UJM 8 (1) 2019
UNNES Journal of Mathematics
http://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/ujm

MENYELESAIKAN *TRAVELLING SALESMAN PROBLEM* DENGAN METODE DUA SISI OPTIMAL PADA PT. ES MALINDO BOYOLALI

Kintan Khana Amozhita✉, Amin Suyitno, dan Mashuri

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Semarang, Indonesia
Gedung D7 Lt. 1, Kampus Sekaran Gunungpati, Semarang 50229

Info Artikel

Sejarah Artikel:
Diterima Agustus 2017
Disetujui Oktober 2017
Dipublikasikan Mei 2019

Keywords:
Metode Dua Sisi Optimal, TSP

Abstrak

Tujuan penelitian ini adalah (1) untuk mengetahui rute pengiriman es pada PT. Es Malindo Boyolali; (2) untuk menyelesaikan masalah *Travelling Salesman Problem* (TSP) dengan metode dua sisi optimal pada PT. Es Malindo Boyolali. Metode Penelitian ini yaitu identifikasi masalah, studi pustaka, pengumpulan data, analisis data dan pemecahan masalah, dan penarikan kesimpulan. Pengumpulan data dilakukan dengan mengambil data lokasi pengiriman es dari PT. Es Malindo Boyolali. Analisis data dilakukan dengan cara menerjemahkan permasalahan ke dalam model graf kemudian dilakukan pencarian jarak menggunakan bantuan *Google Maps* kemudian menyelesaikan masalah menggunakan metode dua sisi optimal. Hasil dari penelitian ini adalah (1) rute pengiriman es PT. Es Malindo yang dapat ditempuh dengan metode dua sisi optimal ada 117 rute; (2) rute terpendek pengiriman es yaitu PT. Es Malindo (Boyolali) – Rus (Kartasura) – Tri (Gumpang) – Jhon (Jongke) – Candra (Cemani) – Wuryanto (Singosaren) – Singgih (Sriwedari) – Nunung (Sriwedari) – Basuki (Mangkuyudan) – Batik (SMA Batik 2 Ska) – PT. Es Malindo (Boyolali) dengan panjang rute adalah 32,6 Km.

Abstract

The purpose of this research are (1) to find out the ice delivery route at PT. Es Malindo Boyolali, (2) to solve the Traveling Salesman Problem with an optimum two-sided method at PT. Ice Malindo Boyolali. The method of this research consisted of problem identification, literature study, data collection, data analysis and problem solving, and conclusion. Data collection was conducted by taking the data of ice delivery route from PT. Es Malindo Boyolali. Data analysis was conducted by translating the problem into the graph model then conducts the distance search by using the help of Google Maps then solve the problem by using two-sided optimal method.The results of this research are: (1) there are 117 ice shipping routes of PT. Es Malindo that can be reached. (2) the shortest route ice delivery is PT. Es Malindo (Boyolali) - Rus (Kartasura) - Tri (Gumpang) - Jhon (Jongke) - Candra (Cemani) - Wuryanto (Singosaren) - Singgih (Sriwedari) - Nunung (Sriwedari) - Basuki (Mangkuyudan) - Batik (SMA Batik 2 Ska) - PT. Es Malindo (Boyolali) with route length is 32.6 Km.

How to Cite

Amozhita K.K., Suyitno A., & Mashuri. (2019). Menyelesaikan *Travelling Salesman Problem* dengan Metode Dua Sisi Optimal pada PT. Es Malindo Boyolali. *UNNES Journal of Mathematics* 8(1): 20-29

✉Alamat korespondensi:
E-mail: kintankhana@gmail.com

p-ISSN 2252-6943
e-ISSN 2460-5859

PENDAHULUAN

Matematika merupakan salah satu pengetahuan yang menjadi dasar dari pengetahuan-pengetahuan yang lain. Tidak heran mengapa matematika dijuluki "*mathematics is a queen, but also a srvant*", matematika sebagai ratu ilmu, tetapi juga sekaligus pelayan ilmu-ilmu lain. Matematika dikatakan sebagai ratu ilmu karena matematika dapat tumbuh dan berkembang untuk dirinya sendiri sebagai suatu ilmu tanpa adanya bantuan dari ilmu lain (Bell, 1952).

Perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi yang sangat pesat tidak lepas dari peranan matematika, pengetahuan yang menjadi solusi secara konseptual dalam menyelesaikan berbagai permasalahan yang terjadi dalam kehidupan di dunia. Seiring berjalannya waktu, semakin banyak muncul penggunaan penalaran matematika maupun model matematika sebagai alat bantu dalam menyelesaikan permasalahan yang dihadapi dalam berbagai disiplin ilmu.

Salah satu cabang dari matematika yang penting dan penerapannya dapat kita rasakan dalam kehidupan sehari-hari adalah graf. Teori graf sebenarnya sudah ada sejak lebih dari dua ratus tahun silam. Jurnal pertama tentang teori graf oleh matematikawan terkenal dari Swiss bernama Euler muncul pada tahun 1736. Puluhan tahun terakhir ini teori graf mengalami perkembangan pesat. Salah satu alasannya adalah aplikasinya yang sangat luas dalam kehidupan sehari-hari maupun dalam berbagai ilmu seperti ilmu komputer, teknik, sains, bahkan bisnis dan ilmu sosial (Budayasa, 2007).

Dalam kehidupan sehari-hari, banyak persoalan yang dapat disimpulkan dan berhubungan dengan himpunan, dimana logika dari persoalan tersebut sering kali dapat digambarkan dengan sebuah graf. Secara umum graf didefinisikan atau digambarkan dengan diagram yang setiap titik direpresentasikan dengan simpul dan setiap sisi direpresentasikan dengan kurva yang menghubungkan setiap dua titik (Chartand dan Lesniak, 1996)

Menurut Wilson dan Watkhins (1990) suatu graf dapat didefinisikan sebagai himpunan tidak kosong dari elemen elemen yang disebut himpunan titik (*vertex*) dan suatu daftar pasangan *vertex* yang tidak terurut disebut sisi (*edge*). Himpunan *vertex* dari suatu graf G dinotasikan dengan V dan daftar himpunan *edge* dari graf tersebut dinotasikan dengan E. Untuk selanjutnya suatu graf G dapat dinotasikan dengan $G = (V, E)$.

Graf merupakan model matematika yang sangat kompeks dan rumit, tetapi bisa juga menjadi solusi yang sangat bagus terhadap beberapa kasus tertentu. Banyak solusi aplikasi yang menggunakan graf sebagai alat untuk merepresentasikan atau memodelkan persoalan sehingga peroalan itu dapat diselesaikan dengan baik. Aplikasi-aplikasi tersebut meisalnya menentukan lintasan terpendek (*short path*), persoalan pedagang keliling *(Travelling Salesman Problem*), pewarnaan graf (*graph colouring*) (Pradana, 2006).

Dari dua nodes dapat terjadi beberapa lintasan, sedangkan lintasan dengan bobot minimum disebut sebagai lintasan atau rute terpendek. Bobot disini dapat berupa jarak, waktu tempuh, atau ongkos transportasi dari satu nodes yang lainnya yang membentuk rute tertentu (Dimyati &Dimyati, 2003).

Menurut (Munir, 2001) *Travelling Salesman Problem* (TSP) dikenal sebagai salah satu masalah optimasi yang menarik perhatian para peneliti sejak beberapa dekade terdahulu. *Travelling Salesman Problem* (TSP) termasuk ke dalam persoalan yang sangat terkenal dalam teori graf. Nama persoalan ini diilhami oleh masalah seorang pedagang yang berkeliling mengunjungi sejumlah kota. Deskripsi persoalannya adalah sebagai berikut: diberikan sejumlah kota dan jarak antar kota. Tentukan sirkuit terpendek yang harus dilalui oleh seorang pedagang bila pedagang itu berangkat dari sebuah kota asal dan menyinggahi setiap kota tepat satu kali dan kembali lagi ke kota asal keberangkatan. Persoalan perjalanan pedagang tidak lain adalah menentukan sikel Hamilton yang memiliki bobot minimum pada sebuah graf terhubung (Wicaksana *et al.*, 2014).3

Kebanyakan TSP merupakan suatu simetris yang berarti untuk dua kota A dan B, jarak dari kota A ke kota B adalah sama dengan jarak dari kota B ke kota A. dalam hal ini, kita akan mendapatkan panjang perjalanan keliling yang sama persis jika kita membalikkan sirkuit perjalanan tersebut. Jika tidak ada perbedaan antara suatu perjalanan keliling dan kebalikannya.

Pada persoalan TSP ini, jika setiap simpul mempunyai sisi ke simpul yang lain, maka graf yang merepresentasikannya adalah graf lengkap berbobot. Pada sembarang graf lengkap dengan n buah simpul ($n > 2$), jumlah sikel Hamilton yang berbeda adalah $\left(\frac{(n-1)!}{2}\right)$. Rumus ini dihasilkan dari kenyataan bahwa dimulai dari sembarang simpul kita mempunyai $n-1$ buah sisi untuk dipilih dari simpul pertama, $n-2$ sisi dari simpul kedua, $n-3$ dari simpul ketiga, dan seterusnya. Ini adalah pilihan yang *independen*, sehingga kita memperoleh $(n-1)!$ pilihan. Jumlah itu harus dibagi dengan 2, karena tiap sikel Hamilton terhitung dua kali, sehingga semuanya ada $\left(\frac{(n-1)!}{2}\right)$ buah sikel Hamilton.

Dalam lingkup pencarian sirkuit terpendek, tidak dapat dikatakan secara langsung algoritma mana yang paling optimum untuk keseluruhan kasus, karena belum tentu algoritma yang memiliki optimasi yang paling tinggi untuk suatu kasus memiliki optimasi yang tinggi pula untuk kasus yang lain. Optimasi yang mencapai efisiensi waktu proses kerja algoritma, waktu tempuh yang diperlukan untuk mencapai tujuan akhir dan jarak tempuh yang pendek ini selalu tergantung dari setiap kondisi yang ada. Terdapat banyak algoritma untuk melakukan pencarian sirkuit terpendek. Pemilihan algoritma yang paling optimum selalu menhadi permasalahan dalam pencarian sirkuit terpendek, dimana masing-masing algoritma memiliki kelebihan dan kekurangannya masing-masing (Nugroho *et al*, 2016).

Pencarian lintasan terpendek telah diterapkan di berbagai bidang untuk meminimalkan biaya atau mempercepat jalannya suatu proses (Purnawanto *et al*, 2005). Masalah lintasan terpendek secara umum dijelaskan menggunakan konsep graf dapat berupa graf berarah atau graf tidak berarah. Sisi dalam sebuah graf tidak berarah dapat dianggap memunginkan perjalanan di kedua arah. Sebaliknya, sisi dalam graf berarah hanya dapat digunakan untuk satu arah perjalanan. Biasanya dalam menentukan lintasan terpendek dengan menggunakan graf berbobot. Setiap sisi dalam graf berbobot terdapat suatu nilai atau bobot (Sushma, 2013).

Dalam mencari lintasan terpendek, semakin banyak titik dan garis pada graf akan semakin rumit (Mardlootillah *et al*, 2014). Sebuah struktur graf dikembangkan dengan memberi bobot pada setiap sisi. Graf berbobot dapat digunakan untuk melambangkan berbagai konsep. Sebagai contoh jika suatu graf melambangkan jaringan jalan maka bobotnya bisa berarti panjang jalan, waktu tempuh maupun batas kecepatan tertinggi jalan tertentu, sehingga untuk menentukan lintasan terpenek diperlukan graf berbobot (Harsono *et al*, 2016).

Salah satu cara yang dipakai untuk mencari sebuah sikel Hamilton dengan bobot mendekati minimal pada graf komplit berbobot, dapat digunakan teknik yang dikenal dengan metode dua sisi optimal. Metode dua sisi optimal merupakan metode yang diawali dengan memilih sebuah sikel Hamilton sebarang pada sebuah graf. Kemudian melakukan sebarisan modifikasi terhadap sikel tersebut dan berharap menemukan sebuah sikel Hamilton yang lebih kecil dari bobot sikel yang sebelumnya. Proses ini dilanjutkan sampai diperoleh sikel Hamilton yang bobotnya tidak dapat diperkecil lagi (Budayasa, 2007).

Permasalahan pendistribusian barang merupakan faktor yang sangat penting untuk meningkatkan pendapatan suatu perusahaan. Biaya pengiriman barang yang mahal akan mengakibatkan kenaikan harga produk. Hal ini memungkin terjadinya penurunan jumlah permintaan terhadap produk tersebut, hingga pada ahirnya pendapatan perusahaan pun akan menurun. Untuk menghindari kejadian tersebut, selain menekan biaya produksi, perusahaan juga perlu menekan biaya distribusi barang. Penekanan biaya distribusi barang bisa dilakukan dengan biaya bahan bakar minyak kendaraan salah satu caranya adalah dengan memilih rute perjalanan terpendek. Selain menghemat bahan bakar minyak, dengan memilih rute perjalanan terpendek maka waktu perjalanan yang ditempuh juga akan lebih cepat.

Masalah penistribusian banyak dialami beberapa industri-industri (perusahaan) yang ada di Indonesia. Menentukan lintasan yang paling optimal dari tempat asal ke sejumlah tujuan pendistribusian merupakan pekerjaan yang rumit dan memakan waktu yang cukup lama jika titik-titik tujuan susah dijangkau. Terdapat beberapa algoritma dalam teori graf yang digunakan untuk mencari jarak dan lintasan terpendek untuk sebuah graf berbobot, salah satunya seperti yang telah dibahas dalam (Prasetya *et al,* 2013) menyelesaikan permasalahan mencari lintasan terpendek menggunakan algoritma Djikstra dan Prim pada pendistribusian air di PDAM.

Dewasa ini bisnis kuliner di Indonesia semakin berkembang pesat. Banyaknya penjual makanan dan minuman yang beraneka ragam dapat kita temukan dengan mudahnya. Indonesia merupakan Negara yang beriklim tropis, hal ini menyebabkan banyak orang yang menginginkan minuman segar sehingga banyak pebisnis yang menggunakan kesempatan ini untuk menjual minuman segar. Minuman segar pasti tidak jauh dari es Kristal maupun es serut. Hal ini tentu membuat PT. Es Malindo Boyolali juga mempunyai banyak pelanggan dan sebagian besar pelanggan meminta es kristal tersebut diantar.

Berdasarkan uraian di atas maka peneliti tertarik untuk mengambil topik yang berjudul "Menyelesaikan *Travelling Salesman Problem* (TSP) dengan Metdoe Dua Sisi Optimal pada PT. Es Malindo Boyolali". Rumusan masalah dalam penelitian ini adalah (1) Bagaimana rute pengiriman es pada PT. Es Malindo Boyolali? (2) Bagaimana penyelesaian masalah *Travelling Salesman Problem* (TSP) dengan metode dua sisi optimal pada PT. Es Malindo Boyolali? Tujuan dalam penelitian ini adalah mengetahui bagaimana rute pengiriman es pada PT. Es Malindo Boyolali dan Menyelesaikan masalah *Travelling Salesman Problem* (TSP) dengan metode dua sisi optimal pada PT. Es Malindo Boyolali.

METODE

Langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian metode ini yaitu identifikasi masalah, studi pustaka, pengumpulan data, analisis data dan pemecahan masalah, dan penarikan kesimpulan. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode observasi dan wawancara dan studi pustaka. Observasi adalah pengamatan dan peninjauan secara langsung kepada suatu objek menggunakan alat indra. Dalam metode ini peneliti mengadakan pengamatan secara baik secara langsung maupun tidak langsung terhadap instansi yang berkaitan.

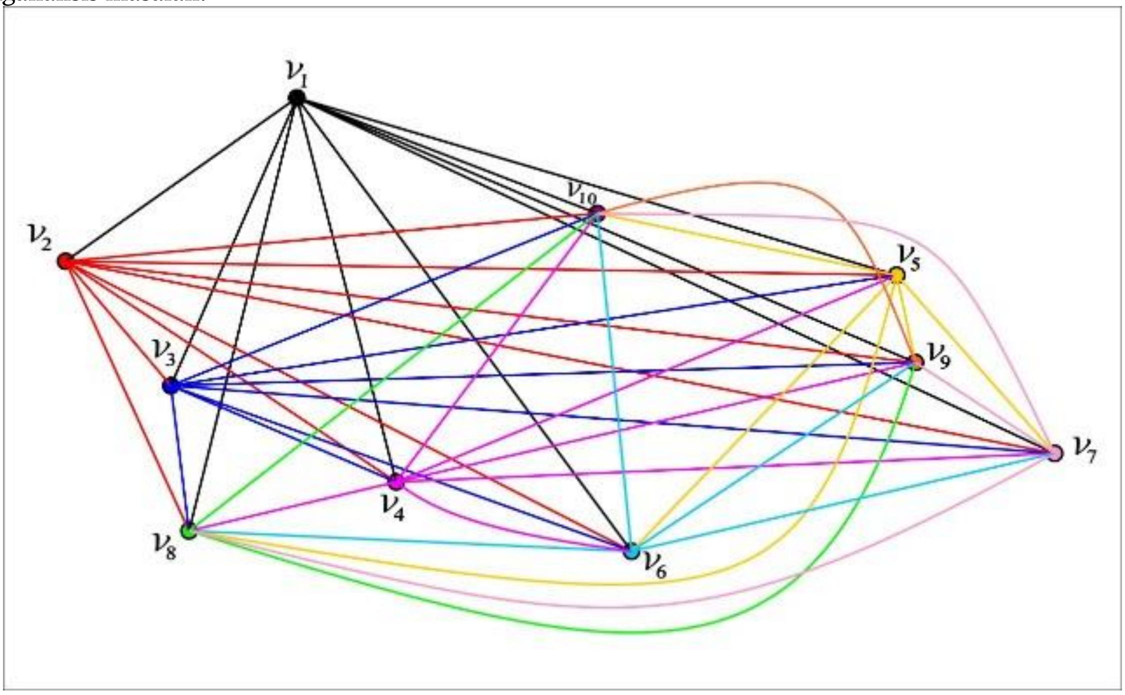
Wawancara adalah percakapan dengan maksud tertentu, dilakukan oleh dua pihak yaitu pewawancara (*interviewer*) yang mengajukan pertanyaan dan terwawancara (*interviewee*) yang memberikan jawaban atas pertanyaan itu (Moleong, 1988: 186). Wawancara merupakan suatu pengumpulan data dengan mengajukan pertanyaan kepada seseorang yang berwenang dalam suatu masalah. Dalam metode ini, penulis melakukan tanya jawab dengan *operational manager* pada PT. Es Malindo Boyolali. Dalam penelitian ini data yang diambil adalah data sekunder, yaitu data yang diperoleh dari PT. Es Malindo Boyolali.

Dalam studi pustaka ini digunakan sumber pustaka yang relevan yang digunakan untuk mengumpulkan informasi yang diperlukan dalam penelitian. Studi pustaka dengan mengumpulakn sumber pustaka yang dapat berupa dokumen-dokumen referensi-referensi, buku-buku, sumber dari internet, atau sumber-sumber lain yang diperlukan untuk merancang dan mengimplementasikan aplikasi. Setelah sumber pustaka terkumpul dilanjutkan dengan penelaahan dan sumber pustaka tersebut. Padaakhirnya sumber pustaka itu dijadikan landasan untuk menganalisis masalah.

Langkah-langkah yang digunakan dalam pemecahan masalah adalah sebagai berikut: (1) menerjemahkan permaslaahan ke dalam model graf. (2) pencarian jarak dengan menggunakan bantuan *Google Maps* (3) menyelesaikan masalah dengan metode dua sisi opitmal dan menganalisis hasilnya. Setelah menganalisis dan memecahkan masalah berdasarkan hasil penelitian dan pembahasannya kemudian dibuat suatu simpulan sebagai jawaban dari permasalahan yang telah dirumuskan sebelumnya.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Untuk mencari rute pendistribusian es kristal dan es serut PT. Es Malindo Boyolali dengan menggunakan metode dua sisi optimal diperlukan data-data sebagai berikut. (1) Denah lokasi antara PT. Es Malindo Boyolali dengan outlet yang ada di Solo Barat. Penulis memperoleh data dari PT. Es Malindo Boyolali berupa daftar nama outlet untuk wilayah Solo Barat. Untuk mencari jarak antara PT. Es Malindo Boyolali dengan outlet-outlet yang ada di wilayah Solo Barat, terlebih dahulu dipaparkan denah lokasi antara PT. Es Malindo Boyolali dengan outlet-outlet yang ada di wilayah Solo Barat. Berikut ditunjukkan pada Gambar 1 denah lokasi antara PT. Es Malindo Boyolali dengan outlet-outlet yang ada di wilayah Solo Barat.



Gambar 1. Denah Lokasi PT.Es Malindo Boyolali dengan Outlet-outlet

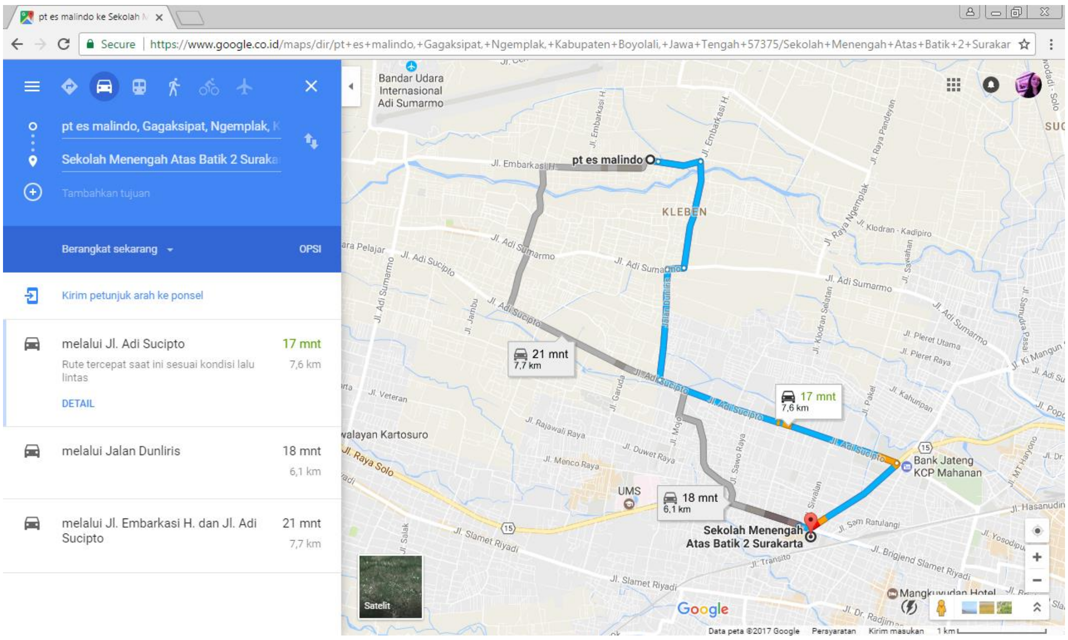
Titik yang menunjukkan PT. Es Malindo Boyolali dan outlet-outlet yang ada di wilayah Solo Barat dijelaskan pada Tabel 1.

Tabel 1. Titik PT. Es Malindo Boyolali dan outlet-outlet yang ada di wilayah Solo Barat

Titik	Nama outlet	Lokasi
v_1	PT. Es Malindo	Boyolali
v_2	Rus	Kartasura
v_3	Tri	Gumpang
v_4	Basuki	Mangkuyudan
v_5	Singgih	Sriwedari
v_6	Candra	Cemani
v_7	Wuryanto	Singosaren
v_8	Jhon	Jongke
v_9	Nunung	Sriwedari
v_{10}	Batik	SMA Batik 2 Ska

Dalam pencarian rute distribusi es kristal dan es serut PT. Es Malindo Boyolali dengan metode dua sisi optimal diperlukan suatu data jarak antara PT. Es Malindo Boyolali dengan outlet-outlet yang ada di wilayah Solo Barat. Proses pencarian jarak dilakukan dengan bantuan *Google Maps*. *Google Maps* merupakan aplikasi yang dapat membantu dalam mencari jarak dari satu tempat ke tempat lainnya. Sebagai contoh berikut disajikan pencarian jarak dengan bantuan *Google Maps* dari PT. Es Malindo Boyolali dengan Batik (SMA Batik 2 Surakarta) pada Gambar 2.

Pada gambar tersebut muncul tiga rute yang dapat dilalui, maka kita pilih rute dengan jarak paling pendek. Berikut ditunjukkan pada Tabel 2 data jarak antara PT. Es Malindo Boyolali dengan outlet-outlet yang ada di wilayah Solo Barat.

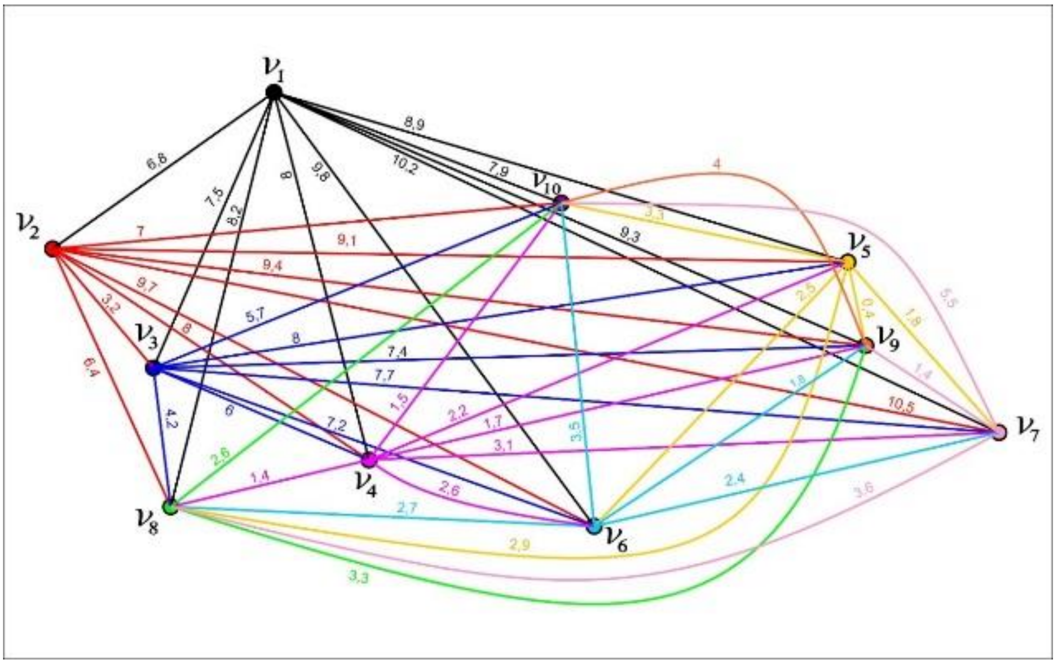


Gambar 2. Pencarian Jarak dengan *Google Maps*

Tabel 2. Jarak antara PT. Es Malindo Boyolali dengan outlet-outlet yang ada di wilayah Solo Barat.

	OUTLET (Km)									
	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	v_8	v_9	v_{10}
v_1	0									
v_2	6,8	0								
v_3	7,5	3,2	0							
v_4	8	8	6	0						
v_5	8,9	9,1	8	2,2	0					
v_6	9,8	9,7	7,2	2,6	2,5	0				
v_7	10,2	10,5	7,7	3,1	1,8	2,4	0			
v_8	8,2	6,4	4,2	1,4	2,9	2,7	3,6	0		
v_9	9,3	9,4	7,4	1,7	0,4	1,8	1,4	3,3	0	
v_{10}	7,9	7	5,7	1,5	3,3	3,5	5,5	2,6	4	0

Penerapan metode dua sisi optimal dalam penyelesaian *Travelling Salesman Pproblem* di PT. Es Malindo Boyolali dengan outlet-outlet yang ada di Solo Barat yang akan dikunjungi sebagai himpunan titik, jarak antar outlet tersebut sebagai himpunan sisi dan panjang jarak sisi tersebut kemudian disebut bobot sisi tersebut. Model graf berbobot yang menggambarkan letak PT. Es Malindo Boyolai dengan outlet yang ada di Solo Barat ditunjukkan pada Gambar 1.



Gambar 3. Graf yang menggambarkan letak outlet (Graf Komplit G=K_{10} berbobot)

Berdasarkan graf diatas kita dapat memulai menyelesaikan permasalahan *Traveling Salesman Problem* pada PT. Es Malindo Boyolali dengan metode dua sisi optimal. Metode ini diawali dengan memilih sebuah sikel Hamilton sebarang, namakan C, pada graf G. setelah melakukan sebarisan modifikasi terhadap C, kita berharap menemukan sebuah sikel Hamilton dengan bobot yang lebih kecil dari bobot C. Untuk lebih detailnya, misalkan pada awalnya kita memilih sikel Hamilton $C = (v_1, v_2, \dots, v_n, v_i)$ di graf G. kemudian, untuk setiap pasangan i, j sedemikian hingga $1 < i + 1 < j \leq n$, kita bentuk sebuah sikel Hamilton baru dari sikel C dengan cara menghapus dua sisi C yaitu sisi-sisi $v_i v_{i+1}$ dan $v_j v_{j+1}$ dan menambahkan dua sisi baru yaitu $v_i v_j$ dan $v_{i+1} v_{j+1}$. Jika sikel Hamilton yang baru dilambangkan dengan C_{ij}, maka

$$C_{ij} = (v_1, v_2, \dots, v_i, v_j, v_{j-1}, \dots, v_{j+1}, v_{j+2}, \dots, v_n, v_1)$$

Perlu dicatat bahwa pada saat $j = n$, C_{ij} didefinisikan sebagai berikut:

$$C_{ij} = (v_1, v_2, \dots, v_i, v_n, v_{n-1}, \dots, v_{i+1}, v_1)$$

Selanjutnya, jika jumlah bobot dua sisi pengganti lebih kecil daripada jumlah bobot dua sisi yang digantikan maka bobot sikel Hamilton C_{ij} lebih kecil daripada bobot sikel Hamilton C. Dengan kata lain, jika

$$w(v_i v_{i+1}) + w(v_j v_{j+1}) < w(v_i v_j) + w(v_{i+1} v_{j+1}),$$

maka

$$w(C_{ij}) < w(C)$$

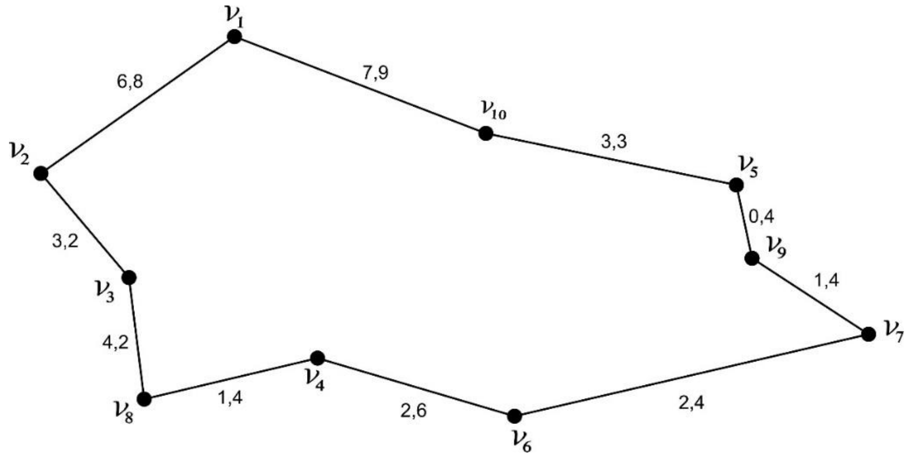
Sehingga sikel Hamilton C diganti oleh sikel Hamilton C_{ij}. Selanjutnya, dengan cara yang sama modifikasi sikel Hamilton C_{ij}. Proses ini dilanjutkan sampai diperoleh sikel Hamilton yang bobotnya tidak bisa diperkecil lagi (Budayasa, 2007:139). Berikut langkah-langkah untuk menyelesaikan permasalahan dengan metode dua sisi optimal:

Input	G graf komplit berbobot dengan n titik
Step 1	Misalkan $(v_1, v_2, \dots, v_n, v_1)$ sebuah sikel Hamilton di G dengan bobot $W = w(v_1 v_2) + w(v_2 v_3) + \dots + w(v_n v_1)$.
Step 2	Tulis $i = 1$.
Step 3	Tulis $j = i + 2$.
Step 4	Modifikasi sikel Hamilton C menjadi sikel Hamilton C_{ij} sedemikian hingga $C_{ij} = (v_1, v_2, \dots, v_i, v_j, v_{j-1}, \dots, v_{j+1}, v_{j+2}, \dots, v_n, v_1)$. Misalkan W_{ij} adalah bobot sikel Hamilton C_{ij}. Jika $W_{ij} < W$, ganti C dengan C_{ij} dan ganti W dengan W_{ij}. Label ulang titik-titik C yang baru dengan $v_1, v_2, \dots, v_n$; dan kembali ke Step 1.
Step 5	Tulis $j = j + 1$. Jika $j \leq n$, kerjakan step 4; jika tidak tulis $i = i + 1$. Jika $i \leq n - 2$, kerjakan step 3; jika tidak STOP.

Berdasarkan langkah diatas kita dapat memulai menyelesaikan permasalahan *Traveling Salesman Problem* pada PT. Es Malindo Boyolali.

Step 1. Pilih sikel hamilton $C = (v_1, v_2, v_3, v_8, v_4, v_6, v_7, v_9, v_5, v_{10}, v_1)$ dengan bobot $W(C) = 6{,}8 + 3{,}2 + 4{,}2 + 1{,}4 + 2{,}6 + 2{,}4 + 1{,}4 + 0{,}4 + 3{,}3 + 7{,}9 = 33{,}6$. Untuk mempermudah kita label C sebagai berikut $C =$

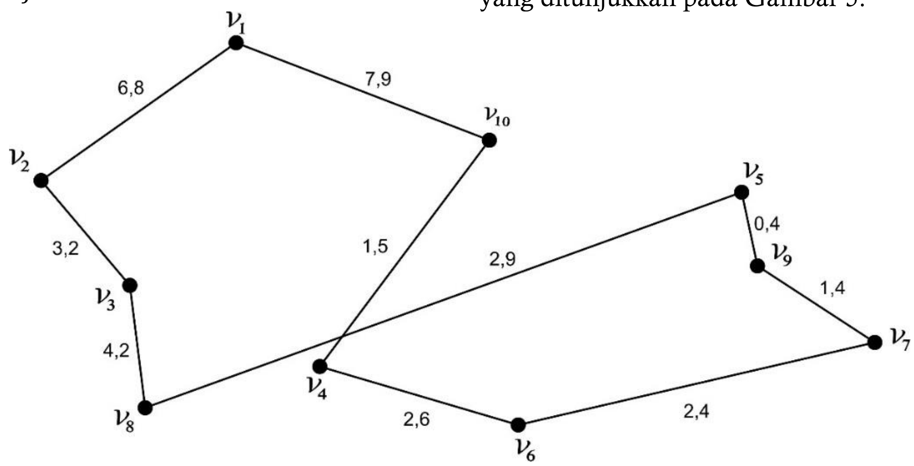
$(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,1)$. Sikel Hamilton C dengan bobot $W(C) = 33{,}6$ ditunjukkan pada Gambar 4.



Gambar 4. Sikel Hamilton C dengan bobot $W(C) = 33{,}6$

Step 2. $i = 1$
Step 3. $j = i + 2 = 3$
Step 4. Konstruksi $C_{13} = (1,3,2,4,5,6,7,8,9,10,1)$
$= (v_1, v_3, v_2, v_8, v_4, v_6, v_7, v_9, v_5, v_{10}, v_1)$
$W_{13} = 7{,}5 + 3{,}2 + 6{,}4 + 1{,}4 + 2{,}6 + 2{,}4 + 1{,}4 + 0{,}4 + 3{,}3 + 7{,}9 = 36{,}5$
Karena $W_{13} > W$, maka C tetap.
Step 5. $j = 3 + 1 = 4 < n = 10$

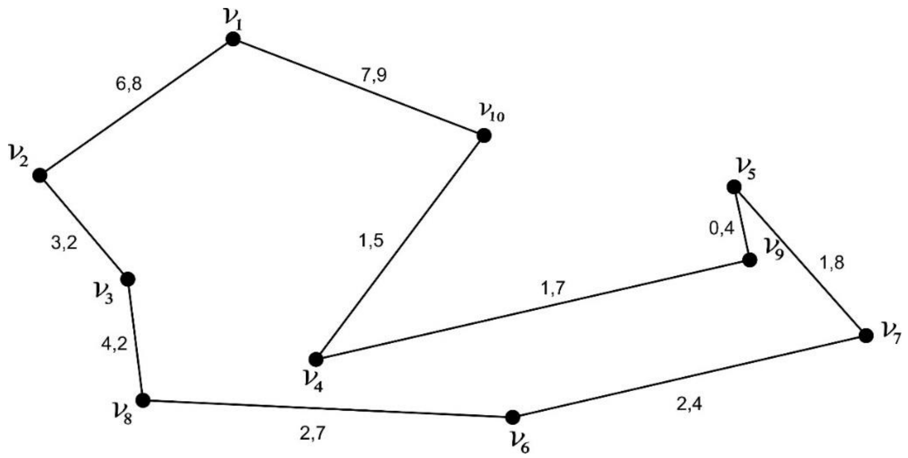
Langkah ini dilanjutkan hingga diperoleh C yang baru dengan $C = C_{49} = (v_1, v_2, v_3, v_8, v_{5,} v_9, v_7, v_6, v_4, v_{10}, v_1)$ dan $W = W_{49} = 33{,}3$. Kemudian kembali ke step 1.
Step 1. Sikel hamilton yang baru $C = (v_1, v_2, v_3, v_8, v_{5,} v_9, v_7, v_6, v_4, v_{10}, v_1) = (1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,1)$ dan $W = 33{,}3$ seperti yang ditunjukkan pada Gambar 5.



Gambar 5. Sikel Hamilton C dengan bobot $W(C) = 33{,}3$

Step 2. $i = 1$
Step 3. $j = i + 2 = 3$
Step 4. Konstruksi $C_{13} = (1,3,2,4,5,6,7,8,9,10,1)$
$= (v_1, v_3, v_2, v_8, v_5, v_9, v_7, v_6, v_4, v_{10}, v_1)$
$W_{13} = 7{,}5 + 3{,}2 + 6{,}4 + 2{,}9 + 0{,}4 + 1{,}4 + 2{,}4 + 2{,}6 + 1{,}5 + 7{,}9 = 36{,}2$
Karena $W_{13} > W$, maka C tetap.
Step 5. $j = 3 + 1 = 4 < n$

Langkah ini dianjutkan hingga diperoleh C yang baru dengan $C = C_{68} = (v_1, v_2, v_3, v_8, v_6, v_{7,} v_5, v_9, v_4, v_{10}, v_1)$ dan $W = W_{49} = 32{,}6$. Kemudian kembali ke step 1.
Step 1. Sikel hamilton yang baru $C = (v_1, v_2, v_3, v_8, v_6, v_{7,} v_5, v_9, v_4, v_{10}, v_1) = (1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,1)$ dan $W = 32{,}6$ seperti yang ditunjukkan pada Gambar 6.



Gambar 6. Sikel Hamilton C dengan bobot $W(C) = 32,6$

Step 2. $i = 1$
Step 3. $j = i + 2 = 1 + 2 = 3 < n$
Step 4. Konstruksi $C_{13} = (1,3,2,4,5,6,7,8,9,10,1)$
$= (v_1, v_3, v_2, v_8, v_6, v_7, v_5, v_9, v_4, v_{10}, v_1)$
$W_{13} = 6,8 + 3,2 + 6,4 + 2,7 + 2,4 + 1,8 + 0,4 + 1,7 + 1,5 + 7,9 = 34,8$.
Karena $W_{13} > W$, maka C tetap.
Step 5. $j = 3 + 1 = 4 < n$

Langkah ini dilanjutkan hingga di[eroleh nilai $i = 9 > n - 2$. Dengan diperolehnya nilai $i > n - 2$ maka langkah-langkah tersebut dihentikan atau sama dengan STOP. Dari semua nilai C baru yang diperoleh, dapat dilihat bahwa $C = (v_1, v_2, v_3, v_8, v_6, v_{7,} v_5, v_9, v_4, v_{10}, v_1)$ mempunyai bobot paling minimum yaitu 32,6.

Rute pengiriman es pada PT. Es Malindo Boyolali telah diperoleh dengan bantuan Google Maps.Menurut Mahdia & Fiftin (2013) *Google Maps* adalah sebuah jasa peta global *virtual* gratis dan *online* yang disediakan oleh *Google. Google Maps* menawarkan peta yang dipaparkan dan gambar satelit untuk seluruh dunia, selain itu *Google Maps* juga menawarkan peta jalan, sebuah rute perjalanan untuk perencanaan menggunakan jalan kaki, mobil, atau angkutan umum dan pencari tempat bisnis untuk berbagai negara di seluruh dunia. Menurut salah satu pembuat *Google Maps* (Lars Rasmussen), *Google Maps* adalah salah satu cara untuk mengorganisir informasi dunia secara geografis. Berdasarkan hasil peneitian yang telah dilakukan *Google Maps* menghailkan koordinat yang cukup akurat. Hal itu mengakibatkan hasil pencarian jarak antar lokasi menjadi lebih cepat.

Berdasaikan uraian di atas penelitian ini menggunakan bantuan *Google Maps* untuk menentukan jarak antar outlet yang ada di wilayah Solo Barat. Jurnal tesebut memperkuat argumen bahwa *Google Maps* dapat dignakan untuk menentukan koordinat suatu tempat. Data yang telah diperoleh dengan bantuan *Google Maps* kemudian dianalisis menggunakan metode dua sisi optimal dan didapatkan suatu solusi optimal.

Dalam menyelesaikan masalah TSP pada PT. Es Malindo Boyolali digunakan metode dua sisi optimal. Menurut Budayasa (2007) metode dua sisi optimal merupakan salah satu metode untuk menyelesaikan permasalahan tour optimal, salah satunya adalah TSP. Dalam hal ini kita mencari cara untuk mendapatkan sikel hamiton dengan bobot minimum pada graf komplit. Penerapan metode dua sisi optimal dalam penyelesaian *Travelling Salesman Problem* pada PT. Es Malindo Boyolali pada wilayah Solo Barat dengan jumlah titik sebanyak 10, diperoleh rute terpendek

$$C = (v_1, v_2, v_3, v_8, v_6, v_{7,} v_5, v_9, v_4, v_{10}, v_1)$$

dengan bobot 32,6 Km, rute tersebut adalah PT. Es Malindo (Boyolali) – Rus (Kartasura) – Tri (Gumpang) – Jhon (Jongke) – Candra (Cemani) – Wuryanto (Singosaren) – Singgih (Sriwedari) – Nunung (Sriwedari) – Basuki (Mangkuyudan) – Batik (SMA Batik 2 Ska) – PT. Es Malindo (Boyolali). Total Rute yang mungkin dilalui dengan metode dua sisi optimal ada 117 rute dengan rute terpanjang yaitu $C = (v_1, v_2, v_{9,} v_7, v_6, v_4, v_8, v_3, v_5, v_{10}, v_1)$ dengan bobot 47,4 Km.

PENUTUP

Berdarsarkan hasil penelitian dan pembahasan tentang penerapan metode dua sisi optimal dalam menyelesaikan *Travelling Salesman Problem* (TSP) pada PT. Es Malindo, maka dapat disimpulkan sebagai berikut. (1) Kemungkinan rute yang dapat ditempuh ada 117 rute pengiriman. Rute pengiriman es kristal dan es serut PT. Es Malindo Boyolali dapat di representasikan sebagai graf berbobot seperti pada Gambar 1.

Metode dua sisi optimal dapat diterapkan untuk menyelesaikan *Travelling Salesman Problem* di PT. Es Malindo Boyolali. Hasil perhitungan algoritma berupa sikel Hamilton dengan bobot terkecil yang merupakan solusi dari *Travelling Salesman Problem.* Penyelesaian dari penerapan metode dua sisi optimal pada PT. Es Malindo Boyolali menuju ke seluruh outlet di wilayah Solo

Barat yaitu mengahasilkan rute pendistribusian es kristal dan es serut $C = (v_1, v_2, v_3, v_8, v_6, v_{7,} v_5, v_9, v_4, v_{10}, v_1)$ yaitu PT. Es Malindo (Boyolali) – Rus (Kartasura) – Tri (Gumpang) – Jhon (Jongke) – Candra (Cemani) – Wuryanto (Singosaren) – Singgih (Sriwedari) – Nunung (Sriwedari) – Basuki (Mangkuyudan) – Batik (SMA Batik 2 Ska) – PT. Es Malindo (Boyolali) dengan panjang rute adalah 32,6 Km.

DAFTAR PUSTAKA

Bell, E. T. 1952. *Mathematics: Queen and Servant of Science*. London: G, Bell & Sons, Ltd.

Budayasa, I. K. 2007. *Teori Graf dan Aplikasinya*. Surabaya: Unesa University Press.

Chartrand, G & Lesniak L. 1996. *Graphs and Disgraphs Second Edition.* California: a Division of Wadsworth, Inc.

Dimyati, T. T. & Dimyati, A. 2003. *Operations Research Model-Model Pengambilan Keputusan*. Bandung: Sinar Baru Algesindo.

Harsono, Mulyono, & Suyitno, A. 2016. Simulasi Jaringan Jalan di Kota Semarang Berbasis Algoritma Floyd-Warshall untuk Menangani Masalah Lintasan Terpendek. *Unnes Journal of Mathematics*, 5(2): 154-160.

Mardlootillah, H. I., Suyitno, A., & Arini, F. Y. 2014. Simulasi Algoritma Djikstra dalam Menangani Masalah Lintasan Terpendek pada Graf Menggunakan Visual Basic. *Unnes Journal of Mathematics.* 3(1): 56-61.

Moleong, L. J. 1988. *Metodologi Penelitian Kualitatif.* Bandung: PT. Remaja Rosdakarya.

Munir, R. 2001. *Matematika Diskrit.* Bandung: CV. Informatika.

Nugroho, A. Y., Suyitno, A., & Arifudin, R. 2016. Perbandingan Aloritma Branch and Bound dan Algoritma Genetika untuk Mengatasi Travelling Salesman Problem (TSP). *Unnes Journal of Mathematics,* 5(2): 135-143.

Pradana, B. A. 2006. *Studi Implementasi Persoalan Lintasan Lintasan Terpendek Suatu Graf dengan Algoritma Djikstra dan Algoritma Bellman-Ford.* Tersedia di http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2006-2007/Makalah/Makalah0607-26.pdf [diakses 22-05-2017]

Prasetya, V. Z., Suyitno, A., & Mashuri. 2013. Penerpan Algoritma Djikstra dan Prim pada Pendistribusian Air di PDAM Kabupaten Demak. *Unnes Journal of Mathematics,* 2(1): 70-78.

Purnawanto, Y., D. Purwitasari, & A. W. Wibowo. 2005. Implementasi dan Analisis Algoritma Pencarian Rute Terpendek di Kota Surabaya. *Jurnal Penelitian dan Pengembangan Telekomunikasi* , 10(2): 94-101.

Sushma, J. P. 2013. Shortest Path Algorithms Techniques. *Internasional Journal of Science and Modern Engineering.* 1(10):8-12.

Wicaksana, D. A., Alamsyah, & Abidin, Z. 2014. Solusi Travelling Salesman Problem Menggunakan Algoritma Fuzzy Evolusi. *Unnes Journal of Mathematics,* 3(1): 39-43.

Wilson, R.J. & Watkhins, J. J. 1990. *Graph An Introductionary Approach, A Fist Course in Discrete Mathematics.* New York: Jhon Willey & Sons.