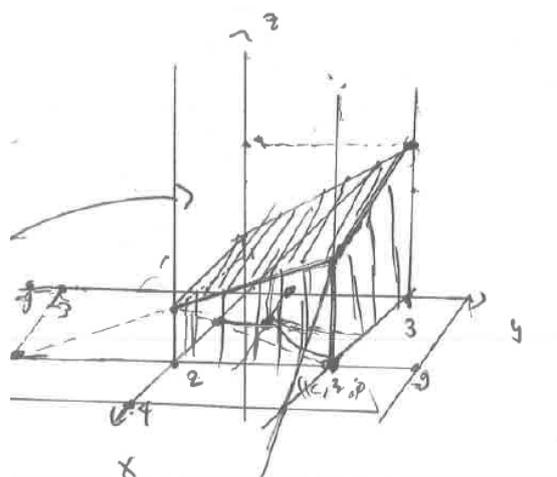
berbasis tugas. Metode pengumpulan data yang digunakan dalam penelitian ini adalah pemberian tugas tertulis berupa soal Kalkulus Integral Lipat Dua dan wawancara berbasis tugas.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Indikator kemampuan representasi yang dikaji dalam penelitian ini dirangkum dalam Tabel 1.

Berdasarkan hasil penelitian, diperoleh gambaran kemampuan representasi mahasiswa pendidikan matematika dalam menyelesaikan soal Kalkulus sebagai berikut.

Kemampuan Menampilkan Representasi Grafis



Gambar 1. Representasi Grafis yang ditampilkan Subjek terkait Soal Integral Lipat Dua Menghitung Volume

Cuplikan wawancara terkait data tentang kemampuan representasi grafis untuk soal Kalkulus Integral Lipat Dua dalam jawaban di atas adalah sebagai berikut:

Subjek pertama dan kedua mampu menampilkan representasi grafis secara akurat namun tidak lengkap. Akurat dalam artian sesuai dengan pemahaman visual yang dia pikirkan (GA2) atau sesuai dengan batasan pemahaman visual yang dia pikirkan. Sedangkan tidak lengkap, dalam artian atribut representasi grafis yang ditampilkan tidak selengkap apa yang dia ketahui (GL2) atau tidak dapat (kesulitan) menampilkan beberapa atribut pokok yang dia pahami. Pada gambar 1 dan

cuplikan wawancara di atas, meskipun subjek mengetahui koordinat-koordinat titik sudut bangun tersebut yang menunjukkan ukuran maupun letak atau posisinya dalam , namun subjek tidak menampilkan representasi dari sebagian atribut tersebut dalam gambarnya. Sementara itu, subjek ketiga menampilkan representasi grafis secara tidak akurat namun lengkap. Tidak akurat, dalam artian tidak sesuai dengan pemahaman visual yang dia pikirkan. Sedangkan lengkap, dalam artian atribut representasi grafis yang ditampilkan sebatas apa yang dia ketahui.

Label	Transkrip Wawancara
Peneliti	Bagaimana kamu menggambar model bangun tersebut?
Subjek	Sebenarnya ini pada dasarnya ada tiga permukaan, yang satu cuma bidang datar, satunya lagi bidang datar, kemudian ada bidang yang mempunyai gradien ini yang sulit mbak. Nge-plotnya itu yang jadi kesulitan saya, pertama saya cari plot ini sendiri (<i>yang dimaksud adalah bidang</i>) itu di . Itu dicari bagaimana plotnya di itu berupa garis dengan persamaan ini. Terus kemudian ya sama di , kemudian di bidang dan . Kan istilahnya itu ada semacam balok, kemudian balok itu kan mau dipotong dengan bidang. Bidang yang memotong itu dicari perpotongan di setiap sisi-sisinya itu. Nah, itu target saya tadi mbak. (GA2)
Peneliti	Ini ketemu apa tidak koordinat titik-titiknya apa saja? (<i>menunjuk titik-titik sudut atas model bangun</i>)
Subjek	Sebenarnya ketemu. Ketemu kan tinggal memasukkan () ke ini (<i>menunjuk pada persamaan bidang miring</i>), itu kan kan mbak. Fungsi , sendiri dalam dan , nah itu tinggal dimasukkan ke sini (<i>menunjuk pada persamaan bidang miring</i>). Misalkan ini berarti kan nanti ketemu -nya... ketemu -nya juga, terus ini ketemu -nya, terus ini juga ketemu -nya nanti. Jadi begitu caranya. (GL2)

Kemampuan Menampilkan Representasi Numerik

Cuplikan wawancara terkait data tentang kemampuan representasi numerik untuk soal Kalkulus Integral Lipat Dua dalam jawa-

ban di atas adalah sebagai berikut:

b) bangun I

apam diparti menjadi 4 balok dg luas alas sama dg $\Delta x = 1 \Delta y = 1/5$
 maka di dapat 4 balok dg mahaug-mahaug luas.

$$L_1 = \Delta x \Delta y \cdot z_1 = 1 \cdot (1/5) \cdot (3) \quad ((x,y) = (0,0))$$

$$= 1/5 \cdot 3 = 3/5$$

$$L_2 = \Delta x \Delta y \cdot z_2 = 1 \cdot (1/5) \cdot (15/4) \quad ((x,y) = (1,1/5))$$

$$= 1/5 \cdot 15/4 = 3/4$$

$$L_3 = \Delta x \Delta y \cdot z_3 = 1 \cdot (1/5) \cdot (4) \quad ((x,y) = (0,3))$$

$$= 1/5 \cdot 4 = 4/5$$

$$L_4 = \Delta x \Delta y \cdot z_4 = 1 \cdot (1/5) \cdot (1) \quad ((x,y) = (3,3))$$

$$= 1/5$$

selunya diperoleh: $\sum_{n=1}^4 L_i = 3/5 + 3/4 + 4/5 + 1/5 = 18/5 + 24/5 + 6/5 = 63/5$

Gambar 2. Representasi Numerik yang ditampilkan Subjek untuk Soal Integral Lipat Dua Menghitung Volume

Label	Transkrip Wawancara
Peneliti	Bagaimana kamu menghampiri volume model bangun tersebut dengan metode jumlah Riemann?
Subjek	Partisinya itu saya bagi , nanti kan balok. Jumlah Riemann-nya kan balok. Nah, dari balok itu saya cari, sebenarnya kan mau titik yang paling rendah. Ini (menunjuk titik asal), terus kemudian ini (menunjuk titik-titik di pojok kiri atas alas partisi balok), paling rendahnya itu. Itu dibuat tingginya nanti. Tapi ini memasukkannya salah. Lupa saya, tadi kurang teliti. (NT4) Terus kemudian ini yang berubah-ubah langsung masuk sigma kan, sigma dari sampai . -nya kan berubah-ubah sesuai dengan indeksnya nanti. Terus, -nya kan sama, bisa keluar dari sigma soalnya tidak berubah-ubah, tidak tergantung indeks, terus kemudian -nya saya jumlahkan. Ini ketemu -nya dengan memasukkan titik contohnya. (NR4)
Peneliti	Mensubstitusikannya kemana?
Subjek	Ke persamaan bidangnya, dicari nilai -nya (NR4)

Subjek pertama mampu menampilkan representasi numerik dalam konfigurasi yang cenderung tidak runtut dan tidak tepat, yaitu dalam representasi numerik suatu prosedur. Tidak runtut, artinya ada langkah esensial

yang dilompati atau hilang dari konfigurasi yang ada, langsung melangkah pada hasil praktis, meskipun langkah tersebut ada atau berjalan dalam skema pikirannya. Contohnya, dalam wawancara, subjek menjelaskan bagaimana nilai atau tinggi balok diperoleh (NR4), namun dalam representasi yang dituliskan pada Gambar 2 tidak memperlihatkan prosedur tersebut melainkan langsung menyajikan hasilnya. Tidak tepat, artinya apa yang ditampilkan secara tertulis tidak relevan dengan apa yang dia tetapkan dalam pikirannya. Contohnya, untuk tinggi balok, subjek memilih tinggi yang ditarik dari titik sudut alas balok yang memiliki jarak terdekat dengan titik asal (NT4), tapi uraian yang ditampilkan dalam representasi numerik tidak tepat seperti apa yang subjek maksudkan. Sementara itu, dua subjek yang lain tidak mampu menampilkan representasi numerik dalam menyelesaikan soal.

Kemampuan Menampilkan Representasi Simbolik

$$L_1 = \int_0^3 \int_0^2 \left(\frac{3x-y-9}{-5} \right) dx dy$$

$$= \frac{1}{5} \int_0^3 \left[\frac{3}{2} x^2 - yx - 9x \right]_0^2 dy$$

$$= \frac{1}{5} \int_0^3 [6 - 18 - 2y] dy = \frac{1}{5} \int_0^3 (-12 - 2y) dy$$

$$= \frac{1}{5} \left[-12y - y^2 \right]_0^3$$

$$= \frac{1}{5} [-36 - 9] = 15 // \text{salah}$$

Gambar 3. Representasi Simbolik yang ditampilkan Subjek untuk Soal Integral Lipat Dua Menghitung Volume

Subjek pertama dan ketiga cenderung menampilkan representasi simbolik dalam konfigurasi praktis, artinya apa yang dipandang perlu saja, tidak sedetail atau sesistematis informasi yang dia miliki. Contohnya pada Gambar 3, subjek menyajikan representasi simbolik dari proses substitusi variabel hanya untuk hasil substitusi yang tidak nol saja. Proses bagaimana memperoleh hasil integral (aturan pengintegralan, yaitu proses penambahan pangkat dan pembagi) tidak terlihat secara sistematis dalam konfigurasi tersebut. Sementara itu, subjek kedua cenderung me-

nampilkan representasi simbolik dalam konfigurasi yang runtut, artinya menampilkan proses yang sistematis.

Kemampuan Menampilkan Representasi Verbal

Kemampuan menampilkan representasi verbal terdiri dari verbal tertulis dan verbal lisan. Verbal lisan dikaji dari hasil wawancara yang terintegrasi dengan cuplikan wawancara untuk kemampuan jenis representasi yang lain (grafis, simbolik, numerik), sedangkan verbal tertulis dikaji dari jawaban tertulis subjek dalam rangka menyelesaikan soal Kalkulus, seperti yang ditunjukkan oleh potongan Gambar 4. Subjek kedua dan ketiga menggunakan bahasa atau deskripsi yang detail dalam menampilkan representasi verbal tertulis, namun tidak begitu fasih dan detail dalam penjelasan lisan. Sementara itu, subjek pertama menggunakan bahasa atau deskripsi singkat dalam menampilkan representasi verbal tertulis, deskripsi lengkap dan fasih cenderung ditampilkan dalam representasi verbal lisan.

Kemampuan Menjelaskan Hubungan Antar Representasi

Cuplikan wawancara terkait kemampuan menjelaskan hubungan antar representasi adalah sebagai berikut:

Label	Transkrip Wawancara
Peneliti	Bisa tidak kamu jelaskan, dari mana rumus volume itu bisa integral lipat dua?
Subjek	Itu kan pertama dari jumlah Riemann itu mbak sebenarnya. kan seragam, ini kan . pakai limit, dari Riemann dilimitkan, dimana jumlah partisinya itu menuju tak hingga, jadi nanti akibatnya -nya menuju nol. Kemudian didapatkan kalau tidak pakai ini berarti kan tanpa tinggi, cuma luasan. Nah, kemudian luasan tadi dikalikan dengan tingginya. Rumus pendekatannya pakai balok. Rumus balok luas alas kali tinggi. Nah tinggi balok dari mana? Dari fungsi sendiri, dimana bergantung pada . Bidang tadi jadi berubah-ubah berdasarkan -nya. Begitu. H-6

Subjek pertama menampilkan kemampuan dalam menjelaskan hubungan antar jenis representasi (H-6). Contoh pada cuplikan wawancara di atas yaitu kemampuan menjelaskan hubungan atau keterkaitan antara representasi numerik dengan representasi simbolik dari prosedur penghitungan volume suatu bangun. Sedangkan dua subjek lainnya tidak mampu menjelaskan hubungan antar jenis representasi.

- ↳ 5 & segitiga siku-siku yang titik sudutnya berhimpit dengan titik (0,0,0) dan masing-masing daerah sisi siku-sikunya berhimpit dengan sumbu-x positif dan sumbu-y positif dengan panjang berturut-turut 1 satuan dan 1 satuan panjang.
- ↳ untuk mengerjakan integral rangkap 2 dari soal tersebut, bisa memilih 2 bentuk pengintegralan yaitu dx dy atau dy dx.
- ↳ Disini, saya memilih menggunakan dx dy.
- ↳ Selanjutnya menentukan batas untuk soal integral tersebut.

Gambar 4a. Cuplikan Representasi Verbal Tertulis yang ditampilkan Subjek untuk Soal Menghitung Integral Lipat Dua yang dideskripsikan daerah batas integralnya secara verbal

- ↳ jadi, untuk pengintegralan dengan dx dy, kita mengintegralkan terhadap x terlebih dahulu, kemudian diintegralkan terhadap y. jadi, gambarnya kita peroleh seperti di atas, anak panah sejajar sb. x kemudian naik hingga batas y.

Gambar 4b. Cuplikan Representasi Verbal Tertulis yang ditampilkan Subjek untuk Soal Menghitung Integral Lipat Dua yang dideskripsikan daerah batas integralnya secara verbal

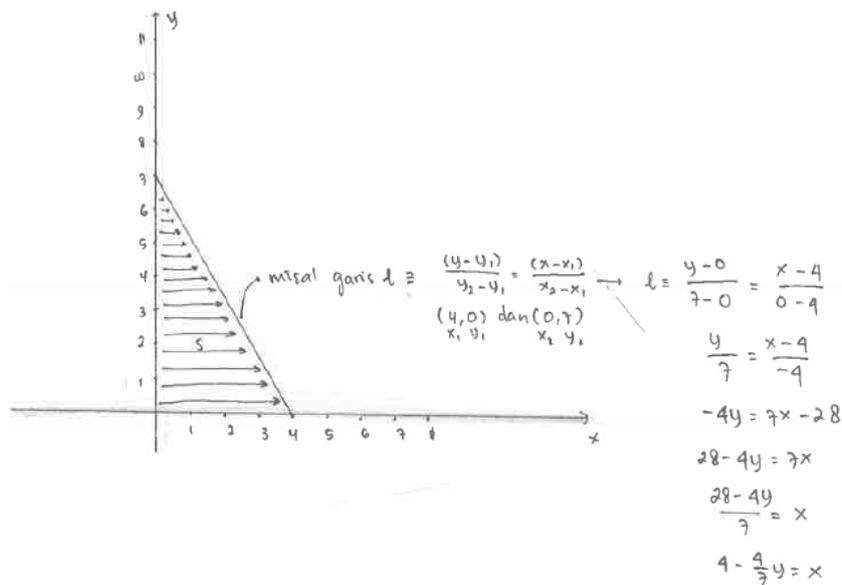
Kemampuan Menampilkan Multirepresentasi

Cuplikan wawancara terkait aspek multirepresentasi untuk soal Kalkulus Integral Lipat Dua dalam jawaban pada Gambar 5 adalah sebagai berikut:

Label	Transkrip Wawancara
Peneliti	Apa yang kamu pahami dari soal? Setelah membaca soal ini, rencana apa yang terpikirkan pertama kalinya untuk menyelesaikan soal?

Label	Transkrip Wawancara
Subjek	Gambar daerah S-nya dulu untuk menentukan batasnya nanti. Daerah S-nya kan dalam bentuk segitiga siku-siku, terus nanti kan bisa milih... jadi -nya itu bisa bentuk atau . Kalau berarti pertama mengintegalkan ke -nya dulu, terus setelah itu diintegalkan di batas -nya. Nah, kalau ini saya pakainya , jadi ini batas -nya dulu, jadi -nya itu sampai garis sisi miringnya di segitiganya, terus habis itu -nya sampai . G-S

↳ Selanjutnya menentukan batas untuk soal integral tersebut.



Gambar 5. Aspek Multirepresentasi yang ditampilkan Subjek untuk Soal Menghitung Integral Lipat Dua yang dideskripsikan daerah batas integralnya secara verbal

Tabel 2. Rangkuman Kemampuan Representasi Ketiga Subjek (S1, S2, S3)

Indikator Kemampuan Representasi	Aspek atau kualitas representasi	Kecenderungan Kemampuan		
		S1	S2	S3
Multirepresentasi	Grafis-Symbolik	√	√	√
	Grafis-Numerik	√	-	-
Representasi Grafis	Akurat	√	√	x
	Lengkap	x	x	√
Representasi Symbolik	Keruntutan Sistematis	x	√	x
	Keruntutan Praktis	√	x	√
Representasi Numerik	Tepat	x	-	-
	Runtut	x	-	-
Representasi Verbal	Fasih dan Detail (lisan)	√	x	x
	Singkat (Tertulis)	√	x	x
	Detail (tertulis)	x	√	√
Hubungan antar representasi	Menjelaskan Hubungan	√	x	x

Ketiga subjek mampu menampilkan aspek multirepresentasi dalam rangka menyelesaikan soal Kalkulus Integral Lipat Dua, khususnya yang ditemukan adalah dalam bentuk multirepresentasi grafis-simbolik. Hal itu ditunjukkan dari subjek yang menyajikan batas-batas integral dalam bentuk grafis yang memuat daerah S (domain integran) dengan kumpulan tanda panahnya dan dalam bentuk simbolik berupa persamaan garis yang membatasi daerah S tersebut. Selain menampilkan multirepresentasi grafis-simbolik, subjek pertama mampu menampilkan multirepresentasi simbolik-numerik, yaitu prosedur penghitungan volume.

Persamaan kemampuan representasi ketiga subjek adalah dalam hal menampilkan aspek multi representasi berbentuk grafis-simbolik. Dua dari tiga subjek memiliki kecenderungan menampilkan representasi grafis secara akurat, namun tidak lengkap. Representasi simbolik yang ditampilkan lebih berbentuk konfigurasi yang praktis dibandingkan sistematis.

Berdasarkan perbandingan tersebut, perbedaan yang paling menonjol adalah dalam hal kemampuan subjek pertama menampilkan representasi numerik, meskipun tidak runtut dan tidak tepat, sementara dua subjek lainnya tidak mampu menampilkannya. Tidak hanya menampilkannya, subjek pertama juga mampu menjelaskan hubungan antar dua representasi tersebut. Subjek pertama adalah subjek yang memiliki skor tertinggi, hampir sempurna, dalam Tes Kemampuan Matematika. Selisih skor subjek pertama dengan dua subjek lain cukup banyak, yaitu 26 poin. Subjek kedua dan ketiga memiliki skor yang sama. Oleh karena itulah, peneliti memiliki asumsi bahwa kemampuan menampilkan representasi numerik dan menjelaskan hubungan antar representasi yang dimiliki subjek pertama dipengaruhi oleh kemampuan akademiknya yang lebih tinggi dibandingkan dua subjek lain.

Dalam hal menampilkan representasi verbal tertulis, subjek pertama menampilkannya dalam bahasa singkat namun fasih dan detail secara lisan, sementara dua subjek lain memiliki bahasa verbal tertulis yang lebih detail. Dalam hal ini, peneliti memiliki asumsi bahwa hal itu berkaitan dengan perbedaan

gender. Subjek laki-laki (subjek pertama) cenderung menggunakan bahasa yang singkat dalam menampilkan representasi verbal tertulis. Sedangkan subjek perempuan (subjek kedua dan ketiga) menggunakan bahasa yang cenderung detail. Fuad (2016) menyatakan bahwa dalam hal penggunaan representasi verbal melalui teks tertulis, siswa perempuan lebih sering menggunakannya dari pada siswa laki-laki. Hasil penelitian Fuad (2016) menunjukkan bahwa dalam memecahkan masalah persamaan kuadrat, pada tahap memahami masalah, dari apa yang ditanyakan, representasi matematis yang dihasilkan siswa laki-laki yaitu dalam bentuk kombinasi simbol dan teks tertulis. Sedangkan siswa perempuan menghasilkan representasi matematis dalam bentuk teks tertulis secara keseluruhan. Mungkin perlu adanya penelitian lebih lanjut, khususnya pengkajian mendalam tentang representasi verbal, apakah perbedaan bahasa dalam representasi verbal tertulis tersebut memang dipengaruhi oleh perbedaan gender.

Dua dari tiga subjek yang diteliti mampu menampilkan representasi simbolik, tapi keduanya tidak mampu menampilkan representasi numerik. Mereka kesulitan dalam mengingat informasi atau ide secara numerik. Hasil temuan ini relevan dengan hasil temuan penelitian Delice dan Sevimli (2010) yang menyatakan bahwa dalam tugas pemecahan masalah integral tentu calon guru, jenis representasi yang paling sedikit dipilih adalah numerik. Selain itu, Delice dan Sevimli (2010) menyatakan bahwa representasi aljabar menghasilkan tingkat respon benar tertinggi dalam proses solusi masalah (18,7 %) dan representasi numerik menghasilkan yang terendah (2,8 %). Perbedaannya, fokus penelitian Delice dan Sevimli adalah mengaitkan jenis representasi tersebut dengan prestasi penyelesaian soalnya, sementara penelitian ini mendeskripsikan lebih lanjut tentang representasi yang ditampilkan tersebut, bagaimana representasi tersebut ditampilkan, tanpa mengkaji prestasi penyelesaian soalnya. Hasil penelitian ini menyatakan bahwa kemampuan menampilkan representasi numerik juga yang terendah. Berdasarkan asumsi peneliti, mungkin hal ini menjelaskan hasil penelitian Delice dan Sevimli, yaitu karena kemampuan menampilkan representasi numerik rendah mengimplika-

sikan rendahnya tingkat respon benar dalam menyelesaikan soal secara numerik.

Mayoritas subjek kesulitan dalam men-guraikan representasi simbolik prosedur penghitungan volume integral lipat dua yang melibatkan koordinat polar, artinya yang berkaitan dengan sudut-sudut dan trigonometri. Hal ini memperkuat fakta bahwa pada siswa sekolah menengah, konsep integral yang melibatkan fungsi trigonometri dianggap sulit. Hasil penelitian mengungkapkan bahwa hal itu juga tidak berbeda dengan yang dialami mahasiswa.

Mahasiswa yang tidak mampu menampilk-an representasi grafis secara akurat sebagai operator untuk menyelesaikan soal meng-hitung volume, tetap berusaha menampilkan representasi simbolik untuk menyelesaikan soal menghitung volume yang menunjukkan kecenderungan berpikir secara aljabar (atau simbolik). Bahkan pada penyelesaian soal ter-tentu yang melibatkan koordinat polar, dua dari mereka menggunakan simbol-simbol aljabar hanya berdasarkan ingatan mereka tentang rumus atau bentuk-bentuk tersebut. Mereka tidak bisa menjelaskan ide yang terkandung didalam simbol-simbol tersebut. Mereka tidak bisa menghubungkan represen-tasi simbolik yang mereka tampilkan dengan representasi grafis yang terkait. Peneliti men-duga bahwa ketidakmampuan dua subjek tersebut dalam memaknai suatu bentuk sim-bolik (atau aljabar), ketidakmampuan mereka dalam memahami konfigurasi aljabar secara konseptual bukan karena terkait dengan ku-rikulum kalkulus yang ada, melainkan karena kecenderungan mahasiswa tersebut berpikir secara aljabar sehingga hanya sepenggal in-formasi aljabar saja yang tersimpan dalam memori atau skema kognitif mereka.

Jenis representasi yang memiliki ku-alitas terendah dalam kaitannya dengan kemampuan mahasiswa dalam menampil-kannya untuk menyelesaikan soal Kalkulus berturut-turut adalah representasi numerik, grafis, verbal, dan simbolik.

SIMPULAN

Kemampuan representasi mahasiswa pendi-dikan matematika dalam menyelesaikan soal Kalkulus adalah sebagai berikut. Mahasiswa

mampu menampilkan aspek multi represen-tasi dalam rangka menyelesaikan soal Kalku-lus, khususnya dalam bentuk grafis-simbolik. Mahasiswa mampu menampilkan represen-tasi grafis secara akurat namun tidak lengkap. Mahasiswa menampilkan representasi sim-bolik dalam konfigurasi praktis, artinya apa yang dipandang perlu saja, tidak sedetail atau sesistematis informasi yang dia miliki. Se-dangkan representasi numerik yang mampu ditampilkan memiliki konfigurasi yang tidak runtut dan tidak tepat. Mahasiswa menggu-nakan bahasa atau deskripsi detail dalam me-nampilkan representasi verbal tertulis, namun kurang fasih dalam representasi verbal lisan. Kemampuan dalam menjelaskan hubungan antar jenis representasi tidak banyak ditam-pilkan. Dalam pembelajaran Kalkulus, peneliti menyarankan untuk memperbanyak pembe-rian tugas-tugas penyelesaian soal yang me-libatkan berbagai jenis representasi untuk mengasah kemampuan representasi maha-siswa, dengan analisis konseptual yang men-dalam agar mahasiswa tidak hanya mampu menampilkan representasi tapi juga mampu memahami dan memaknai representasi ter-sebut.

DAFTAR PUSTAKA

- Delice, A., & Sevimli, E. (2010). An Investigation of The Pre-Services Teachers' Ability of Using Multiple Representations in Problem-Solving Success: The Case of Definite Integral. *Kuram ve Uygulama Egitim Bilimleri/Educational Science: Theory & Practice*. 10 (1), Winter 2010, 137-149.
- Dewanto, S. P. (2013). *Meningkatkan Kemampuan Rep-rezentasi Multipel Matematis Mahasiswa Melalui Belajar Berbasis-Masalah* (Doctoral dissertation). Bandung: PPS Universitas Pendidikan Indonesia.
- Fuad, M. N. (2016). Representasi Matematis Siswa SMA dalam Memecahkan Masalah Persamaan Kuad-rat ditinjau dari Perbedaan Gender. *Kreano: Jurnal Matematika Kreatif-Inovatif*. 7 (2), 2016, 145-152.
- Hutagaol, K. (2013). *Multi Representasi dalam Pembelaja-ran Matematika*. Diunduh 10 Desember 2014 dari [http://fmipa.um.ac.id/index.php/component/attach-ments/download/130.html](http://fmipa.um.ac.id/index.php/component/attachments/download/130.html)
- Jao, L. (2013). From sailing ships to subtraction symbols: Multiple representations to support abstraction. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B (Eds.). (2001). *Adding It Up: Helping Children Learn Mathemat-ics*. Washington, DC: National Academy Press.
- Kim, D., Garcia, F., & Dey, I. (2012). Calculus and Success

- in a Business School. *Research in Higher Education Journal*.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principle and Standards for School Mathematics*.
- Salkind, G. M. & Hjalmarson, M. (2007). *Mathematical Representations*. George Mason University, Preparation and Professional Development of Mathematics Teachers.
- Soedjadi. (2000). *Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia Konstatasi Keadaan Masa Kini Menuju Harapan Masa Depan*. Dirjen Pendidikan Tinggi Departemen Pendidikan Nasional.
- Van Garderen, D. & Montague, M. (2003). Visual-Spatial Representation, Mathematical Problem Solving, and Students of Varying Abilities. *Learning Disabilities Research & Practice*, 18(4), 246-254.
- Zhe, L. (2012). Survey of Primary Students' Mathematical Representation Status and Study on the Teaching Model of Mathematical Representation. *Journal of Mathematics Education*, 5 (1), 63-76.