

APLIKASI *GOODNESS OF-FIT TEST* KOLMOGOROV-SMIRNOV (K-S) UNTUK PENGUJIAN WAKTU TUNGGU KECELAKAAN PESAWAT TERBANG

Nurkaromah Dwidayati

Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Semarang

Abstrak. Permasalahan dalam penelitian ini adalah (1) bagaimana prosedur untuk menguji kesesuaian himpunan observasi yang diasumsikan berasal dari distribusi Eksponensial? dan (2) bagaimana perluasan fasilitas komputasi dan analisis yang berkaitan dengan pengujian waktu tunggu untuk kecelakaan fatal dari pesawat terbang ? Bahan atau materi penelitian ini adalah berbagai hasil penelitian para pakar yang telah dipublikasikan di berbagai media (jurnal, internet, perpustakaan maupun korespondensi secara langsung). Untuk menganalisis hasil penelitian, dikaji secara deduktif-analitis, berdasar kajian hasil penelitian sebelumnya, definisi, asumsi dan teorema-teorema yang telah ada. Hasil analisis data diasosiasikan dengan waktu tunggu untuk kecelakaan pesawat terbang yang diperoleh dari NTSB (*National Transportation Safety Board*) untuk aplikasi prosedur yang telah ditentukan. Berdasar hasil penelitian dan pembahasan dapat disimpulkan (1) prosedur untuk menguji kesesuaian himpunan observasi yang diasumsikan berasal dari distribusi Eksponensial adalah dengan memodifikasi uji K-S dan (2) perluasan fasilitas komputasi dan analisis yang berkaitan dengan pengujian waktu tunggu untuk kecelakaan fatal dari pesawat terbang untuk prosedur yang telah ditentukan dikerjakan dengan bantuan *software* Excel dan SPSS. Waktu antar kejadian kecelakaan fatal pada skedul penerbangan armada besar di USA (1983-1998) mengikuti distribusi eksponensial, sedangkan untuk armada kecil tidak mengikuti distribusi eksponensial. Dengan demikian waktu antar kejadian kecelakaan fatal pada skedul penerbangan armada kecil di USA (1983-1998) tidak memperlihatkan sifat "*forgetfulness*", sedangkan untuk armada besar memperlihatkan sifat tersebut. Berdasarkan simpulan di atas, maka disarankan untuk mengembangkan prosedur uji kebaikan secara umum, mengingat bahwa waktu tunggu kecelakaan pesawat terbang tidak selalu mengikuti distribusi eksponensial sebagaimana diasumsikan.

Kata kunci: Uji K-S, distribusi eksponensial, waktu antar kejadian, *waiting-time*, *forgetfulness property*

PEDAHULUAN

Salah satu problem penting dalam Statistika adalah mencari informasi tentang bentuk

populasi. Bentuk populasi ini menjadi fokus investigasi. Sebagai alternatif beberapa inferensi berkaitan dengan aspek populasi menjadi perhatian pertama.

Kesesuaian antara himpunan nilai sampel terobservasi dengan distribusi tertentu dapat dicek dengan uji kebaikan-suai (*goodness of-fit test*). Uji ini didesain untuk hipotesis nol yang mempunyai pernyataan tentang bentuk fungsi distribusi atau fungsi peluang dari populasi induk. Secara ideal distribusi dalam hipotesis ini *completely spesified*, mencakup semua parameter.

Uji kebaikan-suai Kolmogorov-Smirnov (K-S) telah dikembangkan oleh Kolmogorov tahun 1933 dan Smirnov tahun 1939. Kolmogorov telah mengembangkan sebuah pengujian untuk mengetahui apakah pengamatan yang dilakukan konsisten dengan sebuah sampel yang berasal dari beberapa distribusi kontinu tertentu. Smirnov memperluasnya untuk menguji apakah dua sampel cukup layak dianggap berasal dari distribusi yang sama.

Berkaitan dengan penerbangan pesawat terbang, meskipun telah dipersiapkan dengan cermat, karena sesuatu hal dimungkinkan terjadinya kecelakaan yang fatal. Untuk analisis lebih lanjut, dibutuhkan informasi tentang distribusi waktu tunggu (*waiting-times*) untuk kecelakaan pesawat terbang yang fatal. Sering diasumsikan bahwa waktu tunggu tersebut berdistribusi Eksponensial. Untuk kecermatan dalam analisis perlu dilakukan uji kebaikan- suai terhadap asumsi tersebut.

Interval waktu antara 2(dua) kejadian sukses dinamakan waktu antar kedatangan (*interarrival time*). Jika T_n menyatakan waktu antar kedatangan, dan W_n menyatakan waktu tunggu (*waiting time*) maka dipunyai hubungan sebagai berikut.

$$W_n = T_1 + T_2 + \dots + T_n \text{ dan } T_n = W_n - W_{n-1} \text{ untuk } n \geq 1$$

Dengan demikian waktu tunggu kejadian ke-n merupakan total waktu antar kedatangan sebanyak n kejadian. Waktu tunggu kecelakaan pesawat terbang merupakan total waktu antar kecelakaan pesawat terbang dalam skedul penerbangan.

Berdasar *no-memoy property*, interval waktu antara beberapa kejadian yang berturut-turut adalah Eksponensial. Dengan demikian waktu tunggu kecelakaan pesawat terbang diasumsikan berdistribusi Eksponensial. Untuk kecermatan dalam analisis perlu dilakukan uji kebaikan-suai terhadap asumsi tersebut.

Berdasarkan uraian di atas, permasalahan yang akan diteliti dirumuskan sebagai berikut.

1. Bagaimana prosedur untuk menguji kesesuaian himpunan observasi yang diasumsikan berasal dari distribusi Eksponensial?
2. Bagaimana perluasan fasilitas komputasi dan analisis yang berkaitan dengan pengujian waktu tunggu untuk kecelakaan fatal dari pesawat terbang?

METODE

Bahan atau materi penelitian ini adalah berbagai hasil penelitian para pakar yang telah dipublikasikan di berbagai media (jurnal, internet, perpustakaan maupun korespondensi secara langsung) serta waktu tunggu untuk kecelakaan pesawat terbang yang diperoleh dari NTSB (*National Transportation Safety Board*).

Berbagai data dikaji secara mendalam, dianalisis, dan di-*match*-kan dengan berbagai hasil penelitian para pakar yang telah dipublikasikan di berbagai media (jurnal, internet, perpustakaan maupun korespondensi secara langsung). Penelitian dilakukan dengan cara sebagai berikut.

1. Menentukan prosedur pengujian kesesuaian himpunan observasi yang diasumsikan berasal dari distribusi Eksponensial.
2. Mengembangkan fasilitas komputasi dan analisis yang berkaitan dengan pengujian waktu tunggu untuk kecelakaan fatal dari pesawat terbang menggunakan data nyata (waktu tunggu untuk kecelakaan fatal dari pesawat terbang yang diperoleh dari NTSB. (<http://www.nts.gov/nts/Response2.asp>) untuk aplikasi prosedur yang telah ditentukan

Untuk menganalisis hasil penelitian dikaji secara deduktif-analitis, berdasar kajian hasil penelitian sebelumnya, definisi, asumsi dan teorema-teorema yang telah ada. Hasil analisis data diasosiasikan dengan waktu tunggu untuk kecelakaan pesawat terbang yang diperoleh dari NTSB (*National Transportation Safety Board*) (<http://www.nts.gov/nts/Response2.asp>) untuk aplikasi prosedur yang telah ditentukan. Disamping itu, hasil penelitian dikomunikasikan dan atau didiskusikan dengan para pakar Statistika, baik berupa seminar, simposium, konferensi, diskusi secara pribadi atau dimuat dalam jurnal atau bulletin, untuk memperoleh umpan balik.

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Hasil Penelitian

Secara sederhana prosedur untuk menguji kesesuaian himpunan observasi yang diasumsikan berasal dari distribusi Eksponensial dapat dijelaskan sebagai berikut. Diberikan sampel sebanyak n observasi: X_1, X_2, \dots, X_n dan diperoleh statistik terurut $[X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^*]$ yang berasal dari populasi berdistribusi eksponensial. Hipotesis yang diuji adalah: $H_0 : F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$, $x \geq 0$

dengan $F(x)$ fungsi distribusi eksponensial dengan parameter $\lambda \approx \frac{1}{x}$

Modifikasi statistik ujinya adalah:

$$D_n = \sup_{-\infty < x < \infty} |S_n(x) - (1 - e^{-\lambda x})| = \max(D_n^+, D_n^-)$$

dengan: $D_n^+ = \max_{1 \leq j \leq n} \left\{ \frac{j}{n} - (1 - e^{-\lambda x_j^*}) \right\}$ dan $D_n^- = \max_{1 \leq j \leq n} \left\{ (1 - e^{-\lambda x_j^*}) - \frac{j-1}{n} \right\}$

sedangkan $S_n(x)$ dikonstruksi dari data sampel.

Tabel 1. Komputasi Statistik Uji untuk Uji Kebaikan-suai Waktu Antar Kejadian Kecelakaan Fatal pada Skedul Penerbangan Armada Besar (Sch.121) di USA (1983-1998)

rank(j)	data(x)	x/m	F(x)=1-exp(-x/m)	$D^+ = \text{Empir-teo}$	$D^- = \text{Teo-empir}$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1	2	0,018548	0,018377	0,000853	0,018377
2	5	0,046371	0,045312	-0,00685	0,026081
3	7	0,064919	0,062856	-0,00516	0,024395
4	10	0,092741	0,088571	-0,01165	0,030878
5	11	0,102015	0,096984	-0,00083	0,020061
6	13	0,120564	0,113579	0,001805	0,017425
7	14	0,129838	0,121762	0,012853	0,006377
8	16	0,148386	0,137902	0,015944	0,003286
9	17	0,15766	0,14586	0,027217	-0,00799
10	22	0,204031	0,184563	0,007745	0,011486
11	22	0,204031	0,184563	0,026976	-0,00775
12	22	0,204031	0,184563	0,046207	-0,02698
13	22	0,204031	0,184563	0,065437	-0,04621
14	35	0,324594	0,277179	-0,00795	0,027179
15	36	0,333868	0,283852	0,00461	0,014621
16	41	0,380239	0,316302	-0,00861	0,02784
17	50	0,463706	0,371052	-0,04413	0,063359
18	53	0,491528	0,388309	-0,04216	0,061386
19	53	0,491528	0,388309	-0,02292	0,042155
20	56	0,519351	0,405093	-0,02048	0,039709
21	60	0,556447	0,426758	-0,02291	0,042143
22	61	0,565721	0,43205	-0,00897	0,028204
23	63	0,58427	0,442487	-0,00018	0,01941
24	63	0,58427	0,442487	0,019051	0,000179
25	65	0,602818	0,452733	0,028037	-0,00881
26	68	0,63064	0,467749	0,032251	-0,01302
27	70	0,649189	0,47753	0,0417	-0,02247
28	91	0,843945	0,569989	-0,03153	0,050758
29	98	0,908864	0,597018	-0,03933	0,058557
30	112	1,038702	0,646086	-0,06916	0,088394
31	116	1,075798	0,658975	-0,06282	0,082051
32	117	1,085072	0,662123	-0,04674	0,065969
33	125	1,159265	0,686283	-0,05167	0,070899
34	125	1,159265	0,686283	-0,03244	0,051668
35	127	1,177813	0,692049	-0,01897	0,038202
36	128	1,187088	0,694891	-0,00258	0,021814
37	143	1,326199	0,734516	-0,02298	0,042208
38	143	1,326199	0,734516	-0,00375	0,022977
39	148	1,37257	0,746545	0,003455	0,015776
40	150	1,391118	0,751203	0,018028	0,001203
41	151	1,400392	0,7535	0,034962	-0,01573
42	158	1,465311	0,768994	0,038698	-0,01947
43	162	1,502408	0,777406	0,049517	-0,03029
44	194	1,79918	0,834565	0,011588	0,007642
45	216	2,00321	0,865098	0,000286	0,018945
46	223	2,068129	0,873578	0,011037	0,008193
47	236	2,188693	0,887937	0,015909	0,003321
48	244	2,262886	0,89595	0,027127	-0,0079
49	253	2,346353	0,904282	0,038025	-0,01879
50	310	2,874978	0,943583	0,017956	0,001275
51	426	3,950776	0,98076	9E-06	0,019222
52	454	4,210451	0,98516	0,01484	0,004391

Keterangan:

- m = Mean = 107,8269 dan max(D+,D-)= 0,0884

Tabel 3. Komputasi Statistik Uji untuk Uji Kebaikan-suai Waktu Antar Kejadian Kecelakaan Fatal pada Skedul Penerbangan Armada Kecil (Sch.135) di USA (1983-1998)

Rank(j)	data(x)	x/m	F(x)=1-exp(-x/m)	$D^+ = E_{\text{Empir-teo}}$	$D^- = E_{\text{Teo-empir}}$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1	1	0,00432	0,00431	0,011819	0,00431
2	1	0,00432	0,00431	0,027948	-0,01182
3	2	0,008639	0,008602	0,039785	-0,02366
4	3	0,012959	0,012875	0,051641	-0,03551
5	3	0,012959	0,012875	0,06777	-0,05164
6	4	0,017279	0,01713	0,079644	-0,06351
7	8	0,034557	0,033967	0,078936	-0,06281
8	8	0,034557	0,033967	0,095065	-0,07894
9	11	0,047516	0,046405	0,098756	-0,08263
10	14	0,060475	0,058683	0,102607	-0,08648
11	18	0,077754	0,074808	0,102612	-0,08648
12	20	0,086393	0,082766	0,110782	-0,09465
13	22	0,095032	0,090657	0,119021	-0,10289
14	22	0,095032	0,090657	0,13515	-0,11902
15	26	0,112311	0,106234	0,135702	-0,11957
16	27	0,116631	0,110086	0,147978	-0,13185
17	28	0,12095	0,113922	0,160272	-0,14414
18	29	0,12527	0,117741	0,172581	-0,15645
19	29	0,12527	0,117741	0,18871	-0,17258
20	31	0,133909	0,125331	0,19725	-0,18112
21	37	0,159827	0,147709	0,191001	-0,17487
22	37	0,159827	0,147709	0,20713	-0,191
23	38	0,164147	0,151383	0,219585	-0,20346
24	39	0,168467	0,15504	0,232056	-0,21593
25	41	0,177106	0,162309	0,240917	-0,22479
26	42	0,181425	0,16592	0,253435	-0,23731
27	48	0,207343	0,18726	0,248224	-0,2321
28	49	0,211663	0,190763	0,26085	-0,24472
29	51	0,220302	0,197724	0,270018	-0,25389
30	52	0,224622	0,201182	0,282689	-0,26656
31	56	0,241901	0,214866	0,285134	-0,26901
32	59	0,25486	0,224975	0,291154	-0,27503
33	74	0,319654	0,2736	0,258658	-0,24253
34	76	0,328294	0,279849	0,268539	-0,25241
35	79	0,341253	0,289121	0,275395	-0,25927
36	82	0,354212	0,298274	0,282372	-0,26624
37	90	0,388769	0,322109	0,274665	-0,25854
38	90	0,388769	0,322109	0,290794	-0,27467
39	92	0,397408	0,32794	0,301092	-0,28496
40	96	0,414687	0,339453	0,305708	-0,28958
41	100	0,431965	0,350768	0,310522	-0,29439
42	102	0,440605	0,356353	0,321066	-0,30494
43	104	0,449244	0,36189	0,331659	-0,31553
44	109	0,470842	0,375524	0,334153	-0,31802
45	116	0,50108	0,394124	0,331682	-0,31555
46	132	0,570194	0,434584	0,307351	-0,29122
47	132	0,570194	0,434584	0,32348	-0,30735
48	136	0,587473	0,44427	0,329923	-0,31379
49	138	0,596112	0,449051	0,341272	-0,32514
50	141	0,609071	0,456144	0,350307	-0,33418
51	146	0,63067	0,467765	0,354816	-0,33869
52	147	0,634989	0,470059	0,368651	-0,35252
53	177	0,764579	0,53447	0,320369	-0,30424
54	199	0,859611	0,576673	0,294294	-0,27817
55	201	0,868251	0,580315	0,306782	-0,29065
56	210	0,907127	0,596318	0,306908	-0,29078
57	212	0,915767	0,59979	0,319564	-0,30344
58	337	1,455724	0,766768	0,168715	-0,15259
59	425	1,835853	0,840523	0,11109	-0,09496
60	522	2,25486	0,895112	0,07263	-0,0565
61	598	2,583153	0,924465	0,059406	-0,04328
62	8434	36,43197	1	0	0,016129

Keterangan:

- Mean = m= 231,5

- $\max(D^+, D^-) = 0,369$

Berikut ini diberikan perluasan fasilitas komputasi dan analisis yang berkaitan dengan pengujian waktu tunggu untuk kecelakaan fatal dari pesawat terbang (dalam hari). Data diperoleh dari database NTSB (*National Transportation Safety Board*) (<http://www.nts.gov/ntsb/Response2.asp>) untuk aplikasi prosedur yang telah ditentukan. Data meliputi (1) Skedul 121, untuk operasi armada besar, dan (2) Skedul 135, untuk operasi armada kecil, sebagaimana tersaji pada Tabel 1 dan 3.

Berdasarkan data Tabel 1 dilakukan analisis menggunakan bantuan *software* SPSS, dan diperoleh hasil, sebagaimana tersaji dalam Tabel 2.

Tabel 2. One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test Armada Besar

		Data
N		52
Exponential parameter.(a,b)	Mean	107,83
Most Extreme Differences	Absolute	,088
	Positive	,065
	Negative	-,088
Kolmogorov-Smirnov Z		,637
Asymp. Sig. (2-tailed)		,811

a Test Distribution is Exponential.

b Calculated from data.

Berdasarkan data Tabel 3 dilakukan analisis menggunakan bantuan *software* SPSS, dan diperoleh hasil, sebagaimana tersaji dalam Tabel 4.

Tabel 4. One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test Armada Kecil

		Data
N		62
Exponential parameter.(a,b)	Mean	231,50
Most Extreme Differences	Absolute	,369
	Positive	,369
	Negative	-,016
Kolmogorov-Smirnov Z		2,903
Asymp. Sig. (2-tailed)		,000

a Test Distribution is Exponential.

b Calculated from data.

Pembahasan

Hipotesis yang diuji adalah: $H_0 : F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$, $x \geq 0$ dengan $F(x)$ fungsi distribusi

eksponensial dengan parameter $\lambda \approx \frac{1}{x}$. Berdasar komputasi pada Tabel 1, uji kebaikan-suai waktu antar kejadian kecelakaan fatal pada skedul penerbangan **armada besar** di USA (1983-1998), diperoleh $\max(D^+, D^-) = 0,0884$. Berdasar tabel nilai kritik (Liliefors, 1969), pada taraf signifikansi $\alpha = 5\%$ diperoleh nilai kritik untuk statistik uji K-S sebesar 0,1470. Terlihat bahwa nilai $\max(D^+, D^-) = 0,0884$ kurang dari nilai kritiknya. Dengan demikian H_0 diterima. Hal ini juga dapat dilihat dari analisis menggunakan SPSS, diperoleh $p\text{-value} = 0,811$ (Tabel 2) yang jelas lebih dari taraf signifikansi $\alpha = 5\%$. Berdasar hasil di atas dapat disimpulkan bahwa waktu antar kejadian kecelakaan fatal pada skedul penerbangan armada besar di USA (1983-1998) mengikuti distribusi eksponensial.

Berdasar komputasi pada Tabel 2, uji kebaikan-suai waktu antar kejadian kecelakaan fatal pada skedul penerbangan **armada kecil** di USA (1983-1998), diperoleh $\max(D^+, D^-) = 0,369$. Berdasar tabel nilai kritik (Liliefors, 1969), pada taraf signifikansi $\alpha = 5\%$ diperoleh nilai kritik untuk statistik uji K-S sebesar 0,1346. Terlihat bahwa nilai $\max(D^+, D^-) = 0,369$ lebih dari nilai kritiknya. Dengan demikian H_0 ditolak. Hal ini juga dapat dilihat dari analisis menggunakan SPSS, diperoleh $p\text{-value} = 0,000$ (Tabel 4) yang jelas kurang dari taraf signifikansi $\alpha = 5\%$. Berdasar hasil di atas dapat disimpulkan bahwa waktu antar kejadian kecelakaan fatal pada skedul penerbangan armada kecil di USA (1983-1998) **tidak** mengikuti distribusi eksponensial.

Dengan demikian, waktu antar kejadian kecelakaan fatal pada skedul penerbangan armada kecil di USA (1983-1998) tidak memperlihatkan sifat "*forgetfulness*", sedangkan untuk armada besar memperlihatkan sifat tersebut.

SIMPULAN DAN SARAN

Simpulan

Berdasar hasil dan pembahasan dapat ditarik simpulan sebagai berikut.

1. Prosedur untuk menguji kesesuaian himpunan observasi yang diasumsikan berasal dari distribusi Eksponensial adalah dengan memodifikasi uji K-S. Statistik ujinya adalah:

$$D_n = \sup_{-\infty < x < \infty} |S_n(x) - (1 - e^{-\lambda x})| = \max(D_n^+, D_n^-)$$

$$\text{dengan: } D_n^+ = \max_{1 \leq j \leq n} \left\{ \frac{j}{n} - (1 - e^{-\lambda x_j^*}) \right\} \text{ dan } D_n^- = \max_{1 \leq j \leq n} \left\{ (1 - e^{-\lambda x_j^*}) - \frac{j-1}{n} \right\}$$

sedangkan $S_n(x)$ fungsi distribusi empirik yang dikonstruksi dari data sampel.

2. Perluasan fasilitas komputasi dan analisis yang berkaitan dengan pengujian waktu tunggu untuk kecelakaan fatal dari pesawat terbang untuk prosedur yang telah ditentukan, dikerjakan dengan bantuan *software* Excel dan SPSS. Waktu antar kejadian kecelakaan fatal pada skedul penerbangan armada besar mengikuti distribusi eksponensial, sedangkan untuk armada kecil tidak mengikuti distribusi eksponensial. Dengan demikian waktu antar kejadian kecelakaan fatal pada skedul penerbangan armada kecil tidak memperlihatkan sifat "*forgetfulness*", sedangkan untuk armada besar memperlihatkan sifat tersebut.

Saran

Berdasarkan simpulan di atas, maka disarankan untuk mengembangkan prosedur uji kebaikan secara umum, mengingat bahwa waktu tunggu kecelakaan pesawat terbang tidak selalu mengikuti distribusi eksponensial sebagaimana diasumsikan.

DAFTAR PUSTAKA

- Kolmogorov, A.1941. Confidence Limits for Unknown Distribution Function. *Ann Math. Statist.*,12: 461-463.
- Liliefors,H.W. 1969. On the Kolmogorov-Smirnov Test for Exponential Distributions with Mean Unknown. *Journal of the American Statistical Association.*64: 387-389.
- Massey, F.J. 1951. The Kolmogorov Smirnov Test for Normally with Mean and variance Unknown. *J. Am.Statist.Assoc.*,48: 68-78.
- National Transportation safety Board(NTSB) (scheduled 12 large and sch.135 small for 1983-1988), <http://www.nts.gov/ntsb/Response2.asp>.
- Smirnov, N.V. 1948. Table for Estimating the Goodness-of-fit of Empirical Distributions. *Ann. Statist.*19: 279-281