



PEMODELAN SIRS UNTUK PENYAKIT INFLUENZA DENGAN VAKSINASI PADA POPULASI MANUSIA TAK KONSTAN

Allief Nashrullah ✉, Supriyono, Muhammad Kharis

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Semarang, Indonesia
Gedung D7 lantai 1 Kampus Sekaran, Gunungpati, Semarang, 50229

Info Artikel

Sejarah Artikel:
Diterima Januari 2013
Disetujui Februari 2013
Dipublikasikan Mei 2013

Keywords:
Influenza
epidemi SIRS
titik kesetimbangan
vaksinasi

Abstrak

Influenza adalah penyakit yang disebabkan oleh virus myxovirus, influenza dibagi dalam tiga tipe virus yang berbeda yaitu tipe A,B dan C. Penyakit ini mudah menular. Cara penularannya bisa melalui bersin,batuk, atau bercakap-cakap dengan penderita. Gejalanya bervariasi tergantung pada ketahanan tubuh penderita, mulai dari demam, dengan suhu tubuh mencapai 39oC , batuk, pilek, dan bersin. Dalam tulisan ini akan dikaji model matematika untuk penyebaran penyakit influenza dengan pengaruh vaksinasi pada populasi manusia dengan laju recruitment and death. Model matematika yang digunakan berupa model epidemi SIRS dengan mengasumsikan laju populasi tak konstan. Dalam model ini terdapat pula dua titik kesetimbangan, yakni titik bebas penyakit dan titik endemik. Analisa yang dilakukan terkait dengan kestabilan titik kesetimbangan tersebut. Simulasi model dengan nilai-nilai parameter yang diberikan sebagai bentuk pengecekan terhadap hasil analisis. Vaksinasi yang dilakukan dapat mempengaruhi penyebaran penyakit influenza dalam populasi. Diharapkan hasil kajian ini dapat mengendalikan penyebaran penyakit influenza menggunakan vaksinasi dalam populasi manusia.

Abstract

Influenza is caused by myxovirus, that can be divided into three different type is A, B and C. This disease can spread everywhere by sneezing cough or talking to the sufferer. The indication depends on our body endurance, for example: getting cold on 39oC, sneeze and cough. In this paper, will be studied a mathematical model for the spread of influenza by vaccination effect on human population with recruitment and death. Mathematical model which used is SIRS epidemic model with population growth was assumed. In this model there are two equilibrium points, they are disease-free point and endemic point. Analysis is done related to the stability of equilibrium point. Simulation model with parameter values given as a check form to the analysis result. Vaccination is done can affect the spread of measles in the population. Expected results of this study may show a low interaction can control the spread of influenza by vaccination on the human population.

Pendahuluan

Influenza adalah penyakit yang disebabkan oleh virus *myxovirus*, influenza dibagi dalam tiga tipe virus yang berbeda yaitu tipe A, B dan C. Penyakit ini mudah menular. Cara penularannya bisa melalui bersin, batuk, atau bercakap-cakap dengan penderita. Karena disebabkan oleh virus, penyakit ini tidak bisa disembuhkan. Penderita bisa sembuh dengan sendirinya jika kondisi badannya membaik (fit) (Agromedia, 2004:61), gejalanya bervariasi tergantung pada ketahanan tubuh penderita, mulai dari demam, batuk, pilek, bersin, dan mata yang berair. Selain gejala tersebut bisa juga menimbulkan pegal linu otot dan tulang (Tapan, 2004:17), disebutkan pula gejala pertama influenza adalah tubuh terasa dingin namun badan demam dengan suhu tubuh mencapai 39°C . Dalam gejala influenza meliputi badan terasa sakit terutama tulang sendi dan tenggorokan, batuk dan bersin, demam, pusing, iritasi mata, sakit perut dan lain sebagainya (Pratiwi dan Kartono, 2008).

Dari latar belakang tersebut, maka penulis merumuskan beberapa permasalahan yaitu bagaimana menurunkan model epidemi SIRS pada penyebaran penyakit influenza dengan vaksinasi pada populasi manusia dengan laju *recruitment and death*, Sejalan dengan rumusan masalah, tujuan penulisan ini adalah untuk mengetahui penurunan model epidemi SIRS pada penyebaran penyakit influenza dengan vaksinasi pada populasi manusia dengan laju *recruitment and death*, mengetahui titik kesetimbangan dan analisis kestabilan pada penyebaran penyakit influenza dengan vaksinasi pada populasi manusia dengan laju *recruitment and death*, dan mengetahui simulasi model pada penyebaran penyakit influenza dengan vaksinasi pada populasi manusia dengan laju *recruitment and death* menggunakan program Maple.

Pembahasan

Influenza adalah penyakit yang disebabkan oleh virus *myxovirus* yang sampai saat ini dikenal tiga tipe yaitu tipe A, B, dan C. Tipe A merupakan virus penyebab influenza yang bersifat epidemik. Tipe B biasanya hanya menyebabkan penyakit yang lebih ringan dari tipe A dan kadang-kadang saja sampai mengakibatkan epidemi. Tipe C adalah tipe yang diragukan apakah bisa menyebabkan influenza pada manusia. Meskipun virus influenza hanya terdiri atas 3 tipe, namun virus ini sering melakukan mutasi minor, sehingga

seseorang bisa terkena berkali-kali penyakit influenza. Perubahan pada jenis-jenis flu dari tahun ke tahun mempersulit pengembangan vaksin flu yang 100 persen efektif. Kendati begitu, vaksin flu dapat menjadi 80 persen efektif jika diberikan sebelum musim flu (biasanya pada musim pancaroba) (Tapan, 2004:9). Meskipun penyakit flu ini kelihatannya ringan namun jumlah penderita yang meninggal pada waktu pandemi bisa mencapai ratusan ribu orang, pada tahun non pandemik, kematian karena flu bisa mencapai 10.000 hingga 40.000 orang per tahun, jumlah itu meningkat hingga lebih dari 100.000 orang pada tahun pandemik (Tapan, 2004:1), selain fakta tersebut, penulis juga mendapatkan fakta-fakta lain mengenai penyakit influenza yang didapat dari beberapa jurnal, antara lain: (1) Virus yang menyebabkan epidemi flu dapat dibedakan dalam tiga tipe berbeda yaitu tipe A, B, dan C (Casagrandi dkk., 2006), (2) Vaksinasi pada orang usia produktif (< 65 tahun) dapat mengurangi tingkat penularan influenza (jumlah penderita flu) (Bridges dkk., 2000), (3) Pada orang tua, vaksinasi terhadap influenza dikaitkan dengan penurunan risiko rawat inap untuk penyakit jantung, penyakit serebrovaskular, dan pneumonia atau influenza serta resiko kematian dari semua penyebab selama musim influenza. (Nichol dkk., 2003), (4) Gejala pertama influenza adalah tubuh terasa dingin namun badan demam dengan suhu tubuh mencapai 39°C . Gejala influenza meliputi badan terasa sakit terutama tulang sendi dan tenggorokan, batuk dan bersin, demam, pusing, iritasi mata, sakit perut dan lain sebagainya (Pratiwi dan Kartono, 2008).

Penderita Influenza disarankan untuk banyak beristirahat, banyak minum, hindari minum alkohol dan merokok, bila diperlukan dapat meminum *paracetamol* (*asetaminofen*) untuk menurunkan panas dan nyeri sendi. Pada penderita influenza sebenarnya antibiotik tidak banyak bermanfaat karena disebabkan oleh virus, bukan bakteri, kecuali bila timbul komplikasi berupa infeksi sekunder seperti *pneumonia* (radang paru) akibat bakteri. Penyakit Influenza sendiri sebenarnya bersifat "*self limiting*", sehingga akan sembuh dengan sendirinya dalam waktu 1 sampai dengan 2 minggu (Tapan, 2004:19).

Salah satu usaha yang dilakukan untuk menanggulangi wabah ini adalah dengan melakukan vaksinasi. Vaksinasi dilakukan terhadap orang yang belum terkena influenza.

Dalam Carman dkk. (2000) disebutkan bahwa vaksinasi memberikan kontribusi besar dalam penurunan jumlah pasien flu. Dalam Kwong dkk. (2009) menyatakan bahwa vaksinasi mempunyai potensi yang lebih tinggi dalam mengurangi jumlah penderita flu dibandingkan dengan penggunaan antibiotik. Dalam Bridges dkk. (2000) dinyatakan bahwa vaksinasi pada orang usia produktif (< 65 tahun) dapat mengurangi tingkat penularan influenza (jumlah penderita flu). Dalam Nichol dkk. (2003) disebutkan bahwa pada orang tua, vaksinasi terhadap influenza dikaitkan dengan penurunan risiko rawat inap untuk penyakit jantung, penyakit *serebrovaskular*, dan *pneumonia* atau influenza serta resiko kematian dari semua penyebab selama musim influenza.

Perkembangan ilmu pengetahuan di bidang matematika juga turut memberikan peranan yang penting dalam menggambarkan dan menganalisis fenomena penyebaran penyakit endemik. Kejadian epidemi adalah kejadian penyebaran atau mewabahnya penyakit dalam suatu wilayah. Meminjam istilah dari epidemi penyakit, secara khusus dalam karya ilmiah ini akan dibahas model matematika untuk penyebaran penyakit influenza pada suatu populasi dengan vaksinasi.

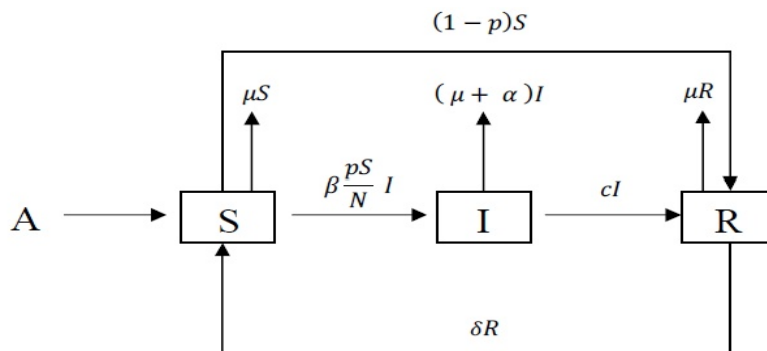
Dari latar belakang tersebut, maka penulis merumuskan beberapa permasalahan yaitu bagaimana menurunkan penyebaran penyakit influenza ke dalam bentuk matematis dengan model SIRS, pada model itu total populasi $N(t)$ merupakan fungsi waktu t dibagi menjadi tiga kelas yakni : kelas individu yang rentan terserang penyakit dinotasikan dengan S , kelas individu yang terinfeksi yaitu individu yang mampu menularkan penyakit ke individu lain yang dinotasikan dengan I , dan kelas yang sembuh dinotasikan dengan R , atau dapat juga

ditulis: $N(t) = S(t) + I(t) + R(t)$

Pada populasi manusia, penyebaran penyakit menular mengikuti model dinamik SIRS (*Susceptible* -> *Infected* -> *Removed* -> *Susceptible*). Model SIRS itu menggambarkan bahwa individu yang rentan terserang penyakit menjadi individu yang terinfeksi penyakit, kemudian sembuh, setelah sembuh, individu memperoleh kekebalan sementara terhadap penyakit tersebut. Seiring berjalannya waktu kekebalan tersebut menghilang atau berkurang, mengakibatkan individu yang rentan terserang penyakit tersebut dapat kembali terinfeksi penyakit yang sama (Enatsu dkk., 2000).

Dalam pembentukan model epidemi SIRS pada penyebaran penyakit influenza dengan vaksinasi pada populasi manusia dengan laju *recruitment and death* ini dibatasi oleh beberapa asumsi. Asumsi-asumsi yang digunakan dalam model penyebaran penyakit influenza sebagai berikut. (1) Penyakit dapat sembuh dengan sendirinya dalam waktu 1 minggu sampai dengan 25 hari. (2) Setiap individu yang rentan terserang penyakit masuk ke subpopulasi *susceptibles* (rentan terserang) dan populasi ini akan bertahan lama dalam sistem. (3) Penyakit menular melalui kontak langsung antara individu rentan dengan penderita. (4) Tidak ada masa inkubasi. (5) Individu yang rentan diberikan vaksinasi dengan tingkat keberhasilan 100%, artinya individu yang diberikan vaksinasi diasumsikan kebal terhadap penyakit. (6) Dapat terjadi kematian karena penyakit.

Secara skematis proses penyebaran penyakit influenza dengan vaksinasi pada populasi manusia dengan laju *recruitment and death* dalam suatu populasi dapat disajikan dalam diagram transfer pada Gambar 1 di bawah ini.



Gambar 1. penyakit influenza dengan vaksinasi pada populasi manusia

Dengan $S(t), I(t), R(t)$ masing-masing menyatakan jumlah individu yang potensial, aktif dan sembuh saat t . Dengan parameter-parameter yang digunakan sebagai berikut. Parameter A menyatakan laju rekrutmen pada populasi manusia, β menyatakan peluang terjadinya kontak infeksi antara individu yang rentan terinfeksi penyakit dan individu yang terinfeksi penyakit, μ menyatakan laju kematian murni tiap individu pada populasi manusia, α menyatakan laju kematian tiap individu yang diakibatkan karena penyakit pada populasi individu yang terinfeksi penyakit, c menyatakan laju kesembuhan tiap individu yang sakit, $1 - p$ menyatakan proporsi individu yang rentan yang tidak divaksinasi, δ menyatakan laju kehilangan kekebalan tiap individu yang telah punya kekebalan sementara.

Model matematika yang dibentuk merupakan suatu sistem persamaan diferensial diberikan di bawah ini

$$\frac{dS}{dt} = A + \delta R - \mu S - \beta p \frac{S}{N} I - (1 - p)S$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta p \frac{S}{N} I - (\mu + \alpha - c)I$$

$$\frac{dR}{dt} = cI + (1 - p)S - (\mu + \delta)R$$

$$N = S + I + R \tag{1}$$

Sistem (1) ekuivalen dengan sistem (2) dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\frac{dN}{dt} = A - \mu N - \alpha I$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\beta p(N - I - R)I}{N} - (\mu + \alpha)I - cI$$

$$\frac{dR}{dt} = cI + (1 - p)S - (\mu + \delta)R \tag{2}$$

Titik ekuilibrium dengan membuat pada sistem (2) menjadi nol. Diperoleh 2 titik kesetimbangan yaitu titik kesetimbangan bukan endemik dan titik endemik yang dijelaskan dalam teorema-teorema dibawah ini.

Teorema 1.

$$\text{Diberikan } R_0 = \frac{\beta p(\mu + \delta)}{(\mu + \alpha + c)(1 - p + \mu + \delta)}$$

Berdasarkan nilai R_0 tersebut,

1. Jika $R_0 \leq 1$ maka Sistem (4.3) hanya mempunyai satu titik ekuilibrium yaitu titik ekuilibrium bebas penyakit

$$P_0 = (N, I, R) = \left(\frac{A}{\mu}, 0, \frac{A(1-p)}{\mu(1-p+\mu+\delta)} \right).$$

2. Jika $R_0 > 1$ maka Sistem (4.3) mempunyai dua titik ekuilibrium yaitu titik ekuilibrium bebas penyakit P_0 dan titik ekuilibrium tak bebas penyakit $P_1 = (N^*, I^*, R^*)$ dengan

$$N^* = \frac{A\beta p(\mu + \delta + c)}{\alpha[\beta p(\mu + \delta) - (\mu + \alpha + c)(1 - p + \mu + \delta)] + \beta p\mu(\mu + \delta + c)}$$

$$I^* = \frac{A[\beta p(\mu + \delta) - (\mu + \alpha + c)(1 - p + \mu + \delta)]}{\alpha[\beta p(\mu + \delta) - (\mu + \alpha + c)(1 - p + \mu + \delta)] + \beta p\mu(\mu + \delta + c)}$$

$$R^* = \frac{A\mu[c\beta p(\mu + \delta) - (\mu + \alpha + c)(1 - p + \mu + \delta)] + (1 - p)[\beta pc + (\mu + \alpha + c)(1 - p + \mu + \delta)]}{\mu(1 - p + \mu + \delta).[\alpha[\beta p(\mu + \delta) - (\mu + \alpha + c)(1 - p + \mu + \delta)] + \beta p\mu(\mu + \delta + c)}}$$

Bukti:

Titik kesetimbangan dicari dengan

membuat nol $\frac{dN}{dt}$, $\frac{dI}{dt}$, dan $\frac{dR}{dt}$ diperoleh sistem

(2) sebagai berikut.

$$A - \mu N - \alpha I = 0,$$

$$\frac{\beta p(N - I - R)I}{N} - (\mu + \alpha)I - cI = 0,$$

$$cI + (1 - p)S - (\mu + \delta)R = 0 \tag{3}$$

[B1] Penentuan eksistensi titik kesetimbangan bebas penyakit tidak tergantung dari syarat R_0 sehingga dapat langsung ditentukan dari sistem (3) yaitu dengan membuat $I = 0$ yang disubstitusikan pada persamaan $\frac{dN}{dt}$, $\frac{dI}{dt}$,

dan $\frac{dR}{dt}$ diperoleh

$$\frac{dN}{dt} = 0 \Leftrightarrow A - \mu N - \alpha I = 0 \Leftrightarrow N = \frac{A - \alpha I}{\mu},$$

$$\frac{dI}{dt} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta p(N - 0 - R).0}{N} - (\mu + \alpha).0 - c.0 \Leftrightarrow I = 0$$

$$\frac{dR}{dt} = 0 \Leftrightarrow cI + (1 - p)S - (\mu + \delta)R \Leftrightarrow R = \frac{A(1-p)}{\mu(1-p+\mu+\delta)} \tag{4}$$

Sehingga saat $I = 0$ diperoleh titik kesetimbangan bukan endemik

$$P_0 = (N, I, R) = \left(\frac{A}{\mu}, 0, \frac{A(1-p)}{\mu(1-p+\mu+\delta)} \right)$$

Karena penentuan titik kesetimbangan bebas penyakit tidak tergantung dari syarat R_0 , maka sistem (2) pasti mempunyai titik kesetimbangan bebas penyakit untuk segala kondisi R_0 .

[B2] Penentuan titik kesetimbangan endemik dilakukan dengan mencari nilai dan $I \neq 0$ mensyaratkan $I > 0$.

Dari persamaan pertama dan ketiga pada sistem (3) diperoleh:

$$N^* = \frac{A-\alpha I^*}{\mu} \text{ dan } R^* = \frac{I(\mu c - (\alpha+\mu)(1-p)) + A(1-p)}{\mu(1-p+\mu+\delta)}$$

Substitusikan ke persamaan kedua diperoleh nilai $I = 0$ atau

$$\frac{\beta p(N - I - R)I}{N} - (\mu + \alpha)I - cI = 0$$

Saat $I \neq 0$, diperoleh

$$I^* = \frac{A[\beta p(\mu + \delta) - (\mu + \alpha + c)(1 - p + \mu + \delta)]}{\alpha[\beta p(\mu + \delta) - (\mu + \alpha + c)(1 - p + \mu + \delta)] + \beta p\mu(\mu + \delta + c)}$$

Karena nilai-nilai $\beta, p, \mu, \delta, \alpha, c$ positif berlaku $\beta p(\mu + \delta) - (\mu + \alpha + c)(1 - p + \mu + \delta) > 0$

$$\text{Jelas } \frac{\beta p(\mu + \delta)}{(\mu + \alpha + c)(1 - p + \mu + \delta)} > 1$$

Jadi $R_0 > 1$.

Teorema 2

Dipunyai $R_0 = \frac{\beta p(\mu + \delta)}{(\mu + \alpha + c)(1 - p + \mu + \delta)}$.

1. Jika $R_0 < 1$ maka titik kesetimbangan P_0 stabil asimtotik lokal

2. Jika $R_0 > 1$ maka titik kesetimbangan P_0 tidak stabil dan titik kesetimbangan endemik P_1 stabil asimtotik lokal.

Bukti :

Matriks jacobian model penyebaran populasi penyakit influenza tak konstan adalah

$$J(p) = \begin{bmatrix} -\mu & -\alpha & 0 \\ \frac{\beta p I}{N} - \frac{\beta p I(N-I-R)}{N^2} & \frac{\beta p(N-I-R)}{N} - \frac{\beta p I}{N} - \mu - \alpha - c & -\frac{\beta p I}{N} \\ (1-p) & c - (1-p) & -(1-p) - \mu - \delta \end{bmatrix}$$

Untuk $P_0 = (N, I, R) = \left(\frac{A}{\mu}, 0, \frac{A(1-p)}{\mu(1-p+\mu+\delta)} \right)$ dan $P_1 = (N^*, I^*, R^*)$

dengan

$$N^* = \frac{A\beta p(\mu + \delta + c)}{\alpha[\beta p(\mu + \delta) - (\mu + \alpha + c)(1 - p + \mu + \delta)] + \beta p\mu(\mu + \delta + c)}$$

$$I^* = \frac{A[\beta p(\mu + \delta) - (\mu + \alpha + c)(1 - p + \mu + \delta)]}{\alpha[\beta p(\mu + \delta) - (\mu + \alpha + c)(1 - p + \mu + \delta)] + \beta p\mu(\mu + \delta + c)}$$

$$R^* = \frac{A\mu[c\beta p(\mu + \delta) - (\mu + \alpha + c)(1 - p + \mu + \delta)] + (1-p)[\beta p c + (\mu + \alpha + c)(1 - p + \mu + \delta)]}{\mu(1-p+\mu+\delta).[\alpha[\beta p(\mu + \delta) - (\mu + \alpha + c)(1 - p + \mu + \delta)] + \beta p\mu(\mu + \delta + c)]}$$

Untuk kasus P_0 , diperoleh semua nilai eigen negatif apabila $R_0 < 1$ dan ada satu nilai eigen yang positif apabila $R_0 > 1$. Dengan kata lain jika $R_0 < 1$ maka titik kesetimbangan P_0 stabil asimtotik lokal dan jika $R_0 > 1$ maka titik kesetimbangan P_0 tidak stabil.

Untuk kasus P_1 , diperoleh semua nilai eigen negatif apabila $R_0 > 1$. Dengan kata lain jika $R_0 > 1$ maka titik kesetimbangan P_1 stabil asimtotik lokal dan jika $R_0 < 1$ maka titik kesetimbangan P_1 tidak stabil.

Simulasi Model

Simulasi dilakukan dengan memberikan nilai-nilai untuk masing-masing parameter sesuai dengan kondisi nilai R_0 dalam teorema-teorema yang telah diberikan di atas. Dalam penelitian ini dianalisis dinamika populasi untuk dua kondisi, yaitu ketika $R_0 < 1$ dimana populasi akan stabil karena penyakit akan berangsur-angsur menghilang dari populasi dan ketika $R_0 > 1$ dimana vaksinasi yang dilakukan belum berhasil membuat penyakit menghilang dari populasi. Hal ini membutuhkan nilai awal untuk masing-masing parameter dan variabel.

Berdasarkan penjelasan makna nilai-nilai parameter, nilai $\mu = 0.01538$ menyatakan besarnya laju kelahiran yang diinterpretasikan sebagai waktu rata-rata seseorang berada dalam sistem yang diamati yaitu selama 65 tahun, Nilai $\beta = 0.8$ adalah rata-rata ada 8 manusia rentan yang menjadi terinfeksi dari setiap 10 kontak yang terjadi antara manusia rentan dengan manusia yang terinfeksi, nilai $A = 1$ yang diinterpretasikan sebagai penambahan populasi sejumlah 1 orang tiap harinya, laju kematian yang diakibatkan karena penyakit $\alpha = 0.3$ yang diinterpretasikan sebagai rata-rata

banyaknya peluang individu yang terinfeksi penyakit jika 3 dari 10 orang mati karena penyakit, nilai $c = 0.04$ artinya rata-rata periode individu terinfeksi sampai sembuh adalah 25 hari, nilai $p = 0.8$ artinya tiap hari ada 80% dari jumlah keseluruhan manusia rentan yang tidak divaksinasi, jadi nilai $1 - p = 0.2$ artinya tiap hari ada 20% dari jumlah keseluruhan manusia rentan yang divaksinasi, dan nilai $\delta = 0.1$ yang diinterpretasikan sebagai rata-rata ada 1 dari 10 individu yang kehilangan kekebalan sementara dan kembali menjadi individu yang rentan terinfeksi penyakit.

1). Simulasi untuk $R_0 < 1$.

Nilai-nilai parameter untuk simulasi saat $R_0 < 1$ diberikan dalam Tabel 1 berikut ini.

Tabel 1. Nilai-nilai parameter untuk $R_0 < 1$

Parameter	Nilai	Parameter	Nilai
μ	0.01538	c	0.04
β	0.8	p	0.8
A	1	$1 - p$	0.2
δ	0.1	α	0.3

Dari Tabel 1 tersebut, diperoleh nilai $R_0 = 0.659 < 1$. Pada Teorema 1 disebutkan bahwa saat $R_0 < 1$ sistem (4.3) hanya mempunyai 1 titik ekuilibrium $P_0 = (N, I, R) = (65.01952; 0; 30.18827)$ dan pada teorema 2 disebutkan bahwa P_0 stabil asimtotik lokal.

dengan strategi penanggulangan berupa vaksinasi pada manusia yang rentan karena infeksi ini.

Dari Gambar 2 dapat dilihat bahwa proporsi individu terinfeksi menurun saat t untuk $R_0 < 1$. Dari gambar 3 jumlah populasi $N(t)$ akan bertambah seiring bertambahnya populasi yang sembuh dari penyakit. Dari gambar 4 dapat dilihat bahwa proporsi individu yang sembuh akan terus naik saat $R_0 < 1$. Simulasi untuk $R_0 > 1$.

Nilai-nilai parameter untuk simulasi saat $R_0 > 1$ diberikan dalam Tabel 2 berikut ini.

Dari Tabel 2 tersebut diperoleh nilai $R_0 = 1.085 > 1$ dan nilai titik-titik $P_1 = (N^*, I^*, R^*) = (30.39902; 1.77488; 13.61968)$. ilustrasi dari

model matematika ketika $R_0 > 1$ ini.

Dari Gambar 5 dapat dilihat bahwa proporsi individu terinfeksi untuk $R_0 < 1$, Karena tidak dilakukan vaksinasi maka proporsi individu terinfeksi akan bertambah. Dari gambar 6 populasi $N(t)$ semakin berkurang karena banyak dari $N(t)$ yang terinfeksi. Dari

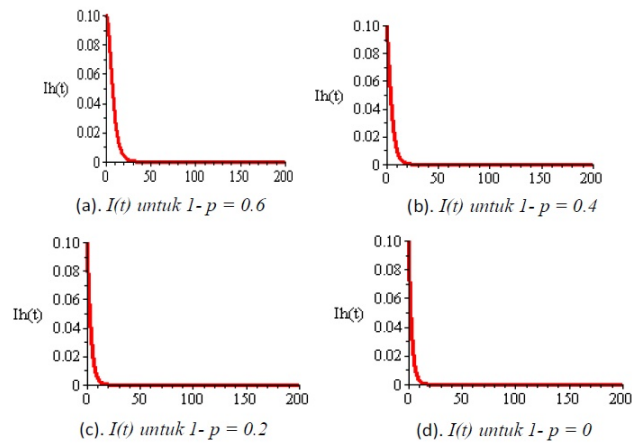
Tabel 2. Nilai-nilai parameter untuk $R_0 > 1$

Parameter	Nilai	Parameter	Nilai
μ	0.01538	c	0.04
β	0.8	p	0.9
A	1	$1 - p$	0.1
δ	0.1	α	0.3

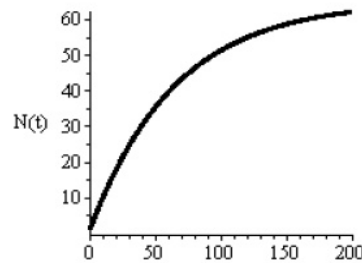
Berikut disajikan grafik-grafik dari nilai $N, I,$ dan R yang akan memberikan ilustrasi dari model matematika pada penyakit influenza

gambar 7 dapat dilihat bahwa proporsi individu yang sembuh berkurang saat $R_0 > 1$.

Dari Tabel 2 di atas, akan dilakukan

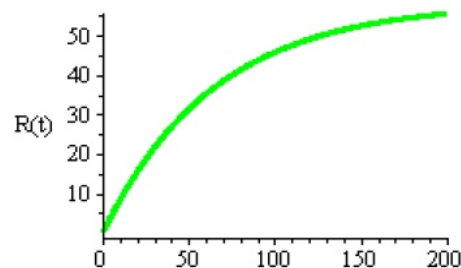


Gambar 2. Proporsi individu terinfeksi saat t untuk $R_0 < 1$



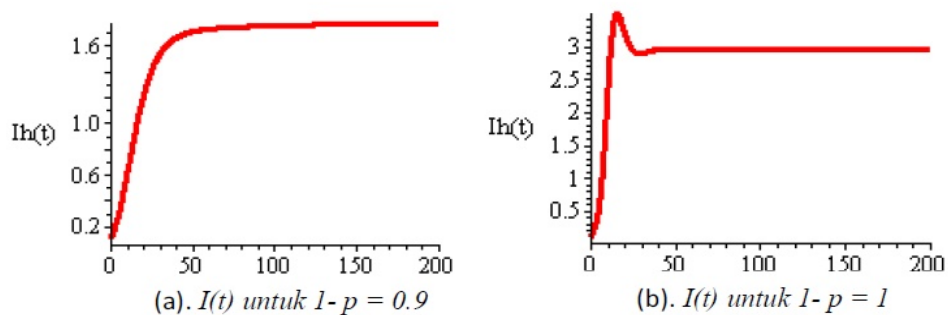
$N(t)$ untuk $1-p = 0.6, 1-p=0.4, 1-p= 0.2, 1-p=0$

Gambar 3. Jumlah populasi manusia saat t untuk $R_0 < 1$

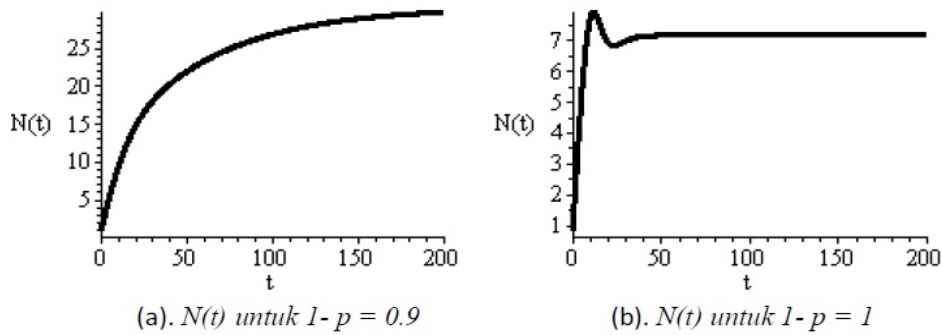


$R(t)$ untuk $1-p = 0.6, 1-p=0.4, 1-p= 0.2, 1-p=0$

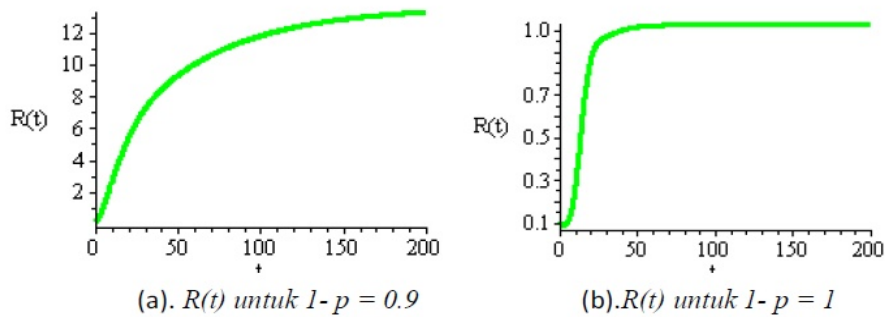
Gambar 4. Proporsi individu yang sembuh saat t untuk $R_0 < 1$



Gambar 5. Proporsi individu terinfeksi saat t untuk $R_0 > 1$



Gambar 6. Jumlah populasi manusia saat t untuk $R_0 > 1$



Gambar 7. Proporsi individu yang sembuh saat t untuk $R_0 > 1$

Tabel 3. Nilai-nilai $1 - p$ untuk perubahan kondisi R_0

p	$1 - p$	R_0
0.85	0.15	0.83191
0.86	0.14	0.87466
0.87	0.13	0.92088
0.88	0.12	0.97104
0.89	0.11	1.02566
0.9	0.1	1.08533

perubahan nilai $1 - p$ untuk menentukan kapan nilai R_0 berubah dari > 1 menjadi < 1 artinya ditentukan nilai $1 - p$ minimum sehingga wabah akan menghilang. Tabel perubahan nilai $1 - p$ dan R_0 diberikan dalam Tabel 3 berikut.

Dari Tabel 3 diperoleh bahwa nilai $1 - p$ minimum untuk menanggulangi wabah apabila diberikan nilai-nilai parameter p yang lain seperti dalam Tabel 3 dengan nilai p berkisar dari 0.85 sampai 0.9 adalah 0.12 artinya minimal ada 12% yang divaksinasi dari jumlah

keseluruhan manusia yang rentan agar wabah tidak meluas.

Pengendalian Penyebaran Virus Influenza, Jurnal Matematika Vol. 11, No.3 : 141-145.

Tapan, E. 2004. Dokter Internet. Jakarta : Pustaka Poppuler Obor.

Simpulan

$$\text{Berdasarkan } R_0 = \frac{\beta p(\mu + \delta)}{(\mu + \alpha + c)(1 - p + \mu + \delta)}$$

jika semakin tinggi tingkat vaksinasi maka rasio reproduksi dasar akan semakin menurun. Agar penyebaran penyakit dapat dicegah dengan sukses, maka ditentukan nilai $1 - p$ minimum seperti pada Tabel 3, dengan nilai p berkisar dari 0.85 sampai 0.9 adalah 0.12 artinya minimal ada 12% yang divaksinasi dari jumlah keseluruhan manusia yang rentan agar wabah tidak meluas. Karena semakin besar tingkat vaksinasi maka semakin cepat penyakit menghilang dari populasi.

DAFTAR PUSTAKA

- Agromedia. 2004. 273 Ramuan Tradisional Untuk Mengatasi Aneka Penyakit. Jakarta : P.T Agromedia Pustaka
- Bridges, C.B., Thompson, W.W., Meltzer, M.I., Reeve, G.R., Talamonti, W.J., Cox, N.J., Lilac, H.A., Hall, H., Klimov, A., & Fukuda, K., 2000, Effectiveness and Cost-Benefit of Influenza Vaccination of Healthy Working Adults A Randomized Controlled Trial, JAMA Vol 284, No. 13: 1655 – 1663.
- Casagrandi, R., Bolzoni, L., Levin, S.A., & Andreasen, V., 2006, The SIRC Model and Influenza A, Mathematical Biosciences, Elsevier, 200, 152-169.
- Enatsu, Y., Messina, E., Nakata, Y., Muroya, Y., Russo, E., & Vecchio, A., 2000, Global Dynamics of a Delayed SIRS Epidemic Models With a Wide Class of Non linear Incidence Rates, Journal of Applied Mathematics And Computing.
- Kwong, J.C., Maaten, S., Upshur, R.E.G., Patrick, D.M., & Marra, F., 2009, The Effect of Universal Influenza Immunization on Antibiotic Prescriptions: An Ecological Study, Clinical Infectious Diseases 49: 750 – 756.
- Nichol, K.L., Nordin, J., Mullooly, J., Lask, R., Fillbrandt, K., & Iwane, M., 2003, Influenza Vaccination and Reduction in Hospitalizations for Cardiac Disease and Stroke among the Elderly, N Engl J Med 348:1322 – 1332.
- Pratiwi, N., & Kartono., 2008, Strategi Model