



Analisis Model antrian *Multiserver* pada Samsat Kabupaten Semarang

Lusy Rositawati[✉], Rochmad, Kartono

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Semarang, Indonesia

Gedung D7 Lt.1, Kampus Sekaran Gunungpati, Semarang 50299

Info Artikel

Sejarah Artikel:

Diterima: November 2017

Disetujui: Desember 2019

Dipublikasikan: Mei 2022

Keywords:

Antrian,

Samsat,

Optimalisasi

Abstrak

Tingkat kedatangan pelanggan pajak yang banyak dengan jumlah petugas pelayanan yang terbatas, sering menyebabkan Samsat Kabupaten Semarang terjadi antrian. Oleh karena itu, perlu mengetahui model sistem antrian yang saat ini diterapkan di Samsat Kabupaten Semarang, mengetahui ukuran keefektifan proses pelayanan, dan mengetahui banyaknya petugas pelayanan yang ideal. Data yang digunakan yaitu data primer yang diambil dari hasil observasi pada hari kerja dan dijam sibuk, kemudian dianalisis menggunakan SPSS serta dihitung secara manual dan dibandingkan dengan hasil yang menggunakan *software* WinQSB. Dari hasil analisis diperoleh bahwa sistem antrian pada Samsat Kabupaten Semarang mengikuti model sistem antrian seri majemuk dengan dua stasiun, stasiun pertama pada loket pendaftaran adalah $[M/M/1]:[GD/\infty/\infty]$ dan pada stasiun kedua pada loket kasir adalah $[M/M/3]:[GD/\infty/\infty]$. Pelayanan pelanggan pajak pada loket pendaftaran Samsat Kabupaten Semarang belum efektif, sedangkan pada loket kasir sudah efektif. Jumlah petugas pelayanan pada loket pendaftaran belum ideal sedangkan pada loket kasir sudah ideal.

Abstract

The arrival rate of many tax customers with a limited number of service personnel, often causing Samsat District Semarang queue occurred. Therefore, it is necessary to know the model of queuing system currently applied in Samsat, Semarang, to know the effectiveness of the service process, and to know the number of ideal service personnel. The data used are the primary data taken from the observation on the work day and busy dijam, then analyzed using SPSS and calculated manually and compared with the results using WinQSB software. From the analysis result, it is found that queue system at Samsat Semarang Regency follow the model of multiple series queuing system with two stations, the first station at the registration counter is $[M / M / 1]: [GD / \infty / \infty]$ and on the second station on the counter is $[M / M / 3]: [GD / \infty / \infty]$. Customer service tax at the registration counter Samsat Semarang not effective, while at the checkout counter has been effective. The number of service officers at the registration booth is not ideal yet at the cash register is ideal.

How to cite:

Rositawati, L., Rochmad, & Kartono. (2022). Analisis Model antrian Multiserver pada Samsat Kabupaten Semarang . *UNNES Journal of Mathematics*, 11(1), 69-79

[✉]Alamat korespondensi:

E-mail: lusytuun@gmail.com

PENDAHULUAN

Pertumbuhan populasi masyarakat di suatu negara akan berdampak pada banyak hal, termasuk tingkat konsumerisme. Masyarakat berperan sebagai konsumen guna menunjang kelangsungan hidup. Oleh sebab itu, muncul berbagai fenomena menarik terkait perilaku konsumen yang dapat diteliti. Salah satu contoh fenomena menarik yang berhubungan dengan perilaku konsumen adalah fenomena antrian. Antrian berasal dari kata dasar antri. Menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia, antri merupakan kegiatan berdiri dalam barisan dengan urutan tertentu untuk memperoleh pelayanan.

Menurut Ginting (2014: 1), antrian disebabkan oleh kebutuhan akan layanan melebihi kemampuan (kapasitas) pelayanan atau fasilitas layanan, sehingga pengguna fasilitas yang tiba tidak bisa segera mendapat layanan disebabkan kesibukan layanan. Mgbemana et al. (2010) mengemukakan bahwa pelopor teori antrian adalah seorang ahli matematika dari Denmark, Agner Kramp Erlang. Teori antrian merupakan cabang dari terapan teori probabilitas yang awalnya digunakan untuk mempelajari kemacetan lalu lintas telepon pada tahun 1910. Menurut Kakiay (2004: 10), proses antrian merupakan suatu proses yang berhubungan dengan kedatangan pelanggan pada suatu fasilitas pelayanan, menunggu dalam barisan antrian jika belum dapat dilayani, dilayani dan akhirnya meninggalkan fasilitas tersebut sesudah dilayani. Sebuah sistem antrian adalah suatu himpunan pelanggan, pelayan dan suatu aturan yang mengatur pelayanan kepada pelanggan.

Kejadian garis tunggu disebabkan oleh kebutuhan pelayanan yang melebihi kapasitas pelayanan, sehingga pelanggan yang datang tidak bisa langsung mendapatkan pelayanan. Bagi kehidupan masyarakat modern, fenomena antri bisa terlihat dimana saja, bahkan sudah menjadi bagian dari kehidupan sehari-hari. Contohnya antrian terjadi pada loket bioskop, loket kereta api, loket-loket pada bank, dermaga di pelabuhan, loket jalan tol, pelabuhan udara, telepon jarak jauh, tempat praktik dokter, loket stadion, pompa minyak, dan banyak lagi yang lainnya. Bila dicermati lebih lanjut, beberapa sistem antrian sudah terbilang canggih melibatkan peralatan mutakhir. Tujuannya adalah untuk mempermudah bahkan untuk mempercepat antrian. Satu hal yang sering terlewat adalah tidak semua orang suka menunggu. Permasalahan mengenai lama waktu

tunggu adalah salah satu hal yang banyak dikeluhkan.

Salah satu komponen dari antrian adalah pola kedatangan pelanggan, pola kedatangan pelanggan dapat berupa *one at a time* yaitu seorang pelanggan datang pada satu waktu dan *batch arrival* yaitu sekelompok pelanggan yang datang bersama pada satu waktu. Fenomena antrian dapat penulis jumpai di salah satu fasilitas pelayanan masyarakat yaitu Samsat. Menurut Wikipedia bahasa Indonesia, Sistem Administrasi Manunggal Satu Atap (Samsat) adalah suatu sistem administrasi yang dibentuk untuk memperlancar dan mempercepat pelayanan kepentingan masyarakat yang kegiatannya diselenggarakan dalam satu gedung. Samsat merupakan suatu sistem kerjasama secara terpadu antara Polri, Dinas Pendapatan Provinsi, dan PT Jasa Raharja (Persero) dalam pelayanan untuk menertibkan STNK dan Tanda Nomor Kendaraan Bermotor yang dikaitkan dengan pemasukan uang ke kas Negara baik melalui Pajak Kendaraan Bermotor (PKB), Bea Balik Nama Kendaraan Bermotor, dan Sumbangan Wajib Dana Kecelakaan Lalu Lintas Jalan (SWDKLJJ), dan dilaksanakan pada satu kantor yang dinamakan "Kantor Samsat Bersama".

Samsat Kabupaten Semarang merupakan salah satunya, yang terletak di Jalan MT Haryono Sidomulyo Ungaran Timur Semarang Jawa Tengah. Pada Samsat Kabupaten Semarang terdapat beberapa peristiwa antrian, salah satunya yang menarik bagi penulis yaitu sistem antrian dengan *multiserver*. Kapasitas pelayanan yang terbatas dapat menyebabkan pelanggan menunggu untuk dilayani. Oleh karena itu perlu menganalisis model antrian pada Samsat Kabupaten Semarang dan diperlukan suatu keputusan tentang kapasitas pelayanan yang ideal untuk meningkatkan kualitas pelayanan di Samsat tersebut. Sistem antrian yang diamati dalam penelitian ini yaitu pada loket pendaftaran dan loket kasir.

Penelitian terdahulu yang dilakukan Wahyuningtias (2013) mendapatkan hasil bahwa model antrian pasien instalasi rawat jalan di RSUP Dr. Karyadi bagian poliklinik, laboratorium, dan apotek diperoleh model antrian $[M/M/c]:[GD/\infty/\infty]$. Penelitian yang dilakukan Yustiti (2014) mendapatkan hasil bahwa model antrian di Stasiun Tawang Semarang bagian *Customer Service* dan bagian cetak tiket mandiri adalah $[M/M/2]:[GD/\infty/\infty]$, pada loket pemesanan tiket yakni $[M/M/4]:[GD/\infty/\infty]$, dan pada loket pembatalan tiket adalah $[M/G/1]:[GD/\infty/\infty]$. Penelitian yang telah

dilakukan oleh Kholifah et al. (2009) mendapatkan hasil bahwa model antrian dalam optimalisasi layanan pembayaran pelanggan pada *Stationery* Jember adalah $[M/M/c]: [GD/\infty/\infty]$. Dan penelitian yang dilakukan oleh Nurhayati et al. (2014) diperoleh model antrian pada loket administrasi dan rawat jalan RSUP Dr. Kariadi Semarang yakni $[M/M/c]: [GD/\infty/\infty]$.

Penelitian ini dilakukan untuk menganalisis model antrian dan mengetahui keefektifan model antrian serta mengetahui jumlah petugas pelayanan yang ideal di Samsat Kabupaten Semarang sehingga dapat dijadikan masukan untuk pengambilan keputusan bagi pihak Samsat sehingga bisa memberikan kenyamanan pelayanan bagi masyarakat namun juga tidak merugikan bagi pihak Samsat. Penelitian ini didukung dengan *software* WinQSB untuk membantu melakukan penelitian.

Gagasan dasar dalam teori probabilitas adalah eksperimen acak sebuah percobaan yang hasilnya tidak dapat ditentukan sebelumnya (Ross, 1996: 1). Himpunan semua kemungkinan hasil dari suatu percobaan disebut ruang sampel percobaan itu, dan selanjutnya diberi lambang S (Ross, 1996: 1). Suatu kejadian adalah himpunan bagian dari ruang sampel (Walpole & Myers, 1995: 6). Probabilitas dinyatakan dalam pecahan atau persen dan besarnya antara 0 sampai 1. Tidak pernah ada probabilitas negatif ataupun lebih besar dari 1. Probabilitas dengan 0 berarti sesuatu tidak pernah terjadi dan probabilitas sama dengan 1 berarti sesuatu akan selalu atau pasti terjadi (Mulyono, 2004: 216).

Dalam teori antrian, data yang diperoleh dan yang akan dihitung sebelumnya harus memenuhi distribusi *Poisson* dan distribusi *Eksponensial*. Semakin kecil probabilitas sukses, distribusi probabilitasnya akan semakin melenceng. Oleh sebab itu, dikembangkan satu bentuk distribusi binomial dengan kemungkinan sukses sangat kecil dan jumlah eksperimen sangat besar, yang disebut distribusi *Poisson* (Supranto, 2001: 40). Distribusi *Poisson* sering

muncul dalam literatur manajemen karena banyak diterapkan dalam bidang itu. Misalnya saja, banyaknya pasien yang datang pada suatu rumah sakit, banyaknya yang datang pada jasa pelayanan bank, banyaknya panggilan telepon selama jam kerja, banyaknya kecelakaan di perempatan jalan dan lain-lain. Beberapa proses "kedatangan" yang telah disebutkan itu, belum pasti akan mengikuti proses *Poisson*, rumus proses *Poisson* dapat digunakan untuk menghitung probabilitas banyaknya kedatangan dalam suatu selang waktu tertentu (Mulyono, 2004: 230). Distribusi *Eksponensial* digunakan untuk menggambarkan distribusi waktu pada fasilitas jasa pengasumsian bahwa waktu pelayanan bersifat acak. Artinya, waktu untuk melayani pendatang tidak tergantung pada banyaknya waktu yang telah dihabiskan untuk melayani pendatang sebelumnya, dan tidak bergantung pada jumlah pendatang yang sedang menunggu untuk dilayani.

Teori antrian adalah teori yang menyangkut studi matematis dari antrian-antrian atau baris-baris penungguan (Tarliah & Dimiyati, 2004: 349). Sistem antrian adalah suatu himpunan pelanggan, pelayan, dan suatu aturan yang mengatur pelayanan kepada pelanggan (Kakiay, 2004: 10). Komponen dasar proses antrian adalah kedatangan, pelayan, dan antri. Setiap masalah antrian melibatkan kedatangan, misalnya orang, mobil, atau panggilan telpon untuk dilayani. Unsur ini sering dinamakan proses input. Pelayan atau mekanisme pelayanan dapat terdiri dari satu atau lebih pelayan, atau satu atau lebih fasilitas pelayanan. Inti dari analisis antrian adalah antri itu sendiri. Timbunya antrian terutama tergantung dari sifat kedatangan dan proses pelayanan (Mulyono, 2004: 286).

Pola kedatangan adalah pola pembentukan antrian akibat kedatangan pelanggan dalam selang waktu tertentu. Pola kedatangan dapat diketahui secara pasti atau berupa suatu peubah acak yang distribusi peluangnya dianggap telah diketahui. Pelanggan datang secara individu maupun kelompok. Namun, jika tidak disebutkan secara khusus, maka kedatangan terjadi secara individu. Sementara itu, Pola Kepergian adalah pola pembentukan antrian akibat kepergian pelanggan selama periode waktu tertentu. Pola kepergian biasanya dicirikan oleh waktu pelayanan, yaitu waktu yang dibutuhkan oleh seorang pelayan untuk melayani seorang pelanggan. Waktu pelayanan dapat bersifat deterministik atau berupa suatu variabel acak dengan distribusi peluang tertentu. (Bronson, 1996 : 310).

Menurut Taha (1997:186), notasi Kendall perlu ditambah dengan simbol f . Sehingga karakteristik suatu antrian dapat dinotasikan dalam format baku $(a/b/c):(c/d/f)$. Notasi dari a sampai f tersebut berturut-turut menyatakan distribusi waktu antar kedatangan, distribusi waktu pelayanan, jumlah server pelayanan, disiplin pelayanan, kapasitas sistem, dan ukuran sumber pemanggilan.

Ukuran *steady state* sistem antrian disimbolkan dengan ρ dan dapat dihitung dengan rumus:

$$\rho = \frac{\lambda}{s \cdot \mu} < 1$$

dimana λ merupakan rata-rata jumlah pelanggan yang datang, μ adalah rata-rata pelayanan dan s adalah jumlah pelayan (Tariyah & Dimiyati, 2004: 361). Keadaan *steady state* dapat terpenuhi apabila $\rho < 1$ yang berarti bahwa $\lambda < \mu$. Sedangkan jika $\rho > 1$ maka kedatangan terjadi dengan kelajuan yang lebih cepat daripada yang dapat ditampung oleh pelayan, keadaan yang sama berlaku apabila $\rho = 1$. Berdasarkan informasi tersebut dapat dihitung ukuran-ukuran kinerja antara lain jumlah pelanggan yang diperkirakan dalam sistem, jumlah pelanggan yang diperkirakan dalam antrian, waktu menunggu yang diperkirakan dalam sistem dan waktu menunggu yang diperkirakan dalam sistem.

Sistem antrian $[M/M/s]:[GD/\infty/\infty]$ merupakan sistem antrian dengan pelayanan ganda, dimana laju kedatangan lebih kecil dari laju pelayanan keseluruhan. Syarat dan kondisi yang lain sama dengan sistem antrian dengan pelayan tunggal. Persamaan untuk sistem antrian ini tergantung pada P_0 yaitu probabilitas semua fasilitas pelanggan menganggur. Para pelanggan tiba dengan laju konstan λ dan maksimum s pelanggan dapat dilayani secara bersamaan dan laju pelayanan per pelayan adalah μ . Pengaruh penggunaan s pelayan yang paralel adalah mempercepat laju pelayanan dengan memungkinkan dilakukannya beberapa pelayanan secara bersamaan. Jika jumlah pelanggan dalam sistem adalah n , dan $n \geq s$, maka laju keberangkatan gabungan dari sarana tersebut sama dengan μ . Sedangkan jika $n < s$, maka laju pelayanan adalah $n\mu$. Jadi dalam bentuk model yang digeneralisasikan diperoleh:

$$L_q = P_0 \left(\frac{\rho^{s+1}}{(s-1)! (s-\rho)^2} \right)$$

$$L_s = L_q + \rho$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu}$$

(Taha, 1997: 200).

Pada sistem antrian seri, *input* dari setiap antrian kecuali antrian yang pertama merupakan *output* dari antrian sebelumnya. Asumsikan bahwa *input* pada antrian pertama berdistribusi *Poisson*. Selanjutnya jika waktu pelayanan dari setiap antrian berdistribusi *Eksponensial* dan antrian tunggunya tidak terbatas, *output* dari setiap antrian berdistribusi *Poisson* juga sama dengan *input*nya. Sehingga antriannya *independent* dan dapat dianalisis satu per satu. Hasil yang sama dapat diperluas untuk kasus dimana stasiun I mencakup s_i pelayanan paralel, yang masing-masing dengan laju *Eksponensial* yang sama μ_i per unit waktu. Dalam kasus ini setiap stasiun dapat diperlukan secara *independent* sebagai $[M/M/s_i]:[GD/\infty/\infty]$ dengan laju kedatangan rata-rata λ .

WinQSB adalah sebuah paket program *under* yang terdiri dari berbagai sub menu seperti *Acceptance Sampling Analysis, Forecasting, Linear and Integral Programming, Markov Process, Nonlinear Programing, Queuing Analysis, Queuing System Simulation* dan lain-lain. Salah satu fungsi *software* WinQSB ini adalah untuk menyelesaikan masalah model antrian (Subekti & Nikensih, 2014: 22-25).

METODE PENELITIAN

Terdapat beberapa langkah untuk mendapatkan hasil penelitian yang baik. Rencana penelitian harus logis, diikuti oleh unsur-unsur yang urut, konsisten, dan operasional, menyangkut bagaimana penelitian tersebut akan dijalankan.

Metode yang digunakan dalam penelitian ini yaitu, perumusan masalah, studi pustaka, pengumpulan data, pemecahan masalah, dan penarikan kesimpulan. Dalam studi pustaka ini digunakan sumber pustaka yang relevan yang digunakan untuk mengumpulkan informasi yang diperlukan dalam penelitian. Pengumpulan data dilakukan secara observasi pada loket pendaftaran dan loket kasir Samsat Kabupaten Semarang dihari kerja dan dijam sibuk. Dalam tahap pemecahan masalah ini adalah bagaimana mengetahui keefektifan model antrian dan jumlah petugas pelayanan yang ideal pada Samsat Kabupaten Semrang. Maka selanjutnya bagaimana keefektifan model antrian tersebut, dan penarikan kesimpulan.

Langkah-langkah untuk memecahkan masalah di atas menurut kajian pustaka, yaitu menelaah sumber pustaka yang relevan digunakan untuk mengumpulkan informasi yang diperlukan dalam penelitian. Pengumpulan data yang digunakan adalah metode observasi, yaitu

pengamatan secara langsung pada loket pendaftaran dan loket kasir dengan mencatat langsung waktu kedatangan pelanggan, waktu pelanggan mulai dilayani, serta waktu pelanggan selesai dilayani. Selanjutnya dilakukan tahap analisis data, data yang diperoleh harus diuji terlebih dahulu. Apakah data waktu kedatangan pelanggan pajak memenuhi distribusi *Poisson* dan waktu pelayanan memenuhi distribusi *Eksponensial*. Setelah itu apabila data sudah memenuhi kriteria, maka dilakukan penghitungan secara manual dengan menggunakan rumus yang sesuai untuk menentukan keefektifan dari model antrian Samsat Kabupaten Semarang dengan menghitung rata-rata banyaknya pelanggan dalam antrian dan sistem serta menghitung rata-rata waktu menunggu yang dihabiskan seorang pelanggan dalam antrian maupun sistem. Hasil dari penghitungan secara manual kemudian dibandingkan dengan hasil penghitungan menggunakan *software* WinQSB. Simpulan yang akan dicapai yaitu mendapatkan model antrian yang ada di loket pendaftaran dan loket kasir serta jumlah petugas yang ideal pada Samsat Kabupaten Semarang.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Setelah melakukan penelitian di Samsat Kabupaten Semarang tahun 2017 untuk mengetahui model antrian manakah yang efektif untuk diterapkan di Samsat Kabupaten Semarang. Hasil penelitian akan disajikan dalam bentuk data deskriptif dengan penghitungan manual dan dibantu oleh *software* SPSS 16 serta *software* WinQSB. Berikut merupakan hasil penelitian analisis model antrian multiserver pada Samsat Kabupaten Semarang tahun 2017.

Analisis Hasil Penelitian Per Stasiun

Alur antrian pembayaran pajak di Samsat Kabupaten Semarang membentuk suatu sistem antrian, yaitu sistem antrian seri. Model antrian ini terdiri dari beberapa stasiun pelayanan yang diatur secara seri sehingga pelanggan pajak harus melalui semua sistem antrian tersebut sebelum menyelesaikan pelayanan. Sedangkan sistem antrian seri yang dimaksud pada Samsat ini terdiri dari dua stasiun. Stasiun yang pertama yaitu loket pendaftaran dan yang kedua yaitu loket kasir. Pada stasiun pertama yaitu tempat pengumpulan berkas terdapat satu petugas yang melayani pelanggan untuk mengumpulkan berkas dan mengambil nomor antrian. Sedangkan pada stasiun kedua terdapat tiga petugas kasir untuk melayani pembayaran pajak, balik nama dan lain-lain. Alur pelayanan

pelanggan pajak di Samsat Kabupaten Semarang ini dimulai dengan pelanggan yang datang dapat langsung menaruh berkas dan menunggu untuk pengecekan berkas. Jika berkas yang dikumpulkan sudah benar dan lengkap, maka pelanggan tinggal menunggu dipanggil untuk mendapatkan nomor antrian sesuai dengan keperluannya. Setelah mendapat nomor antrian maka pelanggan pajak harus menunggu untuk dipanggil ke loket kasir untuk membayar sejumlah uang yang harus dibayarkan. Proses pelayanan pelanggan pajak dari loket pengumpulan berkas sampai loket kasir inilah yang disebut sistem seri.

Samsat Kabupaten Semarang merupakan fasilitas pelayanan pajak yang menyelenggarakan upaya pembayaran pajak kendaraan bermotor di wilayah kerja yaitu Ungaran Kabupaten Semarang Provinsi Jawa Tengah. Sebagai kantor pembayaran pajak kendaraan bermotor, Samsat Kabupaten Semarang tidak hanya melayani pembayaran pajak kendaraan roda dua namun juga melayani pembayaran pajak kendaraan motor roda empat. Samsat Kabupaten Semarang melayani masyarakat setiap hari Senin s.d Jum'at dengan waktu pelayanan dimulai pukul 08.00 WIB s.d 16.00 WIB. Daftar hari dan waktu pengambilan data penelitian disajikan pada Tabel 1 .

Tabel 1. Daftar Hari dan Waktu Pengambilan Data Penelitian

Hari/Tanggal	Waktu Dimulai (WIB)	Waktu Selesai (WIB)
Senin, 10 April 2017	09:46:25	10:46:41
Selasa, 11 April 2017	09:22:30	11:00:05
Rabu, 12 April 2017	10:25:48	15:49:32
Senin, 18 September 2017	09:12:47	10:13:01
Selasa, 19 September 2017	09:17:40	10:17:44
Rabu, 20 September 2017	08:37:02	09:37:56
Senin, 25 September 2017	09:30:00	10:37:56
Selasa, 26 September 2017	09:00:18	10:40:51
Rabu, 27 September 2017	08:30:00	10:15:29
Senin, 2 Oktober 2017	09:03:31	10:08:01
Selasa, 3 Oktober 2017	08:45:24	09:47:42

Rabu, 4 Oktober
2017 08:30:00 10:08:38

Data yang diperoleh selama dua belas hari dalam kurun waktu satu bulan tersebut sudah cukup untuk dilakukan penelitian jika mengingat pada hari tersebut merupakan hari sibuk.

Sistem Antrian pada Samsat Kabupaten Semarang

Alur pelayanan pajak di Samsat Kabupaten Semarang membentuk suatu sistem antrian yaitu sistem antrian seri. Antrian yang kedatangan pelanggannya berasal dari satu barisan dan dilayani oleh beberapa pemberi pelayanan (pelayan) secara seri disebut sistem antrian tandem atau seri. Kakiay (2004: 189) mengemukakan bahwa antrian dengan model seri diuraikan melalui suatu distribusi tertentu yang menunjukkan kedatangan pelanggan pada suatu tempat yang menggunakan sistem antrian tersebut. Pelanggan harus melalui semua stasiun secara berurutan agar dapat mendapatkan layanan secara tuntas. Sistem antrian seri pada Samsat Kabupaten Semarang ini merupakan model sistem antrian seri majemuk dengan tiga stasiun. Loker pendaftaran sebagai stasiun yang pertama, loket kasir sebagai stasiun yang kedua dan loket pengambilan STNK sebagai stasiun yang ketiga. Namun dalam penelitian ini yang dibahas hanya dua stasiun saja yaitu pada loket pendaftaran dan loket kasir.

Pada hari pengambilan data yang telah dilakukan terdapat satu tempat pada stasiun pertama yaitu loket pendaftaran pembayaran pajak yang melayani pelanggan pajak untuk mengumpulkan berkas pembayaran pajak dan pengambilan nomor antrian. Stasiun kedua pada sistem antrian ini adalah loket kasir. Pada Samsat Kabupaten Semarang terdapat 3 tempat untuk loket kasir, dimana loket tersebut untuk pembayarann pajak sesuai yang telah ditentukan. Dalam model-model antrian, kedatangan pelanggan dan waktu pelayanan diringkas dalam distribusi probabilitas yang umumnya disebut sebagai distribusi kedatangan dan distribusi waktu pelayanan. Pada umumnya kedatangan diasumsikan berdistribusi *Poisson* sedangkan waktu pelayanan diasumsikan berdistribusi *Eksponensial*. Efektifitas proses pelayanan pajak dapat ditentukan dengan menghitung jumlah rata-rata pelanggan pajak dalam antrian dan sistem per stasiun maupun sebagai model seri majemuk dan menghitung rata-rata waktu yang dihabiskan pelanggan dalam antrian dan sistem baik per stasiun maupun sebagai model seri majemuk. Data rata-rata waktu kedatangan pelanggan dan rata-rata

waktu pelayanan per hari Senin disajikan pada Tabel 2.

Tabel 2. Rata-rata Waktu Kedatangan dan Waktu Pelayanan

Data per Senin	Loket Pendaftaran		Loket Kasir	
	λ	μ	λ	μ
Minggu ke 1	0,010	0,001	0,008	0,012
Minggu ke 2	0,012	0,001	0,008	0,010
Minggu ke 3	0,012	0,001	0,007	0,010
Minggu ke 4	0,012	0,001	0,011	0,014
Jumlah	0,045	0,003	0,033	0,046
Rata-rata	0,011	0,001	0,008	0,012

λ : rata-rata waktu kedatangan pelanggan
 μ : rata-rata waktu pelayanan

Efektifitas proses pelayanan pelanggan pajak pada loket pendaftaran berdasarkan hasil penghitungan yang telah dilakukan diperoleh:
 $\bar{\lambda} = 0,011$ pelanggan per detik
 $\bar{\mu} = 0,001$ pelanggan per detik
 $s = 1$

$$\text{sehingga dapat dihitung } \rho = \frac{\bar{\lambda}}{s\bar{\mu}} = \frac{0,011}{1(0,001)} = 11$$

Keadaan *steady state* tidak dapat terpenuhi karena $\rho = 11 > 1$ sehingga tidak dapat menghitung L_q, W_q, W_s dan L_s .

Efektifitas proses pelayanan pelanggan pajak pada loket kasir berdasarkan hasil penghitungan yang telah dilakukan diperoleh:
 $\bar{\lambda} = 0,008$ pelanggan per detik
 $\bar{\mu} = 0,012$ pelanggan per detik
 $s = 3$

$$\text{sehingga dapat dihitung } \rho = \frac{\bar{\lambda}}{s\bar{\mu}} = \frac{0,008}{3(0,012)} = \frac{0,008}{0,036} = 0,222$$

Keadaan *steady state* dapat terpenuhi karena $\rho = 0,222 < 1$ sehingga dapat menghitung L_q, W_q, W_s dan L_s . Sebelum menghitung L_q, W_q, W_s dan L_s maka dicari nilai P_0 terlebih dahulu.

$$\begin{aligned} P_0 &= \left\{ \sum_{n=0}^{s-1} \frac{\left(\frac{\bar{\lambda}}{\bar{\mu}}\right)^n}{n!} + \frac{\left(\frac{\bar{\lambda}}{\bar{\mu}}\right)^s}{s!} \left(\frac{1}{1 - \frac{\bar{\lambda}}{s\bar{\mu}}}\right) \right\}^{-1} \\ &= \left\{ \sum_{n=0}^2 \frac{(0,008)^n}{n!} + \frac{(0,008)^3}{3!} \left(\frac{1}{1 - \frac{0,008}{3(0,012)}}\right) \right\}^{-1} \\ &= \left\{ \sum_{n=0}^2 \frac{(0,667)^n}{n!} + \frac{(0,667)^3}{3!} \left(\frac{1}{1 - \frac{0,008}{0,036}}\right) \right\}^{-1} \\ &= \left\{ \sum_{n=0}^2 \frac{(0,667)^n}{n!} + \frac{(0,667)^3}{3!} \left(\frac{1}{1 - 0,222}\right) \right\}^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \left\{ \left(\frac{(0,667)^0}{0!} + \frac{(0,667)^1}{1!} + \frac{(0,667)^2}{2!} \right) + \frac{(0,667)^3}{3!} \left(\frac{1}{0,778} \right) \right\}^{-1} \\
 &= \left\{ \left(1 + 0,667 + \frac{0,445}{2} \right) + \frac{0,297}{6} \left(\frac{1}{0,737} \right) \right\}^{-1} \\
 &= \{ (1 + 0,667 + 0,222) + ((0,05)(1,285)) \}^{-1} \\
 &= \{ 1,889 + 0,064 \}^{-1} \\
 &= \{ 1,953 \}^{-1} \\
 &= 0,512
 \end{aligned}$$

- a. Rata-rata jumlah pelanggan pajak dalam antrian (L_q)

$$\begin{aligned}
 L_q &= \frac{s^s \rho^{s+1} P_0}{s! (1 - \rho)^2} \\
 &= \frac{3^3 (0,222)^4 (0,512)}{3! (1 - 0,222)^2} \\
 &= \frac{27(0,002)(0,512)}{6(0,778)^2} \\
 &= \frac{0,034}{6(0,605)} \\
 &= \frac{0,034}{3,63} \\
 &= 0,009
 \end{aligned}$$

Jadi rata-rata jumlah pelanggan pajak dalam antrian adalah 0,009 pelanggan/detik atau 32,4 pelanggan/jam.

- b. Rata-rata waktu pelanggan pajak menunggu dalam antrian (W_q)

$$\begin{aligned}
 W_q &= \frac{L_q}{\bar{\lambda}} \\
 &= \frac{0,009}{0,008} \\
 &= 1,156
 \end{aligned}$$

Jadi rata-rata waktu tunggu yang dihabiskan seorang pelanggan pajak dalam antrian adalah 1,156 detik.

- c. Rata-rata waktu pelanggan pajak menunggu dalam sistem (W_s)

$$\begin{aligned}
 W_s &= W_q + \frac{1}{\bar{\mu}} \\
 &= 1,156 + \frac{1}{0,012} \\
 &= 1,156 + 83,333 \\
 &= 84,489
 \end{aligned}$$

Jadi rata-rata waktu yang dihabiskan satu pelanggan pajak dalam sistem adalah 84,489 detik.

- d. Rata-rata jumlah pelanggan pajak dalam sistem (L_s)

$$\begin{aligned}
 L_s &= \bar{\lambda} W_s \\
 &= (0,008)(84,489) \\
 &= 0,676
 \end{aligned}$$

Jadi rata-rata jumlah pelanggan pajak dalam sistem adalah 0,676 pelanggan/detik atau 40,56 pelanggan/detik.

Data rata-rata waktu kedatangan pelanggan dan rata-rata waktu pelayanan per hari Selasa disajikan pada Tabel 3.

Tabel 3. Rata-rata Waktu Kedatangan dan Waktu Pelayanan

Data per Selasa	Loket Pendaftaran		Loket Kasir	
	λ	μ	Λ	μ
Minggu ke 1	0,011	0,001	0,007	0,015
Minggu ke 2	0,013	0,001	0,009	0,012
Minggu ke 3	0,011	0,001	0,008	0,010
Minggu ke 4	0,010	0,001	0,010	0,016
Jumlah	0,044	0,004	0,033	0,054
Rata-rata	0,011	0,001	0,008	0,013

λ : rata-rata waktu kedatangan pelanggan

μ : rata-rata waktu pelayanan

Efektivitas proses pelayanan pelanggan pajak pada loket pendaftaran berdasarkan hasil penghitungan yang telah dilakukan diperoleh:

$\bar{\lambda} = 0,011$ pelanggan per detik

$\bar{\mu} = 0,001$ pelanggan per detik

$s = 1$

sehingga dapat dihitung $\rho = \frac{\bar{\lambda}}{s\bar{\mu}} = \frac{0,011}{1(0,001)} = 11$

Keadaan *steady state* tidak dapat terpenuhi karena $\rho = 11 > 1$ sehingga tidak dapat menghitung L_q, W_q, W_s dan L_s .

Efektivitas proses pelayanan pelanggan pajak pada loket kasir berdasarkan hasil penghitungan yang telah dilakukan diperoleh:

$\bar{\lambda} = 0,008$ pelanggan per detik

$\bar{\mu} = 0,013$ pelanggan per detik

$s = 3$

sehingga dapat dihitung $\rho = \frac{\bar{\lambda}}{s\bar{\mu}} = \frac{0,008}{3(0,013)} = \frac{0,008}{0,039} = 0,205$

Keadaan *steady state* dapat terpenuhi karena $\rho = 0,205 < 1$ sehingga dapat menghitung L_q, W_q, W_s dan L_s . Sebelum menghitung L_q, W_q, W_s dan L_s maka dicari nilai P_0 terlebih dahulu.

$$\begin{aligned}
 P_0 &= \left\{ \sum_{n=0}^{s-1} \frac{\left(\frac{\bar{\lambda}}{\bar{\mu}} \right)^n}{n!} + \frac{\left(\frac{\bar{\lambda}}{\bar{\mu}} \right)^s}{s!} \left(\frac{1}{1 - \frac{\bar{\lambda}}{s\bar{\mu}}} \right) \right\}^{-1} \\
 &= \left\{ \sum_{n=0}^2 \frac{\left(\frac{0,008}{0,013} \right)^n}{n!} + \frac{\left(\frac{0,008}{0,013} \right)^3}{3!} \left(\frac{1}{1 - \frac{0,008}{3(0,013)}} \right) \right\}^{-1} \\
 &= \left\{ \sum_{n=0}^2 \frac{(0,615)^n}{n!} + \frac{(0,615)^3}{3!} \left(\frac{1}{1 - \frac{0,008}{0,039}} \right) \right\}^{-1} \\
 &= \left\{ \sum_{n=0}^2 \frac{(0,615)^n}{n!} + \frac{(0,615)^3}{3!} \left(\frac{1}{1 - 0,205} \right) \right\}^{-1} \\
 &= \left\{ \left(\frac{(0,615)^0}{0!} + \frac{(0,615)^1}{1!} + \frac{(0,615)^2}{2!} \right) + \frac{(0,615)^3}{3!} \left(\frac{1}{0,795} \right) \right\}^{-1} \\
 &= \left\{ \left(1 + 0,615 + \frac{0,378}{2} \right) + \frac{0,233}{6} \left(\frac{1}{0,795} \right) \right\}^{-1} \\
 &= \{ (1 + 0,615 + 0,189) + ((0,039)(1,285)) \}^{-1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \{1,889 + 0,049\}^{-1} \\
 &= \{1,853\}^{-1} \\
 &= 0,539
 \end{aligned}$$

- a. Rata-rata jumlah pelanggan pajak dalam antrian (L_q)

$$\begin{aligned}
 L_q &= \frac{s^s \rho^{s+1} P_0}{s!(1-\rho)^2} \\
 &= \frac{3^3(0,205)^4(0,539)}{3!(1-0,205)^2} \\
 &= \frac{27(0,002)(0,539)}{6(0,795)^2} \\
 &= \frac{0,026}{6(0,632)} \\
 &= \frac{0,026}{3,792} \\
 &= 0,007
 \end{aligned}$$

Jadi rata-rata jumlah pelanggan pajak dalam antrian adalah 0,007 pelanggan/detik atau 25,2 pelanggan/jam.

- b. Rata-rata waktu pelanggan pajak menunggu dalam antrian (W_q)

$$\begin{aligned}
 W_q &= \frac{L_q}{\bar{\lambda}} \\
 &= \frac{0,007}{0,008} \\
 &= 0,875
 \end{aligned}$$

Jadi rata-rata waktu tunggu yang dihabiskan seorang pelanggan pajak dalam antrian adalah 0,875 detik.

- c. Rata-rata waktu pelanggan pajak menunggu dalam sistem (W_s)

$$\begin{aligned}
 W_s &= W_q + \frac{1}{\bar{\mu}} \\
 &= 0,875 + \frac{1}{0,013} \\
 &= 0,875 + 76,923 \\
 &= 77,798
 \end{aligned}$$

Jadi rata-rata waktu yang dihabiskan satu pelanggan pajak dalam sistem adalah 77,798 detik.

- d. Rata-rata jumlah pelanggan pajak dalam sistem (L_s)

$$\begin{aligned}
 L_s &= \bar{\lambda} W_s \\
 &= (0,008)(77,798) \\
 &= 0,622
 \end{aligned}$$

Jadi rata-rata jumlah pelanggan pajak dalam sistem adalah 0,622 pelanggan/detik atau 37,32 pelanggan/menit.

Data rata-rata waktu kedatangan pelanggan dan rata-rata waktu pelayanan per hari Rabu disajikan pada Tabel 4.

Tabel 4. Rata-rata Waktu Kedatangan dan Waktu Pelayanan

Data per Rabu	Loket Pendaftaran		Loket Kasir	
	λ	μ	λ	μ
Minggu ke 1	0,011	0,001	0,008	0,013
Minggu ke 2	0,006	0,001	0,007	0,013
Minggu ke 3	0,013	0,001	0,009	0,011
Minggu ke 4	0,010	0,001	0,008	0,013
Jumlah	0,039	0,004	0,031	0,050
Rata-rata	0,010	0,001	0,008	0,012

λ : rata-rata waktu kedatangan pelanggan

μ : rata-rata waktu pelayanan

Efektivitas proses pelayanan pelanggan pajak pada loket pendaftaran berdasarkan hasil penghitungan yang telah dilakukan diperoleh: $\bar{\lambda} = 0,010$ pelanggan per detik
 $\bar{\mu} = 0,001$ pelanggan per detik
 $s = 1$

sehingga dapat dihitung $\rho = \frac{\bar{\lambda}}{s\bar{\mu}} = \frac{0,010}{1(0,001)} = 10$

Keadaan *steady state* tidak dapat terpenuhi karena $\rho = 10 > 1$ sehingga tidak dapat menghitung L_q, W_q, W_s dan L_s .

Efektivitas proses pelayanan pelanggan pajak pada loket kasir berdasarkan hasil penghitungan yang telah dilakukan diperoleh: $\bar{\lambda} = 0,008$ pelanggan per detik
 $\bar{\mu} = 0,012$ pelanggan per detik
 $s = 3$

sehingga dapat dihitung $\rho = \frac{\bar{\lambda}}{s\bar{\mu}} = \frac{0,008}{3(0,012)} = \frac{0,008}{0,036} = 0,222$

Keadaan *steady state* dapat terpenuhi karena $\rho = 0,222 < 1$ sehingga dapat menghitung L_q, W_q, W_s dan L_s . Sebelum menghitung L_q, W_q, W_s dan L_s maka dicari nilai P_0 terlebih dahulu.

$$\begin{aligned}
 P_0 &= \left\{ \sum_{n=0}^{s-1} \frac{\left(\frac{\bar{\lambda}}{\bar{\mu}}\right)^n}{n!} + \frac{\left(\frac{\bar{\lambda}}{\bar{\mu}}\right)^s}{s!} \left(\frac{1}{1 - \frac{\bar{\lambda}}{s\bar{\mu}}}\right) \right\}^{-1} \\
 &= \left\{ \sum_{n=0}^2 \frac{\left(\frac{0,008}{0,012}\right)^n}{n!} + \frac{\left(\frac{0,008}{0,012}\right)^3}{3!} \left(\frac{1}{1 - \frac{0,008}{3(0,012)}}\right) \right\}^{-1} \\
 &= \left\{ \sum_{n=0}^2 \frac{(0,667)^n}{n!} + \frac{(0,667)^3}{3!} \left(\frac{1}{1 - \frac{0,008}{0,036}}\right) \right\}^{-1} \\
 &= \left\{ \sum_{n=0}^2 \frac{(0,667)^n}{n!} + \frac{(0,667)^3}{3!} \left(\frac{1}{1 - 0,222}\right) \right\}^{-1} \\
 &= \left\{ \left(\frac{(0,667)^0}{0!} + \frac{(0,667)^1}{1!} + \frac{(0,667)^2}{2!}\right) + \frac{(0,667)^3}{3!} \left(\frac{1}{0,778}\right) \right\}^{-1} \\
 &= \left\{ \left(1 + 0,667 + \frac{0,445}{2}\right) + \frac{0,297}{6} \left(\frac{1}{0,737}\right) \right\}^{-1} \\
 &= \{(1 + 0,667 + 0,222) + ((0,05)(1,285))\}^{-1}
 \end{aligned}$$

$$= \{1,889 + 0,064\}^{-1}$$

$$= \{1,953\}^{-1}$$

$$= 0,512$$

- a. Rata-rata jumlah pelanggan pajak dalam antrian (L_q)

$$L_q = \frac{s^s \rho^{s+1} P_0}{s!(1-\rho)^2}$$

$$= \frac{3^3(0,222)^4(0,512)}{3!(1-0,222)^2}$$

$$= \frac{27(0,002)(0,512)}{6(0,778)^2}$$

$$= \frac{0,034}{6(0,605)}$$

$$= \frac{0,034}{3,63}$$

$$= 0,009$$

Jadi rata-rata jumlah pelanggan pajak dalam antrian adalah 0,009 pelanggan/detik atau 32,4 pelanggan/jam.

- b. Rata-rata waktu pelanggan pajak menunggu dalam antrian (W_q)

$$W_q = \frac{L_q}{\bar{\lambda}}$$

$$= \frac{0,009}{0,008}$$

$$= 1,156$$

Jadi rata-rata waktu tunggu yang dihabiskan seorang pelanggan pajak dalam antrian adalah 1,156 detik.

- c. Rata-rata waktu pelanggan pajak menunggu dalam sistem (W_s)

$$W_s = W_q + \frac{1}{\bar{\mu}}$$

$$= 1,156 + \frac{1}{0,012}$$

$$= 1,156 + 83,333$$

$$= 84,489$$

Jadi rata-rata waktu yang dihabiskan satu pelanggan pajak dalam sistem adalah 84,489 detik.

- d. Rata-rata jumlah pelanggan pajak dalam sistem (L_s)

$$L_s = \bar{\lambda} W_s$$

$$= (0,008)(84,489)$$

$$= 0,676$$

Jadi rata-rata jumlah pelanggan pajak dalam sistem adalah 0,676 pelanggan/detik atau 40,56 pelanggan/detik.

Data rata-rata waktu kedatangan pelanggan dan rata-rata waktu pelayanan minggu pertama disajikan pada Tabel 5.

Tabel 5. Rata-rata Waktu Kedatangan dan Waktu Pelayanan

Data	Loket Pendaftaran		Loket Kasir	
	λ	μ	λ	μ
Senin	0,010	0,001	0,008	0,012
Selasa	0,011	0,001	0,007	0,015
Rabu	0,011	0,001	0,008	0,013
Jumlah	0,031	0,003	0,022	0,040
Rata-rata	0,010	0,001	0,007	0,013

λ : rata-rata waktu kedatangan pelanggan

μ : rata-rata waktu pelayanan

Efektivitas proses pelayanan pelanggan pajak pada loket pendaftaran berdasarkan hasil penghitungan yang telah dilakukan diperoleh:

$\bar{\lambda} = 0,010$ pelanggan per detik

$\bar{\mu} = 0,001$ pelanggan per detik

$s = 1$

sehingga dapat dihitung $\rho = \frac{\bar{\lambda}}{s\bar{\mu}} = \frac{0,010}{1(0,001)} = 10$

Keadaan *steady state* tidak dapat terpenuhi karena $\rho = 10 > 1$ sehingga tidak dapat menghitung L_q, W_q, W_s dan L_s .

Efektivitas proses pelayanan pelanggan pajak pada loket kasir berdasarkan hasil penghitungan yang telah dilakukan diperoleh:

$\bar{\lambda} = 0,007$ pelanggan per detik

$\bar{\mu} = 0,013$ pelanggan per detik

$s = 3$

sehingga dapat dihitung $\rho = \frac{\bar{\lambda}}{s\bar{\mu}} = \frac{0,007}{3(0,013)} =$

$$\frac{0,008}{0,039} = 0,179$$

Keadaan *steady state* dapat terpenuhi karena $\rho = 0,179 < 1$ sehingga dapat menghitung L_q, W_q, W_s dan L_s . Sebelum menghitung L_q, W_q, W_s dan L_s maka dicari nilai P_0 terlebih dahulu.

$$P_0 = \left\{ \sum_{n=0}^{s-1} \frac{\left(\frac{\bar{\lambda}}{\bar{\mu}}\right)^n}{n!} + \frac{\left(\frac{\bar{\lambda}}{\bar{\mu}}\right)^s}{s!} \left(\frac{1}{1 - \frac{\bar{\lambda}}{s\bar{\mu}}}\right) \right\}^{-1}$$

$$= \left\{ \sum_{n=0}^2 \frac{\left(\frac{0,007}{0,013}\right)^n}{n!} + \frac{\left(\frac{0,007}{0,013}\right)^3}{3!} \left(\frac{1}{1 - \frac{0,007}{3(0,013)}}\right) \right\}^{-1}$$

$$= \left\{ \sum_{n=0}^2 \frac{(0,538)^n}{n!} + \frac{(0,538)^3}{3!} \left(\frac{1}{1 - 0,039}\right) \right\}^{-1}$$

$$= \left\{ \sum_{n=0}^2 \frac{(0,538)^n}{n!} + \frac{(0,538)^3}{3!} \left(\frac{1}{1 - 0,179}\right) \right\}^{-1}$$

$$= \left\{ \left(\frac{(0,538)^0}{0!} + \frac{(0,538)^1}{1!} + \frac{(0,538)^2}{2!}\right) + \frac{(0,538)^3}{3!} \left(\frac{1}{0,821}\right) \right\}^{-1}$$

$$= \left\{ \left(1 + 0,538 + \frac{0,289}{2}\right) + \frac{0,156}{6} \left(\frac{1}{0,821}\right) \right\}^{-1}$$

$$= \left\{ (1 + 0,538 + 0,144) + ((0,026)(1,285)) \right\}^{-1}$$

$$= \{1,682 + 0,032\}^{-1}$$

$$= \{1,714\}^{-1}$$

$$= 0,583$$

- a. Rata-rata jumlah pelanggan pajak dalam antrian (L_q)

$$L_q = \frac{s^s \rho^{s+1} P_0}{s!(1-\rho)^2}$$

$$= \frac{3^3(0,179)^4(0,583)}{3!(1-0,179)^2}$$

$$= \frac{27(0,001)(0,538)}{6(0,821)^2}$$

$$= \frac{0,016}{6(0,674)}$$

$$= \frac{0,016}{4,044}$$

$$= 0,004$$

Jadi rata-rata jumlah pelanggan pajak dalam antrian adalah 0,004 pelanggan/detik atau 14,4 pelanggan/jam.

- b. Rata-rata waktu pelanggan pajak menunggu dalam antrian (W_q)

$$W_q = \frac{L_q}{\bar{\lambda}}$$

$$= \frac{0,004}{0,007}$$

$$= 0,571$$

Jadi rata-rata waktu tunggu yang dihabiskan seorang pelanggan pajak dalam antrian adalah 0,571 detik.

- c. Rata-rata waktu pelanggan pajak menunggu dalam sistem (W_s)

$$W_s = W_q + \frac{1}{\bar{\mu}}$$

$$= 0,571 + \frac{1}{0,013}$$

$$= 0,571 + 76,923$$

$$= 77,494$$

Jadi rata-rata waktu yang dihabiskan satu pelanggan pajak dalam sistem adalah 77,494 detik.

- d. Rata-rata jumlah pelanggan pajak dalam sistem (L_s)

$$L_s = \bar{\lambda} W_s$$

$$= (0,007)(77,494)$$

$$= 0,542$$

Jadi rata-rata jumlah pelanggan pajak dalam sistem adalah 0,542 pelanggan/detik atau 32,52 pelanggan/menit.

Data rata-rata waktu kedatangan pelanggan dan rata-rata waktu pelayanan minggu kedua disajikan pada Tabel 6.

Tabel 6. Rata-rata Waktu Kedatangan dan Waktu Pelayanan

Data	Loket Pendaftaran		Loket Kasir	
	λ	μ	λ	μ
Senin	0,012	0,001	0,008	0,010
Selasa	0,013	0,001	0,009	0,012
Rabu	0,006	0,001	0,007	0,013
Jumlah	0,032	0,003	0,023	0,035
Rata-rata	0,011	0,001	0,008	0,012

λ : rata-rata waktu kedatangan pelanggan

μ : rata-rata waktu pelayanan

Efektivitas proses pelayanan pelanggan pajak pada loket pendaftaran berdasarkan hasil penghitungan yang telah dilakukan diperoleh:

$$\bar{\lambda} = 0,011 \text{ pelanggan per detik}$$

$$\bar{\mu} = 0,001 \text{ pelanggan per detik}$$

$$s = 1$$

$$\text{sehingga dapat dihitung } \rho = \frac{\bar{\lambda}}{s\bar{\mu}} = \frac{0,011}{1(0,001)} = 11$$

Keadaan *steady state* tidak dapat terpenuhi karena $\rho = 11 > 1$ sehingga tidak dapat menghitung L_q, W_q, W_s dan L_s .

Efektivitas proses pelayanan pelanggan pajak pada loket kasir berdasarkan hasil penghitungan yang telah dilakukan diperoleh:

$$\bar{\lambda} = 0,008 \text{ pelanggan per detik}$$

$$\bar{\mu} = 0,012 \text{ pelanggan per detik}$$

$$s = 3$$

$$\text{sehingga dapat dihitung } \rho = \frac{\bar{\lambda}}{s\bar{\mu}} = \frac{0,008}{3(0,012)} = \frac{0,008}{0,036} = 0,222$$

Keadaan *steady state* dapat terpenuhi karena $\rho = 0,222 < 1$ sehingga dapat menghitung L_q, W_q, W_s dan L_s . Sebelum menghitung L_q, W_q, W_s dan L_s maka dicari nilai P_0 terlebih dahulu.

$$P_0 = \left\{ \sum_{n=0}^{s-1} \frac{\left(\frac{\bar{\lambda}}{\bar{\mu}}\right)^n}{n!} + \frac{\left(\frac{\bar{\lambda}}{\bar{\mu}}\right)^s}{s!} \left(\frac{1}{1 - \frac{\bar{\lambda}}{s\bar{\mu}}}\right) \right\}^{-1}$$

$$= \left\{ \sum_{n=0}^2 \frac{\left(\frac{0,008}{0,012}\right)^n}{n!} + \frac{\left(\frac{0,008}{0,012}\right)^3}{3!} \left(\frac{1}{1 - \frac{0,008}{3(0,012)}}\right) \right\}^{-1}$$

$$= \left\{ \sum_{n=0}^2 \frac{(0,667)^n}{n!} + \frac{(0,667)^3}{3!} \left(\frac{1}{1 - \frac{0,008}{0,036}}\right) \right\}^{-1}$$

$$= \left\{ \sum_{n=0}^2 \frac{(0,667)^n}{n!} + \frac{(0,667)^3}{3!} \left(\frac{1}{1 - 0,222}\right) \right\}^{-1}$$

$$= \left\{ \left(\frac{(0,667)^0}{0!} + \frac{(0,667)^1}{1!} + \frac{(0,667)^2}{2!}\right) + \frac{(0,667)^3}{3!} \left(\frac{1}{0,778}\right) \right\}^{-1}$$

$$= \left\{ \left(1 + 0,667 + \frac{0,445}{2}\right) + \frac{0,297}{6} \left(\frac{1}{0,737}\right) \right\}^{-1}$$

$$= \left\{ (1 + 0,667 + 0,222) + ((0,05)(1,285)) \right\}^{-1}$$

$$= \{1,889 + 0,064\}^{-1}$$

$$= \{1,953\}^{-1}$$

$$= 0,512$$

- a. Rata-rata jumlah pelanggan pajak dalam antrian (L_q)

$$L_q = \frac{s^s \rho^{s+1} P_0}{s!(1-\rho)^2}$$

$$= \frac{3^3(0,222)^4(0,512)}{3!(1-0,222)^2}$$

$$= \frac{27(0,002)(0,512)}{6(0,778)^2}$$

$$= \frac{0,034}{6(0,605)}$$

$$= \frac{0,034}{3,63}$$

$$= 0,009$$

Jadi rata-rata jumlah pelanggan pajak dalam antrian adalah 0,009 pelanggan/detik atau 32,4 pelanggan/jam.

- b. Rata-rata waktu pelanggan pajak menunggu dalam antrian (W_q)

$$W_q = \frac{L_q}{\bar{\lambda}}$$

$$= \frac{0,009}{0,008}$$

$$= 1,156$$

Jadi rata-rata waktu tunggu yang dihabiskan seorang pelanggan pajak dalam antrian adalah 1,156 detik.

- c. Rata-rata waktu pelanggan pajak menunggu dalam sistem (W_s)

$$W_s = W_q + \frac{1}{\bar{\mu}}$$

$$= 1,156 + \frac{1}{0,012}$$

$$= 1,156 + 83,333$$

$$= 84,489$$

Jadi rata-rata waktu yang dihabiskan satu pelanggan pajak dalam sistem adalah 84,489 detik.

- d. Rata-rata jumlah pelanggan pajak dalam sistem (L_s)

$$L_s = \bar{\lambda} W_s$$

$$= (0,008)(84,489)$$

$$= 0,676$$

Jadi rata-rata jumlah pelanggan pajak dalam sistem adalah 0,676 pelanggan/detik atau 40,56 pelanggan/detik.

Data rata-rata waktu kedatangan pelanggan dan rata-rata waktu pelayanan minggu ketiga disajikan pada Tabel 7.

Tabel 7. Rata-rata Waktu Kedatangan dan Waktu Pelayanan

Data	Loket Pendaftaran		Loket Kasir	
	λ	μ	λ	μ
Senin	0,012	0,001	0,007	0,010
Selasa	0,011	0,001	0,008	0,010
Rabu	0,013	0,001	0,009	0,011
Jumlah	0,035	0,003	0,024	0,031
Rata-rata	0,012	0,001	0,008	0,010

λ : rata-rata waktu kedatangan pelanggan

μ : rata-rata waktu pelayanan

Efektivitas proses pelayanan pelanggan pajak pada loket pendaftaran berdasarkan hasil penghitungan yang telah dilakukan diperoleh:

$$\bar{\lambda} = 0,012 \text{ pelanggan per detik}$$

$$\bar{\mu} = 0,001 \text{ pelanggan per detik}$$

$$s = 1$$

$$\text{sehingga dapat dihitung } \rho = \frac{\bar{\lambda}}{s\bar{\mu}} = \frac{0,012}{1(0,001)} = 12$$

Keadaan *steady state* tidak dapat terpenuhi karena $\rho = 12 > 1$ sehingga tidak dapat menghitung L_q, W_q, W_s dan L_s .

Efektivitas proses pelayanan pelanggan pajak pada loket kasir berdasarkan hasil penghitungan yang telah dilakukan diperoleh:

$$\bar{\lambda} = 0,008 \text{ pelanggan per detik}$$

$$\bar{\mu} = 0,010 \text{ pelanggan per detik}$$

$$s = 3$$

$$\text{sehingga dapat dihitung } \rho = \frac{\bar{\lambda}}{s\bar{\mu}} = \frac{0,008}{3(0,010)} = \frac{0,008}{0,030} = 0,267$$

Keadaan *steady state* dapat terpenuhi karena $\rho = 0,267 < 1$ sehingga dapat menghitung L_q, W_q, W_s dan L_s . Sebelum menghitung L_q, W_q, W_s dan L_s maka dicari nilai P_0 terlebih dahulu.

$$P_0 = \left\{ \sum_{n=0}^{s-1} \frac{(\bar{\lambda})^n}{n!} + \frac{(\bar{\lambda})^s}{s!} \left(\frac{1}{1 - \frac{\bar{\lambda}}{s\bar{\mu}}} \right) \right\}^{-1}$$

$$= \left\{ \sum_{n=0}^2 \frac{(0,008)^n}{n!} + \frac{(0,008)^3}{3!} \left(\frac{1}{1 - \frac{0,008}{3(0,01)}} \right) \right\}^{-1}$$

$$= \left\{ \sum_{n=0}^2 \frac{(0,8)^n}{n!} + \frac{(0,8)^3}{3!} \left(\frac{1}{1 - \frac{0,008}{0,03}} \right) \right\}^{-1}$$

$$= \left\{ \sum_{n=0}^2 \frac{(0,8)^n}{n!} + \frac{(0,8)^3}{3!} \left(\frac{1}{1 - 0,267} \right) \right\}^{-1}$$

$$= \left\{ \left(\frac{(0,8)^0}{0!} + \frac{(0,8)^1}{1!} + \frac{(0,8)^2}{2!} \right) + \frac{(0,8)^3}{3!} \left(\frac{1}{0,733} \right) \right\}^{-1}$$

$$= \left\{ \left(1 + 0,8 + \frac{0,64}{2} \right) + \frac{0,512}{6} \left(\frac{1}{0,733} \right) \right\}^{-1}$$

$$= \{ (1 + 0,8 + 0,32) + ((0,085)(1,364)) \}^{-1}$$

$$= \{ 2,12 + 0,116 \}^{-1}$$

- $= \{2,236\}^{-1}$
 $= 0,447$
- a. Rata-rata jumlah pelanggan pajak dalam antrian (L_q)
- $$L_q = \frac{s^s \rho^{s+1} P_0}{s!(1-\rho)^2}$$
- $$= \frac{3^3(0,267)^4(0,447)}{3!(1-0,267)^2}$$
- $$= \frac{27(0,005)(0,447)}{6(0,733)^2}$$
- $$= \frac{0,06}{6(0,537)}$$
- $$= \frac{0,06}{3,222}$$
- $$= 0,019$$
- Jadi rata-rata jumlah pelanggan pajak dalam antrian adalah 0,019 pelanggan/detik atau 1,14 pelanggan/menit.
- b. Rata-rata waktu pelanggan pajak menunggu dalam antrian (W_q)
- $$W_q = \frac{L_q}{\bar{\lambda}}$$
- $$= \frac{0,019}{0,008}$$
- $$= 2,375$$
- Jadi rata-rata waktu tunggu yang dihabiskan seorang pelanggan pajak dalam antrian adalah 2,375 detik.
- c. Rata-rata waktu pelanggan pajak menunggu dalam sistem (W_s)
- $$W_s = W_q + \frac{1}{\bar{\mu}}$$
- $$= 2,375 + \frac{1}{0,01}$$
- $$= 2,375 + 100$$
- $$= 102,375$$
- Jadi rata-rata waktu yang dihabiskan satu pelanggan pajak dalam sistem adalah 102,375 detik.
- d. Rata-rata jumlah pelanggan pajak dalam sistem (L_s)
- $$L_s = \bar{\lambda}W_s$$
- $$= (0,008)(102,375)$$
- $$= 0,819$$
- Jadi rata-rata jumlah pelanggan pajak dalam sistem adalah 0,819 pelanggan/detik atau 49,14 pelanggan/menit.
- Data rata-rata waktu kedatangan pelanggan dan rata-rata waktu pelayanan minggu keempat disajikan pada Tabel 8.

Tabel 8. Rata-rata Waktu Kedatangan dan Waktu Pelayanan

Data	Loket Pendaftaran		Loket Kasir	
	λ	μ	λ	μ
Senin	0,012	0,001	0,011	0,014
Selasa	0,010	0,001	0,010	0,016
Rabu	0,010	0,001	0,008	0,013
Jumlah	0,031	0,003	0,028	0,044
Rata-rata	0,010	0,001	0,009	0,015

λ : rata-rata waktu kedatangan pelanggan

μ : rata-rata waktu pelayanan

Efektivitas proses pelayanan pelanggan pajak pada loket pendaftaran berdasarkan hasil penghitungan yang telah dilakukan diperoleh:

$$\bar{\lambda} = 0,010 \text{ pelanggan per detik}$$

$$\bar{\mu} = 0,001 \text{ pelanggan per detik}$$

$$s = 1$$

sehingga dapat dihitung $\rho = \frac{\bar{\lambda}}{s\bar{\mu}} = \frac{0,010}{1(0,001)} = 10$

Keadaan *steady state* tidak dapat terpenuhi karena $\rho = 10 > 1$ sehingga tidak dapat menghitung L_q, W_q, W_s dan L_s .

Efektivitas proses pelayanan pelanggan pajak pada loket kasir berdasarkan hasil penghitungan yang telah dilakukan diperoleh:

$$\bar{\lambda} = 0,009 \text{ pelanggan per detik}$$

$$\bar{\mu} = 0,015 \text{ pelanggan per detik}$$

$$s = 3$$

sehingga dapat dihitung $\rho = \frac{\bar{\lambda}}{s\bar{\mu}} = \frac{0,009}{3(0,015)} = \frac{0,008}{0,045} = 0,2$

Keadaan *steady state* dapat terpenuhi karena $\rho = 0,2 < 1$ sehingga dapat menghitung L_q, W_q, W_s dan L_s . Sebelum menghitung L_q, W_q, W_s dan L_s maka dicari nilai P_0 terlebih dahulu.

$$P_0 = \left\{ \sum_{n=0}^{s-1} \frac{\left(\frac{\bar{\lambda}}{\bar{\mu}}\right)^n}{n!} + \frac{\left(\frac{\bar{\lambda}}{\bar{\mu}}\right)^s}{s!} \left(\frac{1}{1 - \frac{\bar{\lambda}}{s\bar{\mu}}} \right) \right\}^{-1}$$

$$= \left\{ \sum_{n=0}^2 \frac{\left(\frac{0,009}{0,015}\right)^n}{n!} + \frac{\left(\frac{0,009}{0,015}\right)^3}{3!} \left(\frac{1}{1 - \frac{0,009}{3(0,015)}} \right) \right\}^{-1}$$

$$= \left\{ \sum_{n=0}^2 \frac{(0,6)^n}{n!} + \frac{(0,6)^3}{3!} \left(\frac{1}{1 - \frac{0,009}{0,045}} \right) \right\}^{-1}$$

$$= \left\{ \sum_{n=0}^2 \frac{(0,6)^n}{n!} + \frac{(0,6)^3}{3!} \left(\frac{1}{1 - 0,2} \right) \right\}^{-1}$$

$$= \left\{ \left(\frac{(0,6)^0}{0!} + \frac{(0,6)^1}{1!} + \frac{(0,6)^2}{2!} \right) + \frac{(0,6)^3}{3!} \left(\frac{1}{0,8} \right) \right\}^{-1}$$

$$= \left\{ \left(1 + 0,6 + \frac{0,36}{2} \right) + \frac{0,216}{6} \left(\frac{1}{0,8} \right) \right\}^{-1}$$

$$= \left\{ (1 + 0,6 + 0,18) + ((0,036)(1,25)) \right\}^{-1}$$

$$= \{1,78 + 0,045\}^{-1}$$

$$= \{1,825\}^{-1}$$

$$= 0,548$$

- a. Rata-rata jumlah pelanggan pajak dalam antrian (L_q)

$$L_q = \frac{s^s \rho^{s+1} P_0}{s! (1 - \rho)^2}$$

$$= \frac{3^3 (0,2)^4 (0,548)}{3! (1 - 0,2)^2}$$

$$= \frac{27(0,002)(0,548)}{6(0,8)^2}$$

$$= \frac{0,03}{6(0,64)}$$

$$= \frac{0,03}{4,8}$$

$$= 0,006$$

Jadi rata-rata jumlah pelanggan pajak dalam antrian adalah 0,006 pelanggan/detik atau 21,6 pelanggan/jam.

- b. Rata-rata waktu pelanggan pajak menunggu dalam antrian (W_q)

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$= \frac{0,006}{0,009}$$

$$= 0,667$$

Jadi rata-rata waktu tunggu yang dihabiskan seorang pelanggan pajak dalam antrian adalah 0,667 detik.

- c. Rata-rata waktu pelanggan pajak menunggu dalam sistem (W_s)

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu}$$

$$= 0,667 + \frac{1}{0,015}$$

$$= 0,667 + 66,667$$

$$= 67,334$$

Jadi rata-rata waktu yang dihabiskan satu pelanggan pajak dalam sistem adalah 67,334 detik.

- d. Rata-rata jumlah pelanggan pajak dalam sistem (L_s)

$$L_s = \bar{\lambda} W_s$$

$$= (0,009)(67,334)$$

$$= 0,606$$

Jadi rata-rata jumlah pelanggan pajak dalam sistem adalah 0,606 pelanggan/detik atau 36,36 pelanggan/jam.

Pada model sistem antrian seri majemuk dengan dua stasiun yaitu loket pendaftaran dan loket kasir, rata-rata banyaknya pelanggan pajak yang ada dalam antrian dan sistem serta rata-rata waktu pelanggan pajak menunggu dalam antrian dan sistem tidak dapat dihitung karena tidak memenuhi keadaan *steady state*.

Menentukan Banyaknya Petugas Pelayanan yang Ideal

Optimalisasi merupakan pencapaian hasil sesuai harapan secara efektif dan efisien. Dalam penyelenggaraan organisasi, senantiasa tujuan diarahkan untuk mencapai hasil secara efektif dan efisien agar optimal. Pada fasilitas pelayanan pajak seperti Samsat Kabupaten Semarang, perlu diketahui kapasitas petugas pelayanan yang ada baik pada loket pendaftaran maupun loket kasir yang ada sudah optimal atau belum.

Dari hasil analisis data yang telah diambil di Samsat Kabupaten Semarang, pada loket pendaftaran belum diperoleh keadaan *steady state* karena $\rho > 1$. Pelanggan pajak menunggu untuk dilayani di loket pendaftaran terlalu lama. Dari keadaan tersebut dapat dikatakan bahwa untuk pelayanan terhadap pelanggan pajak di loket pendaftaran belum efektif, maka dari itu perlu penambahan petugas pelayanan. Sedangkan pada loket kasir sudah diperoleh keadaan *steady state* karena $\rho < 1$. Pelanggan pajak tidak menunggu terlalu lama untuk dilayani di loket kasir. Dari keadaan tersebut dapat dikatakan bahwa untuk pelayanan terhadap pelanggan pajak di loket kasir sudah cukup efektif, sehingga tidak perlu adanya penambahan petugas pelayanan pada loket tersebut.

PENUTUP

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan dapat diambil simpulan sebagai berikut. (1) Model antrian pada loket pendaftaran Samsat Kabupaten Semarang meliputi $[M/M/1]:[GD/\infty/\infty]$, sistem antrian diasumsikan mengikuti pola kedatangan berdistribusi *Poisson* sedangkan waktu pelayanan berdistribusi *Eksponensial* dengan kapasitas pelayanan satu pelayan. Pada stasiun satu yaitu loket pendaftaran, rata-rata banyaknya pelanggan pajak yang ada dalam antrian dan sistem serta rata-rata waktu pelanggan pajak menunggu dalam antrian dan sistem tidak efektif karena tidak memenuhi keadaan *steady state* dimana $\rho > 1$. (2) Model antrian pada loket kasir Samsat Kabupaten Semarang meliputi $[M/M/3]:[GD/\infty/\infty]$, sistem antrian diasumsikan mengikuti pola kedatangan berdistribusi *Poisson* sedangkan waktu pelayanan berdistribusi *Eksponensial* dengan kapasitas pelayanan tiga pelayan. Pada stasiun dua yaitu loket kasir, rata-rata banyaknya pelanggan pajak yang ada dalam antrian dan sistem serta rata-rata waktu pelanggan pajak menunggu dalam antrian dan sistem sudah efektif karena

memenuhi keadaan *steady state* dimana $\rho < 1$. (3) Model antrian di Samsat Kabupaten Semarang yaitu seri majemuk 2 stasiun. Rata-rata banyaknya pelanggan pajak yang ada dalam antrian dan sistem serta rata-rata waktu pelanggan pajak menunggu dalam antrian dan sistem tidak efektif karena tidak memenuhi keadaan *steady state* dimana $\rho > 1$. (4) Jumlah petugas pelayanan untuk loket pendaftaran Samsat Kabupaten Semarang yang ada belum ideal dan optimal, maka perlu penambahan petugas pelayanan. Jumlah petugas pelayanan untuk loket kasir Samsat Kabupaten Semarang yang ada sudah ideal dan optimal.

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukn maka saran yang dapat disampaikan adalah sebagai berikut. (1) Karena jumlah petugas pelayanan di loket pendaftaran Samsat Kabupaten Semarang yang ada belum ideal maka perlu penambahan petugas pelayanan agar tidak terjadi penumpukan pelanggan pajak pada loket tersebut. (2) Penelitian skripsi ini hanya dilakukan pada dua stasiun saja yaitu pada loket pendaftaran dan loket kasir. Untuk penelitian selanjutnya dapat dikembangkan dengan menganalisis stasiun yang ketiga yaitu pada loket pengambilan STNK.

DAFTAR PUSTAKA

- Bronson. (1996). *Teori dan Soal-soal Operations Research*. Bandung: ITB.
- Ginting, B.F. (2014). Analisa Kerja Sistem Antrian M/M/1/N. *Singuda Ensikom*. 8(2).
- Kakiay, T.J. (2004). *Dasar Teori Antrian Untuk Kehidupan Nyata*. Yogyakarta: Andi.
- Kholifah, U., Setawani, S. & Dafik. (2009). Aplikasi Teori Antrian Model Multi Channel Single Phase dalam Optimalisasi Layanan Pembayaran Pelanggan pada Senyum Media Stationery Jember. *UNEJ Journal*. Jawa Timur: FKIP UNEJ.
- Mgbemana, C.K. et. al. (2010). A Non Linear Approach To Queueing System Modelling. *International Journal of Engineering Science and Technology*, 2(11). 6829-6839.
- Mulyono, S. (2004). *Riset Operasi*. Jakarta: Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia.
- Nurhayati, R., Rochmad, & Kartono. (2014). Analisis Proses Antrian Multiple Channel Single Phase di Loket Administrasi dan Rawat Jalan RSUP Dr. Kariadi Semarang. *UNNES Journal of Mathematics*, 3(1).
- Ross, S.M. (1996). *Stochastic Process Second Edition*. America: John Wiley & Sons, Inc.
- Subekti, R. & Nikensih, B. (2014) *Modul Praktikum Teori Antrian*. Modul. Yogya: Fakultas Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Yogyakarta.
- Supranto, J. (2001). *Statistik Teori Dan Aplikasi*. Jakarta: Erlangga.
- Taha, H.A. (1997). *Riset Operasi Jilid Dua*. Jakarta: Binapura Aksara.
- Tarlich, T. & A. Dimiyati. (1987). *Operations Research, Model-model Pengambilan Keputusan*. Bandung: Sinar Baru Algesindo.
- Wahyuningtias, R. (2013). Analisis Antrian Pasien Instalasi Rawat Jalan RSUP Dr. Kariadi Bagian Poliklinik, Laboratorium, dan Apotek. *UNDIP Journal*. Semarang: FSM UNDIP.
- Walpole, R.E. & Myers, R.H. (1995). *Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuan*. Bandung: ITB.
- Yustiti, M. (2014). Analisis Sistem Antrian Pelayanan Tiket Kereta Api Stasiun Tawang Semarang. *UNDIP Journal*. Semarang: FSM UNDIP.