



## PENERAPAN ALGORITMA DIJKSTRA DAN PRIM PADA PENDISTRIBUSIAN AIR DI PDAM KABUPATEN DEMAK

Verly Zuli Prasetyo✉, Amin Suyitno, Mashuri.

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Semarang, Indonesia  
Gedung D7 lantai 1 Kampus Sekaran, Gunungpati, Semarang, 50229

### Info Artikel

Sejarah Artikel:  
Diterima Januari 2013  
Disetujui Februari 2013  
Dipublikasikan Mei 2013

Keywords :  
Algoritma Dijkstra  
Algoritma Prim  
Jaringan Pendistribusian Air  
Lintasan Terpendek  
Pohon Rentang Minimal

### Abstrak

Algoritma Dijkstra adalah algoritma dalam teori graf yang dapat digunakan untuk mencari jarak dan lintasan terpendek untuk sebuah graf terhubung berbobot. Kemudian algoritma Prim adalah algoritma yang dapat digunakan untuk mencari pohon rentang minimal untuk graf berbobot. Permasalahan dalam penulisan skripsi ini adalah bagaimana hasil lintasan terpendek menggunakan algoritma Dijkstra dan software TORA, dan bagaimana hasil pohon rentang minimal menggunakan algoritma Prim dan software TORA. Dari data sekunder yang diperoleh dapat disusun gambar jaringan. Selanjutnya dari gambar jaringan dapat diperoleh jarak dan lintasan terpendek dengan menggunakan algoritma Dijkstra, pohon rentang minimal menggunakan algoritma Prim, dan bantuan software TORA. Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan dapat disimpulkan bahwa lintasan terpendek dari  $v_1$  (PDAM) ke  $v_{98}$  (titik penyambungan pipa terjauh) menggunakan algoritma Dijkstra dan software TORA adalah 7.792 m. Pohon rentang minimal menggunakan algoritma Prim dan software TORA ternyata 52.626 m. Hal ini mengakibatkan penghematan pipa pendistribusian sepanjang 20.644 m dari panjang total sebelumnya 73.270 m.

### Abstract

Dijkstra algorithm in the graph is theory which can be used to find distance and shortest route to a graph connect to weighted. Then Prim algorithm is the algorithm which can be used to find minimum spanning tree to weighted graph. The problem in this research is how the result of shortest route by use Dijkstra algorithm and TORA software and how the result of minimum spanning tree by used Prim algorithm and TORA software. From the secondary data it can compiled to the network. Then, from network images can be result distance and shortest route by use Dijkstra algorithm, minimum spanning tree by used Prim algorithm, and TORA software help. From the research result of discussion can be conclude that the shortest route from node  $v_1$  (PDAM) to node  $v_{98}$  (longest pipe connection node) use Dijkstra algorithm and TORA software is 7.792 m, and minimum spanning tree by use Prim algorithm and TORA software is 52.626 m. This make economize distributed of pipe is 20.644 m from the before 73.270 m. However shortest route from node  $v_1$  (PDAM) to node  $v_{98}$  (longest pipe connection node) is 7.792 m.

## PENDAHULUAN

Ilmu pengetahuan dan teknologi semakin lama berkembang dengan begitu pesatnya mengikuti perkembangan zaman. Meningkatnya kompleksitas dan spesialisasi dalam suatu perusahaan membawa dampak pada makin sulitnya melakukan alokasi sumber-sumber daya yang dimiliki pada berbagai kegiatan secara efektif dan efisien bagi perusahaan secara keseluruhan. Bagaimana cara memecahkan masalah alokasi sumber daya yang efektif ini, serta adanya kebutuhan untuk mencari cara yang lebih baik untuk memecahkan suatu masalah yang muncul dalam perusahaan telah mendorong timbulnya riset operasi (Dwi dan Rahmadi, 2004).

Pemodelan sumberdaya air atau analisa sistem sumberdaya air merupakan suatu cara atau prosedur untuk memprediksi perilaku di masa mendatang dari suatu sumberdaya air yang ada sekarang atau sistem yang akan diusulkan. Pemodelan sumberdaya air dituangkan dalam bentuk persamaan matematika yang menggambarkan sistem yang dimodelkan, misalnya tujuan sistem yang akan dicapai, parameter yang mempengaruhi baik yang sudah ada maupun yang ingin dicapai, batasan sistem yang ada maupun yang dikehendaki (Qomariyah, 1995).

Pengembangan wilayah merupakan salah satu permasalahan yang sering dihadapi oleh Perusahaan Daerah Air Minum (PDAM) yang diakibatkan terjadinya pertambahan jumlah penduduk yang sangat pesat di daerah perkotaan. Jumlah air relatif terbatas untuk dapat melayani akan kebutuhan air bersih di daerah perkotaan dan sekitarnya saja (Indryani, Suprayitno, dan Astana, 2004)

Masalah pendistribusian banyak dialami beberapa industri-industri (perusahaan) yang ada di Indonesia, salah satunya adalah perusahaan daerah air minum di Kabupaten Demak. Perusahaan daerah ini adalah perusahaan yang bergerak dibidang pengolahan air, salah satu hasil produksinya adalah air bersih. Pertimbangan efisiensi waktu, biaya, dan rute dalam suatu perusahaan sangat diperhatikan. Dengan adanya pendistribusian yang lama, biaya yang dikeluarkan lebih banyak, dan permintaan menjadi berkurang yang mengakibatkan sistem pemasaran di bagian distribusi air di PDAM Kabupaten Demak menjadi tidak efektif dan efisien. Oleh karena itu, PDAM Kabupaten Demak harus dapat melakukan perubahan dalam hal

pengolahan data, sehingga pengelolaan data yang didapat bisa lebih optimal. Hal ini berdampak pada hasil proses pendistribusian yang didapat bisa lebih optimal dengan biaya yang minimal. Dengan demikian, diperlukan adanya suatu alat, teknik maupun metode yang praktis, efektif, dan efisien untuk memecahkan permasalahan tersebut. Salah satu alat yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah ini yaitu dengan menggunakan program Tora.

Berdasarkan latar belakang, maka rumusan masalah yang diangkat dalam penelitian ini adalah (1) Bagaimanakah penerapan algoritma Dijkstra dalam pengoptimalisasian masalah lintasan terpendek pada pendistribusian air bersih dengan bantuan software Tora di bagian distribusi air PDAM di Kabupaten Demak?, (2) Bagaimanakah penyelesaian optimum dari model matematika untuk menentukan pohon rentang minimal (*minimum spanning tree*) pada masalah jaringan pendistribusian air bersih dengan bantuan software tora di bagian distribusi PDAM Kabupaten Demak?

## METODE PENELITIAN

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode dokumentasi, metode wawancara, dan studi pustaka. Metode dokumentasi dilakukan untuk mendapatkan informasi tentang PDAM Kabupaten Demak, data pendistribusian air. Metode wawancara dilakukan dengan cara wawancara dengan bagian distribusi yaitu Bapak Huda. Metode studi pustaka digunakan untuk mengumpulkan informasi yang diperlukan dalam penelitian yang pada akhirnya dijadikan landasan teori untuk pemecahan masalah. Teknik penyelesaian masalah yang digunakan adalah dengan program Tora. Program Tora ini berisi perintah-perintah yang berfungsi untuk melakukan analisis terhadap masalah lintasan terpendek dan pohon rentang minimal.

Dalam tahap ini peneliti mengamati kenyataan-kenyataan yang ada di lapangan, dimana ada beberapa hal yang ingin dikaji. Kemungkinan-kemungkinan adanya beberapa wilayah yang masih belum tersalurkan demikian dapat diteliti sebelumnya untuk mengoptimalkan rute jaringan pipa PDAM sehingga semua wilayah khususnya di Kabupaten Demak akan kebutuhan air bersih bisa terpenuhi. Menentukan lintasan yang paling optimal dari tempat asal ke sejumlah

tujuan pendistribusian merupakan pekerjaan yang rumit dan memakan waktu yang cukup lama jika titik-titik tujuan susah dijangkau. Perhitungan manual pun ditinggalkan karena dirasa kurang efektif dan membutuhkan waktu yang lama.

**HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN**

Berdasarkan data panjang pipa seperti pada Tabel 1 yang diperoleh dari PDAM Kabupaten Demak, kemudian disusun gambar jaringan seperti pada Gambar 1. Dalam hal ini penyebaran jaringan pipa hanya sampai pada ujung pipa pada jalan-jalan utama yang menuju ke pelanggan, atau dengan kata lain bahwa kajian peneliti tidak sampai langsung pada setiap pelanggan.

Jaringan (*network*) adalah istilah model untuk memvisualisasikan sebuah sistem jaringan agar sistem jaringan yang sesungguhnya bisa diketahui dan dipahami dengan mudah, cepat dan tepat. Jaringan (*network*) secara visual pada dasarnya terdiri dari rangkaian titik (*node*) dan garis/sisi. Garis berfungsi untuk menghubungkan antar titik mewakili kegiatan, saluran, dan jalan (Siswanto, 2007).

Untuk mencari panjang lintasan terpendek dari sebuah titik *s* ke sebuah titik *t* di graf bobot *G*, dengan bobot setiap sisi *G* adalah bilangan positif, digunakan algoritma Dijkstra. Adapun langkah-langkahnya adalah sebagai berikut.

Input : Graf bobot *G* dengan *s, t* ∈ *V(G)*.

Step 1 : Label titik dengan λ(*s*)=0 dan untuk setiap titik *v* di *G* selain *s*, label titik *v* dengan λ(*v*)=∞. (dalam praktik ∞ diganti dengan bilangan yang sangat besar). Tulis

$T=V(G)$ .

Step 2 : Misalkan *u* ∈ *T* dengan λ(*u*) minimum.

Step 3: Jika *u*=*t*, berhenti, berarti panjang lintasan terpendek dari *s* ke *t* adalah λ(*t*).

Step 4 : Untuk setiap sisi *e*=*uv*, *v* ∈ *T* ;ganti label *v* dengan (V) = minimum{λ(V), λ(U)+W(E) }.

Step 5 : Tulis *T*=*T*-{*U*} dan kembali ke step 2. (Budayasa, 2007).

Sedangkan untuk masalah pohon rentang minimal dapat dipecahkan dengan bantuan suatu algoritma yang ditemukan oleh Prim (1957). Algoritma ini biasa disebut dengan Algoritma Prim (Bondy dan Murty, 1976:146). Algoritma Prim adalah suatu Algoritma di dalam teori graf yang bertujuan menentukan suatu pohon rentang dengan semua sisi di dalam pohon adalah minimal. Secara terurut algoritma Prim dapat dituliskan sebagai berikut.

Input : Graf bobot *G* terhubung dengan *n* titik,

Step 1 : Pilih sebuah titik *v* di *G* dan tulis *T*<sub>1</sub>=*v*,

Step 2 : Pilih sebuah sisi *e*<sub>*k*</sub> dengan bobot minimal yang menghubungkan sebuah titik *T*<sub>*k*</sub> dengan sebuah titik *G* yang bukan di *T*<sub>*k*</sub>. Jika terdapat lebih dari satu sisi yang demikian, pilih salah satu sebarang. Tulis *T*<sub>(*k*+1)</sub> = *T*<sub>*k*</sub> ∪ {*e*<sub>*k*</sub>}.

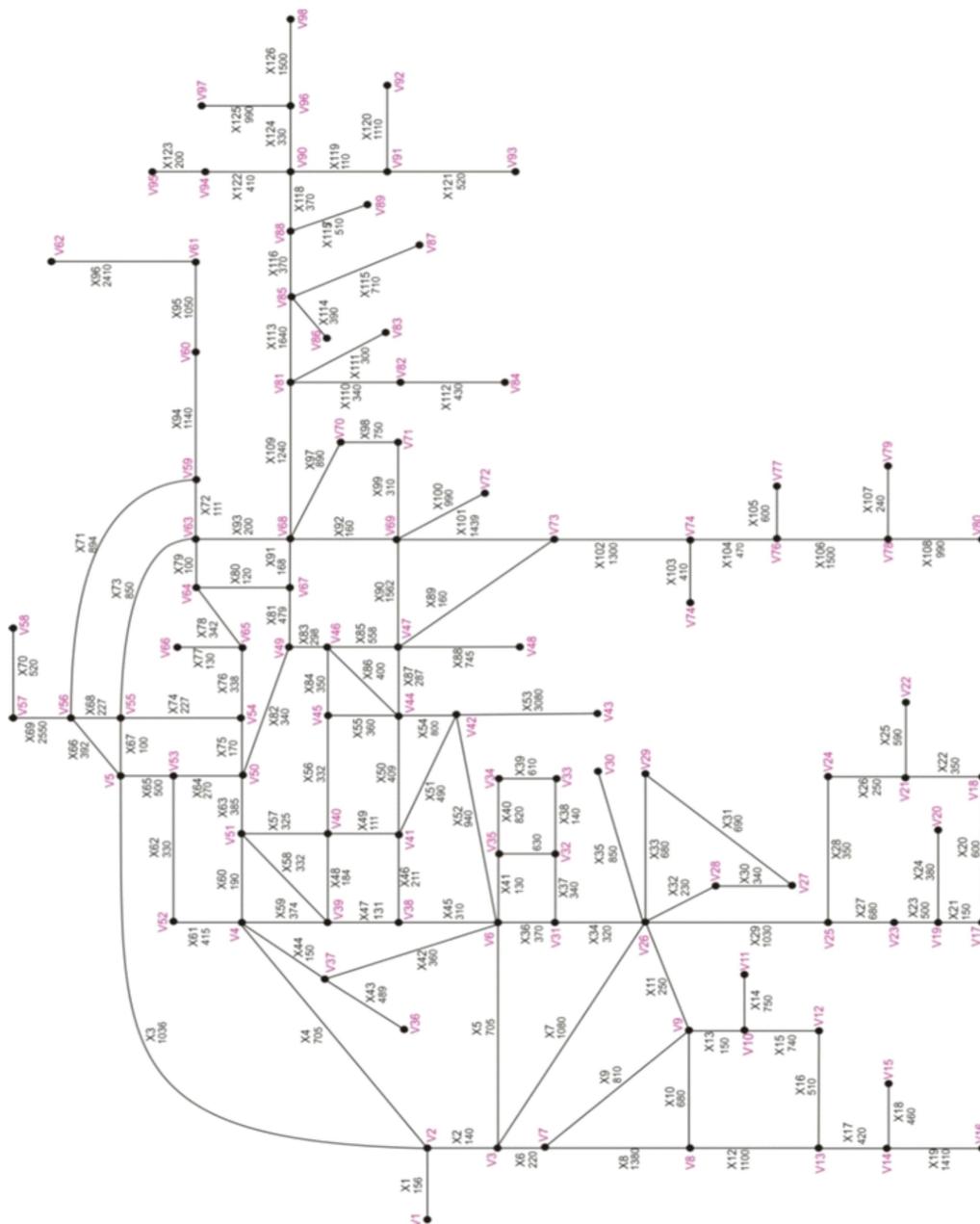
Step 3 : Jika *n*-1 sisi telah terpilih (*k* = *n*-1), berhenti dan beri pesan *T*(*k*+1) adalah pohon rentang minimal di *G*. jika *k* < *n*-1, kembali ke step 2. (Budayasa, 2007).

Berdasarkan algoritma Dijkstra, maka untuk menentukan lintasan terpendek seperti pada Gambar 1, dari *v*<sub>1</sub> (PDAM) ke *v*<sub>98</sub> (titik

Tabel 1. Data hasil penelitian di PDAM Kabupaten Demak.

Titik	Sisi	Bobot	Titik	Sisi	Bobot	Titik	Sisi	Bobot
X <sub>1</sub>	V <sub>1</sub> - V <sub>2</sub>	156	X <sub>45</sub>	V <sub>6</sub> - V <sub>38</sub>	310	X <sub>89</sub>	V <sub>47</sub> - V <sub>73</sub>	160
X <sub>2</sub>	V <sub>2</sub> - V <sub>3</sub>	140	X <sub>46</sub>	V <sub>38</sub> - V <sub>41</sub>	211	X <sub>90</sub>	V <sub>47</sub> - V <sub>69</sub>	1562
X <sub>3</sub>	V <sub>2</sub> - V <sub>5</sub>	1036	X <sub>47</sub>	V <sub>38</sub> - V <sub>39</sub>	131	X <sub>91</sub>	V <sub>67</sub> - V <sub>68</sub>	168
X <sub>4</sub>	V <sub>2</sub> - V <sub>4</sub>	705	X <sub>48</sub>	V <sub>39</sub> - V <sub>40</sub>	184	X <sub>92</sub>	V <sub>68</sub> - V <sub>69</sub>	160
X <sub>5</sub>	V <sub>3</sub> - V <sub>6</sub>	705	X <sub>49</sub>	V <sub>40</sub> - V <sub>41</sub>	111	X <sub>93</sub>	V <sub>63</sub> - V <sub>68</sub>	200
X <sub>6</sub>	V <sub>3</sub> - V <sub>7</sub>	220	X <sub>50</sub>	V <sub>41</sub> - V <sub>44</sub>	409	X <sub>94</sub>	V <sub>59</sub> - V <sub>60</sub>	1140
X <sub>7</sub>	V <sub>3</sub> - V <sub>26</sub>	1080	X <sub>51</sub>	V <sub>41</sub> - V <sub>42</sub>	490	X <sub>95</sub>	V <sub>60</sub> - V <sub>61</sub>	1050
X <sub>8</sub>	V <sub>7</sub> - V <sub>8</sub>	1380	X <sub>52</sub>	V <sub>6</sub> - V <sub>42</sub>	940	X <sub>96</sub>	V <sub>61</sub> - V <sub>62</sub>	2410
X <sub>9</sub>	V <sub>7</sub> - V <sub>9</sub>	810	X <sub>53</sub>	V <sub>42</sub> - V <sub>43</sub>	3080	X <sub>97</sub>	V <sub>68</sub> - V <sub>70</sub>	890
X <sub>10</sub>	V <sub>8</sub> - V <sub>9</sub>	680	X <sub>54</sub>	V <sub>42</sub> - V <sub>44</sub>	800	X <sub>98</sub>	V <sub>70</sub> - V <sub>71</sub>	750
X <sub>11</sub>	V <sub>9</sub> - V <sub>26</sub>	250	X <sub>55</sub>	V <sub>44</sub> - V <sub>45</sub>	360	X <sub>99</sub>	V <sub>69</sub> - V <sub>71</sub>	310
X <sub>12</sub>	V <sub>8</sub> - V <sub>13</sub>	1100	X <sub>56</sub>	V <sub>40</sub> - V <sub>45</sub>	332	X <sub>100</sub>	V <sub>69</sub> - V <sub>72</sub>	990
X <sub>13</sub>	V <sub>9</sub> - V <sub>10</sub>	150	X <sub>57</sub>	V <sub>40</sub> - V <sub>51</sub>	325	X <sub>101</sub>	V <sub>69</sub> - V <sub>73</sub>	1439

Titik	Sisi	Bobot	Titik	Sisi	Bobot	Titik	Sisi	Bobot
X <sub>14</sub>	V <sub>10</sub> - V <sub>11</sub>	750	X <sub>58</sub>	V <sub>39</sub> - V <sub>51</sub>	332	X <sub>102</sub>	V <sub>73</sub> - V <sub>74</sub>	1300
X <sub>15</sub>	V <sub>10</sub> - V <sub>12</sub>	740	X <sub>59</sub>	V <sub>4</sub> - V <sub>39</sub>	374	X <sub>103</sub>	V <sub>74</sub> - V <sub>75</sub>	410
X <sub>16</sub>	V <sub>12</sub> - V <sub>13</sub>	510	X <sub>60</sub>	V <sub>4</sub> - V <sub>51</sub>	190	X <sub>104</sub>	V <sub>74</sub> - V <sub>76</sub>	470
X <sub>17</sub>	V <sub>13</sub> - V <sub>14</sub>	420	X <sub>61</sub>	V <sub>4</sub> - V <sub>52</sub>	415	X <sub>105</sub>	V <sub>76</sub> - V <sub>77</sub>	600
X <sub>18</sub>	V <sub>14</sub> - V <sub>15</sub>	460	X <sub>62</sub>	V <sub>52</sub> - V <sub>53</sub>	330	X <sub>106</sub>	V <sub>76</sub> - V <sub>78</sub>	1500
X <sub>19</sub>	V <sub>14</sub> - V <sub>16</sub>	1410	X <sub>63</sub>	V <sub>50</sub> - V <sub>51</sub>	385	X <sub>107</sub>	V <sub>78</sub> - V <sub>79</sub>	240
X <sub>20</sub>	V <sub>17</sub> - V <sub>18</sub>	600	X <sub>64</sub>	V <sub>50</sub> - V <sub>53</sub>	270	X <sub>108</sub>	V <sub>78</sub> - V <sub>80</sub>	990
X <sub>21</sub>	V <sub>17</sub> - V <sub>19</sub>	150	X <sub>65</sub>	V <sub>5</sub> - V <sub>53</sub>	500	X <sub>109</sub>	V <sub>68</sub> - V <sub>81</sub>	1240
X <sub>22</sub>	V <sub>18</sub> - V <sub>21</sub>	350	X <sub>66</sub>	V <sub>5</sub> - V <sub>56</sub>	392	X <sub>110</sub>	V <sub>81</sub> - V <sub>82</sub>	340
X <sub>23</sub>	V <sub>19</sub> - V <sub>23</sub>	500	X <sub>67</sub>	V <sub>5</sub> - V <sub>55</sub>	100	X <sub>111</sub>	V <sub>81</sub> - V <sub>83</sub>	300
X <sub>24</sub>	V <sub>19</sub> - V <sub>20</sub>	380	X <sub>68</sub>	V <sub>55</sub> - V <sub>56</sub>	227	X <sub>112</sub>	V <sub>82</sub> - V <sub>84</sub>	430
X <sub>25</sub>	V <sub>21</sub> - V <sub>22</sub>	590	X <sub>69</sub>	V <sub>56</sub> - V <sub>57</sub>	2550	X <sub>113</sub>	V <sub>81</sub> - V <sub>85</sub>	1640
X <sub>26</sub>	V <sub>21</sub> - V <sub>24</sub>	250	X <sub>70</sub>	V <sub>57</sub> - V <sub>58</sub>	520	X <sub>114</sub>	V <sub>85</sub> - V <sub>86</sub>	390
X <sub>27</sub>	V <sub>23</sub> - V <sub>25</sub>	680	X <sub>71</sub>	V <sub>56</sub> - V <sub>59</sub>	890	X <sub>115</sub>	V <sub>85</sub> - V <sub>87</sub>	710
X <sub>28</sub>	V <sub>24</sub> - V <sub>25</sub>	350	X <sub>72</sub>	V <sub>59</sub> - V <sub>63</sub>	111	X <sub>116</sub>	V <sub>85</sub> - V <sub>88</sub>	370
X <sub>29</sub>	V <sub>25</sub> - V <sub>26</sub>	1030	X <sub>73</sub>	V <sub>55</sub> - V <sub>63</sub>	850	X <sub>117</sub>	V <sub>88</sub> - V <sub>89</sub>	510
X <sub>30</sub>	V <sub>27</sub> - V <sub>28</sub>	340	X <sub>74</sub>	V <sub>54</sub> - V <sub>55</sub>	227	X <sub>118</sub>	V <sub>88</sub> - V <sub>90</sub>	370
X <sub>31</sub>	V <sub>27</sub> - V <sub>29</sub>	690	X <sub>75</sub>	V <sub>50</sub> - V <sub>54</sub>	170	X <sub>119</sub>	V <sub>90</sub> - V <sub>91</sub>	110
X <sub>32</sub>	V <sub>26</sub> - V <sub>28</sub>	230	X <sub>76</sub>	V <sub>54</sub> - V <sub>65</sub>	338	X <sub>120</sub>	V <sub>91</sub> - V <sub>92</sub>	1110
X <sub>33</sub>	V <sub>26</sub> - V <sub>29</sub>	680	X <sub>77</sub>	V <sub>65</sub> - V <sub>66</sub>	130	X <sub>121</sub>	V <sub>91</sub> - V <sub>93</sub>	520
X <sub>34</sub>	V <sub>26</sub> - V <sub>31</sub>	320	X <sub>78</sub>	V <sub>64</sub> - V <sub>65</sub>	342	X <sub>122</sub>	V <sub>90</sub> - V <sub>94</sub>	410
X <sub>35</sub>	V <sub>26</sub> - V <sub>30</sub>	850	X <sub>79</sub>	V <sub>63</sub> - V <sub>64</sub>	100	X <sub>123</sub>	V <sub>94</sub> - V <sub>95</sub>	200
X <sub>36</sub>	V <sub>6</sub> - V <sub>31</sub>	370	X <sub>80</sub>	V <sub>64</sub> - V <sub>67</sub>	120	X <sub>124</sub>	V <sub>90</sub> - V <sub>96</sub>	330
X <sub>37</sub>	V <sub>31</sub> - V <sub>32</sub>	340	X <sub>81</sub>	V <sub>49</sub> - V <sub>67</sub>	479	X <sub>125</sub>	V <sub>96</sub> - V <sub>97</sub>	990
X <sub>38</sub>	V <sub>32</sub> - V <sub>33</sub>	140	X <sub>82</sub>	V <sub>49</sub> - V <sub>50</sub>	340	X <sub>126</sub>	V <sub>96</sub> - V <sub>98</sub>	1500
X <sub>39</sub>	V <sub>33</sub> - V <sub>34</sub>	610	X <sub>83</sub>	V <sub>46</sub> - V <sub>49</sub>	298			
X <sub>40</sub>	V <sub>34</sub> - V <sub>35</sub>	820	X <sub>84</sub>	V <sub>45</sub> - V <sub>46</sub>	350			
X <sub>41</sub>	V <sub>6</sub> - V <sub>35</sub>	130	X <sub>85</sub>	V <sub>46</sub> - V <sub>47</sub>	558			
X <sub>42</sub>	V <sub>6</sub> - V <sub>37</sub>	360	X <sub>86</sub>	V <sub>44</sub> - V <sub>46</sub>	400			
X <sub>43</sub>	V <sub>36</sub> - V <sub>37</sub>	489	X <sub>87</sub>	V <sub>44</sub> - V <sub>77</sub>	287			
X <sub>44</sub>	V <sub>4</sub> - V <sub>37</sub>	150	X <sub>88</sub>	V <sub>47</sub> - V <sub>48</sub>	745	JUMLAH		73270



Gambar 1. Graf Awal Jaringan Pipa PDAM Kabupaten Demak

penyambungan pipa terpilih urutan terakhir) terakhir yaitu titik  $v_{98}$ . Sehingga diperoleh hasil dengan menggunakan algoritma Dijkstra iterasi ke-98 seperti pada Tabel 2. kemudian iterasikan dari titik awal sampai titik

Tabel 2. Hasil perhitungan iterasi terakhir.

Titik $V_i$	$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_4$	$V_5$	$V_6$	$V_7$	$V_8$	$V_9$
$\lambda(V)$	0	156	296	861	1192	1001	516	1896	1326
T	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Titik $V_i$	$V_{10}$	$V_{11}$	$V_{12}$	$V_{13}$	$V_{14}$	$V_{15}$	$V_{16}$	$V_{17}$	$V_{18}$
$\lambda(V)$	1476	2226	2216	2726	3146	3606	4556	3956	3356
T	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Titik $V_i$	$V_{19}$	$V_{20}$	$V_{21}$	$V_{22}$	$V_{23}$	$V_{24}$	$V_{25}$	$V_{26}$	$V_{27}$
$\lambda(V)$	3586	3966	3006	3596	3086	2756	2406	1376	1946
T	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Titik $V_i$	$V_{28}$	$V_{29}$	$V_{30}$	$V_{31}$	$V_{32}$	$V_{33}$	$V_{34}$	$V_{35}$	$V_{36}$
$\lambda(V)$	1606	2056	2226	1371	1711	1851	1951	1131	1500
T	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Titik $V_i$	$V_{37}$	$V_{38}$	$V_{39}$	$V_{40}$	$V_{41}$	$V_{42}$	$V_{43}$	$V_{44}$	$V_{45}$
$\lambda(V)$	1011	1311	1235	1376	1487	1941	5021	1896	1706
T	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Titik $V_i$	$V_{46}$	$V_{47}$	$V_{48}$	$V_{49}$	$V_{50}$	$V_{51}$	$V_{52}$	$V_{53}$	$V_{54}$
$\lambda(V)$	2058	2183	2928	1776	1436	1051	1276	1606	1519
T	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Titik $V_i$	$V_{55}$	$V_{56}$	$V_{57}$	$V_{58}$	$V_{59}$	$V_{60}$	$V_{61}$	$V_{62}$	$V_{63}$
$\lambda(V)$	1292	1519	4069	4589	2253	3393	4443	6853	2142
T	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Titik $V_i$	$V_{64}$	$V_{65}$	$V_{66}$	$V_{67}$	$V_{68}$	$V_{69}$	$V_{70}$	$V_{71}$	$V_{72}$
$\lambda(V)$	2199	1857	1987	2255	2342	2502	3232	2812	3492
T	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Titik $V_i$	$V_{73}$	$V_{74}$	$V_{75}$	$V_{76}$	$V_{77}$	$V_{78}$	$V_{79}$	$V_{80}$	$V_{81}$
$\lambda(V)$	2343	3643	4053	4113	4713	5613	5853	6603	3582
T	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Titik $V_i$	$V_{82}$	$V_{83}$	$V_{84}$	$V_{85}$	$V_{86}$	$V_{87}$	$V_{88}$	$V_{89}$	$V_{90}$
$\lambda(V)$	3922	3882	4352	5222	5612	5932	5592	6102	5962
T	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Titik $V_i$	$V_{91}$	$V_{92}$	$V_{93}$	$V_{94}$	$V_{95}$	$V_{96}$	$V_{97}$	$V_{98}$	
$\lambda(V)$	6072	7182	6592	6372	6572	6292	7282	7792	
T	-	-	-	-	-	-	-	-	

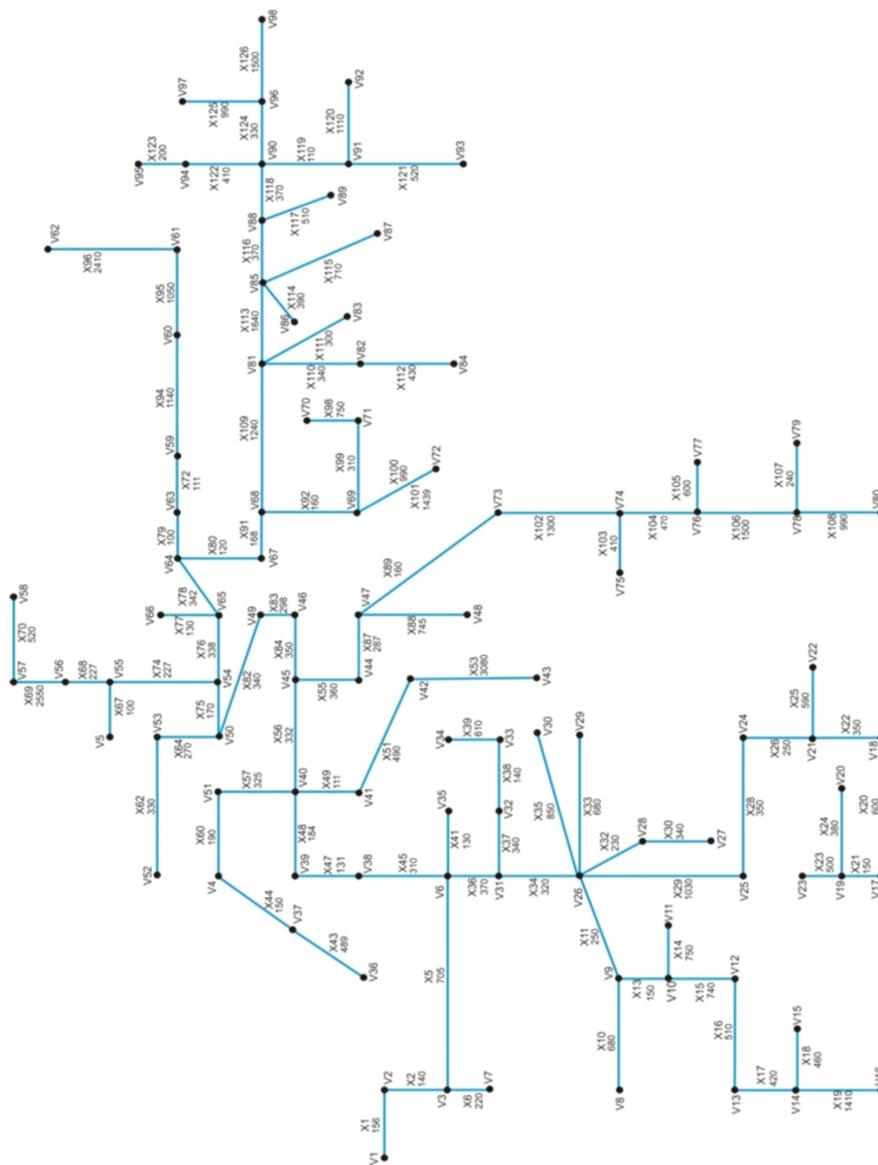
Dari Tabel 2, dilihat bahwa setiap titik di  $G$  sudah dilabel permanen. Karena label permanen dari  $v_{98}$  adalah  $\lambda(v_{98}) = 7792$ , panjang lintasan terpendek dari  $v_1$  ke  $v_{98}$  di graf bobot  $G$

adalah 7792. Untuk menentukan lintasan terpendek dari  $v_1$  ke  $v_{98}$  dapat dilakukan dengan metode telusur balik, yaitu dari  $v_{98}$  ke  $v_1$  sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \lambda(v_{98}) &= 7792 = 6292 + 1500 = \lambda(v_{96}) + W(v_{96} v_{98}) \\ \lambda(v_{96}) &= 6292 = 5962 + 330 = \lambda(v_{90}) + W(v_{90} v_{96}) \\ \lambda(v_{90}) &= 5592 = 5222 + 370 = \lambda(v_{88}) + W(v_{88} v_{90}) \\ \lambda(v_{88}) &= 5592 = 5222 + 370 = \lambda(v_{85}) + W(v_{85} v_{88}) \\ \lambda(v_{85}) &= 5222 = 3582 + 1640 = \lambda(v_{81}) + W(v_{81} v_{85}) \\ \lambda(v_{81}) &= 3582 = 2342 + 1240 = \lambda(v_{68}) + W(v_{68} v_{81}) \\ \lambda(v_{68}) &= 2342 = 2142 + 200 = \lambda(v_{63}) + W(v_{63} v_{68}) \\ \lambda(v_{63}) &= 2142 = 1292 + 850 = \lambda(v_{55}) + W(v_{55} v_{63}) \\ \lambda(v_{55}) &= 1292 = 1192 + 100 = \lambda(v_5) + W(v_5 v_{55}) \\ \lambda(v_5) &= 1192 = 156 + 1036 = \lambda(v_2) + W(v_2 v_5) \\ \lambda(v_2) &= 156 = 0 + 156 = \lambda(v_1) + W(v_1 v_2). \\ \lambda(v_{98}) &= W(v_1 v_2) + W(v_2 v_5) + W(v_5 v_{55}) + W(v_{55} v_{63}) \\ &+ W(v_{63} v_{68}) + W(v_{68} v_{81}) + W(v_{81} v_{85}) + W(v_{85} v_{88}) \\ &+ W(v_{88} v_{90}) + W(v_{90} v_{96}) + W(v_{96} v_{98}). \end{aligned}$$

Sehingga diperoleh sebuah lintasan terpendek dengan panjang 7792 m dari  $v_1$  (PDAM) ke  $v_{98}$  (titik penyambungan pipa terjauh) di graf bobot  $G$  adalah lintasan  $v_1, v_2, v_5, v_{55}, v_{63}, v_{68}, v_{81}, v_{85}, v_{88}, v_{90}, v_{96}, v_{98}$ .

Berdasarkan algoritma Prim, maka untuk menentukan pohon rentang minimal dari  $v_1$  (PDAM) ke setiap titik (titik penyambungan pipa) di graf  $G$  yang pertama pilih titik awal, yaitu titik  $v_1$ . Kemudian Iterasi 1 pilih sisi dengan bobot terkecil yaitu  $v_1 v_2$  dengan bobot 156 kita iterasikan sampai semua titik terhubung dan tidak ada yang membentuk siklus. Sehingga diperoleh hasil iterasi terakhir seperti pada Gambar 2.



Gambar 2. Pohon Rentang Minimal

Dari hasil perhitungan manual dengan *output software* TORA, diperoleh perhitungan pohon rentang minimal yang sama dengan algoritma Prim adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} & \lambda (v_1, v_2) + \lambda (v_2, v_3) + \lambda (v_3, v_7) + \lambda (v_3, v_6) + \lambda \\ & (v_6, v_{35}) + \lambda (v_6, v_{38}) + \lambda (v_{38}, v_{39}) + \lambda (v_{39}, v_{40}) + \\ & \lambda (v_{40}, v_{41}) + \lambda (v_{40}, v_{51}) + \lambda (v_{51}, v_4) + \lambda (v_4, v_{37}) \\ & + \lambda (v_{40}, v_{45}) + \lambda (v_{45}, v_{46}) + \lambda (v_{46}, v_{49}) + \lambda \\ & (v_{49}, v_{50}) + \lambda (v_{50}, v_{54}) + \lambda (v_{54}, v_{55}) + \lambda (v_{55}, v_5) \\ & + \lambda (v_{55}, v_{56}) + \lambda (v_{50}, v_{53}) + \lambda (v_{53}, v_{52}) + \lambda \\ & (v_{54}, v_{65}) + \lambda (v_{65}, v_{66}) + \lambda (v_{65}, v_{64}) + \lambda (v_{64}, v_{63}) \\ & + \lambda (v_{63}, v_{59}) + \lambda (v_{64}, v_{67}) + \lambda (v_{67}, v_{68}) + \lambda \\ & (v_{68}, v_{69}) + \lambda (v_{69}, v_{71}) + \lambda (v_{45}, v_{44}) + \lambda (v_{44}, v_{47}) \\ & + \lambda (v_{47}, v_{73}) + \lambda (v_6, v_{31}) + \lambda (v_{31}, v_{26}) + \lambda \\ & (v_{26}, v_{28}) + \lambda (v_{26}, v_9) + \lambda (v_9, v_{10}) + \lambda (v_{28}, v_{27}) + \\ & \lambda (v_{31}, v_{32}) + \lambda (v_{32}, v_{33}) + \lambda (v_{37}, v_{36}) + \lambda \\ & (v_{41}, v_{42}) + \lambda (v_{33}, v_{34}) + \lambda (v_9, v_8) + \lambda (v_{26}, v_{29}) + \\ & \lambda (v_{10}, v_{12}) + \lambda (v_{12}, v_{13}) + \lambda (v_{13}, v_{14}) + \lambda \\ & (v_{14}, v_{15}) + \lambda (v_{47}, v_{48}) + \lambda (v_{10}, v_{11}) + \lambda (v_{71}, v_{70}) \\ & + \lambda (v_{26}, v_{30}) + \lambda (v_{69}, v_{72}) + \lambda (v_{26}, v_{25}) + \lambda \\ & (v_{25}, v_{24}) + \lambda (v_{24}, v_{21}) + \lambda (v_{21}, v_{18}) + \lambda (v_{21}, v_{22}) \\ & + \lambda (v_{18}, v_{17}) + \lambda (v_{17}, v_{19}) + \lambda (v_{19}, v_{20}) + \lambda \\ & (v_{19}, v_{23}) + \lambda (v_{59}, v_{60}) + \lambda (v_{60}, v_{61}) + \lambda (v_{68}, v_{81}) \\ & + \lambda (v_{81}, v_{83}) + \lambda (v_{81}, v_{82}) + \lambda (v_{82}, v_{84}) + \lambda \\ & (v_{73}, v_{74}) + \lambda (v_{74}, v_{75}) + \lambda (v_{74}, v_{76}) + \lambda (v_{76}, v_{77}) \\ & + \lambda (v_{14}, v_{16}) + \lambda (v_{76}, v_{78}) + \lambda (v_{78}, v_{79}) + \lambda \\ & (v_{78}, v_{80}) + \lambda (v_{81}, v_{85}) + \lambda (v_{85}, v_{88}) + \lambda (v_{88}, v_{90}) \\ & + \lambda (v_{90}, v_{91}) + \lambda (v_{90}, v_{96}) + \lambda (v_{85}, v_{86}) + \lambda \\ & (v_{90}, v_{94}) + \lambda (v_{94}, v_{95}) + \lambda (v_{88}, v_{89}) + \lambda (v_{91}, v_{93}) \\ & + \lambda (v_{85}, v_{87}) + \lambda (v_{96}, v_{97}) + \lambda (v_{91}, v_{92}) + \lambda \\ & (v_{96}, v_{98}) + \lambda (v_{61}, v_{62}) + \lambda (v_{56}, v_{57}) + \lambda (v_{57}, v_{58}) \\ & + \lambda (v_{42}, v_{43}) \\ = & x_1 + x_2 + x_6 + x_5 + x_{41} + x_{45} + x_{47} + x_{48} + x_{49} + \\ & x_{57} + x_{60} + x_{44} + x_{56} + x_{84} + x_{83} + x_{82} + x_{75} + \\ & x_{74} + x_{67} + x_{68} + x_{64} + x_{62} + x_{76} + x_{77} + x_{78} + \\ & x_{79} + x_{72} + x_{80} + x_{91} + x_{92} + x_{99} + x_{55} + x_{87} + \\ & x_{89} + x_{36} + x_{34} + x_{32} + x_{11} + x_{13} + x_{30} + x_{37} + \\ & x_{38} + x_{43} + x_{51} + x_{39} + x_{10} + x_{33} + x_{15} + x_{16} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & x_{17} + x_{18} + x_{88} + x_{14} + x_{98} + x_{35} + x_{100} + x_{29} + \\ & x_{28} + x_{26} + x_{22} + x_{25} + x_{20} + x_{21} + x_{24} + x_{23} + \\ & x_{94} + x_{95} + x_{109} + x_{111} + x_{110} + x_{112} + x_{102} + \\ & x_{103} + x_{104} + x_{105} + x_{19} + x_{106} + x_{107} + x_{108} + \\ & x_{113} + x_{116} + x_{118} + x_{119} + x_{124} + x_{114} + x_{122} + \\ & x_{123} + x_{117} + x_{121} + x_{115} + x_{125} + x_{120} + x_{126} + \\ & x_{96} + x_{69} + x_{70} + x_{53} \\ = & 156 + 140 + 220 + 705 + 130 + 310 + 131 + \\ & 184 + 111 + 325 + 190 + 150 + 332 + 350 + \\ & 298 + 340 + 170 + 227 + 100 + 227 + 270 + \\ & 330 + 338 + 130 + 342 + 100 + 111 + 120 + \\ & 168 + 160 + 310 + 360 + 287 + 160 + 370 + \\ & 320 + 230 + 250 + 150 + 340 + 340 + 140 + \\ & 489 + 490 + 610 + 680 + 680 + 740 + 510 + \\ & 420 + 460 + 745 + 750 + 750 + 850 + 990 + \\ & 1030 + 350 + 250 + 350 + 590 + 600 + 150 + \\ & 380 + 500 + 1140 + 1050 + 1240 + 300 + 340 \\ & + 430 + 1300 + 410 + 470 + 600 + 1410 + \\ & 1500 + 240 + 990 + 1640 + 370 + 370 + 110 \\ & + 330 + 390 + 410 + 200 + 510 + 520 + 710 \\ & + 990 + 1110 + 1500 + 2410 + 2550 + 520 + \\ & 3080 \\ = & 52.626. \end{aligned}$$

Jadi, diperoleh pohon rentang minimalnya dengan 98 titik dan 97 sisi dengan total bobot 52.626 dari graf awal dengan 98 titik dan 126 sisi dengan total bobot 73270 seperti pada Gambar 2.

### SIMPULAN

Dari hasil dan pembahasan pada penelitian ini maka simpulan yang dapat diambil adalah sebagai berikut. (1) Hasil perhitungan manual dengan *output software* TORA diperoleh hasil yang sama menggunakan algoritma Dijkstra seperti pada Tabel 2 diperoleh jarak terpendeknya adalah 7.792 m dan lintasan terpendek dari titik v1 ke titik v98 adalah *node-node*  $v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow v_5 \rightarrow v_{55} \rightarrow v_{63} \rightarrow v_{68} \rightarrow v_{81} \rightarrow v_{85} \rightarrow v_{88} \rightarrow v_{90} \rightarrow v_{96} \rightarrow v_{98}$ . (2) Hasil perhitungan manual dengan *output software* TORA, maka diperoleh perhitungan pohon rentang minimal yang sama menggunakan algoritma Prim diperoleh 98 titik dan 97 sisi di graf G dengan

bobot 52626 dari graf awal dengan 98 titik dan 126 sisi dengan bobot 73270 seperti pada Gambar 2. Hal ini mengakibatkan penghematan pipa pendistribusian sepanjang 20.644 m. (3) Penyelesaian pohon rentang minimal dengan algoritma Prim atau dengan *software* TORA lebih efektif sebesar 20.644 m daripada jaringan yang dipakai PDAM Kabupaten Demak, dengan asumsi wilayah atau daerahnya merupakan dataran rendah atau datar, bukan merupakan daerah pegunungan. Sehingga dapat dikatakan bahwa jaringan distribusi air yang dipakai PDAM Kabupaten Demak masih belum optimal. Dari hasil penelitian ini diharapkan PDAM Kabupaten Demak agar menererapkan hasil penelitian ini.

#### DAFTAR PUSTAKA

- Agustini, Dwi Hayu dan Rahmadi Y. Endra. 2004. Riset Operasional Konsep-Konsep Dasar. Jakarta: PT. Rineka Cipta.
- Budayasa, I Ketut. 2007. Teori Graph dan Aplikasinya. Surabaya: Unesa University Press.
- Indryani, R, Suprayitno, H, dan Astana, I.N.Y, 2004. Model Transportasi untuk Pengembangan Air Bersih di Kabupaten Badung, Provinsi Bali. Surabaya : Jurusan Teknik Sipil Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS).
- Qomariyah, S. 1995. Analisa Sistem Dalam Perencanaan dan Pengembangan Sumber Daya Air. Surabaya: Himpunan Ahli Teknik Hidraulik Surabaya.
- Siswanto. 2007. Operations Research. Yogyakarta : Erlangga.
- Agustini, Dwi Hayu dan Rahmadi Y. Endra. 2004. Riset Operasional Konsep-Konsep Dasar. Jakarta: PT. Rineka Cipta.