Phys. Comm. 1 (1) (2017)

Physics Communication

http://journal.unnes.ac.id/nju/index.php/pc

Model kuantum dinamika harga saham dalam wakilan integral lintasan (studi kasus pada saham PT. Astra Agro Lestari, Tbk.)

Mohammad Apriniyadi[1]✉, Dwi Satya Palupi[2], Muhammad Farchani Rosyid[2]

[1] Jurusan Teknik Geologi Universitas Trisakti, Jl. Kyai Tapa No.1 DKI Jakarta, Indonesia
[2] Jurusan Fisika Universitas Gadjah Mada, Sekip Utara DI Yogyakarta, Indonesia

Info Artikel

Sejarah Artikel:

Diterima
19 Desember 2016

Disetujui
14 Februari 2017

Dipublikasikan
20 Februari 2017

Keywords:
Quantum model, Path integral representation

Abstrak

Model kuantum pergerakan harga saham telah diusulkan. Penyelesaian model ini menggunakan wakilan integral lintasan dan diperoleh model akhir persamaan dalam bentuk integral Fourier. Transformasi Fourier digunakan untuk menentukan bentuk distribusi peluang. Untuk mengetahui kesesuaian antara model dengan data sesungguhnya dilakukan pencocokan dengan indeks harga saham PT. Astra Agro Lestari, Tbk. Proses pencocokan dilakukan dengan metode komputasi untuk mencari nilai-nilai parameter yang sesuai untuk indeks harga saham PT. Astra Agro Lestari,Tbk.

Abstract

Quantum model of stock price dynamics has been proposed obtained. The solution based on this model is obtained by using path integral representation. The final equations of the model is in the form of Fourier transformation integral. The Fourier transform is applied to determine the form of probability distribution. The model then tested in the case of the real data of the stock price index of PT . Astra Agro Lestari, Tbk. The comparation yield some essential parameters corresponding to the stock price index of PT. Astra Agro Lestari, Tbk.

✉ Alamat korespondensi:
Program Studi Teknik Geologi, FTKE, Universitas Trisakti
Gedung D lantai 2, Jl. Kyai Tapa No. 1 Jakarta Barat
E-mail: apriniyadi@gmail.com

p-ISSN 2528-5971
e-ISSN 2528-598X

PENDAHULUAN

Ekonofisika adalah bidang kajian dalam fisika yang berupaya untuk mempertemukan kesamaan-kesamaanantara fisika dan ekonomi. Menurut Stanley ekonofisika merupakan penerapan teknik-teknik fisika untuk menyelesaikan persoalan-persoalan ekonomi (Stanley, 2016). Dengan demikian, tujuan dari ekonofisika adalah menerapkan gagasan ilmu fisika dengan sebaik-baiknya ke dalam ranah ekonomi. Ekonofisika dapat mem-berikan pandangan baru akan penyelesaian masalah ekonomi. Dengan penerapan hukum-hukum fisika diharapkan memperoleh penyelesaian akan masalah ekonomi yang lebih eksak dan analitik, sehingga akan diperoleh hasil yang lebih akurat. Proses ini akan berujung pada lahirnya sebuah ekonomi baru. Dalam perkembangan ilmu fisika, bidang kajian ekonofisika dapat dikatakan sebagai bidang penelitian yang dapat dianggap baru, namun perkembangannya sudah cukup pesat terutama pada negara-negara maju.

Penelitian ekonofisika mulai berkembang pada tahun 1900 oleh Louis Bachelier yang membahas tentang gerak Brown (Bahelier, 1900). Black dan Scholes pada tahun 1973 telah melakukan penelitian untuk menentukan harga opsi menggunakan gerak Brownian (Black dan Scholes, 1973). Penelitian Ekonofisika terus berkembang hingga saat ini. Telah banyak para fisikawan yang terus mengembangkan penelitian dalam bidang ekonofisika.

Upaya untuk memecahkan masalah ekonomi dengan pendekatan fisika telah banyak dilakukan, termasuk dalam penelitian ini. Objek yang dikaji dalam penelitian ini adalah dinamika pergerakan harga saham. Banyak manfaat yang dapat diambil dengan mempelajari pergerakan harga saham, baik itu manfaat dalam arti sempit maupun manfaat dalam arti luas. Manfaat dalam arti sempit diharapkan dapat memprediksi pergerakan harga saham, sehingga dapat membeli saham dan mencari keuntungan pribadi dari kenaikan harga saham. Manfaat dalam arti sempit selayaknya hanya dalam pikiran seorang spekulan saham, tetapi sebagai seorang ilmuan, negarawan, dan ekonom hal itu tidaklah menjadi manfaat yang utama. Ada manfaat lain yang lebih luas dengan mempelajari pergerakan harga saham. Pertama, pergerakan harga saham dapat menjadi sebuah indikator baik atau buruknya perkembangan perekonomian suatu bangsa. Kedua, perkiraan pergerakan harga saham dapat menjadi perkiraan keadaan perekonomian suatu bangsa di-masa yang akan datang, sehingga dapat mengantisi-pasi sejak dini akan terjadinya krisis dimasa yang akan datang. Sejauh ini penerapan ekonofisika digunakan dalam pengambilan keputusan di negara-negara maju dan banyak digunakan untuk menganalisa saham di pasar modal.

Karya ilmiah ini berupaya untuk mengkaji ulang perumusan sebuah model kuantum dinamika harga saham dalam wakilan integral lintasan. Pendekatan kuantum terhadap dinamika harga saham merupakan salah satu bentuk pendekatan fisika. Persamaan dinamika pergerakan harga saham pada dasarnya mengikuti persamaan diferensial stokastik. Trans-formasi ke persamaan difersial parsial deterministik dengan menggunakan persamaan Fokker-Planck. Penyelesaian persamaan Fokker-Planck dengan meng-gunakan mekanika kuantum dalam wakilan integral lintasan. Upaya ini untuk membuat pemodelan matematis dinamika harga saham. Pemodelan yang diperoleh selanjutnya dikomputasikan dan hasilnya dibandingkan dengan indeks saham PT. Astra Agro Lestari, Tbk.

METODE PENELITIAN

Persamaan Dinamika Stokastik Harga Saham

Dinamika stokastik harga saham secara umum dapat dijelaskan dengan geometri gerak Brownian atau proses Wiener yang memberikan distribusi peluang log-normal untuk harga saham dan dapat dituliskan secara matematis sebagai berikut (Baaquie, 1997):

$$dS_t = \phi S_t dt + \sigma_t S_t dW_t^{(1)} \qquad (1)$$

ϕ menyatakan karakteristik pertumbuhan rata-rata harga saham yang besarnya sama dengan suku bunga yang diperoleh dari *Gaussian white noise*. $\sigma_t$yang disebut volatilitas menyatakan karakteristik *noise* dari proses yang menggambarkan proses stokastik.

Jika ingin dicari nilai keuntungan (return) dalam bentuk logaritma keuntungan (log-return). Bentuk log-return dalam hal ini merupakan fungsi ln dari (S_t/S_0), sehingga diperoleh persamaan yang akan dipenuhi oleh log-return sebagai berikut (Dragulescu, 2002):

$$dr_t = \left(\phi - \frac{v_t}{2}\right)dt + \sqrt{v_t}dW_t^{(1)} \tag{2}$$

dengan r_t adalah nilai keuntungan atau *return* dan $v_t = \sigma^2$ yang menyatakan variansi. Jika diperkenalkan variabel baru yaitu $x_t$yang merupakan log-*return* relatif terhadap tingkat pertumbuhan suku bunga $\emptyset$ yang nilainya sebanding dengan $x_t = r_t - \phi.t$ sehingga (Dragulescu, 2002):

$$dx_t = -\frac{v_t}{2}dt + \sqrt{v_t}dW_t^{(1)} \tag{3}$$

Penyelesaian Persamaan (3) sekarang hanya bergantung pada variabel stokastik variansi (v_t). Apabila diasumsikan bahwa v_t memenuhi persamaan diferensial stokastik sebagai berikut :

$$dv_t = -\gamma(v_t - \theta)dt + \kappa\sqrt{v_t}dW_t^{(2)} \tag{4}$$

dengan θ adalah rata-rata variansi sepanjang waktu t, γ adalah nilai tukar variansi rata-rata, κ adalah parameter yang disebut gangguan (*noise*), dan W_t adalah proses Wiener standar. Persamaan (4) dalam literatur-literatur keuangan dikenal sebagai proses *Cox-Ingersoll-Ross* atau dalam mekanika statistik disebut proses Feller (Baaquie, 2004).

Untuk menyatakan hubungan antara log-*return* x dan variansi perlu dilakukan perumusan yang menyatakan keterkaitan antara keduanya. Perumusan dilakukan dengan menghubungkan Proses Wiener pada Persamaan (4) dengan proses Wiener pada Persamaan (3), sehingga diperoleh hubungan sebagai berikut:

$$dW_t^{(2)} = \rho dW_t^{(1)} + \sqrt{1-\rho^2}\ dZ_t \tag{5}$$

Persamaan Fokker-Planck untuk Dinamika Stokastik Harga Saham

Persamaan Fokker-Planck merupakan persamaan persamaan diferensial parsial yang menggambarkan evolusi terhadap waktu untuk rapat peluang proses stokastik. Dalam hal ini persamaan Fokker-Planck akan membawa persamaan diferensial stokastik menjadi persamaan diferensial deterministik. Persamaan Fokker-Planck membawa persamaan diferensial stokastik pada Persamaan (3) dan Persamaan (4) menjadi (Dragulescu, 2002):

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}P = \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x}[vP] + \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial x^2}[vP] + \gamma\frac{\partial}{\partial v}[vP] \\ - \gamma\theta\frac{\partial}{\partial v}[P] + \frac{\kappa^2}{2}\frac{\partial^2}{\partial v^2}[vP] \\ + \kappa\rho\frac{\partial^2}{\partial x \partial v}[vP]\end{aligned} \tag{6}$$

dengan syarat awal adalah hasil kali dua fungsi delta, yaitu

$$P_{t=0}(x, v|0, v_i) = \delta(x)\delta(v - v_i) \tag{7}$$

Persamaan Fokker-Planck (6) menggambarkan perkembangan distribusi peluang x_t dan v_t sepanjang waktu.

Penyelesaian Persamaan Fokker-Planck dengan Integral Lintasan

Penyelesaian persamaan Fokker-Planck melibatkan transformasi Fourier untuk dimensi x. Dimensi x pada persamaan Fokker-Planck (6) jika diturunkan pada operator turunan $\frac{\partial}{\partial x}$, sehingga diperoleh bentuk transformasi Fourier sebagai berikut (Black dan Scholes, 1973):

$$P_t(x, v|v_i) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} dp_x e^{iP_x x}\bar{P}_{t.p_x}(v|v_i) \tag{8}$$

dengan memasukkan persamaan transformasi Fourier (8) pada persamaan Fokker-Planck (6) diperoleh

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial}\bar{P} = \left[\frac{ip_x - p_x^2}{2}v + i\rho\kappa p_x\frac{\partial}{\partial v}v + \frac{\kappa^2}{2}\frac{\partial^2}{\partial v^2}v\right]\bar{P} \\ + \gamma\frac{\partial}{\partial v}[(v-\theta)\bar{P}]\end{aligned} \tag{9}$$

Metode penyelesaian dengan mekanika kuantum dalam wakilan integral lintasan dengan mentransformasikan persamaan Fokker-Planck (9) ke dalambentuk persamaan Schrodinger waktu imajiner (euclidean) seperti ditunjukkan pada persamaan berikut (Schulman, 1981):

$$\frac{\partial}{\partial t}\bar{P}_{t,p_x}(v|v_i) = -\hat{H}_{p_x}(\hat{p}_v, \hat{v})\bar{P}_{t,p_x}(v|v_i) \tag{10}$$

Transformasi ini telah membawa persamaan Fokker-Planck ke dalam bentuk persamaan kuantum sehingga diperoleh persamaan Hamiltonian sebagai berikut:

$$\hat{H} = \frac{\kappa^2}{2}\hat{p}_v^2\hat{v} - i\gamma\hat{p}_v(\hat{v}-\theta) + \frac{\hat{p}_x^2 - ip_x}{2}\hat{v} + \rho\kappa p_x\hat{p}_v\hat{v} \quad (11)$$

$\hat{p}_v$ dan $\hat{v}$ diberlakukan sebagai operator konjugate kanonik. operator momentum $\hat{p}_v$ diberikan oleh operator $\hat{p}_v = -i\frac{d}{d_v}$, sehingga $\hat{p}_v$ dan $\hat{v}$ memiliki hubungan komutasi kanonik. Peluang transisi $\bar{P}_{p_x}(t,v|v_i)$ adalah elemen matriks dari operator evolusi $\hat{U}(t-t_i)$ yang bernilai $\exp\left(-\hat{H}(t-t_i)\right)$ dengan keadaan awal $|v_i\rangle$ dan keadaan akhir $\langle v|$. Fungsi Green didefinisikan sebagai peluang transisi yang memiliki wakilan integral lintasan sebagai berikut (Feynman, 1965):

$$G(v,t;v_i,t_i) = \left\langle v\middle| exp\left(-\hat{H}(t-t_i)\right)\middle|v_i\right\rangle = \bar{P}_{t,p_x}(v,t|v_i,t_i) \quad (12)$$

Penyelesaian dari integral lintasan diawali dengan membagi interval waktu [t_i, t] sebanyak N langkah dengan pembagian ukuran waktu yang sama dan memberikan syarat batas pada komponen matriks sehingga diperoleh (Sakurai, 1994):

$$G(v,t;v_i,t_i) = \int\prod_{j=1}^{N-1}(dv_j)\prod_{j=1}^{N-1}\int dp_j\,\langle v_j|p_j\rangle \sum_{j=1}^{N}\exp\{-\epsilon H(p_j,v_{j-i})\}\langle p_j|v_{j-1}\rangle \quad (13)$$

dengan menggunakan relasi Feynman, maka (Feynman, R. P., 1965):

$$G(v,t;v_i,t_i) = \int\prod_{j=1}^{N-1}(dv_j)\prod_{j=1}^{N-1}\int dp_j\frac{1}{2\pi} \exp\sum_{j=1}^{N}\left\{ip_j(v_j - v_{j-1}) - \left(\epsilon H(p_j,v_{j-1})\right)\right\} \quad (14)$$

Nilai Hamiltonian pada fungsi Green (14) adalah

$$H(p_j,v_{j-1}) = \frac{\kappa^2}{2}p_j^2 v_{j-1} - i\gamma p_j(v_{j-1}-\theta) + \frac{p_x^2 - ip_x}{2}v_{j-1} + \rho\kappa p_x p_j v_{j-1} \quad (15)$$

Dalam hal ini Hamiltonian tidak lagi sebagai operator tetapi sebagai fungsi dari momentum dan variansi. Dengan mengambil limit N → ∞ pada fungsi Green (14), maka diperoleh persamaan ruang fase integral lintasan sebagai berikut

$$G(v,t;v_i,t_i) = \bar{P}_{t,p_x}(v|v_i) = \int Dv\,Dp_v\exp\left(S_{p_x}[v(\tau),p_v(\tau)]\right) \quad (16)$$

Persamaan ruang fase integral lintasan merupakan penjumlahan semua lintasan yang mungkin dan $S_{p_x}[v(\tau),p_v(\tau)]$ merupakan fungsional aksi yang dirumuskan sebagai berikut

$$S_{p_x} = \int_{\tau_i}^{\tau} d\tau\{ip_v(\tau)\dot{v}(\tau) - H_{p_x}[p_v(\tau),v(\tau)]\} \quad (17)$$

penyelesaian persamaan aksi adalah

$$S_{p_x} = i[p_v(\tau)v - \tilde{p}_v(0)v_i] - i\gamma\theta\int_0^t d\tau\,p_v(\tau) - \int_0^t d\tau\left[i\dot{p}(\tau) + \frac{\delta H}{\delta v(\tau)}\right]v(\tau) \quad (18)$$

Jika persamaan Fungsional aksi (18) disubstitusikan ke Persamaan (16) dan mengambil integral sepanjang lintasan *Dv* dan *Dp*$_v$, maka akan diperoleh penyelesaian

$$P_{t,p_x}(v|v_i) = \int_{-\infty}^{\infty}\frac{dp_v}{2\pi}\exp\{i[p_v v - \tilde{p}_v(0)v_i]\} \exp\left(-i\gamma\theta\int_0^t d\tau\tilde{p}_v(\tau)\right) \quad (19)$$

Persamaan (19) merupakan persamaan ruang fase dengan fungsional aksi seperti pada Persamaan (18). Jika persamaan tersebut disubstitusikan ke persamaan transformasi Fourier berikut

$$\bar{P}_{t,p_x}(v|v_i) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}dp_v e^{ip_v v}\,\tilde{p}_{t,p_x}(p_v|v_i) \quad (20)$$

dengan

$$\tilde{p}_{t,p_x}(p_v|v_i) = \exp(-i\tilde{p}_v(0)v_i)\left(-i\gamma\theta\int_0^t d\tau\,\tilde{p}_v(\tau)\right) \quad (21)$$

dengan mendefinisikan notasi baru $\Xi = \gamma + i\rho\kappa p_x$, $\Theta = \sqrt{\Xi^2 + \kappa^2(p_x^2 - ip_x)}$, dan $\varphi = 1 - i\frac{2\Theta}{\kappa^2 p_v - i(\Xi - \Theta)}$ sehingga diperoleh penyelesaian persamaan 21 sebagai berikut

$$\tilde{p}_v(\tau) = -i\frac{2\Theta}{\kappa^2}\left(\frac{1}{\varphi e^{\Theta(t-\tau)} - 1}\right) + i\frac{\Xi - \Theta}{\kappa^2} \quad (22)$$

Nilai yang diperoleh pada Persamaan (22) direpresentasikan untuk mencari amplitudo peluang transisi variansi dan momentum. Upaya ini dilakukan dengan mensubstitusikan Persamaan (22) pada Persamaan (21). Hasil pensubstitusian kembali disubstitusikan pada persamaan transformasi Fourier (20) sehingga diperoleh

$$\bar{P}_{t,p_x}(v|v_i) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} dp_v\, e^{ip_v v} \exp(-i\tilde{p}_v(0)v_i)$$
$$\exp\left(-i\gamma\theta\int_0^t d\tau\left(-i\frac{2\Theta}{\kappa^2}\left(\frac{1}{\varphi e^{\Theta(t-\tau)} - 1}\right)\right)\right)$$
$$\exp\left(-i\gamma\theta\int_0^t d\tau\, i\frac{\Xi - \Theta}{\kappa^2}\right) \quad (23)$$

Persamaan (23) merupakan persamaan peluang transisi dari variansi. Untuk menentukan peluang transisi dilakukan dengan mensubstitusikan persamaan peluang transisi ke persamaan transformasi Fourier (8), sehingga diperoleh penyelesaian persamaan peluang transisi log-return relatif x yang dipengaruhi oleh variansi sebagai berikut:

$$P_t(x, v|v_i) = \frac{1}{(2\pi)^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} dp_x dp_v \exp(ip_x x)$$
$$\exp\left(ip_x v - i\tilde{p}_v(0)v_i + \gamma\theta\frac{\Xi - \Theta}{\kappa^2}t\right)$$
$$\exp\left(-\frac{2\gamma\theta}{\kappa^2}\ln\left(\frac{\varphi - e^{-\Theta t}}{\varphi - 1}\right)\right) \quad (24)$$

Persamaan (24) diperoleh dari Persamaan Fokker-Planck (6) dengan keadaan awal seperti seperti pada Persamaan (7).

Menentukan Rerata Seluruh Variansi

Pada umumnya para ilmuan maupun investor hanya tertarik untuk menghitung log-return (x) dan tidak pada variansi (v). Nilai log-return dapat diketahui langsung dari data keuangan, sedangkan untuk mengetahui variansi masih harus dicari nilainya secara analitik. Variansi merupakan variabel stokastik tersembunyi sehingga perlu kajian khusus untuk menghitung (Oksendal, 2000; Papoulis, 1984). Penentuan nilai variansi diperoleh dengan beberapa ketidakpastian yang menghindari pemotongan langsung perbandingan antara *Pt(x, v|vi)* dengan data keuangan, sehingga perlu diperkenalkan sebuah definisi untuk mencari nilai distribusi peluang sebagai berikut (Dragulescu, 2002; Dragulescu dan Yakovenko, 2002)

$$P_t(x, v_i) = \int_{-\infty}^{\infty} dv\; P_t(x, v|v_i) \quad (25)$$

dengan mensubstitusikan Persamaan (24) pada Persamaan (25) akan diperoleh bentuk umum distribusi peluang transisi yang melibatkan log-return relatif x dan variansi sebagai berikut

$$P_t(x, v_i) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} dp_x \exp(ip_x x)$$
$$\exp\left(-v_i\left\{\frac{p_x^2 - ip_x}{\Xi + \Theta\coth\left(\frac{\Theta t}{2}\right)}\right\} + \frac{\gamma\theta\Xi}{\kappa^2}t\right)$$
$$\exp\left(-\frac{2\gamma\theta}{\kappa^2}\ln\left\{\frac{\Xi}{\Theta}\sinh\frac{\Theta t}{2} + \cosh\frac{\Theta t}{2}\right\}\right) \quad (26)$$

Perbandingan antara Persamaan (26) dengan data indeks harga saham masih belum dapat dilakukan karena persamaan masih bergantung pada variansi (*vi*) yang nilainya tidak diketahui. Penyelesaian permasalahan ini dengan mengasumsikan bahwa *vi* memiliki distribusi peluang stasioner $\Pi*(v_i)$, sehingga didefinikan distribusi peluang $P_t(x)$ berikut

$$P_t(x) = \int_0^{\infty} dv_i \textstyle\prod_*(v_i) P_t(x|v_i) \quad (27)$$

dengan

$$\textstyle\prod_*(v) = \frac{\alpha^{\beta+1}}{\Gamma(\beta+1)}v^{\beta}e^{-\alpha v}, \alpha = \frac{2\gamma}{\kappa^2}\;,\; \beta = \alpha\theta - 1$$

Jika Peramaan (26) disubstitusikan kepersamaan (27), maka diperoleh penyelesaian dalam bentuk transformasi Fourier:

$$P_t(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} dp_x \exp(ip_x x)\exp\big(F(p_x)\big) \quad (28)$$

dengan

$$F(p_x) = \frac{\gamma\theta\Xi}{\kappa^2} t - \frac{2\gamma}{\kappa^2}\theta \ln\left(\cosh\left(\frac{\Theta t}{2}\right) + \frac{\Theta^2 - \Xi^2 + 2\gamma\Xi}{2\gamma\Theta}\right) \sinh\left(\frac{\Theta t}{2}\right)$$

fungsi $F(p_x)$ adalah riil pada fungsi genap dan imajiner pada fungsi gasal. Persamaan telah ternormalisasi untuk setiap waktu, yang ditunjukkan dengan pengambilan nilai $p_x = 0$, sehingga diperoleh $F_t(p_x=0) = 0$, sehingga $\int P_t(x)dx = 1$. Ketika tidak ada hubungan antara harga saham dan variansi ($\rho = 0$) bentuk kedua Persamaan (28) lenyap, sehingga $\Xi = \gamma$. Penyelesiaan Persamaan (28) dengan mengasumsikan ($\rho = 0$). Pada kasus ini dengan memindahkan garis integrasi mengikuti $p_x \rightarrow p_x + i/2$ akan diperoleh

$$P_t(x) = e^{-x/2} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dp_x \exp\left(ip_x x + F_t(p_x)\right) \quad (29)$$

dengan mensubstitusikan nilai $\Xi = \gamma$ diperoleh fungsi

$$F(p_x) = \frac{\gamma^2\theta t}{\kappa^2} t - \frac{2\gamma}{\kappa^2}\theta \ln\left(\cosh\left(\frac{\Theta t}{2}\right) + \frac{\Theta^2 - \Xi^2}{2\gamma\Theta} \sinh\left(\frac{\Theta t}{2}\right)\right)$$

nilai Θ menjadi $\Theta = \sqrt{\gamma^2 + \kappa^2(p_x^2 + 1/4)}$

Fungsi $F_t(p_x)$ tidak mengandung nilai imajiner lagi, sehingga Persamaan (29) menjadi simetri dan riil. Penyelesaian persamaan hanya bernilai pada fungsi genap, sedangkan pada fungsi gasal bernilai 0, sehingga diperoleh:

$$P_t(x) = e^{-\frac{x}{2}} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dp_x \cos(x, p_x) \exp\left(F(p_x)\right) \quad (30)$$

Proses akhir penyelesaian integral akan dilakukan secara komputasi untuk menentukan nilai komponen yang berpengaruh.

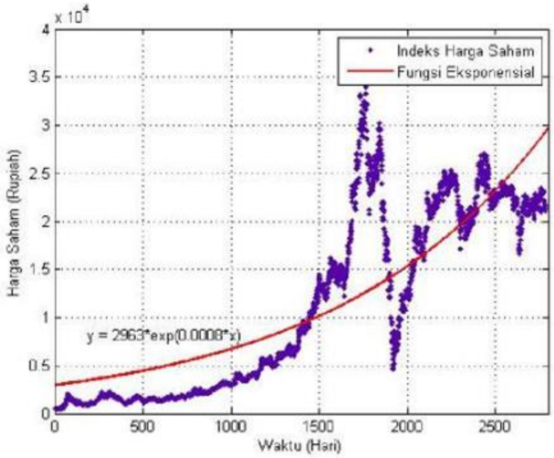
HASIL DAN PEMBAHASAN

Untuk mengetahui kecocokan model yang telah diperoleh, maka akan dilakukan pencocokan dengan data harga saham. Dalam hal ini pencocokan dengan pergerakan harga saham PT. Astra Agro Lestari, Tbk.

Analisis Data Keuangan PT. Astra Agro Lestari, Tbk.

Analisis data keuangan dilakukan untuk mengevaluasi pertumbuhan harga saham. Proses ini dimaksudkan untuk mengetahui model pertumbuhan harga saham dan distribusi peluang harga saham. Studi kasus anal-isis data keuangan ditetapkan pada salah satu indeks harga saham di Indonesia yaitu indeks harga saham PT. Astra Agro Lestari, Tbk. Proses analisis data keuangan diawali dengan mengunduh indeks harga sa-ham dari website: www.finance.yahoo.com. Data yang diambil adalah indeks harga saham harian selama 11 tahun dari tanggal 5 April 2001 sampai 7 Mei 2012. Kumpulan data yang diunduh mengandung 2784 titik data harga saham yang berbentuk barisan waktu (S_τ) dengan τ merupakan variabel waktu yang menggam-barkan hari perdagangan.

Pada pengambilan data tidak memperhitungkan hari libur dan hari pendek perdagangan sehingga dalam 1 minggu hanya terdapat 5 hari perdagan-gan. Selanjutnya dari kumpulan data tersebut di-lakukan Analisis grafik yang bertujuan untuk mendapatkan pencocokan log-linear antara indeks harga saham dengan fungsi eksponensial. Proses ini dimak-sudkan untuk mencari konstanta pertumbuhan harga saham (φ) yang menggambarkan besar suku bunga. Hasil proses pencocokan log-linear ditunjukkan oleh Gambar (1). Garis merah pada Gambar (1) mewakili kecocokan data saham dengan fungsi eksponensial. Berdasarkan proses pencocokan telah diperoleh per-tumbuhan harga saham (φ) sebesar 0,0008 terhadap waktu 1 hari atau sebesar 20,08 % pertahun dengan rata-rata 251 hari transaksi perdagangan pertahun. Nilai rata-rata diambil dalam kurun waktu perdagangan 5 April 2001 sampai 5 April 2012.



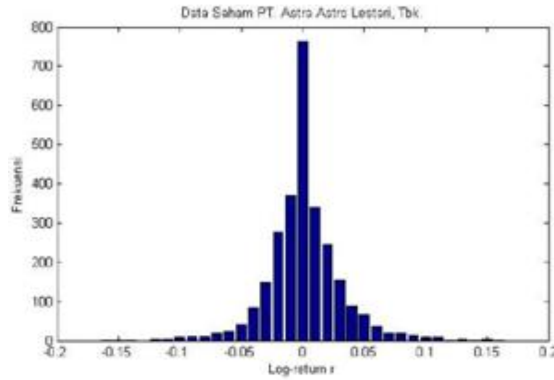
Gambar 1. Pencocokan Log-Linear antara Indeks Saham PT. Astra Agro Lestari, Tbk dengan Fungsi Eksponensial

Pencocokan Model Kuantum dengan Indeks PT. Astra Agro Lestari, Tbk.

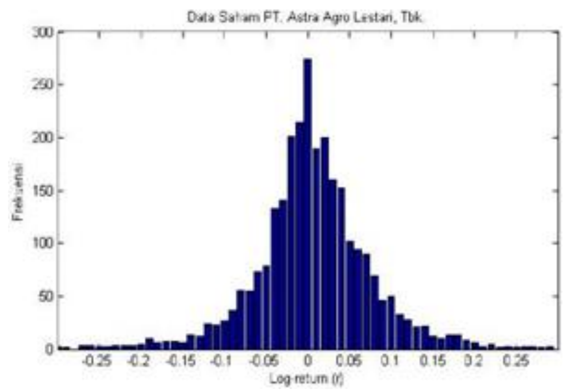
Pencocokan dilakukan untuk mengetahui keakuratan model yang diperoleh. Proses ini dilakukan dengan pengambilan studi kasus data indeks harga saham PT. Astra Agro Lestari, Tbk. Proses pencocokan diawali dengan menghitung distribusi peluang harga saham dari PT. Astra Agro Lestari, Tbk. Data yang telah diperoleh kembali dinyatakan dalam barisan waktu harga saham ($S\tau$). Selanjutnya dilakukan perhitungan log-return r terhadap barisan waktu harga saham dengan log-return r yang dinyatakan dalam persamaaan $r_\tau = \ln\frac{r_{\tau+t}}{S_\tau}$. Perhitungan dilakukan untuk dua kemungkinan keterlambatan selisih waktu yaitu 1 hari dan 5 hari. Sumbu r dipisahkan menjadi wadah-wadah yang memiliki lebar (Δr) yang sama. Nilai-nilai r dikumpulkan ke dalam wadah-wadah yang sama, kemudian dihitung jumlah r dalam wadah-wadah tersebut. Hal ini untuk menentukan nilai amplitudo frekuensi log-return r. Pada proses ini nilai-nilai yang sangat sedikit dihilangkan karena data statistik yang kecil dapat diabaikan.

Amplitudo frekuensi log-return r dinyatakan dalam bentuk grafik histogram yang diperlihatkan pada Gambar (2) untuk keterlambatan waktu 1 hari dan Gambar (3) untuk keterlambatan waktu 5 hari. Gambar tersebut menunjukkan bahwa bentuk amplitudo frekuensi log-return r mengikuti distribusi normal atau distribusi Gauss.

Nilai frekuensi log-*return* r yang diperoleh akan dijadikan acuan untuk mencari distribusi peluang *log-return* x yang didefinisikan dengan $P_t^{AA}(x)$. Amplitudo $P_t^{AA}(x)$ diperoleh dengan menggantikan nilai $r \rightarrow x + \varphi$ pada seluruh wadah-wadah r yang ada.



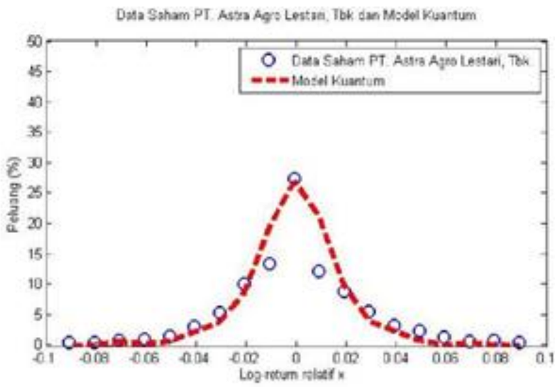
Gambar 2. Distribusi log-return r untuk keterlambatan waktu (t) = 1 hari



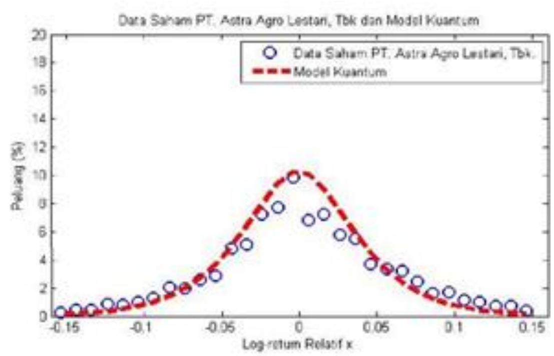
Gambar 3. Distribusi log-return r untuk keterlambatan waktu (t) = 5 hari

Hasil perhitungan $P_t^{AA}(x)$ dinyatakan dalam bentuk grafik yang selanjutnya dilakukan pencocokan dengan model peluang kuantum yang diperoleh dengan cara perhitungan analitik. Hasil pencocokan ditunjukkan pada Gambar (4) untuk keterlambatan waktu 1 hari dan Gambar (5) untuk keterlambatan 5 hari.

Berdasarkan pencocokan yang dilakukan diperoleh nilai parameter γ, θ, κ yang sesuai untuk data saham PT. Astra Agro Lestari, Tbk. adalah $\gamma = 0{,}048, \theta = 0{,}00033, \kappa = 0{,}0044$. Parameter γ, θ, κ memiliki dimensi 1/waktu dengan nilai waktu sama dengan hari. Parameter γ digunakan untuk mengetahui lama waktu rehat variansi yang sebanding dengan $\frac{1}{\gamma} = 20,8$ hari perdagangan = 4,16 minggu ≈ 1 bulan, dengan 1 minggu = 5 hari perdagangan. Analisis nilai variansi dengan menghitung nilai $\frac{2\gamma\theta}{\kappa}$ diperoleh nilai yang lebih besar dari 1 yaitu 1,64. Hal ini dapat diartikan bahwa nilai variansi tidak akan pernah mencapai nilai negatif.



Gambar 4. Hasil Pencocokan Model dengan Data PT. Astra Agro Lestari, Tbk pada *t*=1 hari



Gambar 5. Hasil Pencocokan Model dengan Data PT. Astra Agro Lestari, Tbk pada *t*=5 hari

SIMPULAN

Penggunaan konsep kuantum dalam wakilan integral lintasan pada masalah dinamika harga saham menghasilkan distribusi peluang log-return harga saham mengikuti persamaan Fokker-Planck. Penyelesaian persamaan Fokker-Planck melalui wakilan integral lintasan menghasilkan model kuantum dalam bentuk transformasi Fourier. Model kuantum memiliki kecocokan dengan data indeks harga saham PT. Astra Agro Lestari, Tbk untuk keterlambatan waktu 1 hari dan 5 hari perdagangan dengan parameter kecocokan sebe-sar φ = 0.0008, γ = 0,048,θ = 0,00033, dan κ = 0,0044. Indeks memiliki waktu rehat variansi selama 20,8 hari perdagangan.

DAFTAR PUSTAKA

Baaquie, B.L., 1997, *A Path Integral Approach to Option Pricing with Stochastic Volatility: Some Exact Results*, National University of Singapore, Singapore.

Baaquie, B.L., 2004, *Quantum Finance Path Integrals and Hamiltonians for Options and Interest Rates*, Cambridge University Press, New York.

Bahelier, L., 1900, *Theorie de la Speculation,* diterjemahkan oleh Mark Davis dan Alison Etheridge, Princeton University Press.

Black, F., dan Scholes, M., 1973, Pricing of Options and Corporate Liabilities*, The Journal of Political Economics* 81.

Dragulescu, A., 2002, *Applications of Physics to Economics and Finance: Money, Income, Wealth, and the Stock Market*, Department of Physics, University of Maryland, Collage Park arXiv:cond-mat/0307341 v2.

Dragulescu, A. dan Yakovenko, V., 2002, *Probability Distribution of Return in the Heston Model with Stochastic Volatility*, arXiv:cond-mat/0203046v3.

Feynman, R. P., 1965, *Quantum Mechanics an Path Integral, McGraw Hill Book Co., New York.*

Oksendal, B, 2000 , *Stochastic Diferential Equations* (An Introduction with Applications), Fifth Edition, Springer-Verlag Heidelberg, New York.

Papoulis, A., 1984, *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*, McGraw-Hill Book Company, New York.

Sakurai, J.J., 1994, *Modern Quantum Mechanics*, revised edition, Addison-Wesley Publishing Company, Massachusetts.

Schulman, L.S., 1981, *Techniques and Applications* of *Path Integration*, John Wiley and Sons, New York.

Stanley, E., 2006, Economic Fluctuations and Statistical Physics: The Puzzle of Large Fluctuations*, Nonlinier Dynamics* 44 hal 329.