UJM 6(2) (2017)

UNNES Journal of Mathematics

http://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/ujm

ESTIMASI *SKEWNESS* (KEMIRINGAN) DENGAN MENGGUNAKAN METODE BOOTSTRAP DAN METODE JACKKNIFE

Siti Ma'unah✉, Scolastika Mariani, Sugiman

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Semarang, Indonesia

Gedung D7 Lt. 1 Kampus Sekaran, Gunungpati, Semarang 50229

Info Artikel

Sejarah Artikel:

Diterima Agustus 2016

Disetujui Juli 2017

Dipublikasikan Nopember 2017

Keywords:

Bootstrap;

estimasi skewness (kemiringan);

Jackknife

Abstrak

Tujuan penelitian ini yaitu menentukan hasil estimator dari metode Bootstrap dan metode Jackknife, serta menentukan estimator terbaik dengan cara membandingkan nilai standar error yang terkecil dari kedua metode tersebut. Resampling dilakukan sebanyak *100, 200, 500, 800,* dan *1000* dengan bantuan program *R 2.10.0.* Berdasarkan hasil penelitian metode Bootstrap merupakan metode dengan hasil estimator terbaik, karena menghasilkan nilai standar error terkecil dibandingkan metode Jackknife. Untuk resampling $B = 1000$ menghasilkan nilai standar error variabel (X_1) $Se_{B1} = 0{,}071$ dan standar error variabel (X_2) nilai $Se_{B2} = 0{,}101$.

Abstract

The purpose of research is namely estimator determine the result of a method of Bootstrap and methods of a Jackknife , as well as to determine best estimator by means of comparing standard value error the smallest of both this method. Resampling done as many as 100, 200, 500, 800, and 1000 with program assistance R 2.10.0. Based on the research done Bootstrap method is a method by the results of estimator best, because it produces standard value error smallest than a method of Jackknife. Namely by resampling $B = 1000$ *produce standard error values of the variables* (X_1) $Se_{B1} = 0{,}071$ *and standar error values for variables* (X_2) *value* $Se_{B2} = 0{,}101$.

How to Cite

Ma'unah, S., Mariani, S. & Sugiman. (2017). Estimasi Skewness (Kemiringan) dengan Menggunakan Metode Bootstrap dan Metode Jackknife. *Unnes Journal of Mathematics,* 6(2): 143-152.

✉Alamat korespondensi:

E-mail: sitimaunah662@yahoo.co.id

p- ISSN 2252-6943

e- ISSN 2460-5859

PENDAHULUAN

Di Indonesia sumber daya pertanian merupakan salah satu keunggulan yang telah menjadi pilar pembangunan dalam bentuk agroindustri. Jika dilihat sebagai sebuah sistem berupa industri dan jasa, pertanian akan mampu menjadi penyelamat. Jika perrtanian hanya berhenti sebagai aktivitas budidaya (*0n farm agribusiness*), maka nilai tambahnya akan kecil. Nilai tambah pertanian dapat ditingkatkan melalui kegiatan hilir (*off farm agribusiness*) yang berupa agroindustri dan jasa yang berbasis pertanian.

Bagi Negara Indonesia, transformasi sektor pertanian ke sektor industri tidak dapat dihindarkan. Karena Indonesia dari negara agraris menuju negara industri yang maju, maka peranan sektor pertanian masih mewarnai kemajuan di sektor industri, oleh karena itu kondisi struktur ekonomi yang seimbang antara bidang industri yang kuat dengan dukungan pertanian yang tangguh sangat diperlukan (Mangunwidjaja, D dan Illah, D, 2005).

Dalam pembangunan sektor pertanian harus meliputi segala aspek pembangunan sektor pertanian melalui dari penanaman sampai pemasaran. Kesatuan inilah yang disebut sebagai agribisnis. Agribisnis diperlukan karena sebagian besar penyumbang devisa negara di Indonesia yaitu berasal dari sektor pertanian. Pengembangan agribisnis akan bermanfaat bagi orang banyak apabila terdapat usaha bersama antara pihak-pihak pemerintah dan semua petani.

Industri kecil mempunyai peranan yang sangat penting terhadap roda perekonomian suatu negara. Di Indonesia, 99% dari total unit usaha yang mandiri (sekitar 35 juta) juga berupa unit usaha kecil. Hal ini menjadi tantangan bagi para pengusaha kecil untuk lebih meningkatkan usahanya (Sarwanto dan Y.P. Saragih, 2001)

Di Indonesia pembangunan industri kecil merupakan bagian integral dari pembangunan ekonomi nasional sebagaimana diamanatkan dalam GBHN, yaitu "industri kecil dan menengah termasuk industri kerajinan dan rumah tangga" diperlukan suatu binaan yang menjadikan usaha semakin efisien dan mampu berkembang mandiri, mampu meningkatkan pendapatan masyarakat, membuka lapangan pekerjaan serta mampu meningkatkan penyediaan barang dan jasa, serta berbagai komponen baik untuk keperluar pasar dalam negeri maupun pasar luar negeri.

Sektor pertanian mempunyai kaitan yang erat dektor industri. Karena dalam sektor pertanian menghasilkan bahan mentah yang harus diolah oleh suatu industri menjadi barang setengah jadi atau barang jadi dan sebaliknya sektor industri diharapkan mampu menghasilkan sendiri berbagai macam sarana produksi yang diperlukan oleh industri pengolah pertanian, yang meliputi usaha pengolahan bahan baku menjadi bahan komoditi yang secara ekonomi dapat menambah nilai jualnya.

Agribisnis didefinisikan sebagai keseluruhan dari kegiatan produksi dan distribusi sarana produksi usaha tani (pertanian primer), kegiatan penyimpanan, pengolahan serta distribusi komoditas pertanian dan diseluruh produksi-produksi olahan dari komoditas (Rukmana, 2000).

Untuk melakukan analisis regresi terdapat beberapa hal penting yang perlu diperhatikan, yaitu perlunya uji asumsi klasik. Di dalam estimasi model perlu dilakukan uji asumsi klasik yang harus dipenuhi, salah satunya yaitu uji normalitas. Jika asumsi normalitas terpenuhi, maka estimasi model diterima, tetapi dalam kasus tertentu sering dijumpai bahwa asumsi normalitas tidak terpenuhi atau disebut dengan penyimpangan normalitas. Suatu dara diakatakan menyebar normal jika rata-rata dan mediannya terletak pada posisi yang sama pada sumbu datar, sedangkan data yang tidak menyebar normal yaitu data yang menyebar ke kiri (*skewness negative*) atau data yang menyebar ke kanan (*skewness positive*). Terdapat 2 metode resampling yang dapat digunakan, yaitu metode Bootstrap dan metode Jackknife.

Metode Bootstrap dan metode Jackknife merupakan teknik nonparametrik dan resampling yang bertujuan untuk menaksir standar error dan nilai bias. Metode Bootstrap dan metode Jackknife meruapakan dua metode yang digunakan untuk mengestimasi suatu distribusi populasi yang tidak diketahui dengan distribusi empiris yang diperoleh dari proses resampling (Sembiring. A, 2014).

Menurut Efron (1979) metode Bootstrap merupakan metode berbasis resampling data sampel dengan syarat pengembalian pada datanya dalam menyelesaikan statistik ukuran sampel dengan harapan sampel tersebut dapat mewakili data populasi yang sebenarnya. Biasanya ukuran sampel Bootstrap diambil secara ribuan kali agar dapat mewakili data pada populasinya.

Menurut Shao dan Tu (1995), pada tahun 1949 Quenoulle telah memeperkenalkan metode Jackknife untuk mengestimasi standar error dan bias, metode Jackknife digunakan untuk pengambilan sampel baru secara berulang dari data asli yang berukuran n dengan cara menghapus pengamatan ke i dengan $i = 1,2,3,\dots,n$.

Berdarakan latar belakang tersebut, dapat diambil beberapa rumusan masalah yaitu (1) Bagaimana hasil estimator *skewness* dengan metode Bootstrap dan metode Jackknife? (2) Metode manakah yang hasil estimatornya terbaik?

Tujuan dari penelitian ini adalah 1. Untuk mengetahui hasil estimator *skewness* dengan metode bBotstrap dan metode Jackknife. 2. Untuk mengetahui metode manakah yang hasil estimatornya terbaik.

METODE PENELITIAN

Pada penelitian ini metode penelitian dilakukan dengan cara identifikasi masalah, fokus permasalahan, metode pengumpulan data, analisis data, memecahkan masalah, dan menarik simpulan.

Identifikasi masalah dimulai dari studi pustaka. Studi pustaka merupakan penelaahan sumber pustaka yang relevan meliputi buku-buku referensi, skripsi, jurnal, dan sebagainya yang nantinya akan digunakan untuk mengumpulkan data maupun informasi yang diperlukan dalam penelitian. Setelah sumber pustaka terkumpul, dilanjutkan dengan penelaahan isi sumber pustaka tersebut. Dari penelaahan yang dilakukan muncul ide dan dijadikan landasan untuk melakukan penelitian.

Tahap fokus permasalah dalam penelitian ini difokuskan pada data industri agro 2015, kemudian dilakukan uji asumsi klasik, yaitu uji normalitas dan diketahui terdapat penyimpangan normalitas. Data dianalisis dengan menggunakan metode Bootstrap dan metode Jackknife.

Pada metode pengumpulan data dalam penelitian ini yaitu dengan metode studi pustaka, metode dokumentasi, dan metode literature.

Tahap analisis data dalam penelitian ini diperoleh berdasarkan teori yang ada, khususnya yang berkaitan dengan metode Bootstrap dan metode Jackknife untuk mengestimasi *skewness* (kemiringan). Langkah pertama yaitu melakukan identifikasi model distribusi. Identifikasi dilakukan dengan uji Shapiro-Wilk of Normality, jika nilai $sig. < \alpha = 5\%$ maka dapat disimpulkan data tidak berdistribusi normal, tetapi jika nilai $sig. > \alpha = 5\%$ maka dapat disimplkan data berdistribusi normal. Selanjutnya meresampling data dengan metode Bootstrap dan metode Jackknife. Algoritma program yang akan dilaksanakan dalam metode Bootstrap, sebagai berikut (Efron & Tibshirani) :

1. Mengambil sampel Bootstrap berukuran n secara acak dengan pengembalian dari distribusi empiris $\hat{F}_n$ disebut sebagai sampel Bootstrap pertama X_1^* sampai dengan X_i^*
2. Menghitung statistik $\hat{\theta}$ yang diinginkan dari sampel Bootstrap X_i^* disebut $\hat{\theta}_i^*$
   Mengulangi langkah 1 & 2 sebanyak B kali sehingga diperoleh
   $$\hat{\theta}_1^*, \hat{\theta}_2^*, \dots, \hat{\theta}_B^*$$
3. Mengkonstruksikan suatu distribusi peluang dari $\hat{\theta}_B^*$ dengan memberikan peluang $\frac{1}{n}$ pada setiap $\hat{\theta}_1^*, \hat{\theta}_2^*, \dots, \hat{\theta}_n^*$. Distribusi tersebut merupakan penduga Bootstrap untuk distribusi sampling $\hat{\theta}$ dan dinotasikan dengan $\hat{F}^*$
4. Pendekatan estimasi Bootstrap untuk mean dari distribusi $\hat{F}^*$ yaitu
   $$\hat{\theta}^* = \sum_{i=1}^{B} \hat{\theta}_i^* \frac{1}{B} \qquad (1)$$
   Sehingga diperoleh hasil *resampling boosstrap*
5. Dari hasil *resampling* tersebut, dapat dihitung nilai rata-rata $(\hat{\theta}^*)$, variansi $(\hat{V}^*)$
   $$\hat{V}^*{}_1 = \sum_{i=1}^{B} \frac{\left(\hat{\theta}_i^* - \hat{\theta}^*{}_1\right)^2}{B-1} \qquad (2)$$
   Nilai standar deviasi (S_B)
   $$S_B = \left\{\frac{\sum_{b=1}^{B}\left[\hat{\theta}^*(i) - \hat{\theta}^*(.)\right]^2}{B-1}\right\}^{\frac{1}{2}} \qquad (3)$$
   Di mana
   $$\hat{\theta}^*(.) = \sum_{b=1}^{B} \frac{\hat{\theta}^*(i)}{B} \qquad (4)$$
6. Menghitung nilai standar error Bootstrap.
   $$se_F\left(\hat{\theta}^*\right) = \frac{\left[var_F(\hat{\theta}^*)\right]^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{n}} \qquad (5)$$

Selanjutnya algoritma resampling Jackknife terhapus-d sebagai berikut:

1. Ambil sampel berukuran n dari populasi secara acak, dari parameter θ, dinotasikan dengan $\hat{\theta}_n$ adalah sampel asli dengan menghapus observasi ke-n, sehingga akan diperoleh n sampel yang masing-masing berukuran $n - d$
2. Menentukan sampel Jackknife $(X_1^J, X_2^J, \dots, X_{i-d}^J)$ dari parameter θ , yang diambil secara random dengan mengeluarkan elemen sampel ke $i =$

$1,2,\ldots,n$. Sehingga diperoleh penaksir yang dinotasikan $\hat{\theta}_{(i)}$

3. Mengulangi operasi pada lambang 2 sebanyak N kali, dengan menghilangkan satu pengamatan. Diperoleh *resample* $(X_1^J, X_2^J, \ldots, X_{i-d}^J)$
4. Menghitung statistik $\hat{\theta}$ yang diinginkan dari *resample* Jackknife $(X_1^J, X_2^J, \ldots, X_{i-d}^J)$ yang diperoleh pada lambang 3 selanjutnya dihitung statistika Jackknife menghasilkan $(\theta_1^J, \theta_2^J, \ldots, \theta_{i-d}^J)$.
5. Mengkonstruksi suatu distribusi probabilitas dari $\hat{\theta}_{(i)}$ dengan memberikan probabilitias $\frac{1}{n}$ pada setiap $\hat{\theta}_{(i)}$. Distribusi tersebut merupakan estimator Jackknife terhapus-d untuk distribusi sampling $\hat{\theta}$ dan dinotasikan dengan $\hat{F}_{j(1)}$
6. Estimasi Jackknife dengan menghapus satu pengamatan kelompok ke-*j,* dinotasikan $\hat{\theta}_{j(1)}$, untuk $\hat{\theta}$ adalah mean dari distribusi $\hat{F}_{j(1)}$, yaitu:
$$\hat{\theta}_j = \sum_{j=1}^{n} \hat{\theta}_{(i)} \frac{1}{n} \qquad (6)$$
7. Dari hasil *resampling* tersebut, dapat dihitung rat-rata $\left(\hat{\theta}_{j(1)}\right)$, variansi $\left(\hat{\sigma}_j^2\right)$
$$\hat{\sigma}_j^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} \left(\hat{\theta}_{(i)} - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n} \hat{\theta}_{(i)} \right)^2 \qquad (7)$$
Nilai standar deviasi Jackknife berdasarkan *resample* yang diperoleh.
8. Menghitung nilai standar error Jackknife.
$$S_{jack} = \left[\frac{n-1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left(\hat{\theta}_{(i)} - \hat{\theta}_{(.)} \right)^2 \right]^{1/2} \qquad (8)$$
Di mana,
$$\hat{\theta}_{(i)} = \frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^{n} \hat{\theta}_{(i)} - \theta_i \right), \hat{\theta}_{(.)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \hat{\theta}_{(i)}$$

Tahap selanjutnya yaitu memecahkan masalah. Pada tahap ini dilakukan studi pustaka, yaitu mengkaji permasalahan secara teoritis berdasarkan sumber-sumber pustaka yang relefan.

Langkah terakhir pada penelitian ini adalah menarik simpulan. Penarikan simpulan didasarkan pada studi pustaka dan pembahasan masalah. Simpulan yang diperoleh merupakan hasil penelitian. Pada tahap ini dilakukan estimasi *skewness* dengan menggunakan metode resampling yaitu metode Bootstrap dan metode Jackknife, sehingga diperoleh hasil estimator terbaik dengan cara membandingkan nilai standar error terkecil dari masing-masing metode.

Paket program yang mendukung dalam penelitian ini adalah *software R*.2.10.0. Jenis penelitian yang dilakukan adalah matrik database industri agro 2015, studi kasus pada Kota Magelang. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang bersumber dari Dinas Perindustrian dan Perdagangan Provinsi Jawa Tengah. Penelitian ini menggunakan program R.2.10.0 untuk menghitung rata-rata, variansi, standar deviasi, dan standar error (*SE*).

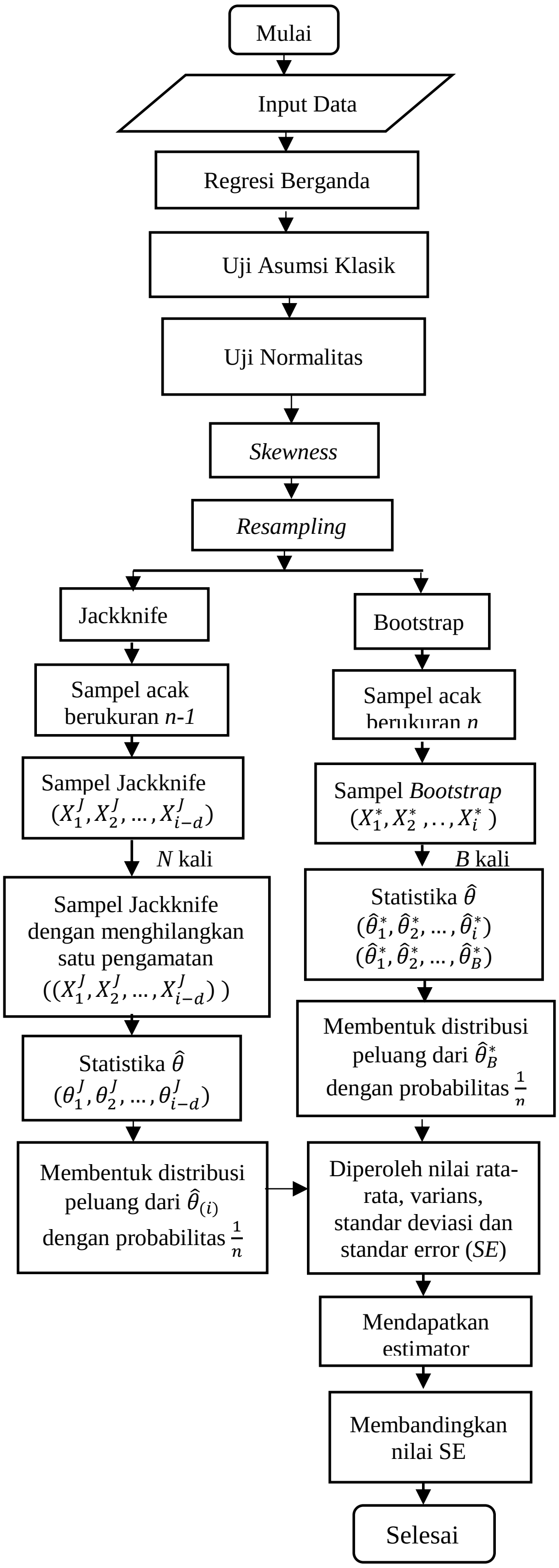
Analisis data penulis menggunakan diagram alur metode penelitian seperti yang tertera pada Gambar 1.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Estimasi yaitu suatu proses yang digunakan sebuah estimator untuk mendapatkan estimate dari sebuah parameter. Uji normalitas merupakan syarat untuk semua uji statistik. Uji normalitas merupakan asumsi yang fundamental dalam analisis regresi. Apabila asumsi normalitas tidak terpenuhi maka seluruh uji statistik tidak akan valid, karena untuk menguji hubungan antar variabel diperlukan adanya asumsi data normal.

Pada kasus tertentu dijumpai sebaran data yang tidak normal, yaitu distribusi yang tidak simetris akan memiliki nilai rata-rata, median, dan modus yang tidak sama besar $(\bar{X} \neq Me \neq Mo)$. Dalam hal ini disebut dengan istilah *skewness*, sebaran data yang menyebar ke arah kanan (*skewness positive*) jika $\bar{X} > Mo$ dan $Me > Mo$, sedangkan sebaran data yang menyebar ke arah kiri (*skewness negative*) jika $\bar{X} < Mo$ dan $Me < Mo$.

Salah satu metode untuk mengestimasi *skewness* adalah metode Bootstrap dan metode Jackknife. Metode Bootstrap yaitu teknik resampling nonparametrik yang bertujuan untuk menentukan estimasi standar error dari parameter populasi seperti mean, median, dan sebagainya tanpa memperhatikan asumsi suatu distribusi. Sedangkan metode Jackknife merupakan teknik resampling nonparametrik yang bertujuan untuk menentukan estimasi standar error, bias, dan interval kepercayaan dari parameter populasi seperti mean dan sebagainya dengan tidak memperhatikan asumsi distribusi yang didasarkan pada penghapusan satu atau sekelompok sampel dari sampel awal, tahap selanjutnya sampel yang telah dihapus tersebut dikembalikan dan dilakukan penghapusan sekelompok sampel sampi semua sampel mendapat kesempatan untuk dihapus.



Gambar 1. Diagram Alur Metode Penelitian

Analisis Data

Langkah awal yang harus dilakukan adalah mempersiapkan dan menganalisis data industri agro yang akan digunakan. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data industri agro 2015 yaitu tentang faktor-faktor yang mempengaruhi produksi tahu dan tempe di Kota Magelang, faktor-faktor tersebut yaitu jumlah tenaga kerja (X_1) dan volume bahan baku (X_2) dengan $n = 133$. Studi kasus pada produsen tahu dan tempe Kota Magelang yang diperoleh dari Dinas Perindustrian dan Perdagangan Provinsi Jawa Tengah.

Kemudian dilakukan uji persyaratan asumsi klasik, yaitu normalitas. Uji normalitas dapat dilakukan dengan menggunakan uji Shapiro-Wilk of Normality dengan hipotesis H_0: Data berdistribusi normal H_1: Data tidak berdistribusi normal, kriteria penerimaan H_0 jika nilai $Sig <$ 5% maka H_0 ditolak, jika nilai $Sig >$ 5% maka H_0 diterima dan histogram untuk mengetahui sebaran data, jika bentuk histogram menyerupai bel shape, bersrti distribusi normal.

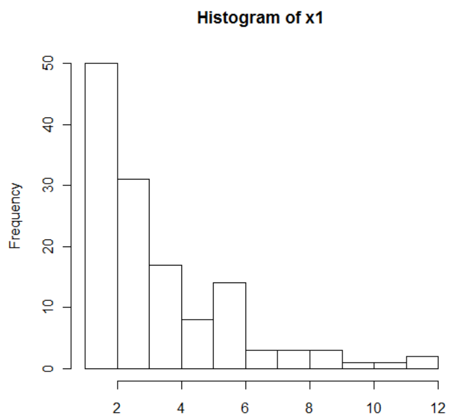
Berdasarkan uji normalitas Shapiro-Wilk of Normality variabel tenaga kerja (X_1) dan variabel volume bahan baku (X_2) dapat dilihat pada tabel Tabel 1.

Tabel 1. Uji Shapiro-Wilk (X_1) dan (X_2)

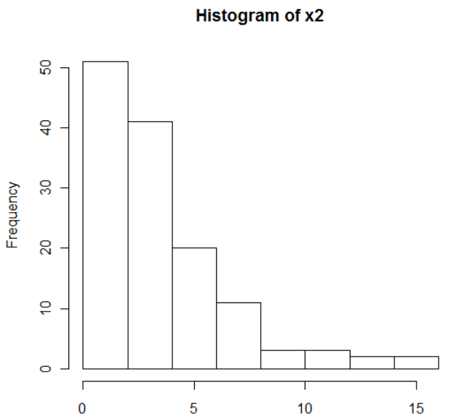
Shapiro-Wilk normality test	
data: x1	data: x2
p-value = 7.304e-10	p-value = 2.029e-11

Berdasarkan Tabel 1 dapat dilihat bahwa nilasi *sig.* masing-masing variabel $sig. < \alpha =$ 5%. Berdasarkan hipotesis dapat disimpulkan bahwa H_0 ditolak yang berarti data tidak berdistribusi normal.

Selanjutnya dilakukan pengujian normalitas dengan melihat histogram pada Gambar 2 dan Gambar 3 berikut.



Gambar 2. Histogram (X_1)



Gambar 3. Histogram (X_2)

Berdasarkan Gambar 2 dan Gambar 3 dapat dilihat sebaran data menyebar ke arah kanan, artinya merupakan *skewness positive.*

Karena data merupakan data yang berdistribusi tidak normal, maka langkah selanjutnya yaitu menentukan parameter murni sampel awal ($\hat{\theta}$) dan meresampling data dengan metode Bootstrap dan metode Jackknife. Resampling data dilakukan sebanyak $100, 200, 500, 800,$ dan $1000.$ Keakuratan estimator $\hat{\theta}$ yang menyimpang dari parameter θ dapat dilihat dengan nilai standar error. Sedangkan konsistensi suatu estimator diperlukan untuk menjamin bahwa estimator $\hat{\theta}$ konvergen ke parameter θ yang sebenarnya.

Menentukan Parameter Rata-rata Variabel Tenaga Kerja (X_1)

Dengan menggunakan rumus untuk mean yaitu

$$\hat{\theta}_1 = \sum_{i=1}^{n} \frac{\hat{\theta}_i}{n} \tag{9}$$

Diperoleh nilai parameter murni yaitu $\hat{\theta}_1 = 3{,}601$.

Menentukan Parameter Rata-rata Variabel Volume Bahan Baku (X_2)

Dengan menggunakan rumus untuk mean yaitu

$$\hat{\theta}_2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{\hat{\theta}_i}{n} \tag{10}$$

Diperoleh nilai parameter murni yaitu $\hat{\theta}_2 = 3{,}676$.

Meresampling data dengan metode Bootstrap dan metode Jackknife. Resampling data dilakukan sebanyak $100, 200, 500, 800,$ dan 1000.

Simulasi Resampling Bootstrap

Untuk menarik sampel Bootstrap dari $F_n(x)$ ekuivalen terhadap penggambaran setiap X_i^* saat acak diantara nilai yang diobservasi $x_1, x_2, \dots, x_{133}$, karena independen ($F_n(x)$ yang diberi), kita menarik observasi dengan penggantian, dan nilai yang sama bisa diambil lebih dari satu kali. Dalam setiap simulasi, data obesrvasi independen diperoleh dari $F_n(x)$, estimasi Bootstrap selalu dikomputasi.

Berdasarkan algoritma Bootstrap dapat dihitung nilai rata-rata ($\hat{\theta}^*$), variansi ($\hat{V}^*$), satndar deviasi (S_B) dan standar error (Se_B).

***Resample* Bootstrap Variabel Tenaga Kerja (X_1)**

(1) *Resample* Bootstrap dengan B = 100

Resample dengan $B = 100$ berarti simulasi yang dilakukan untuk mendapatkan sampel Bootstrap dengan pengulangan sebanyak 100 dari sampel awal. Kemudian dihitung nilai rata-rata Bootstrap ($\hat{\theta}^*{}_1$), menggunakan persamaan (1) diperoleh nilai $\hat{\theta}^*{}_1 = 2{,}870$, nilai variansi $(\hat{V}^*{}_1)$ menggunakan persamaan (2) diperoleh nilai $\hat{V}^*{}_1 = 2{,}053$, nilai standar deviasi ($S_{B\,1}$) menggunakan persamaan (3) diperoleh nilai $S_{B\,1} = 1{,}433$ dan nilai standar error (Se_{B1}) menggunakan persamaan (5) diperoleh nilai $Se_{B1} = 0{,}143$.

(2) *Resample* Bootstrap dengan B = 200

Resample dengan $B = 200$ berarti simulasi yang dilakukan untuk mendapatkan sampel Bootstrap dengan pengulangan sebanyak 200 dari sampel awal. Kemudian dihitung nilai rata-rata Bootstrap ($\hat{\theta}^*{}_1$), menggunakan persamaan (1) diperoleh nilai $\hat{\theta}^*{}_1 = 3{,}210$, nilai variansi $(\hat{V}^*{}_1)$ menggunakan persamaan (2) diperoleh nilai $\hat{V}^*{}_1 = 4{,}267$, nilai standar deviasi ($S_{B\,1}$) menggunakan persamaan (3) diperoleh nilai $S_{B\,1} = 2{,}065$ dan nilai standar error (Se_{B1}) menggunakan persamaan (5) diperoleh nilai $Se_{B1} = 0{,}146$.

(3) *Resample* Bootstrap dengan B = 500

Resample dengan $B = 500$ berarti simulasi yang dilakukan untuk mendapatkan sampel Bootstrap dengan pengulangan sebanyak 500 dari sampel awal. Kemudian dihitung nilai rata-rata Bootstrap ($\hat{\theta}^*{}_1$), menggunakan persamaan (1) diperoleh nilai $\hat{\theta}^*{}_1 = 3{,}298$, nilai variansi $(\hat{V}^*{}_1)$ menggunakan persamaan (2) diperoleh nilai $\hat{V}^*{}_1 = 4{,}089$, nilai standar deviasi ($S_{B\,1}$) menggunakan persamaan (3) diperoleh nilai $S_{B\,1} = 2{,}022$ dan nilai standar error (Se_{B1}) menggunakan persamaan (5) diperoleh nilai $Se_{B1} = 0{,}090$.

(4) *Resample* Bootstrap dengan B = 800

Resample dengan $B = 800$ berarti simulasi yang dilakukan untuk mendapatkan sampel Bootstrap dengan pengulangan sebanyak 800 dari sampel awal. Kemudian dihitung nilai rata-rata Bootstrap ($\hat{\theta}^{*}{}_1$), menggunakan persamaan (1) diperoleh nilai $\hat{\theta}^{*}{}_1 = 3{,}487$, nilai variansi $(\hat{V}^{*}{}_1)$ menggunakan persamaan (2) diperoleh nilai $\hat{V}^{*}{}_1 = 5{,}346$, nilai standar deviasi ($S_{B\,1}$) menggunakan persamaan (3) diperoleh nilai $S_{B\,1} = 2{,}312$ dan nilai standar error (Se_{B1}) menggunakan persamaan (5) diperoleh nilai $Se_{B1} = 0{,}081$.

(5) *Resample* Bootstrap dengan B = 1000

Resample dengan $B = 1000$ berarti simulasi yang dilakukan untuk mendapatkan sampel Bootstrap dengan pengulangan sebanyak 1000 dari sampel awal. Kemudian dihitung nilai rata-rata Bootstrap ($\hat{\theta}^{*}{}_1$), menggunakan persamaan (1) diperoleh nilai $\hat{\theta}^{*}{}_1 = 3{,}441$, nilai variansi $(\hat{V}^{*}{}_1)$ menggunakan persamaan (2) diperoleh nilai $\hat{V}^{*}{}_1 = 5{,}061$, nilai standar deviasi ($S_{B\,1}$) menggunakan persamaan (3) diperoleh nilai $S_{B\,1} = 2{,}249$ dan nilai standar error (Se_{B1}) menggunakan persamaan (5) diperoleh nilai $Se_{B1} = 0{,}071$.

***Resample* Bootstrap Variabel Volume Bahan Baku ($\boldsymbol{X_2}$)**

(1) *Resample* Bootstrap dengan B = 100

Resample dengan $B = 100$ berarti simulasi yang dilakukan untuk mendapatkan sampel Bootstrap dengan pengulangan sebanyak 100 dari sampel awal. Kemudian dihitung nilai rata-rata Bootstrap ($\hat{\theta}^{*}{}_2$), menggunakan persamaan (1) diperoleh nilai $\hat{\theta}^{*}{}_2 = 2{,}734$, nilai variansi $(\hat{V}^{*}{}_2)$ menggunakan persamaan (2) diperoleh nilai $\hat{V}^{*}{}_2 = 4{,}798$, nilai standar deviasi ($S_{B\,2}$) menggunakan persamaan (3) diperoleh nilai $S_{B\,2} = 2{,}190$ dan nilai standar error (Se_{B2}) menggunakan persamaan (5) diperoleh nilai $Se_{B2} = 0{,}219$.

(2) *Resample* Bootstrap dengan B = 200

Resample dengan $B = 200$ berarti simulasi yang dilakukan untuk mendapatkan sampel Bootstrap dengan pengulangan sebanyak 200 dari sampel awal. Kemudian dihitung nilai rata-rata Bootstrap ($\hat{\theta}^{*}{}_2$), menggunakan persamaan (1) diperoleh nilai $\hat{\theta}^{*}{}_2 = 3{,}255$, nilai variansi $(\hat{V}^{*}{}_2)$ menggunakan persamaan (2) diperoleh nilai $\hat{V}^{*}{}_2 = 8{,}150$, nilai standar deviasi ($S_{B\,2}$) menggunakan persamaan (3) diperoleh nilai $S_{B\,2} = 2{,}854$ dan nilai standar error (Se_{B2}) menggunakan persamaan (5) diperoleh nilai $Se_{B2} = 0{,}201$.

(3) *Resample* Bootstrap dengan B = 500

Resample dengan $B = 500$ berarti simulasi yang dilakukan untuk mendapatkan sampel Bootstrap dengan pengulangan sebanyak 500 dari sampel awal. Kemudian dihitung nilai rata-rata Bootstrap ($\hat{\theta}^{*}{}_2$), menggunakan persamaan (1) diperoleh nilai $\hat{\theta}^{*}{}_2 = 3{,}359$, nilai variansi $(\hat{V}^{*}{}_2)$ menggunakan persamaan (2) diperoleh nilai $\hat{V}^{*}{}_2 = 8{,}206$, nilai standar deviasi ($S_{B\,2}$) menggunakan persamaan (3) diperoleh nilai $S_{B\,2} = 2{,}864$ dan nilai standar error (Se_{B2}) menggunakan persamaan (5) diperoleh nilai $Se_{B2} = 0{,}128$.

(4) *Resample* Bootstrap dengan B = 800

Resample dengan $B = 800$ berarti simulasi yang dilakukan untuk mendapatkan sampel Bootstrap dengan pengulangan sebanyak 800 dari sampel awal. Kemudian dihitung nilai rata-rata Bootstrap ($\hat{\theta}^{*}{}_2$), menggunakan persamaan (1) diperoleh nilai $\hat{\theta}^{*}{}_2 = 3{,}809$, nilai variansi $(\hat{V}^{*}{}_2)$ menggunakan persamaan (2) diperoleh nilai $\hat{V}^{*}{}_2 = 11{,}378$, nilai standar deviasi ($S_{B\,2}$) menggunakan persamaan (3) diperoleh nilai $S_{B\,2} = 3{,}373$ dan nilai standar error (Se_{B2}) menggunakan persamaan (5) diperoleh nilai $Se_{B2} = 0{,}119$.

(5) *Resample* Bootstrap dengan B = 1000

Resample dengan $B = 1000$ berarti simulasi yang dilakukan untuk mendapatkan sampel Bootstrap dengan pengulangan sebanyak 1000 dari sampel awal. Kemudian dihitung nilai rata-rata Bootstrap ($\hat{\theta}^{*}{}_1$), menggunakan persamaan (1) diperoleh nilai $\hat{\theta}^{*}{}_2 = 3{,}417$, nilai variansi $(\hat{V}^{*}{}_2)$ menggunakan persamaan (2) diperoleh nilai $\hat{V}^{*}{}_2 = 10{,}273$, nilai standar deviasi ($S_{B\,2}$) menggunakan persamaan (3) diperoleh nilai $S_{B\,2} = 3{,}205$ dan nilai standar error (Se_{B2}) menggunakan persamaan (5) diperoleh nilai $Se_{B2} = 0{,}101$.

Simulasi Resampling Jackknife

Sebagai simulasi parameter yang digunakan yaitu parameter nilai rata-rata $(\hat{\theta})$. Secara umum sampel Jackknife dapat diperoleh melalui sampel berukuran $n - d$ dari distribusi empiris $\hat{F}_n(x)$, diperoleh $X_1^J, X_2^J, \dots, X_{n-d}^J$. Untuk selanjutnya analisis statistik dilakukan berdasarkan pada sampel Jackknife berukuran $n - d$ tersebut.

Resample **Jackknnife Variabel Tenaga Kerja** $(\boldsymbol{X_1})$

(1) ***Resample*** **Jackknife dengan N = 100**

Resample dengan $N = 100$ berarti simulasi yang dilakukan untuk mendapatkan sampel Jackknife dengan penghapusan sekelompok sampel dengan pengulangan sebanyak 100 dari sampel awal. Kemudian dihitung nilai rata-rata Jackknife $(\hat{\theta}_{j1})$, menggunakan persamaan (6) diperoleh nilai $\hat{\theta}_{j1} = 3{,}210$, nilai variansi $(\hat{\sigma}_{j1}^2)$ menggunakan persamaan (7) diperoleh nilai $\hat{\sigma}_{j1}^2 = 3{,}925$, nilai standar deviasi $(S_{j\,1})$ diperoleh nilai $S_{j\,1} = 1{,}981$ dan nilai standar error $(S_{jack\,1})$ menggunakan persamaan (8) diperoleh nilai $S_{jack\,1} = 0{,}198$.

(2) ***Resample*** **Jackknife dengan N = 200**

Resample dengan $N = 200$ berarti simulasi yang dilakukan untuk mendapatkan sampel Jackknife dengan penghapusan sekelompok sampel dengan pengulangan sebanyak 200 dari sampel awal. Kemudian dihitung nilai rata-rata Jackknife $(\hat{\theta}_{j1})$, menggunakan persamaan (6) diperoleh nilai $\hat{\theta}_{j1} = 3{,}345$, nilai variansi $(\hat{\sigma}_{j1}^2)$ menggunakan persamaan (7) diperoleh nilai $\hat{\sigma}_{j1}^2 = 4{,}950$, nilai standar deviasi $(S_{j\,1})$ diperoleh nilai $S_{j\,1} = 2{,}225$ dan nilai standar error $(S_{jack\,1})$ menggunakan persamaan (8) diperoleh nilai $S_{jack\,1} = 0{,}157$.

(3) ***Resample*** **Jackknife dengan N = 500**

Resample dengan $N = 500$ berarti simulasi yang dilakukan untuk mendapatkan sampel Jackknife dengan penghapusan sekelompok sampel dengan pengulangan sebanyak 500 dari sampel awal. Kemudian dihitung nilai rata-rata Jackknife $(\hat{\theta}_{j1})$, menggunakan persamaan (6) diperoleh nilai $\hat{\theta}_{j1} = 3{,}314$, nilai variansi $(\hat{\sigma}_{j1}^2)$ menggunakan persamaan (7) diperoleh nilai $\hat{\sigma}_{j1}^2 = 4{,}796$, nilai standar deviasi $(S_{j\,1})$ diperoleh nilai $S_{j\,1} = 2{,}190$ dan nilai standar error $(S_{jack\,1})$ menggunakan persamaan (8) diperoleh nilai $S_{jack\,1} = 0{,}097$.

(4) ***Resample*** **Jackknife dengan N = 800**

Resample dengan $N = 800$ berarti simulasi yang dilakukan untuk mendapatkan sampel Jackknife dengan penghapusan sekelompok sampel dengan pengulangan sebanyak 800 dari sampel awal. Kemudian dihitung nilai rata-rata Jackknife $(\hat{\theta}_{j1})$, menggunakan persamaan (6) diperoleh nilai $\hat{\theta}_{j1} = 3{,}863$, nilai variansi $(\hat{\sigma}_{j1}^2)$ menggunakan persamaan (7) diperoleh nilai $\hat{\sigma}_{j1}^2 = 6{,}501$, nilai standar deviasi $(S_{j\,1})$ diperoleh nilai $S_{j\,1} = 2{,}501$ dan nilai standar error $(S_{jack\,1})$ menggunakan persamaan (8) diperoleh nilai $S_{jack\,1} = 0{,}088$.

(5) ***Resample*** **Jackknife dengan N = 1000**

Resample dengan $N = 1000$ berarti simulasi yang dilakukan untuk mendapatkan sampel Jackknife dengan penghapusan sekelompok sampel dengan pengulangan sebanyak 1000 dari sampel awal. Kemudian dihitung nilai rata-rata Jackknife $(\hat{\theta}_{j1})$, menggunakan persamaan (6) diperoleh nilai $\hat{\theta}_{j1} = 3{,}448$, nilai variansi $(\hat{\sigma}_{j1}^2)$ menggunakan persamaan (7) diperoleh nilai $\hat{\sigma}_{j1}^2 = 5{,}404$, nilai standar deviasi $(S_{j\,1})$ diperoleh nilai $S_{j\,1} = 2{,}324$ dan nilai standar error $(S_{jack\,1})$ menggunakan persamaan (8) diperoleh nilai $S_{jack\,1} = 0{,}073$.

Resample **Jackknife Variabel Volume Bahan Baku** $(\boldsymbol{X_2})$

(1) ***Resample*** **Jackknife dengan N = 100**

Resample dengan $N = 100$ berarti simulasi yang dilakukan untuk mendapatkan sampel Jackknife dengan penghapusan sekelompok sampel dengan pengulangan sebanyak 100 dari sampel awal. Kemudian dihitung nilai rata-rata Jackknife $(\hat{\theta}_{j2})$, menggunakan persamaan (6) diperoleh nilai $\hat{\theta}_{j2} = 3{,}040$, nilai variansi $(\hat{\sigma}_{j2}^2)$ menggunakan persamaan (7) diperoleh nilai $\hat{\sigma}_{j2}^2 = 5{,}184$, nilai standar deviasi $(S_{j\,2})$ diperoleh nilai $S_{j\,2} = 2{,}277$ dan nilai standar error $(S_{jack\,2})$ menggunakan persamaan (8) diperoleh nilai $S_{jack\,2} = 0{,}227$.

(2) ***Resample*** **Jackknife dengan N = 200**

Resample dengan $N = 200$ berarti simulasi yang dilakukan untuk mendapatkan sampel Jackknife dengan penghapusan sekelompok sampel dengan pengulangan sebanyak 200 dari sampel awal. Kemudian dihitung nilai rata-rata Jackknife ($\hat{\theta}_{j2}$), menggunakan persamaan (6) diperoleh nilai $\hat{\theta}_{j2} = 3{,}711$, nilai variansi $\left(\hat{\sigma}_{j2}^2\right)$ menggunakan persamaan (7) diperoleh nilai $\hat{\sigma}_{j2}^2 = 8{,}187$, nilai standar deviasi ($S_{j\,2}$) diperoleh nilai $S_{j\,2} = 2{,}861$ dan nilai standar error ($S_{jack\,2}$) menggunakan persamaan (8) diperoleh nilai $S_{jack\,2} = 0{,}202$.

(3) *Resample* Jackknife dengan N = 500

Resample dengan *N* = 500 berarti simulasi yang dilakukan untuk mendapatkan sampel Jackknife dengan penghapusan sekelompok sampel dengan pengulangan sebanyak 500 dari sampel awal. Kemudian dihitung nilai rata-rata Jackknife ($\hat{\theta}_{j2}$), menggunakan persamaan (6) diperoleh nilai $\hat{\theta}_{j2} = 3{,}655$, nilai variansi $\left(\hat{\sigma}_{j2}^2\right)$ menggunakan persamaan (7) diperoleh nilai $\hat{\sigma}_{j2}^2 = 8{,}450$, nilai standar deviasi ($S_{j\,2}$) diperoleh nilai $S_{j\,2} = 2{,}907$ dan nilai standar error ($S_{jack\,2}$) menggunakan persamaan (8) diperoleh nilai $S_{jack\,2} = 0{,}130$.

(4) *Resample* Jackknife dengan N = 800

Resample dengan *N* = 800 berarti simulasi yang dilakukan untuk mendapatkan sampel Jackknife dengan penghapusan sekelompok sampel dengan pengulangan sebanyak 800 dari sampel awal. Kemudian dihitung nilai rata-rata Jackknife ($\hat{\theta}_{j2}$), menggunakan persamaan (6) diperoleh nilai $\hat{\theta}_{j2} = 4{,}155$, nilai variansi $\left(\hat{\sigma}_{j2}^2\right)$ menggunakan persamaan (7) diperoleh nilai $\hat{\sigma}_{j2}^2 = 12{,}704$, nilai standar deviasi ($S_{j\,2}$) diperoleh nilai $S_{j\,2} = 3{,}564$ dan nilai standar error ($S_{jack\,2}$) menggunakan persamaan (8) diperoleh nilai $S_{jack\,2} = 0{,}126$.

(5) *Resample* Jackknife dengan N = 1000

Resample dengan *N* = 1000 berarti simulasi yang dilakukan untuk mendapatkan sampel Jackknife dengan penghapusan sekelompok sampel dengan pengulangan sebanyak 1000 dari sampel awal. Kemudian dihitung nilai rata-rata Jackknife ($\hat{\theta}_{j2}$), menggunakan persamaan (6) diperoleh nilai $\hat{\theta}_{j2} = 3{,}706$, nilai variansi $\left(\hat{\sigma}_{j2}^2\right)$ menggunakan persamaan (7) diperoleh nilai $\hat{\sigma}_{j2}^2 = 10{,}506$, nilai standar deviasi ($S_{j\,2}$) diperoleh nilai $S_{j\,2} = 3{,}241$ dan nilai standar error ($S_{jack\,2}$) menggunakan persamaan (8) diperoleh nilai $S_{jack\,2} = 0{,}102$.

Perbandingan Hasil *Resample*

Untuk memudahkan pemahaman terkait resampling Bootstrap dan Jackknife, penulis menyajikan hasil *resample* di atas dalam suatu tabel sehingga dapat dibandingkan nilai-nilai yang diperoleh dari setiap *resample*. Hasil *resample* tersebut dapat dilihat pada Tabel 2, Tabel 3, Tabel 4 dan Tabel 5.

Tabel 2. Hasil *Resample* Bootstrap (X_1)

Resample Bootstrap	$\hat{\theta}^*{}_1$	$\hat{V}^*{}_1$	$S_{B\,1}$	Se_{B1}
Data asli	3,601	5,567	2,354	0,204
Bootstrap 100	2,870	2,053	1,433	0,143
Bootstrap 200	3,210	4,267	2,065	0,146
Bootstrap 500	3,298	4,089	2,022	0,090
Bootstrap 800	3,487	5,346	2,312	0,081
Bootstrap 1000	3,441	5,061	2,249	0,071

Tabel 3. Hasil *Resample* Bootstrap (X_2)

Resample Bootstrap	$\hat{\theta}^*{}_2$	$\hat{V}^*{}_2$	$S_{B\,2}$	Se_{B2}
Data asli	3,676	9,458	3,075	0,266
Bootstrap 100	2,734	4,798	2,190	0,219
Bootstrap 200	3,255	8,150	2,854	0,201
Bootstrap 500	3,359	8,206	2,864	0,128
Bootstrap 800	3,809	11,378	3,373	0,119
Bootstrap 1000	3,417	10,273	3,205	0,101

Tabel 4. Hasil *Resample* Jackknife (X_1)

Resample Jackknife	$\hat{\theta}_{j1}$	$\hat{\sigma}_{j1}^2$	$S_{j\,1}$	S_{jack1}
Data asli	3,601	5,567	2,354	0,204
Jackknife 100	3,21	3,925	1,981	0,198
Jackknife 200	3,345	4,950	2,225	0,157
jackknife 500	3,314	4,796	2,190	0,097
Jackknife 800	3,863	6,501	2,501	0,088
Jackknife 1000	3,448	5,404	2,324	0,073

Tabel 5. Hasil *Resample* Jackknife (X_2)

Resample Jackknife	$\hat{\theta}_{j2}$	$\hat{\sigma}_{j2}^2$	$S_{j\,2}$	S_{jack2}
Data asli	3,676	9,458	3,075	0,266
Jackknife 100	3,040	5,184	2,277	0,227
Jackknife 200	3,711	8,187	2,861	0,202
Jackknife 500	3,655	8,450	2,907	0,130
Jackknife 800	4,155	12,704	3,564	0,126
Jackknife 1000	3,706	10,506	3,241	0,102

Tabel 2, Tabel 3, Tabel 4, dan Tabel 5 menunjukkan bahwa standar eror yang dihitung dengan simulasi program *R 2.10.0* menunjukkan standar error terkecil diperoleh dengan menggunakan metode Bootstrap. Jika dicermati semakin banyak ukuran sampel maka nilai standar error yang dihasilkan akan semakin kecil. Hal ini berarti bahwa metode Bootstrap lebih teat digunakan karena metode Bootstrap menghasilkan nilai standar error yang relatif kecil dibandingkan metode Jackknife. Nilai standar error dapat digunakan untuk mengontrol suatu ukuran sampel. Standar error juga dapat menentukan tingkat fluktuasi dari suatu penduga. Standar error juga dapat diinterpretasikan seberapa akurat suatu penduga dalam menduga parameter. Hal ini sesuai dengan pendapat Suparti (2007), suatu estimator dikatakan estimator terbaik jika besarnya tingkat kesalahan semakin kecil (Sutarno, 2010).

SIMPULAN

Penelitian ini memberikan hasil perhitungan estimasi *skewness* (kemiringan) dengan metode Bootstrap dan metode Jackknife berdasarkan teknik resampling. Berdasarkan resampling tersebut diperoleh hasil estimator terbaik diperoleh dengan menggunakan metode Bootstrap karena metode Bootstrap menghasilkan nilai stnadar error terkecil disbanding metode Jackknife. menghasilkan nilai standar error terkecil yaitu dengan standar eror untuk variabel (X_1) dengan $B = 1000$ menghasilkan nilai $Se_{B1} = 0{,}071$ dan standar eror untuk variabel (X_2) dengan $B = 1000$ menghasilkan nilai $Se_{B2} = 0{,}101$.

DAFTAR PUSTAKA

Cynthia, A. 2015. *Analisis Perbandingan Menggunakan ARIMA dan Bootstrap pada Peramalan Nilai Ekspor Indonesia.* Skripsi. Semarang: Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Semarang.

Efron, B. and Tibshirani, R. J. 1993. *An Ind]troduction to be Bootstrap.* Chapman and Hall. New York.

Efron, B & R.J. Tibshirani. 1998. *An Introduction to the Bootstrap.* United States of America: CRC press LCC.

Mangunwidjaja, D. dan Illah S. 2005. *Pengantar Teknologi Pertanian*. Penebar Swadaya. Jakarta.

Rukmana. 2000. Gladiol, *Prospek Agribisnis dan Teknik Budidaya*. Penerbit Kamisius. Yogyakarta.

Sarwanto, B., dan Saragih, Y.P. 2001. *Membuat Aneka Tahu*. Penebar Swadaya Press. Jakarta.

Sembiring, A. 2014. *Estimasi Bias Menggunakan Bootstrap dan Jackknife.* Tesis. Medan: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Sumatera Utara.

Shao, J. and Tu, D. 1995. *The Jackknife dan Bootstrap.* Springer-Verlag. New York.

Sutarno. 2010. *Penggunaan Metode Bootstrap dalam Statistika Inferensi.* Skripsi. Semarang: Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Semarang.