



PERBANDINGAN METODE *WEIGHTED FUZZY TIME SERIES, SEASONAL ARIMA, DAN HOLT-WINTER'S EXPONENTIAL SMOOTHNG* UNTUK MERAMALKAN DATA MUSIMAN

Addinul Assidiq[✉], Putriaji Hendikawati, Nurkaromah Dwidayati

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Semarang, Indonesia
Gedung D7 Lt.1, Kampus Sekaran Gunungpati, Semarang, 50229

Info Artikel

Sejarah Artikel:

Diterima

Disetujui

Dipublikasikan

Abstrak

Penelitian ini mengkaji tentang perbandingan metode *Weighted Fuzzy Time Series, Seasonal ARIMA*, dan *Holt-Winter's Exponential Smoothing* untuk meramalkan data musiman. Penelitian ini menggunakan data pengunjung pariwisata Bali periode Januari 2009 s.d Desember 2013. Analisis metode *Holt-Winter's Exponential Smoothing* menggunakan *trial and error* dengan kriteria MAPE dan MSE terkecil untuk mencari model terbaik. Diperoleh model terbaik dengan nilai α adalah 0,6, β adalah 0,1, dan γ adalah 0,1 serta menghasilkan RMSE dan MAPE sebesar 23165,04 dan 6,32. Analisis metode *Seasonal ARIMA* menggunakan estimasi model dengan kriteria MSE terkecil dan signifikansi model untuk mencari model terbaik. Diperoleh model terbaik SARIMA (1,1,1)(0,1,1)₁₂ serta menghasilkan nilai RMSE dan MAPE sebesar 20499,69 dan 5,27. Pada metode *Weighted Fuzzy Time Series* dengan panjang interval 5000 menghasilkan nilai RMSE dan MAPE sebesar 17953,55 dan 4,87, panjang interval 7500 menghasilkan nilai RMSE dan MAPE sebesar 18992,53 dan 5,61, serta panjang interval 15000 menghasilkan nilai RMSE dan MAPE sebesar 21026,11 dan 6,21. Berdasarkan hasil penelitian dapat disimpulkan bahwa metode *Weighted Fuzzy Time Series* merupakan metode terbaik untuk meramalkan data musiman karena memiliki nilai akurasi ramalan RMSE dan MAPE lebih kecil.

Abstract

This research studied the comparison of methods is *Weighted Fuzzy Time Series, Seasonal ARIMA* and *Holt-Winter's Exponential Smoothing* for seasonal forecast data. The comparison is forecast accuracy RMSE and MAPE. This research used Bali's tourism visitors data in period January 2009 to December 2013. Analysis methods *Holt-Winter's Exponential Smoothing* using trial and error with the smallest MSE and MAPE criteria to find the best model. The best model is obtained with a value of α is 0,6, β is 0,1, and γ is 0,1, and value of RMSE and MAPE is 23165,04 and 6,32. The analysis method *Seasonal ARIMA* used model estimation with the smallest MSE criteria and significance of the model to find the best model. Retrieved best model SARIMA (1,1,1)(0,1,1)₁₂ and value of RMSE and MAPE is 20499,69 and 5,27. Methods *Weighted Fuzzy Time Series* n the long interval of 5000 resulted in the value of RMSE and MAPE is 17953,55 and 4,87, interval lenght of 7500 resulted in the value of RMSE and MAPE is 18992,53 and 5,61, and interval lenght of 15000 resulted in the value of RMSE and MAPE is 21026,11 and 6,21. Based on the results of this research concluded that the method of *Weighted Fuzzy Time Series* is the best method used forecasting seasonal data because it has the accuracy of the forecast RMSE and MAPE are smaller.

How to Cite

Assidiq A., Hendikawati P., & Dwidayati N. (2017). Perbandingan Metode Weighted Fuzzy Time Series, Seasonal Arima, dan Holt-Winter's Exponential Smoothng untuk Meramalkan Data Musiman. *Unnes Journal of Mathematics*, 6(2): 129-142.

PENDAHULUAN

Runtun waktu (*time series*) adalah suatu rangkaian pengamatan berdasarkan urutan waktu dari karakteristik kuantitatif dari suatu atau kumpulan kejadian yang diambil dalam periode waktu tertentu. Untuk memahami karakteristik-karakteristik yang dimiliki oleh suatu data runtun waktu, para peneliti telah mengadopsi metode-metode analisis data runtun waktu (*time series analysis*) dengan tujuan agar dapat menemukan suatu keteraturan atau pola yang dapat digunakan dalam peramalan kejadian mendatang.

Ada beberapa metode dalam peramalan data runtun waktu berpola musiman yaitu *Seasonal ARIMA*, *Holt-Winter's Exponential Smoothing*, dan *Weighted Fuzzy Time Series* (WFTS) dan lain sebagainya.

Weighted Fuzzy Time Series (WFTS) merupakan salah satu perkembangan dari teori himpunan *Fuzzy* yang digunakan untuk peramalan runtun waktu. Metode WFTS dapat digunakan untuk meramalkan data musiman dan non musiman, metode ini pernah digunakan untuk meramalkan inflasi Indonesia (Lusia & Suhartono, 2013) dan memprediksi saham dan temperatur (Chen & Hwang, 2000). Kelebihan dari metode *Weighted Fuzzy Time Series* adalah dapat digunakan untuk meramalkan data musiman dan non musiman tanpa membedakan jenis pola datanya.

Holt-Winter's Exponential Smoothing adalah metode yang serupa dengan metode *Holt's Exponential Smoothing* dengan satu persamaan tambahan untuk mengatasi pola musiman (Makridakis, 1999). Metode *Holt-Winter's Exponential Smoothing* pernah digunakan untuk meramalkan jumlah kedatangan dan keberangkatan penumpang domestik pada PT. Angkasa Pura I Bandara Adisutjipto Yogyakarta (Munawaroh, 2010). Kelebihan dari metode ini adalah kemudahan dalam operasi yang relatif rendah.

Seasonal ARIMA adalah metode perkembangan dari metode ARIMA untuk meramalkan data yang berpola musiman. Metode ini pernah digunakan untuk meramalkan jumlah kedatangan dan keberangkatan penumpang domestik pada PT. Angkasa Pura I Bandara Adisutjipto Yogyakarta (Munawaroh, 2010) yang kemudian dibandingkan dengan metode *Holt-Winter's Exponential Smoothing*. Kelebihan dari metode *Seasonal ARIMA* adalah relatif mudah diaplikasikan untuk memprediksi data runtun waktu berpola musiman.

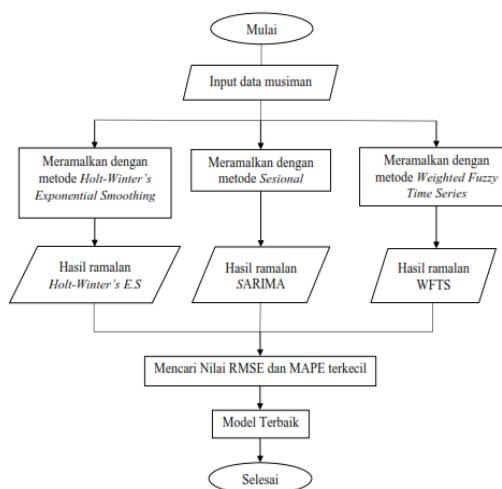
Oleh sebab adanya berbagai metode peramalan data musiman sehingga terdapat banyak pilihan metode yang dapat digunakan. Oleh karena itu perlu dilakukan perbandingan metode peramalan data berpola musiman. Pada penelitian ini dilakukan perbandingan metode antara *Weighted Fuzzy Time Series*, *Holt-Winter's Exponential Smoothing*, dan *Seasonal ARIMA*.

Penelitian ini mempunyai tujuan: (1) Mengetahui bagaimana model dan ramalan 12 periode ke depan data musiman dengan metode *Holt-Winter's Exponential Smoothing*. (2) Mengetahui bagaimana model dan hasil ramalan 12 periode ke depan data musiman dengan metode *Seasonal ARIMA*. (3) Mengetahui bagaimana hasil ramalan 12 periode ke depan dengan metode *Weighted Fuzzy Time Series*. (4) Mengetahui metode terbaik dari hasil perbandingan metode *Weighted Fuzzy Time Series*, *Holt-Winter's Exponential Smoothing*, dan *Seasonal ARIMA* untuk meramalkan data musiman.

METODE

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder, yaitu data bulanan pengunjung pariwisata Bali periode Januari 2009 s.d Desember 2013 yang memiliki pola musiman. Data dibagi menjadi dua bagian yaitu data *training* dan data *testing*. Data *training* adalah data yang digunakan untuk memodelkan peramalan yaitu Januari 2009 s.d Desember 2012, sedangkan data *testing* adalah data yang digunakan untuk membandingkan nilai RMSE dan MAPE dari hasil ramalan yaitu Januari 2013 s.d Desember 2013. *Software* yang digunakan dalam penelitian ini yaitu minitab 16.

Langkah-langkah penyelesaian masalah yaitu: (1) menyiapkan data musiman; (2) meramalkan data musiman dengan metode *Holt-Winter's Exponential Smoothing*; (3) mencari nilai RMSE dan MAPE dari peramalan dengan metode *Holt-Winter's Exponential Smoothing*; (4) meramalkan data musiman dengan metode *Seasonal ARIMA*; (5) mencari nilai RMSE dan MAPE dari peramalan dengan metode *Seasonal ARIMA*; (6) meramalkan data musiman dengan metode *Weighted Fuzzy Time Series*; (7) mencari nilai RMSE dan MAPE dari peramalan dengan metode *Weighted Fuzzy Time Series*; (8) membandingkan nilai RMSE dan MAPE dari ketiga metode peramalan untuk memperoleh metode peramalan terbaik. Kriteria yang digunakan untuk menentukan model terbaik adalah RMSE dan MAPE terkecil. Adapun diagram alir dari penyelesaian masalah dapat dilihat pada Gambar 1.



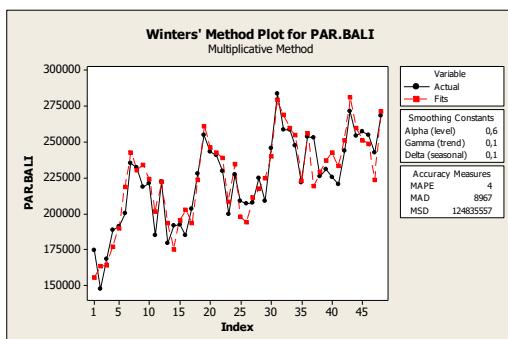
Gambar 1. Diagram alir penyelesaian masalah

HASIL DAN PEMBAHASAN

HASIL

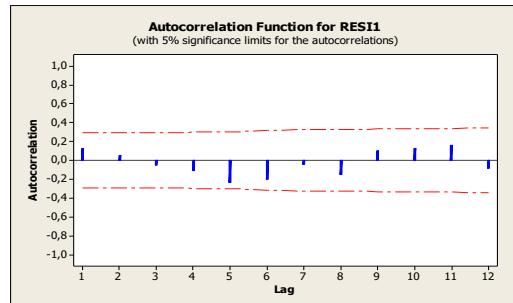
Peramalan dengan Metode Holt-Winter's Exponential Smoothing

Berdasarkan *trial and error* diperoleh hasil estimasi model terbaik untuk nilai konstanta pemulusan asli (α) adalah 0,6, nilai pemulusan musiman (β) adalah 0,1, dan nilai pemulusan pola *trend* (γ) adalah 0,1 serta menghasilkan nilai MSE dan MAPE sebesar 124835557 dan 4. Output estimasi model terbaik dapat dilihat pada gambar 2



Gambar 2. Output Estimasi Model Terbaik

Setelah mendapatkan dugaan model terbaik, maka perlu diuji apakah *error* (residu) bersifat *random*. Pengujian dilakukan dengan uji autokorelasi, berdasarkan uji Autocorrelation (ACF) pada data *error* atau residu (RES1) terlihat bahwa semua bar (besar korelasi pada lag tertentu) pada plot ACF RES1 tidak ada yang melewati garis merah, hal ini menunjukkan *error*/residu bersifat *random* dan tidak ada korelasi yang nyata antar *error*. Plot ACF RES1 dapat dilihat pada gambar 3.



Gambar 3. Plot data ACF RES1

Berdasarkan analisis di atas, diperoleh model terbaik *Holt-Winter's Exponential Smoothing* $\alpha=0,6$, $\beta=0,1$, $\gamma=0,1$ telah memenuhi uji autokoreasi sehingga model terbaik dapat dibentuk persamaan sebagai berikut.

- Pemulusan eksponensial data asli

$$S_t = \alpha \frac{X_t}{I_{t-L}} + (1 - \alpha)(S_{t-1} + b_{t-1})$$

$$S_t = (0,6) \frac{X_t}{I_{t-12}} + (0,4)(S_{t-1} + b_{t-1})$$

- Pemulusan pola *trend*

$$b_t = \gamma(S_t - S_{t-1}) + (1 - \gamma)b_{t-1}$$

$$b_t = (0,1)(S_t - S_{t-1}) + (0,9)b_{t-1}$$

- Pemulusan pola musiman

$$I_t = \beta \frac{X_t}{S_t} + (1 - \beta)I_{t-L}$$

$$I_t = (0,1) \frac{X_t}{S_t} + (0,9)I_{t-12}$$

- Peramalan m periode kedepan

$$\begin{aligned} F_{t+m} &= (S_t + b_t m) I_{t-L+m} \\ F_{t+m} &= (S_t + b_t m) I_{t-12+m} \end{aligned} \quad (1.1)$$

Dari persamaan di atas dapat ditentukan hasil ramalan data *training* dan hasil ramalan data *testing*. Hasil ramalan 12 periode ke depan untuk data *testing* dapat dilihat pada tabel 1.

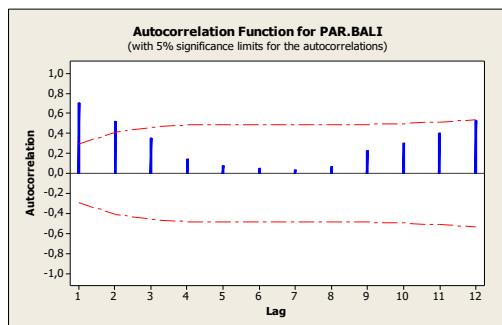
Tabel 1. Hasil Ramalan 12 Periode ke depan untuk data *testing*

Periode	Data aktual	Forecast
Jan-13	232935	233594
Feb-13	241868	220081
Mar-13	252210	227892
Apr-13	242369	235302
Mei-13	247972	236094
Jun-13	275667	263748
Jul-13	297878	301086
Agu-13	309219	285598
Sep-13	305629	282670
Okt-13	266562	277281
Nov-13	307276	247270
Des-13	299013	283884

Dari hasil ramalan data *testing* dapat ditentukan nilai MAPE dan RMSE. Berdasarkan perhitungan diperoleh nilai akurasi ramalan RMSE = 23165,04 dan MAPE = 6,32.

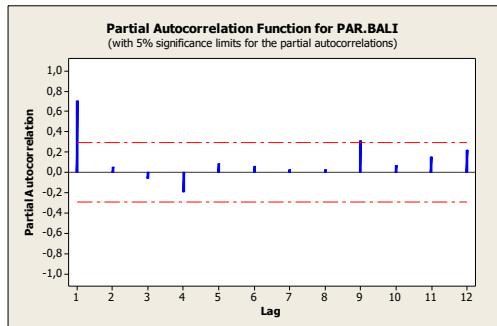
Peramalan dengan Metode Seasonal ARIMA Identifikasi

Pada proses ini melihat hasil dari autokorelasi (ACF) dan autokorelasi parsial (PACF) pada data training. Tujuan dari proses ini adalah untuk melihat apakah data stasioner dan data tidak ada gejala autokorelasi, jika pada data *training* tidak stasioner dan ada gejala autokoreasi maka perlu dilakukan *differencing*. Plot ACF dapat dilihat pada gambar 4.



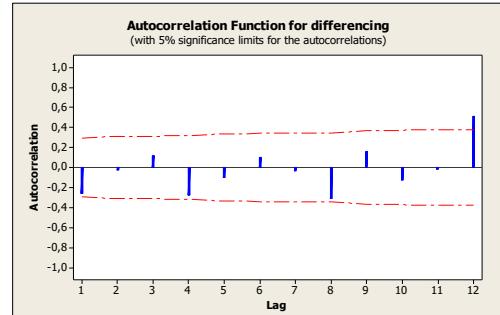
Gambar 4. Plot ACF data *training*

Sedangkan plot PACF dapat dilihat pada gambar 5.



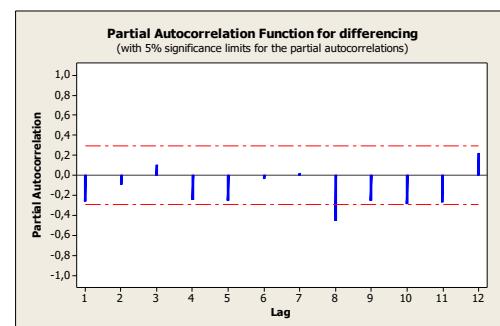
Gambar 5. Plot PACF data *training*

Terlihat bahwa pada plot ACF pada gambar 4 menunjukkan menurun lambat secara eksponensial mendekati nol yang berarti data tidak stasioner. Pada plot ACF dan plot PACF ada hasil autokorelasi (berupa bar warna biru) yang melewati garis batas warna merah. Hal ini menunjukkan data ada gejala autokorelasi. Oleh sebab data tidak stasioner dan ada gejala autokorelasi sehingga data *training* perlu dilakukan *differencing*. Hasil *differencing* pada data *training* untuk plot ACF dapat dilihat pada gambar 6.



Gambar 6. Plot ACF data yang *differencing*

Sedangkan hasil *differencing* pada data *training* untuk plot PACF dapat dilihat pada gambar 7



Gambar 7. Plot PACF data yang *differencing*

Setelah dilakukan proses *differencing* pada data *training* terlihat pada plot ACF dan plot PACF hasil autokorelasi berada pada sekitar garis merah. Hal ini menunjukkan data stasioner dan tidak ada gejala autokorelasi. Oleh karena itu estimasi model *Seasonal ARIMA* cenderung dengan *differencing* $d=1$.

Estimasi Model Seasonal ARIMA

Berdasarkan hasil estimasi dengan kriteria MSE terkecil dan signifikansi model diperoleh model *Seasonal ARIMA* terbaik adalah SARIMA $(1,1,1)(0,1,1)_{12}$. Output model terbaik dapat dilihat pada gambar 8.

SARIMA $(1,1,1)(0,1,1)_{12}$				
Final Estimates of Parameters				
Type	Coef	SE Coef	T	P
AR 1	0,4496	0,1870	2,40	0,022
MA 1	1,1038	0,0788	14,00	0,000
SMA 12	0,7966	0,2005	3,97	0,000
Constant	-14,502	1,526	-9,51	0,000

Differencing:	1 regular, 1 seasonal of order 12
Number of observations:	Original series 48, after differencing 35
Residuals:	SS = 2724960802 (backforecasts excluded) MS = 87901961 DF = 31
Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic	
Lag	12 24 36 48
Chi-Square	5,2 14,6 * *
DF	8 20 * *
P-Value	0,738 0,801 * *

Gambar 8. Output Estimasi Model Terbaik *Seasonal ARIMA*

Dari model terbaik SARIMA $(1,1,1)(0,1,1)_{12}$ di atas diketahui faktor AR tidak musiman $\varphi(B) = 1$, faktor AR musiman (SAR) $\Phi(B^s) = 0$, faktor MA tidak musiman $\theta(B) = 1$, faktor MA musiman (SMA) $\Theta(B^s) = 1$, banyak differencing $d = 1$, banyak differencing musiman $D = 1$, dan jumlah periode per musiman $s = 12$. Oleh sebab faktor AR musiman (SAR) $\Phi(B^s) = 0$ maka dalam persamaan dapat diabaikan, sehingga dapat dibentuk persamaan seperti berikut.

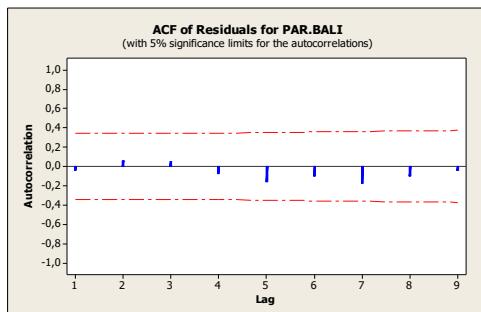
$$\begin{aligned} & \Phi(B^s)\varphi(B)(1-B)^d(1-B^s)^D \bar{Z}_t = \theta(B)\Theta(B^s)a_t \\ & \Leftrightarrow \varphi(B)(1-B)^d(1-B^s)^D \bar{Z}_t = \theta(B)\Theta(B^s)a_t \\ & \Leftrightarrow \varphi_1(B)(1-B)(1-B^{12}) \bar{Z}_t = \theta_1(B)\theta(B^{12})a_t \\ & \Leftrightarrow (1-\varphi_1B)(1-B)(1-B^{12}) \bar{Z}_t = (1-\theta_1B)(1-\theta_1B^{12})a_t \\ & \Leftrightarrow (1-(\varphi_1+1)B + \varphi_1B^2 - B^{12} + (\varphi_1+1)B^{13} - \varphi_1B^{14}) \bar{Z}_t = (1-\theta_1B - \theta_1B^{12} + \theta_1\theta_1B^{13})a_t \\ & \Leftrightarrow \bar{Z}_t - (\varphi_1+1)\bar{Z}_{t-1} + \varphi_1\bar{Z}_{t-2} - \bar{Z}_{t-12} + (\varphi_1+1)\bar{Z}_{t-13} - \varphi_1\bar{Z}_{t-14} = a_t - \theta_1a_{t-1} - \theta_1a_{t-12} + \theta_1\theta_1a_{t-13} \end{aligned}$$

Dari model terbaik diketahui nilai koefisien AR(1) adalah $\varphi_1 = 0,4496$, nilai koefisien MA(1) adalah $\theta_1 = 1,1038$, dan nilai koefisien SMA(12) adalah $\theta_1 = 0,7966$ sehingga persamaannya menjadi

$$\begin{aligned} & \Leftrightarrow \bar{Z}_t = (1,4496)\bar{Z}_{t-1} - (0,4496)\bar{Z}_{t-2} + \\ & \quad \bar{Z}_{t-12} - (1,4496)\bar{Z}_{t-13} + \\ & \quad (0,4496)\bar{Z}_{t-14} + a_t - (1,1038)a_{t-1} - \\ & \quad (0,7966)a_{t-12} + (0,8793)a_{t-13} \end{aligned} \quad (1.2)$$

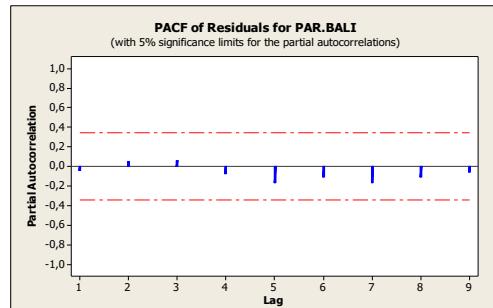
Diagnostic Checking

Pada proses ini dilakukan pengujian untuk kelayakan model terbaik yang telah diperoleh. Diuji stasioner dan autokorelasinya, hasil dari uji stasioner dan autokorelasi dapat dilihat pada plot ACF dan plot PACF dari model terbaik. Plot ACF model terbaik dapat dilihat pada gambar 9.



Gambar 9. Plot ACF model terbaik

Sedangkan plot PACF dari model terbaik dapat dilihat pada gambar 10.



Gambar 10. Plot PACF model terbaik

Terlihat pada plot ACF dan plot PACF model terbaik tidak ada bar warna biru yang melampaui garis merah. Hal ini menunjukkan model terbaik SARIMA $(1,1,1)(0,1,1)_{12}$ stasioner dan tidak ada gejala autokorelasi. Dengan kata lain residu dari model terbaik SARIMA $(1,1,1)(0,1,1)_{12}$ bersifat *random*, sehingga model dapat digunakan untuk prediksi atau ramalan. Hasil ramalan 12 periode ke depan untuk data *testing* model SARIMA $(1,1,1)(0,1,1)_{12}$ dapat dilihat pada tabel 2.

Tabel 2. Hasil Ramalan 12 Periode ke depan untuk data *testing*

Periode	Data aktual	Forecast
Jan-13	232935	245534
Feb-13	241868	235445
Mar-13	252210	240072
Apr-13	242369	247978
Mei-13	247972	244246
Jun-13	275667	270775
Jul-13	297878	303683
Agu-13	309219	286697
Sep-13	305629	284253
Okt-13	266562	277348
Nov-13	307276	250928
Des-13	299013	280657

Dari hasil ramalan data *testing* dapat ditentukan nilai RMSE dan MAPE. Berdasarkan perhitungan diperoleh nilai RMSE dan MAPE model terbaik SARIMA $(1,1,1)(0,1,1)_{12}$ adalah 20499,69 dan 5,27.

Peramalan dengan Metode Weighted Fuzzy Time Series

Mendefinisikan Himpunan Sampel

Pada data pengunjung pariwisata Bali periode Januari 2009 s.d Desember 2103 dapat didefinisikan bahwa jumlah pengunjung pariwisata Bali terbanyak $D_{max} = 309219$ dan

Jumlah pengunjung pariwisata Bali terendah $D_{min} = 147704$, maka dapat didefinisikan himpunan sampel $U = [D_{min} - D_1, D_{max} + D_2] = [145000, 310000]$ dengan $D_1 = 2704$ dan $D_2 = 781$. Himpunan sampel $U = [145000, 310000]$ dibagi menjadi tiga bagian dengan panjang interval masing-masing bagian adalah 5000, 7500, dan 15000. Setiap bagian pada himpunan sampel mempunyai himpunan *fuzzy* tersendiri tergantung pada panjang intervalnya.

Menetukan Himpunan Fuzzy

Pada proses ini himpunan sampel $U = [145000, 310000]$ dibagi menjadi tiga bagian dengan panjang interval pada setiap bagian masing-masing adalah 5000, 7500, dan 15000. Pada setiap bagian himpunan sampel $U = [145000, 310000]$ dibagi menjadi beberapa sub himpunan dengan panjang interval pada tiap-tiap sub himpunan sama. Setelah menentukan himpunan *fuzzy* maka fuzzyfikasikan data aktual pada tiap-tiap sub himpunan *fuzzy*. Hasil himpunan *fuzzy* untuk panjang interval 5000 dapat dilihat pada tabel 3.

Tabel 3. Himpunan *Fuzzy* dengan Panjang Interval 5000

Himpunan <i>Fuzzy</i> Panjang Interval 5000		
$u_1 = [145000, 150000]$	$u_{12} = [200000, 205000]$	$u_{23} = [255000, 260000]$
$u_2 = [150000, 155000]$	$u_{13} = [205000, 210000]$	$u_{24} = [260000, 265000]$
$u_3 = [155000, 160000]$	$u_{14} = [210000, 215000]$	$u_{25} = [265000, 270000]$
$u_4 = [160000, 165000]$	$u_{15} = [215000, 220000]$	$u_{26} = [270000, 275000]$
$u_5 = [165000, 170000]$	$u_{16} = [220000, 225000]$	$u_{27} = [275000, 280000]$
$u_6 = [170000, 175000]$	$u_{17} = [225000, 230000]$	$u_{28} = [280000, 285000]$
$u_7 = [175000, 180000]$	$u_{18} = [230000, 235000]$	$u_{29} = [285000, 290000]$
$u_8 = [180000, 185000]$	$u_{19} = [235000, 240000]$	$u_{30} = [290000, 295000]$
$u_9 = [185000, 190000]$	$u_{20} = [240000, 245000]$	$u_{31} = [295000, 300000]$
$u_{10} = [190000, 195000]$	$u_{21} = [245000, 250000]$	$u_{32} = [300000, 305000]$
$u_{11} = [195000, 200000]$	$u_{22} = [250000, 255000]$	$u_{33} = [305000, 310000]$

Hasil himpunan *fuzzy* untuk panjang interval 7500 dapat dilihat pada tabel 4.

Tabel 4. Himpunan *Fuzzy* dengan Panjang Interval 7500

Himpunan <i>Fuzzy</i> Panjang Interval 7500		
$u_1 = [145000, 152500]$	$u_{12} = [227500, 235000]$	
$u_2 = [152500, 160000]$	$u_{13} = [235000, 242500]$	
$u_3 = [160000, 167500]$	$u_{14} = [242500, 250000]$	
$u_4 = [167500, 175000]$	$u_{15} = [250000, 257500]$	
$u_5 = [175000, 182500]$	$u_{16} = [257500, 265000]$	
$u_6 = [182500, 190000]$	$u_{17} = [265000, 272500]$	
$u_7 = [190000, 197500]$	$u_{18} = [272500, 280000]$	
$u_8 = [197500, 205000]$	$u_{19} = [280000, 287500]$	
$u_9 = [205000, 212500]$	$u_{20} = [287500, 295000]$	
$u_{10} = [212500, 220000]$	$u_{21} = [295000, 302500]$	
$u_{11} = [220000, 227500]$	$u_{22} = [302500, 310000]$	

Hasil himpunan *fuzzy* untuk panjang interval 15000 dapat dilihat pada tabel 5.

Tabel 5. Himpunan *Fuzzy* dengan Panjang Interval 15000

Himpunan <i>Fuzzy</i> Panjang Interval 15000		
$u_1 = [145000, 160000]$	$u_7 = [235000, 250000]$	
$u_2 = [160000, 175000]$	$u_8 = [250000, 265000]$	
$u_3 = [175000, 190000]$	$u_9 = [265000, 280000]$	
$u_4 = [190000, 205000]$	$u_{10} = [280000, 295000]$	
$u_5 = [205000, 220000]$	$u_{11} = [295000, 310000]$	
$u_6 = [220000, 235000]$		

Sedangkan hasil *fuzzyifikasi* berdasarkan panjang interval dapat dilihat pada tabel 6.

Tabel 6. *Fuzzyifikasi* Himpunan *Fuzzy* Berdasarkan Panjang Interval

Periode	Pengunjung pariwisata Bali	<i>Fuzzifikasi</i>		
		5000	7500	15000
Jan-09	174541	A ₆	A ₄	A₃
Feb-09	147704	A ₁	A ₁	A₁
Mar-09	168205	A ₅	A ₄	A₂
Apr-09	188776	A ₉	A ₆	A₃
Mei-09	190803	A ₁₀	A ₇	A₄
Jun-09	200566	A ₁₃	A ₉	A₅
Jul-09	235198	A ₁₉	A ₁₃	A₇
Agu-09	232255	A ₁₈	A ₁₃	A₆
Sep-09	218443	A ₁₅	A ₁₀	A₅
Okt-09	221282	A ₁₆	A ₁₁	A₆
Nov-09	184803	A ₈	A ₆	A₃
Des-09	222546	A ₁₆	A ₁₁	A₆
Jan-10	179273	A ₇	A ₅	A₃
Feb-10	191926	A ₁₀	A ₇	A₄
Mar-10	192579	A ₁₀	A ₇	A₄
Apr-10	184907	A ₈	A ₆	A₃
Mei-10	203388	A ₁₂	A ₈	A₄
Jun-10	228045	A ₁₇	A ₁₂	A₆
Jul-10	254907	A ₂₂	A ₁₅	A₈
Agu-10	243154	A ₂₀	A ₁₄	A₇
Sep-10	240947	A ₂₀	A ₁₃	A₇
Okt-10	229904	A ₁₇	A ₁₂	A₆
Nov-10	199861	A ₁₁	A ₈	A₄
Des-10	227251	A ₁₇	A ₁₁	A₆
Jan-11	209093	A ₁₃	A ₉	A₅
Feb-11	207195	A ₁₃	A ₉	A₅
Mar-11	207907	A ₁₃	A ₉	A₅
Apr-11	224704	A ₁₆	A ₁₁	A₆
Mei-11	209058	A ₁₃	A ₉	A₅
Jun-11	245652	A ₂₁	A ₁₄	A₇
Jul-11	283524	A ₂₈	A ₁₉	A₁₀
Agu-11	258377	A ₂₃	A ₁₆	A₈
Sep-11	258440	A ₂₃	A ₁₆	A₈
Okt-11	247565	A ₂₁	A ₁₄	A₇
Nov-11	221603	A ₁₆	A ₁₁	A₆
Des-11	253591	A ₂₂	A ₁₅	A₈
Jan-12	253286	A ₂₂	A ₁₅	A₈
Feb-12	225993	A ₁₇	A ₁₁	A₆
Mar-12	230957	A ₁₈	A ₁₂	A₆
Apr-12	225488	A ₁₇	A ₁₁	A₆
Mei-12	220700	A ₁₆	A ₁₁	A₆
Jun-12	244080	A ₂₀	A ₁₄	A₇
Jul-12	271512	A ₂₆	A ₁₇	A₉
Agu-12	254079	A ₂₂	A ₁₅	A₈
Sep-12	257363	A ₂₃	A ₁₅	A₈
Okt-12	255021	A ₂₃	A ₁₅	A₈
Nov-12	242781	A ₂₀	A ₁₄	A₇
Des-12	268072	A ₂₅	A ₁₇	A₉
Jan-13	232935	A ₁₈	A ₁₂	A₆
Feb-13	241868	A ₂₀	A ₁₃	A₇
Mar-13	252210	A ₂₂	A ₁₅	A₈

Lanjutan tabel 6

Periode	Pengunjung pariwisata Bali	Fuzzifikasi		
		5000	7500	15000
Apr-13	242369	A_{20}	A_{13}	A_7
Mei-13	247972	A_{21}	A_{14}	A_7
Jun-13	275667	A_{27}	A_{18}	A_9
Jul-13	297878	A_{31}	A_{21}	A_{11}
Agu-13	309219	A_{33}	A_{22}	A_{11}
Sep-13	305629	A_{33}	A_{22}	A_{11}
Okt-13	266562	A_{25}	A_{17}	A_9
Nov-13	307276	A_{33}	A_{22}	A_{11}
Des-13	299013	A_{31}	A_{21}	A_{11}

Menentukan Fuzzy Logical Relationship (FLR) dan Fuzzy Logical Relationship Group (FLRG)

Pada proses FLR himpunan sampel *fuzzy* yang sudah difuzzyfikasi dihubungkan berdasarkan data historis atau *fuzzy time series* dengan hubungan $F(t-1) \rightarrow F(t)$, sedangkan pada proses FLRG mengelompokkan FLR yang sama berdasarkan historis datanya.

Fuzzy Logical Relationship (FLR)

Hasil FLR untuk panjang interval 5000 dapat dilihat pada tabel 7.

Tabel 7. FLR dengan panjang interval 5000

FLR Panjang Interval 5000				
$A_6 \rightarrow A_1$	$A_7 \rightarrow A_{10}$	$A_{13} \rightarrow A_{13}$	$A_{22} \rightarrow A_{17}$	$A_{18} \rightarrow A_{20}$
$A_1 \rightarrow A_5$	$A_{10} \rightarrow A_{10}$	$A_{13} \rightarrow A_{13}$	$A_{17} \rightarrow A_{18}$	$A_{20} \rightarrow A_{22}$
$A_5 \rightarrow A_9$	$A_{10} \rightarrow A_8$	$A_{13} \rightarrow A_{16}$	$A_{18} \rightarrow A_{17}$	$A_{22} \rightarrow A_{20}$
$A_9 \rightarrow A_{10}$	$A_8 \rightarrow A_{12}$	$A_{16} \rightarrow A_{13}$	$A_{17} \rightarrow A_{16}$	$A_{20} \rightarrow A_{21}$
$A_{10} \rightarrow A_{13}$	$A_{12} \rightarrow A_{17}$	$A_{13} \rightarrow A_{21}$	$A_{16} \rightarrow A_{20}$	$A_{21} \rightarrow A_{27}$
$A_{13} \rightarrow A_{19}$	$A_{17} \rightarrow A_{22}$	$A_{21} \rightarrow A_{28}$	$A_{20} \rightarrow A_{26}$	$A_{27} \rightarrow A_{31}$
$A_{19} \rightarrow A_{18}$	$A_{22} \rightarrow A_{20}$	$A_{28} \rightarrow A_{23}$	$A_{26} \rightarrow A_{22}$	$A_{31} \rightarrow A_{33}$
$A_{18} \rightarrow A_{15}$	$A_{20} \rightarrow A_{20}$	$A_{23} \rightarrow A_{23}$	$A_{22} \rightarrow A_{23}$	$A_{33} \rightarrow A_{33}$
$A_{15} \rightarrow A_{16}$	$A_{20} \rightarrow A_{17}$	$A_{23} \rightarrow A_{21}$	$A_{23} \rightarrow A_{23}$	$A_{33} \rightarrow A_{25}$
$A_{16} \rightarrow A_8$	$A_{17} \rightarrow A_{11}$	$A_{21} \rightarrow A_{16}$	$A_{23} \rightarrow A_{20}$	$A_{25} \rightarrow A_{33}$
$A_8 \rightarrow A_{16}$	$A_{11} \rightarrow A_{17}$	$A_{16} \rightarrow A_{22}$	$A_{20} \rightarrow A_{25}$	$A_{33} \rightarrow A_{31}$
$A_{16} \rightarrow A_7$	$A_{17} \rightarrow A_{13}$	$A_{22} \rightarrow A_{22}$	$A_{25} \rightarrow A_{18}$	

Hasil FLR untuk panjang interval 7500 dapat dilihat pada tabel 8.

Tabel 8. FLR dengan panjang interval 7500

FLR Panjang Interval 7500				
$A_4 \rightarrow A_1$	$A_5 \rightarrow A_7$	$A_9 \rightarrow A_9$	$A_{15} \rightarrow A_{11}$	$A_{12} \rightarrow A_{13}$
$A_1 \rightarrow A_4$	$A_7 \rightarrow A_7$	$A_9 \rightarrow A_9$	$A_{11} \rightarrow A_{12}$	$A_{13} \rightarrow A_{15}$
$A_4 \rightarrow A_6$	$A_7 \rightarrow A_6$	$A_9 \rightarrow A_{11}$	$A_{12} \rightarrow A_{11}$	$A_{15} \rightarrow A_{13}$
$A_6 \rightarrow A_7$	$A_6 \rightarrow A_8$	$A_{11} \rightarrow A_9$	$A_{11} \rightarrow A_{11}$	$A_{13} \rightarrow A_{14}$
$A_7 \rightarrow A_9$	$A_8 \rightarrow A_{12}$	$A_9 \rightarrow A_{14}$	$A_{11} \rightarrow A_{14}$	$A_{14} \rightarrow A_{18}$
$A_9 \rightarrow A_{13}$	$A_{12} \rightarrow A_{15}$	$A_{14} \rightarrow A_{19}$	$A_{14} \rightarrow A_{17}$	$A_{18} \rightarrow A_{21}$
$A_{13} \rightarrow A_{13}$	$A_{15} \rightarrow A_{14}$	$A_{19} \rightarrow A_{16}$	$A_{17} \rightarrow A_{15}$	$A_{21} \rightarrow A_{22}$
$A_{13} \rightarrow A_{10}$	$A_{14} \rightarrow A_{13}$	$A_{16} \rightarrow A_{16}$	$A_{15} \rightarrow A_{15}$	$A_{22} \rightarrow A_{22}$
$A_{10} \rightarrow A_{11}$	$A_{13} \rightarrow A_{12}$	$A_{16} \rightarrow A_{14}$	$A_{15} \rightarrow A_{15}$	$A_{22} \rightarrow A_{17}$
$A_{11} \rightarrow A_6$	$A_{12} \rightarrow A_8$	$A_{14} \rightarrow A_{11}$	$A_{15} \rightarrow A_{14}$	$A_{17} \rightarrow A_{22}$
$A_6 \rightarrow A_{11}$	$A_8 \rightarrow A_{11}$	$A_{11} \rightarrow A_{15}$	$A_{14} \rightarrow A_{17}$	$A_{22} \rightarrow A_{21}$
$A_{11} \rightarrow A_5$	$A_{11} \rightarrow A_9$	$A_{15} \rightarrow A_{15}$	$A_{17} \rightarrow A_{12}$	

Hasil FLR untuk panjang interval 15000 dapat dilihat pada tabel 9.

Tabel 9. FLR dengan panjang interval 15000

FLR Panjang Interval 15000				
$A_3 \rightarrow A_1$	$A_3 \rightarrow A_4$	$A_5 \rightarrow A_5$	$A_8 \rightarrow A_6$	$A_6 \rightarrow A_7$
$A_1 \rightarrow A_2$	$A_4 \rightarrow A_4$	$A_5 \rightarrow A_5$	$A_6 \rightarrow A_6$	$A_7 \rightarrow A_8$
$A_2 \rightarrow A_3$	$A_4 \rightarrow A_3$	$A_5 \rightarrow A_6$	$A_6 \rightarrow A_6$	$A_8 \rightarrow A_7$
$A_3 \rightarrow A_4$	$A_3 \rightarrow A_4$	$A_6 \rightarrow A_5$	$A_6 \rightarrow A_6$	$A_7 \rightarrow A_7$
$A_4 \rightarrow A_5$	$A_4 \rightarrow A_6$	$A_5 \rightarrow A_7$	$A_6 \rightarrow A_7$	$A_7 \rightarrow A_9$
$A_5 \rightarrow A_7$	$A_6 \rightarrow A_8$	$A_7 \rightarrow A_{10}$	$A_7 \rightarrow A_9$	$A_9 \rightarrow A_{11}$
$A_7 \rightarrow A_6$	$A_8 \rightarrow A_7$	$A_{10} \rightarrow A_8$	$A_9 \rightarrow A_8$	$A_{11} \rightarrow A_{11}$
$A_6 \rightarrow A_5$	$A_7 \rightarrow A_7$	$A_8 \rightarrow A_8$	$A_8 \rightarrow A_8$	$A_{11} \rightarrow A_{11}$
$A_5 \rightarrow A_6$	$A_7 \rightarrow A_6$	$A_8 \rightarrow A_7$	$A_8 \rightarrow A_8$	$A_{11} \rightarrow A_9$
$A_6 \rightarrow A_3$	$A_6 \rightarrow A_4$	$A_7 \rightarrow A_6$	$A_8 \rightarrow A_7$	$A_9 \rightarrow A_{11}$
$A_3 \rightarrow A_6$	$A_4 \rightarrow A_6$	$A_6 \rightarrow A_8$	$A_7 \rightarrow A_9$	$A_{11} \rightarrow A_{11}$
$A_6 \rightarrow A_3$	$A_6 \rightarrow A_5$	$A_8 \rightarrow A_8$	$A_9 \rightarrow A_6$	

Fuzzy Logical Relationship Group (FLRG)

Hasil FLRG untuk panjang interval 5000 dapat dilihat pada tabel 10.

Tabel 10. FLRG dengan Panjang Interval 5000

Group	FLRG	Group	FLRG
1	$A_1 \rightarrow A_5$	14	$A_{18} \rightarrow A_{15}, A_{17}, A_{20}$
2	$A_5 \rightarrow A_9$	15	$A_{19} \rightarrow A_{18}$
3	$A_6 \rightarrow A_1$	16	$A_{20} \rightarrow A_{20}, A_{17}, A_{26}, A_{25}, A_{22}, A_{21}$
4	$A_7 \rightarrow A_{10}$	17	$A_{21} \rightarrow A_{28}, A_{16}, A_{27}$
5	$A_8 \rightarrow A_{16}, A_{12}$	18	$A_{22} \rightarrow A_{20}, A_{22}, A_{17}, A_{23}, A_{20}$
6	$A_9 \rightarrow A_{10}$	19	$A_{23} \rightarrow A_{23}, A_{21}, A_{23}, A_{20}$
7	$A_{10} \rightarrow A_{13}, A_{10}, A_8$	20	$A_{25} \rightarrow A_{18}, A_{33}$
8	$A_{11} \rightarrow A_{17}$	21	$A_{26} \rightarrow A_{22}$
9	$A_{12} \rightarrow A_{17}$	22	$A_{27} \rightarrow A_{31}$
10	$A_{13} \rightarrow A_{19}, A_{13}, A_{13}, A_{16}, A_{21}$	23	$A_{28} \rightarrow A_{23}$
11	$A_{15} \rightarrow A_{16}$	24	$A_{31} \rightarrow A_{33}$
12	$A_{16} \rightarrow A_8, A_7, A_{13}, A_{22}, A_{20}$	25	$A_{33} \rightarrow A_{33}, A_{25}, A_{31}$
13	$A_{17} \rightarrow A_{22}, A_{11}, A_{13}, A_{18}, A_{16}$		

Hasil FLRG untuk panjang interval 7500 dapat dilihat pada tabel 11.

Tabel 11. FLRG dengan Panjang Interval 7500

Group	FLRG	Group	FLRG
1	$A_1 \rightarrow A_4$	14	$A_{16} \rightarrow A_{16}, A_{14}$
2	$A_4 \rightarrow A_1, A_6$	15	$A_{17} \rightarrow A_{15}, A_{12}, A_{22}$
3	$A_5 \rightarrow A_7$	16	$A_{18} \rightarrow A_{21}$
4	$A_6 \rightarrow A_7, A_{11}, A_8$	17	$A_{19} \rightarrow A_{16}$
5	$A_7 \rightarrow A_9, A_7, A_6$	18	$A_{21} \rightarrow A_{22}$
6	$A_8 \rightarrow A_{12}, A_{11}$	19	$A_{22} \rightarrow A_{22}, A_{17}, A_{21}$
7	$A_9 \rightarrow A_{13}, A_9, A_9, A_{11}, A_{14}$		
8	$A_{10} \rightarrow A_{11}$		
9	$A_{11} \rightarrow A_6, A_5, A_9, A_9, A_{15}, A_{12}, A_{11}, A_{14}$		
10	$A_{12} \rightarrow A_{15}, A_8, A_{11}, A_{13}$		
11	$A_{13} \rightarrow A_{13}, A_{10}, A_{12}, A_{15}, A_{14}$		
12	$A_{14} \rightarrow A_{13}, A_{19}, A_{11}, A_{17}, A_{17}, A_{18}$		
13	$A_{15} \rightarrow A_{14}, A_{15}, A_{11}, A_{15}, A_{15}, A_{14}, A_{13}$		

Hasil FLRG untuk panjang interval 15000 dapat dilihat pada tabel 12.

Tabel 12. FLRG dengan Panjang Interval 7500

Group	FLRG
1	$A_1 \rightarrow A_2$
2	$A_2 \rightarrow A_3$
3	$A_3 \rightarrow A_1, A_4, A_6, A_4, A_4$
4	$A_4 \rightarrow A_5, A_4, A_3, A_6, A_6$
5	$A_5 \rightarrow A_7, A_6, A_5, A_5, A_6, A_7$
6	$A_6 \rightarrow A_5, A_3, A_3, A_8, A_4, A_5, A_5, A_8, A_6, A_6, A_6, A_7, A_7$
7	$A_7 \rightarrow A_6, A_7, A_6, A_{10}, A_6, A_9, A_9, A_8, A_7, A_9$
8	$A_8 \rightarrow A_7, A_8, A_7, A_8, A_6, A_8, A_8, A_7, A_7$
9	$A_9 \rightarrow A_8, A_6, A_{11}, A_{11}$
10	$A_{10} \rightarrow A_8$
11	$A_{11} \rightarrow A_{11}, A_{11}, A_9, A_{11}$

Hasil Ramalan Weighted Fuzzy Time Series

Dari hasil FLRG dapat ditentukan nilai ramalan untuk data *testing* pada masing-masing panjang interval. Rumus hasil ramalan mengikuti rumus pada algoritama Cheng seperti berikut.

$$\begin{aligned} F(t) &= L_{df}(t-1) \cdot W_n(t-1) \\ \hat{y}(t) &= y(t-1) + (\alpha \times [F(t) - y(t-1)]) \end{aligned} \quad (1.3)$$

Dimana
 $L_{df}(t-1)$ adalah matrik *defuzzy*
 $W_n(t-1)$ adalah matrik pembobot
 $y(t-1)$ adalah pengamatan pada waktu $t-1$
 α adalah parameter pembobot.
Berdasarkan perhitungan diperoleh hasil ramalan data *testing* yang dibedakan menurut panjang intervalnya. Hasil ramalan data *testing* dapat dilihat pada tabel 13.

Tabel 13. Hasil Ramalan 12 Periode ke depan untuk data *testing*

Periode	Data Aktual	Ramalan Berdasarkan Panjang Interval		
		5000	7500	15000
Jan-13	232935	269085	263591	277135
Feb-13	241868	231163	231086	224800
Mar-13	252210	250641	236942	249997
Apr-13	242369	244490	247080	248982
Mei-13	247972	251308	237742	251206
Jun-13	275667	260357	260075	251318
Jul-13	297878	295643	296816	277141
Agu-13	309219	306907	305778	297161
Sep-13	305629	291637	291976	298162
Okt-13	266562	290874	291286	298212
Nov-13	307276	271044	265127	279486
Des-13	299013	289844	289944	297278

Dari hasil ramalan data *testing* pada masing-masing panjang interval dapat ditentukan nilai akurasi ramalan RMSE dan MAPE. Berdasarkan perhitungan diperoleh nilai RMSE

dan MAPE pada masing-masing panjang interval. Hasil perhitungan RMSE dan MAPE pada masing-masing panjang interval dapat dilihat pada tabel 14.

Tabel 14. Hasil Perhitungan RMSE dan MAPE

Metode (panjang interval)	RMSE	MAPE
Weighted Fuzzy Time Series (5000)	17953,55	4,87
Weighted Fuzzy Time Series (7500)	18992,53	5,61
Weighted Fuzzy Time Series (15000)	21026,11	6,21

Perbandingan Metode Peramalan

Pada proses ini dibandingkan nilai RMSE dan MAPE serta hasil ramalan untuk data *testing* dari metode *Holt-Winter's Exponential Smoothing*,

Seasonal ARIMA, dan *Weighted Fuzzy Time Series*. Hasil perbandingan RMSE dan MAPE dilihat pada tabel 15.

Tabel 15. Perbandingan Nilai Akurasi Ramalan

No	Metode Peramalan	RMSE	MAPE
1	<i>Holt-Winter's Exponential Smoothing</i> ($\alpha = 0,6 \beta = 0,1 \gamma = 0,1$)	23165,04	6,32
2	<i>Seasonal ARIMA</i> (1,1,1)(0,1,1) ₁₂	20499,69	5,27
3	<i>Weighted Fuzzy Time Series</i> (5000)	17953,55	4,87
4	<i>Weighted Fuzzy Time Series</i> (7500)	18992,53	5,61
5	<i>Weighted Fuzzy Time Series</i> (15000)	21026,11	6,21

Sedangkan perbandingan hasil ramalan data *testing* dari tiap-tiap metode dapat dilihat pada tabel 16.

Tabel 16. Peramalan Data *Testing*

Periode	Data Aktual	<i>Holt-</i> <i>Winter's E.S</i>	<i>Seasonal</i> <i>ARIMA</i>	<i>Weighted Fuzzy Time Series</i>		
				5000	7500	15000
Jan-13	232935	233594	245534	269085	263591	277135
Feb-13	241868	220081	235445	231163	231086	224800
Mar-13	252210	227892	240072	250641	236942	249997
Apr-13	242369	235302	247978	244490	247080	248982
Mei-13	247972	236094	244246	251308	237742	251206
Jun-13	275667	263748	270775	260357	260075	251318
Jul-13	297878	301086	303683	295643	296816	277141
Agu-13	309219	285598	286697	306907	305778	297161
Sep-13	305629	282670	284253	291637	291976	298162
Okt-13	266562	277281	277348	290874	291286	298212
Nov-13	307276	247270	250928	271044	265127	279486
Des-13	299013	283884	280657	289844	289944	297278

Dari hasil perbandingan nilai akurasi ramalan diperoleh metode *Weighted Fuzzy Time Series* dengan panjang interval 5000 memiliki nilai RMSE dan MAPE lebih kecil dibanding dengan metode *Holt-Winter's Eksponensial Smoothing*, *Seasonal ARIMA*, dan *Weighted Fuzzy Time Series* dengan panjang interval 7500 serta 15000. Dengan kata lain metode terbaik untuk meramalkan data musiman dengan sampel data pengunjung pariwisata Bali tahun 2009-2013 adalah metode *Weighted Fuzzy Time Series*.

PEMBAHASAN

Analisis diawali dengan membuat plot data sampel yaitu data pengunjung pariwisata Bali Januari 2009 s.d Desember 2013. Hasil plot data menunjukkan data berpola musiman multiplikatif sehingga berdasarkan kajian teori data pengunjung pariwisata Bali dapat dianalisis dengan metode *Holt-Winter's Exponential Smoothing*, *Seasonal ARIMA*, dan *Weighted Fuzzy Time Series*.

Analisis dengan metode *Holt-Winter's Exponential Smoothing* dengan *trial and error* serta

mencari nilai MAPE dan MSE terkecil untuk memilih dugaan model terbaik. Pada tahap *trial and error* estimasi hanya dibatasi pada satu angka di belakang koma (Pramita & Tanuwijaya, 2010) serta kecenderungan nilai MSE dan MAPE yang membesar ketika nilai β dan γ lebih dari 0,2. Dari hasil estimasi diperoleh dugaan model terbaik *Holt-Winter's Exponential Smoothing* dengan nilai $\alpha = 0,6$, $\beta = 0,1$, dan $\gamma = 0,1$. Hasil ini sesuai dengan teori jika penentuan nilai α , β , dan γ cenderung sekitar nilai 0,1 s.d 0,2 (Makridakis, 1999). Walaupun nilai α tidak di sekitar 0,1 s.d 0,2 akan tetapi nilai β dan γ terletak di sekitar 0,1 s.d 0,2 serta menghasilkan nilai MAPE dan MSE terkecil. Dugaan model terbaik kemudian diuji apakah *error* bersifat *random*, uji yang digunakan adalah uji *Autocorrelation* (ACF), diperoleh hasil *error* model terbaik bersifat *random*. Berdasarkan kajian teori jika *error* model terbaik bersifat *random* maka dapat dibentuk persamaan seperti persamaan (1.1), dengan persamaan tersebut diperoleh hasil ramalan data *testing* seperti tabel 1, dari hasil

ramalan data *testing* dapat dicari nilai RMSE dan MAPE, diperoleh nilai RMSE = 23165,04 dan MAPE = 6,32.

Analisis dengan metode *Seasonal ARIMA*. Pada tahap identifikasi diperoleh hasil data tidak stationer dan ada gejala autokorelasi. Berdasarkan kajian teori jika data tidak stationer dan ada gejala autokorelasi perlu dilakukan *differencing* untuk menstasionerkan data dan menghilangkan autokorelasi. Setelah di *differencing* satu kali ($d=1$) diperoleh hasil data menjadi stasioner dan tidak ada gejala autokorelasi. Pada tahap estimasi model dicari nilai MSE terkecil dan signifikansi koefisien model untuk memilih dugaan model terbaik. Oleh sebab periode data bulanan dan data di *differencing* satu kali sehingga jumlah periode musiman (s) adalah 12 dan model estimasi cenderung $d = 1$. Hasil estimasi diperoleh dugaan model terbaik metode *Seasonal ARIMA* adalah SARIMA $(1,1,1)(0,1,1)_{12}$. Pada tahap *diagnostic checking* diuji kelayakan model terbaik SARIMA $(1,1,1)(0,1,1)_{12}$ yang telah diperoleh, diuji stasioner dan autokorelasinya. Berdasarkan kajian teori jika dugaan model terbaik stationer dan tidak ada gejala autokorelasi maka model terbaik dapat digunakan untuk meramalkan. Hasil uji *diagnostic checking* diperoleh dugaan model terbaik SARIMA $(1,1,1)(0,1,1)_{12}$ stasioner dan tidak ada gejala autokorelasi maka model SARIMA $(1,1,1)(0,1,1)_{12}$ dapat digunakan untuk meramalkan. Hasil ramalan data *testing* data pengunjung pariwisata Bali dapat dilihat pada tabel 2. Dari hasil ramalan data *testing* dapat dicari nilai RMSE dan MAPE, diperoleh nilai RMSE = 20499,69 dan MAPE = 5,27.

Analisis dengan metode *Weighted Fuzzy Time Series*. Pada tahap mendefinisikan himpunan sampel data dibagi menjadi tiga bagian dengan panjang interval masing-masing bagian adalah 5000, 7500, dan 15000. Penentuan panjang interval didasarkan pada dugaan peneliti, dimana peneliti merujuk pada jurnal "Peramalan Inflasi dengan Metode *Weighted Fuzzy Time Series*" (Lusia & Suhartono, 2013) pada jurnal tersebut data inflasi dibagi menjadi 3 panjang interval yang berbeda. Pada tahap penentuan himpunan *fuzzy* setiap bagian himpunan sampel dibagi menjadi beberapa himpunan *fuzzy* dengan panjang interval yang sudah ditentukan. Setelah itu maka lakukan *fuzzyifikasi* pada masing-masing panjang interval.

SIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan dapat disimpulkan bahwa Model terbaik dari

Pada tahap menentukan FLR dan FLRG, pada proses FLR himpunan sampel *fuzzy* dihubungkan berdasarkan data historis dengan hubungan $F(t-1) \rightarrow F(t)$, sedangkan pada proses FLRG mengelompokkan FLR yang sama berdasarkan historis datanya. FLRG digunakan untuk mencari nilai $F(t)$ dalam rumus ramalan akhir pada rumus (1.3). Hasil ramalan data *testing* data pengunjung pariwisata Bali dapat dilihat pada tabel 13. Dari hasil ramalan data *testing* dapat dicari nilai RMSE dan MAPE seperti tabel 14.

Perbandingan antara ketiga metode dimana data yang dibandingkan adalah data *testing* dengan membandingkan hasil ramalan serta nilai akurasi ramalan RMSE dan MAPE. Berdasarkan tabel 14 metode *Weighted Fuzzy Time Series* dengan panjang interval 5000 memiliki nilai RMSE dan MAPE lebih kecil dibanding dengan metode *Weighted Fuzzy Time Series* dengan panjang interval 7500 serta 15000. Hal ini disebabkan karena metode *Weighted Fuzzy Time Series* dengan panjang interval 5000 memiliki jumlah FLRG yang lebih banyak sehingga menyebabkan hasil ramalan lebih akurat dan variatif. Berdasarkan tabel 15 metode *Weighted Fuzzy Time Series* dengan panjang interval 5000 memiliki nilai RMSE dan MAPE lebih kecil dibanding metode *Holt-Winter's Eksponensial Smoothing*, *Seasonal ARIMA*, dan *Weighted Fuzzy Time Series* dengan panjang interval 7500 serta 15000. Berdasarkan tabel 16 terlihat peramalan data *testing* pada metode *Weighted Fuzzy Time Series* dengan panjang interval 5000 memiliki hasil ramalan yang mendekati data aktual. Dengan kata lain metode *Weighted Fuzzy Time Series* lebih baik dibanding metode *Holt-Winter's Eksponensial Smoothing* dan *Seasonal ARIMA*. Hal ini disebabkan karena metode *Weighted Fuzzy Time Series* lebih memperhatikan hubungan antara data dari pada hubungan antara pola datanya. Hasil ini sama dengan analisis pada jurnal "Peramalan Inflasi dengan Metode *Weighted Fuzzy Time Series*" (Lusia & Suhartono, 2013) yang menghasilkan metode *Weighted Fuzzy Time Series* lebih baik dari pada metode *Exponential Smoothing* dan *ARIMA*. Jadi metode terbaik untuk meramalkan data musiman dengan sampel data pengunjung pariwisata Bali periode Januari 2009 sampai Desember 2013 adalah metode *Weighted Fuzzy Time Series*.

metode *Holt-Winter's Exponential Smoothing* adalah dengan $\alpha = 0,6$ $\beta = 0,1$ $\gamma = 0,1$. Dari model terbaik menghasilkan persamaan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} S_t &= (0,6) \frac{X_t}{I_{t-12}} + (0,4)(S_{t-1} + b_{t-1}) \\ b_t &= (0,1)(S_t - S_{t-1}) + (0,9)b_{t-1} \\ I_t &= (0,1) \frac{X_t}{S_t} + (0,9)I_{t-12} \\ F_{t+m} &= (S_t + b_t m)I_{t-12+m} \end{aligned}$$

dengan S_t adalah pemulusan eksponensial data asli, b_t adalah pemulusan pola trend, I_t adalah pemulusan pola musiman, F_{t+m} adalah peramalan m periode ke depan. Hasil ramalan 12 periode ke depan untuk bulan Januari 2013 s.d Desember 2013 adalah 233594, 220081, 227892, 235302, 236094, 263748, 301086, 285598, 282670, 277281, 247270, 283884. Menghasilkan nilai akurasi ramalan RMSE = 23165,04 dan MAPE = 6,32.

Model terbaik metode *Seasonal ARIMA* adalah SARIMA (1,1,1)(0,1,1)₁₂ dengan persamaan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \bar{Z}_t &= (1,4496) \bar{Z}_{t-1} - (0,4496) \bar{Z}_{t-2} + \bar{Z}_{t-12} \\ &\quad - (1,4496) \bar{Z}_{t-13} \\ &\quad + (0,4496) \bar{Z}_{t-14} + a_t \\ &\quad - (1,1038) a_{t-1} \\ &\quad - (0,7966) a_{t-12} \\ &\quad + (0,8793) a_{t-13} \end{aligned}$$

dengan \bar{Z}_t adalah nilai variabel dependen pada waktu t , \bar{Z}_{t-2} , \bar{Z}_{t-12} , \bar{Z}_{t-13} , dan \bar{Z}_{t-14} adalah nilai variabel dependen pada waktu $t-1$, $t-2$, $t-12$, dan $t-14$, sedangkan a_t adalah nilai residu pada waktu t , a_{t-1} , a_{t-12} , dan a_{t-14} , adalah nilai residu pada waktu $t-1$, $t-12$, dan $t-14$. Hasil ramalan 12 periode ke depan untuk bulan Januari 2013 s.d Desember 2013 adalah 245534, 235445, 240072, 247978, 244246, 270775, 303683, 286697, 284253, 277348, 250928, 280657. Menghasilkan nilai akurasi ramalan RMSE = 20499,69 dan MAPE = 5,27.

Model terbaik dari metode *Weighted Fuzzy Time Series* adalah dengan panjang interval 5000 dan menghasilkan hasil ramalan 12 periode ke depan untuk bulan Januari 2013 s.d Desember 2013 adalah 269085, 231163, 250641, 244490, 251308, 260357, 295643, 306907, 291637, 290874, 271044, 289844. Menghasilkan nilai

akurasi ramalan RMSE = 17953,55 dan MAPE = 5,27.

Perbandingan antara metode *Holt-Winter's Exponential Smoothing*, *Seasonal ARIMA*, dan *Weighted Fuzzy Time Series* untuk meramalkan data musiman menghasilkan metode *Weighted Fuzzy Time Series* sebagai metode terbaik.

SARAN

Bagi peneliti yang akan meramalkan data data pengunjung pariwisata Bali untuk periode yang akan datang (Januari 2014 dan seterusnya) dapat menggunakan metode *Weighted Fuzzy Time Series* untuk mendapatkan hasil dengan akurasi ramalan yang baik.

Bagi peneliti yang akan melakukan analisis lanjutan dengan metode *Weighted Fuzzy Time Series* untuk memudahkan penentuan panjang interval dapat menggunakan metode penentuan panjang interval seperti *Average Based* atau yang lainnya.

Penelitian selanjutnya sebaiknya mencoba membandingkan metode-metode lain untuk meramalkan data musiman sebagai alternatif pemilihan metode terbaik dalam kasus peramalan data musiman.

Untuk menambah variasi dalam analisis metode *Weighted Fuzzy Time Series* dapat menggunakan bantuan program Matlab atau program lain yang mendukung.

DAFTAR PUSTAKA

- Chen, S.M & Hwang J.R. 2000. Temperature Prediction Using Fuzzy Time Series. *IEEE Transaction on System, Man, and Cybernetics* 30 (2): 263-275.
- Cheng C.H., Chen T.L., Teoh H.J. & Chiang C.H. 2008. Fuzzy time series based on adaptive expectation model for TAIEX forecasting. *Expert Systems with Applications* 34 (2): 1126–1132.
- Fitriana E.A & Sugiharti, E. 2015. Implementasi Algoritma Genetika dengan Teknik Kendali Logika Fuzzy untuk Mengatasi Travelling Salesman Problem Menggunakan Matlab. *Unnes Journal of Mathematics (UJM)*. Tersedia di <http://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/ujm/article/viewFile/9352/6196> [diakses 10-06-2016].
- Hendikawati, P. 2015. *Bahan Ajar Analisis Runtun Waktu*. Universitas Negeri Semarang: FMIPA UNNES.
- Lusia, D.A & Suhartono. 2013. Peramalan Inflasi dengan Metode Weighted Fuzzy Time Series. *Jurnal FMIPA Institut Teknologi Sepuluh Nopember*. Tersedia di

<http://digilib.its.ac.id/public/ITS-paper-27393-1307100013Paper.pdf>
[diakses 30-04-2015].

Makridakis, S., Wheelwright, S.C., & McGee, V.E. 1999. *Metode dan Aplikasi Peramalan* (2thed). Alih Bahasa: Ir. Untung Sus Andriyanto, M.Sc dan Ir. Abdul Basith, M.Sc. Edisi Kedua Jilid Satu. Jakarta: Erlangga.

Munawaroh, A.N. 2010. *Peramalan Jumlah Penumpang Pada PT. AngkasaPur I (PERSERO) Kantor Cabang Bandar Udara Internasional Adisutjipto Yogyakarta dengan Metode Winter's Exponential Smoothing dan Seasonal ARIMA*. Skripsi. Yogyakarta: FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta.

Tersedia di
http://eprints.uny.ac.id/1430/2/SKR_IPSI LENGKAP.pdf
[diakses 10-042015].

Pramita, W & Tanuwijaya, H. 2010. Penerapan Metode Exponential Smoothing Winter dalam Sistem Informasi Pengendalian Persediaan Produk dan Bahan Baku Sebuah Cafe. *Seminar Nasional Informatika*. Yogyakarta: Universitas UPN Veteran Yogyakarta.

Suhartono. 2011. Time Series Forecasting by using Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average: Subset, Multiplicative or Additive Model. *Journal of Mathematics and Statistics*, 7(1): 20-27.