



## ANALISIS DAN SIMULASI MODEL MATEMATIKA PENYAKIT ZIKA DENGAN SATU SEROTIPE VIRUS ZIKA

Ais Maysaroh<sup>✉</sup>, St. Budi Waluya, Wuryanto

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Semarang, Indonesia  
Gedung D7 Lt. 1, Kampus Sekaran Gunungpati, Semarang 50229

### Info Artikel

Sejarah Artikel:  
Diterima Juli 2018  
Disetujui Maret 2019  
Dipublikasikan Mei 2019

*Keywords:*  
zika virus;  
compartment model SEIR;  
stability analysis;  
numerical simulation.

### Abstrak

Di Indonesia, dilaporkan terdapat lima kasus penderita penyakit Zika. Dalam penelitian ini membahas model matematika penyebaran penyakit Zika dengan satu serotipe virus Zika. Model yang digunakan berupa model SEIR. Penelitian dilakukan dengan membangun model matematika, menganalisis titik kesetimbangan, dan menginterpretasikan simulasi model matematika dengan *Maple 18*. Model matematika yang dibangun menghasilkan dua titik kesetimbangan, yaitu bebas penyakit dan endemik. Selanjutnya, ditentukan bilangan reproduksi dasar  $R_0$  kemudian setelah dianalisis disimpulkan bahwa titik kesetimbangan bebas penyakit akan stabil asimtotik apabila  $R_0 < 1$  dan titik kesetimbangan endemik akan stabil asimtotik apabila  $R_0 > 1$ . Model matematika disimulasikan menggunakan program *Maple 18* sehingga menghasilkan beberapa fakta, yaitu semakin kecil peluang penyebaran virus Zika oleh nyamuk ke manusia di suatu daerah maka semakin kecil individu manusia yang terinfeksi virus Zika dan sebaliknya. Kemudian semakin besar nilai intervensi fumigasi yang diberikan pada nyamuk maka semakin berkurang jumlah individu manusia yang terinfeksi virus Zika.

### Abstract

*In Indonesia, there are five cases of patients reported Zika disease. This study discusses the mathematical models for the spread of Zika disease with one serotype Zika virus. The mathematical models used in the form SEIR models. The purpose of this study is to develop a mathematical model, analyze the point of stability, and interpret the mathematical model simulation with maple. In the construction of the model is obtained mathematical model with two points of equilibrium that is the point of disease-free equilibrium and endemic equilibrium point. The analysis carried out to produce numbers basic reproduction ratio ( $R_0$ ). After analyzing two equilibrium point it can be concluded that the disease-free equilibrium point will be asymptotically stable if  $R_0 < 1$ . While the endemic equilibrium point will be asymptotically stable if  $R_0 > 1$ . Furthermore, to illustrate the model of the simulation model using Maple program produces some of the facts, that is the smaller chance of spread Zika virus by mosquitoes to humans in an area then the smaller individual human Zika virus infected and otherwise. Then the greater value of intervention mosquito fumigation are given on the dwindling number of individuals infected human Zika virus.*

### How to Cite

Maysaroh A., Waluya S. B., & Wuryanto. 2019. Analisis dan Simulasi Model Matematika Penyakit Zika dengan Satu Serotipe Virus Zika. *UNNES Journal of Mathematics* 8(1): 56-71

## PENDAHULUAN

Penyakit Zika merupakan penyakit menular yang disebabkan oleh virus Zika. Virus Zika berasal dari jenis *flavivirus* yang mempunyai kesamaan dengan virus Dengue. Virus Zika ditularkan melalui gigitan nyamuk *Aedes sp.* Manusia yang terjangkit virus Zika akan merasakan gejala seperti demam, kulit berbintik, sakit kepala, nyeri sendi, nyeri otot, dan peradangan konjungtiva. Gejala penyakit ini menyebabkan kesakitan yang berlangsung selama 2 sampai dengan 7 hari (WHO, 2016). Virus Zika menjadi perhatian dunia setelah otoritas kesehatan Brasil menemukan adanya hubungan antara penularan dari ibu hamil yang terinfeksi virus Zika selama kehamilan dengan kelahiran bayi *microcephaly*. *Microcephaly* merupakan kondisi dimana bayi mempunyai kepala kecil dan perkembangan otak yang tidak lengkap (ECDC, 2016). Selain itu, virus Zika terindikasi dapat menyebabkan sindrom *Guillain-Barre* yang merupakan peradangan akut hingga menimbulkan kerusakan sel saraf tanpa penyebab yang jelas.

Di Indonesia, Lembaga Biologi Molekuler Eijkman telah melaporkan adanya virus Zika kepada Kementerian Kesehatan. Lembaga Eijkman mencatat ada lima kasus virus Zika di Indonesia, yaitu: (1) pada tahun 1981 dilaporkan terdapat satu pasien di Rumah Sakit Tegalyoso, Klaten, Jawa Tengah; (2) pada tahun 1983 dilaporkan terdapat enam dari 71 sampel di Lombok, NTB; (3) pada tahun 2013 dilaporkan seorang turis perempuan dari Australia positif terinfeksi virus Zika setelah sembilan hari tinggal di Jakarta; (4) pada tahun 2015 dilaporkan seorang turis dari Australia terinfeksi virus Zika setelah digigit monyet di Bali; dan (5) pada tahun 2015-2016 seorang pasien di Provinsi Jambi positif terinfeksi virus Zika. Penyebaran virus Zika di Indonesia masih tergolong rendah, akan tetapi potensi penyebaran wabah penyakit Zika perlu di waspadai dan juga perlu adanyaantisipasi. Saat ini vaksin untuk menyembuhkan virus Zika belum ditemukan, pengobatan yang dapat dilakukan masih bersifat suportif seperti istirahat yang cukup, mengkonsumsi cukup air untuk mencegah dehidrasi, dan meminum obat pereda demam atau nyeri (WHO, 2016).

Penerapan pemodelan matematika dapat dijadikan alat bantu dalam menyelesaikan permasalahan di bidang sains, ekonomi, teknik, dan kedokteran. Proses pemodelan matematika yaitu dengan mengetahui masalah didunia nyata kemudian mentransformasikan ke dalam masalah matematika, membuat asumsi, formulasi persamaan atau pertidaksamaan, penyelesaian persamaan atau pertidaksamaan,

interpretasi solusi numerik dan transformasi ke dalam solusi di dunia nyata.

Penelitian tentang penyebaran virus Zika manusia di Polinesia dilakukan oleh Kucharski *et.al* (2016) dengan menggunakan model SEIR-SEI dengan tanpa laju kelahiran pada populasi manusia dan nyamuk. Khalid & Khan (2016) melakukan penelitian tentang analisis kestabilan deterministik model matematika virus Zika menggunakan model SEIR-SEI dengan simulasi numerik kasus di Kolombia, Cape Verde, dan Brazil. Funk *et. al* (2016) membandingkan analisis model matematika virus Dengue dan virus Zika. Model yang digunakan SEIR-SEI dengan adanya laju kelahiran nyamuk. Bonyah & Okosun (2016) menggunakan model SIR-SI untuk membentuk model matematika virus Zika dengan adanya laju rekrutmen pada populasi manusia dan nyamuk. Moreno *et. al* (2016) menggunakan model matematika SEIIR-SEI untuk mengetahui peran penyebaran virus Zika. Dantas *et.al* (2017) menggunakan model SEIR-SEI dengan adanya laju kelahiran pada nyamuk untuk menjelaskan wabah virus Zika di Brazil. Berdasarkan beberapa penelitian yang sudah lakukan, penulis dalam penelitian kali ini akan mengkaji analisis dan simulasi model matematika penyakit Zika menggunakan model SEIR-SEI dengan adanya laju kelahiran pada populasi manusia dan laju rekrutmen pada populasi nyamuk.

## METODE

Adapun langkah-langkah yang dilakukan pada tahap analisis yaitu:

1. Tahap ke-1 membuat model matematika dengan terlebih dahulu membuat kompartemen model penyebaran penyakit Zika menggunakan model SEIR dengan memperhatikan fakta-fakta, kemudian menambahkan asumsi-asumsi yang telah ditentukan.
2. Tahap ke-2 mencari titik kesetimbangan dari model. Langkah-langkah mencari titik kesetimbangan yaitu:
  - a. Setiap persamaan diferensial yang telah menjadi model dibuat dalam kondisi konstan terhadap waktu yaitu sama dengan nol.
  - b. Dilakukan penyelesaian sistem persamaan diferensial pada model dengan nilai  $i_h = 0$  dan  $i_v = 0$  sehingga diperoleh titik kesetimbangan bebas penyakit.
  - c. Dilakukan penyelesaian sistem persamaan pada model dengan nilai  $i_h \neq 0$  dan  $i_v \neq 0$  sehingga diperoleh titik kesetimbangan endemik.

3. Tahap ke-3 mencari angka reproduksi dasar ( $R_0$ ) dengan menunjukkan nilai  $i_h > 0$  atau  $i_v > 0$ . Menurut Diekmann & Heesterbeek (2000), bilangan reproduksi dasar adalah jumlah rata-rata kasus individu terinfeksi yang disebabkan oleh satu individu terinfeksi selama masa terinfeksi dalam keseluruhan populasi rentan. Secara umum,  $R_0$  mempunyai tiga kemungkinan kondisi yang terjadi, yaitu:
  - a. Jika  $R_0 < 1$ , maka penyakit akan menghilang dalam waktu tertentu.
  - b. Jika  $R_0 = 1$ , maka penyakit akan menetap dalam waktu tertentu.
  - c. Jika  $R_0 > 1$ , maka penyakit akan semakin meningkat dan menjadi wabah.
4. Tahap selanjutnya dilakukan analisis kestabilan titik kesetimbangan menggunakan kriteria Routh-Hurwitz. Menurut Gantmacher (1959), misal  $a_1, a_2, \dots, a_k$  bilangan real. Semua nilai eigen dari persamaan karakteristik ditulis:

$P(\lambda) = \lambda^k + a_1\lambda^{k-1} + a_2\lambda^{k-2} + \dots + a_k = 0$  mempunyai bagian real yang negatif jika dan hanya jika determinan dari matrik  $H$  untuk setiap  $n = 1, 2, 3, \dots, n$

$$H = \begin{bmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \dots & a_{2j-1} \\ 1 & a_2 & a_4 & \dots & a_{2j-2} \\ 0 & a_1 & a_3 & \dots & a_{2j-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

positif dengan  $a_k = 0$  jika  $k > n$ .

Kriteria Routh-Hurwitz untuk  $k = 2, 3, 4, 5$  adalah

1.  $k = 2 : a_1 > 0, a_2 > 0$ .
2.  $k = 3 : a_1 > 0, a_3 > 0, a_1 a_2 - a_3 > 0$ .
3.  $k = 4 : a_1 > 0, a_3 > 0, a_4 > 0, a_1 a_2 a_3 - a_1^2 a_4 - a_3^2 > 0$ .
4.  $k = 5 : A_1 > 0, A_2 > 0, A_3 > 0, A_4 > 0$  dan  $A_5 > 0$ ;  $A_1 A_2 A_3 + A_0 A_1 A_5 - A_1^2 A_4 - A_0 A_3^2 > 0; A_4(A_1 A_2 A_3 + A_0 A_1 A_5 - A_1^2 A_4 - A_0 A_3^2) - A_5(A_1 A_2^2 + A_0^2 A_5 - A_0 A_1 A_4 - A_0 A_2 A_3) > 0$

Analisis kestabilan titik kesetimbangan diawali dengan linearisasi terhadap persamaan di sekitar titik tetap tersebut yang diturunkan secara parsial terhadap  $S, E, I$  dan  $R$ . Hasil dari turunan parsial selanjutnya disusun membentuk matriks Jacobian  $J(P)$ .

- a. Analisis kestabilan titik kesetimbangan bebas penyakit dilakukan dengan mensubstitusikan titik kesetimbangan bebas penyakit ke dalam matriks Jacobian  $J(P)$  sehingga diperoleh matriks untuk titik kesetimbangan bebas penyakit  $J(P_0)$ . Kemudian dicari nilai eigen  $\lambda$ , dikatakan

stabil jika nilai eigen bernilai negatif. Jika nilai-nilai eigen tidak diketahui maka ditentukan koefisien persamaan karakteristik yang memuat nilai-nilai eigen  $\lambda$  pada matriks Jacobian  $J(P_0)$ .

- b. Analisis kestabilan titik kesetimbangan endemik dilakukan dengan mensubstitusikan titik kesetimbangan endemik ke dalam matriks Jacobian untuk titik kesetimbangan endemik yaitu  $J(P_1)$ . Kemudian dicari nilai eigen  $\lambda$ , dikatakan stabil jika nilai eigen bernilai negatif. Jika nilai-nilai eigen tidak diketahui maka ditentukan koefisien persamaan karakteristik yang memuat nilai-nilai eigen  $\lambda$  pada matriks Jacobian  $J(P_0)$ .
5. Pada tahap ke-5 dilakukan penyusunan program dengan menggunakan *Maple 18* untuk mengetahui dinamika penyebaran penyakit Zika dengan satu serotipe virus Zika.
6. Tahap selanjutnya dibuat kesimpulan dengan menginterpretasikan grafik yang telah diperoleh dari hasil simulasi.

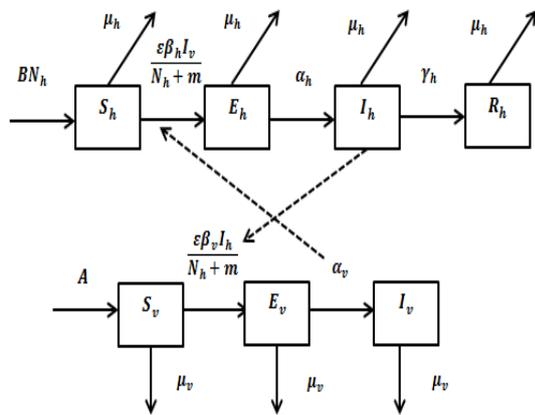
## HASIL DAN PEMBAHASAN

### Model SEIR-SEI untuk Penyebaran Penyakit Zika dengan Satu Serotipe Virus Zika

Dalam pembentukan model ini dibatasi oleh beberapa asumsi. Asumsi-asumsi yang digunakan dalam model penyebaran penyakit Zika sebagai berikut.

1. Diasumsikan jumlah populasi manusia konstan dan jumlah populasi nyamuk konstan.
2. Populasi manusia dan nyamuk merupakan populasi tertutup. Artinya dalam populasi manusia dan nyamuk tidak terjadi migrasi.
3. Laju kelahiran dan laju kematian manusia dianggap sama.
4. Rata-rata gigitan nyamuk per-hari konstan.
5. Manusia yang sudah sembuh mempunyai kekebalan terhadap virus Zika sampai pada waktu  $t$  tertentu.
6. Setiap individu yang terdapat dalam populasi manusia mempunyai peluang sama untuk tergigit nyamuk.
7. Kematian alami adalah peristiwa kematian yang bukan disebabkan oleh penyakit Zika.
8. Kesembuhan alami adalah peristiwa kesembuhan yang terjadi karena kekebalan terhadap penyakit tinggi.

Pembentukan model matematika penyebaran Penyakit Zika dilakukan dengan membentuk kompartemen sebagai berikut Gambar 1.



Gambar 1. Skema Model  $S_h E_h I_h R_h S_v E_v I_v$  Penyakit Zika

Model matematika penyebaran penyakit Zika di dalam populasi manusia sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \frac{dS_h}{dt} &= BN_h - \frac{\varepsilon\beta_h S_h I_v}{N_h+m} - \mu_h S_h, \\ \frac{dE_h}{dt} &= \frac{\varepsilon\beta_h S_h I_v}{N_h+m} - (\alpha_h + \mu_h) E_h, \\ \frac{dI_h}{dt} &= \alpha_h E_h - (\gamma_h + \mu_h) I_h, \\ \frac{dR_h}{dt} &= \gamma_h I_h - \mu_h R_h, \end{aligned} \quad (1)$$

Model matematika penyebaran penyakit Zika di dalam populasi nyamuk sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \frac{dS_v}{dt} &= A - \frac{\varepsilon\beta_v S_v I_h}{N_h+m} - \mu_v S_v, \\ \frac{dE_v}{dt} &= \frac{\varepsilon\beta_v S_v I_h}{N_h+m} - (\alpha_v + \mu_v) E_v, \\ \frac{dI_v}{dt} &= \alpha_v E_v - \mu_v I_v, \end{aligned} \quad (2)$$

di mana  $N_h = S_h + E_h + I_h + R_h$  dan  $N_v = S_v + E_v + I_v$ .

Oleh sebab diasumsikan total populasi manusia dan nyamuk konstan maka didapatkan  $B = \mu_h$  dan  $N_v = \frac{A}{\mu_v}$ . Persamaan Sistem (1) dan (2) direduksi untuk mempermudah analisis model menjadi  $s_h = \frac{S_h}{N_h}, e_h = \frac{E_h}{N_h}, i_h = \frac{I_h}{N_h}, r_h = \frac{R_h}{N_h}, s_v = \frac{S_v}{N_v} = \frac{S_v}{\frac{A}{\mu_v}}, e_v = \frac{E_v}{N_v} = \frac{E_v}{\frac{A}{\mu_v}},$  dan  $i_v = \frac{I_v}{N_v} = \frac{I_v}{\frac{A}{\mu_v}}$ . Substitusikan ke dalam model sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \frac{ds_h}{dt} &= \mu_h - \frac{\varepsilon\beta_h A s_h i_v}{\mu_v(N_h+m)} - \mu_h s_h, \\ \frac{de_h}{dt} &= \frac{\varepsilon\beta_h A s_h i_v}{\mu_v(N_h+m)} - (\alpha_h + \mu_h) e_h, \\ \frac{di_h}{dt} &= \alpha_h e_h - (\gamma_h + \mu_h) i_h, \\ \frac{ds_v}{dt} &= \mu_v - \frac{\varepsilon\beta_v N_h s_v i_h}{N_h+m} - \mu_v s_v, \\ \frac{di_v}{dt} &= \alpha_v (1 - i_v - s_v) - \mu_v i_v, \end{aligned} \quad (3)$$

dengan kondisi  $r_h = 1 - (s_h + e_h + i_h)$  dan  $e_v = 1 - (s_v + i_v)$ .

Parameter-parameter dan variabel-variabel yang berkaitan dengan model matematika dalam satu periode infeksi diberikan pada Tabel 1 dan Tabel 2.

Tabel 1. Parameter yang berkaitan dengan model

Parameter	Keterangan	Syarat
$N_h$	Jumlah populasi manusia	$N_h > 0$
$N_v$	Jumlah Populasi Nyamuk	$N_v > 0$
$\mu_h$	Laju kematian alami dalam suatu populasi manusia	$\mu_h > 0$
$\beta_h$	Peluang keberhasilan penyebaran virus Zika dari nyamuk ke manusia	$\beta_h > 0$
$\varepsilon$	Banyaknya gigitan yang disebabkan oleh satu ekor nyamuk	$\varepsilon > 0$
$\alpha_h$	Masa inkubasi virus Zika pada populasi manusia	$\alpha_h > 0$
$\gamma_h$	Peluang seseorang mengalami kesembuhan dari infeksi virus Zika	$\gamma_h > 0$
$A$	Laju rekrutmen nyamuk	$A > 0$
$B$	Laju kelahiran populasi manusia	$B > 0$
$\mu_v$	Laju kematian alami dalam suatu populasi nyamuk	$\mu_v > 0$
$\beta_v$	Peluang keberhasilan penyebaran virus Zika dari manusia ke nyamuk	$\beta_v > 0$
$\alpha_v$	Masa inkubasi virus Zika pada populasi nyamuk	$\alpha_v > 0$
$m$	Jumlah hewan lain yang tergigit nyamuk	$m > 0$

Tabel 2. Variabel –variabel yang berkaitan

Parameter	Keterangan	Syarat
$S_h$	Jumlah subpopulasi yang rentan terjangkit virus Zika dalam populasi manusia	$S_h \geq 0$
$E_h$	Jumlah subpopulasi yang terjangkit virus Zika dalam populasi manusia	$E_h \geq 0$
$I_h$	Jumlah subpopulasi yang terinfeksi virus Zika dalam populasi manusia	$I_h \geq 0$
$R_h$	Jumlah subpopulasi yang telah sembuh dalam populasi manusia	$R_h \geq 0$
$S_v$	Jumlah subpopulasi yang rentan terjangkit virus Zika dalam populasi nyamuk	$S_v \geq 0$
$E_v$	Jumlah subpopulasi yang terjangkit virus Zika dalam populasi nyamuk	$E_v \geq 0$
$I_v$	Jumlah subpopulasi yang terinfeksi virus Zika dalam populasi nyamuk	$I_v \geq 0$

**Titik Kesetimbangan Model Matematika Penyebaran Penyakit Zika**

Titik kesetimbangan model penyebaran diperoleh dengan menetapkan persamaan menjadi konstan terhadap waktu  $\frac{ds_h}{dt} = 0, \frac{de_h}{dt} = 0, \frac{di_h}{dt} = 0, \frac{ds_v}{dt} = 0, \frac{de_v}{dt} = 0, \frac{di_v}{dt} = 0$ . Selanjutnya, titik kesetimbangan bebas penyakit didapat dengan menyelesaikan persamaan pada sistem (3) dengan  $i_h = 0$  dan  $i_v = 0$  sehingga diperoleh:

$$P_0 = (1,0,0,1,0)$$

Langkah selanjutnya mencari titik kesetimbangan endemik ( $P_1$ ) dengan  $i_h \neq 0$  dan  $i_v \neq 0$  diperoleh sebagai berikut.

$$s_h^* = \frac{\mu_h \mu_v z}{\frac{r u i_h^*}{w(u i_h^* + \mu_v z)} + \mu_h \mu_v z}$$

$$e_h^* = \frac{\mu_h u r i_h^*}{y(u r i_h^* + \mu_h \mu_v z + \alpha_v)(u i_h^* + \mu_v z)}$$

$$i_h^* = \frac{\mu_h (\alpha_h u r - \mu_v^2 p y z^2)}{u q (\mu_h \mu_v w t + u)}$$

$$s_v^* = \frac{\mu_v z}{u i_h^* + \mu_v z}$$

$$i_v^* = \frac{u \alpha_v i_h^*}{w(u i_h^* + \mu_v t)}$$

dengan  $p = (\mu_h + \gamma_h)(\mu_v + \alpha_v), q = (\mu_h + \alpha_h)(\mu_h + \gamma_h), r = A \alpha_v \beta_h \varepsilon, u = \varepsilon \beta_v N_h,$

$w = (\mu_v + \alpha_v), x = (\mu_v + \alpha_h), y = (\mu_h + \alpha_h),$  dan  $z = (N_h + m).$

**Bilangan Reproduksi Dasar**

Bilangan reproduksi dasar ditentukan dengan mencari kondisi yang menjamin  $I_h^* > 0$ .

$$\frac{\mu_h \alpha_h u r - \mu_h \mu_v^2 p y z^2}{q N_h \beta_v \varepsilon (\mu_h \mu_v w z + u)} > 0$$

$$\frac{\mu \alpha_h u r - \mu_h \mu_v^2 p y z^2}{q N_h \beta_v \varepsilon (\mu_h \mu_v w z + u)} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\mu_h (\alpha_h u r - \mu_v^2 p y z^2)}{\alpha_h u r} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\mu_v^2 p y z^2}{\alpha_h u r} > 1$$

$$R_0 = \frac{\alpha_h u r}{\mu_v^2 p y z^2}$$

**Analisis Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit**

Analisis kestabilan titik kesetimbangan bebas penyakit dilakukan dengan langkah awal mensubstitusikan titik kesetimbangan bebas penyakit ke dalam matriks Jacobian sehingga membentuk matriks Jacobian ( $J(P_0)$ ) sebagai berikut.

$$J^*(P_0) = \begin{bmatrix} -\mu_h & 0 & 0 & 0 & -\frac{\varepsilon \beta_h A}{\mu_v(N_h + m)} \\ 0 & -(\alpha_h + \mu_h) & -(\gamma_h + \mu_h) & 0 & \frac{\varepsilon \beta_h A}{\mu_v(N_h + m)} \\ 0 & \alpha_h & \frac{\varepsilon \beta_h A}{N_h + m} & -\mu_v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\mu_v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha_v & -(\alpha_v + \mu_v) \end{bmatrix}$$

Selanjutnya nilai eigen dari model matematika penyebaran penyakit Zika diperoleh jika dan hanya jika  $\det(J^*(P_0) - \lambda I) = 0$ , dengan  $J^*(P_0)$  merupakan matriks jacobian sebagai matriks linearisasi,  $\lambda$  merupakan nilai eigen, dan  $I$  merupakan matriks identitas. Nilai eigen berupa persamaan karakteristik,

$$(-\mu_h - \lambda)(\lambda^4 + a_1 \lambda^3 + a_2 \lambda^2 + a_3 \lambda + a_4) = 0$$

dari persamaan diatas untuk persamaan berderajat satu diperoleh nilai eigen  $\lambda_1 = -\mu_h$ . Hasil tersebut memberikan nilai eigen yang bernilai negatif sehingga kestabilan sistem ditentukan oleh persamaan berderajat 4 yang dapat dituliskan sebagai berikut,

$$(a_0 \lambda^4 + a_1 \lambda^3 + a_2 \lambda^2 + a_3 \lambda + a_4) = 0$$

Berdasarkan kriteria Routh-Hurwitz,  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3,$  dan  $\lambda_4$  akan bernilai negatif jika  $a_1 > 0, a_2 > 0, a_3 > 0$ , dan  $a_1 a_2 a_3 - a_1^2 a_4 - a_3^2 > 0$ . Oleh sebab  $R_0 < 1$  terbukti bahwa  $a_1 > 0, a_2 > 0, a_3 > 0$  dan  $a_1 a_2 a_3 - a_1^2 a_4 - a_3^2 > 0$  pada persamaan karakteristik sehingga titik kesetimbangan bebas penyakit stabil apabila  $R_0 < 1$ .

**Analisis Kestabilan Titik Kesetimbangan Endemik**

Analisis kestabilan titik kesetimbangan endemik dengan  $P_1$  diperoleh matriks jacobian  $J^*(P_1)$  sebagai matriks linearisasi dari sistem sebagai berikut,

$$J^*(P_1) = \begin{bmatrix} -ai_v - \mu_h & 0 & 0 & 0 & -as_v \\ ai_v & -\alpha_h - \mu_h & 0 & 0 & as_v \\ 0 & c & -\gamma_h - \mu_h & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -bs_v & -bs_v i_v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha_v & -\alpha_v - \mu_v \end{bmatrix}$$

dengan  $a = \frac{\varepsilon A \beta_h}{\mu_v(N_h+m)}$  dan  $b = \frac{\varepsilon A \beta_h N_h}{N_h+m}$ . Selanjutnya dicari nilai eigen dari matriks  $J^*(P_1)$  menggunakan  $\det(J^*(P_1) - \lambda I) = 0$ ,

$$A_0 \lambda^5 + A_1 \lambda^4 + A_2 \lambda^3 + A_3 \lambda^2 + A_4 \lambda + A_5 = 0$$

Berdasarkan kriteria Routh-Hurwitz,  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ , dan  $\lambda_4$  akan bernilai negatif jika  $A_1 > 0, A_2 > 0, A_3 > 0, A_4 > 0$  dan  $A_5 > 0; A_1 A_2 A_3 + A_0 A_1 A_5 - A_1^2 A_4 - A_0 A_3^2 > 0; A_4(A_1 A_2 A_3 + A_0 A_1 A_5 - A_1^2 A_4 - A_0 A_3^2) - A_5(A_1 A_2^2 + A_0^2 A_5 - A_0 A_1 A_4 - A_0 A_2 A_3) > 0$ . Pada persamaan karakteristik telah diperoleh nilai  $A_1 > 0$  karena semua parameter bernilai positif. Telah ditunjukkan  $A_2 > 0, A_3 > 0, A_4 > 0$  dan  $A_5 > 0; A_1 A_2 A_3 + A_0 A_1 A_5 - A_1^2 A_4 - A_0 A_3^2 > 0; A_4(A_1 A_2 A_3 + A_0 A_1 A_5 - A_1^2 A_4 - A_0 A_3^2) - A_5(A_1 A_2^2 + A_0^2 A_5 - A_0 A_1 A_4 - A_0 A_2 A_3) > 0$ , sehingga titik kesetimbangan endemik stabil pada  $R_0 > 1$ .

**Simulasi Numerik**

Simulasi dilakukan menggunakan *software Maple* dengan memberikan nilai-nilai untuk masing-masing parameter sesuai dengan kondisi nilai  $R_0$  dalam teorema-teorema yang telah diberikan di atas. Simulasi ini diberikan untuk memberikan gambaran geometris dari teorema eksistensi dan kestabilan titik-titik kesetimbangan model epidemik  $S_h E_h I_h R_h - S_v E_v I_v$ . Pada penelitian ini akan dianalisis dengan nilai parameter-parameter yang dapat dilihat dalam Tabel 3 dan nilai awal dalam Tabel 4.

Dalam penelitian ini dianalisis dinamika virus Zika untuk dua keadaan yang berbeda, yaitu  $R_0 < 1$  dan  $R_0 > 1$ . Untuk menganalisis model matematika penyakit Zika dengan satu serotipe virus Zika dilakukan dengan membuat variasi  $\beta_h$ .

$$R_0 = \frac{\alpha_h u r}{\mu_v^2 p y z^2} = \frac{A \varepsilon^2 \beta_h \beta_v \alpha_h \alpha_v N_h}{\mu_v^2 (\mu_h + \alpha_h) (\mu_v + \alpha_v) (N_h + m)^2 (\mu_h + \gamma_h)}$$

sehingga dapat dicari nilai batas  $\beta_h$  dengan mengasumsikan  $R_0 = 1$ . Diperoleh nilai  $\beta_h =$

0.13033, ketika kondisi bebas penyakit ( $R_0 < 1$ ) maka  $\beta_h < 0.13033$  dengan nilai  $\beta_h = 0.00082; 0.045; 0.09; 0.12$  dan kondisi endemik ( $R_0 > 1$ ) maka  $\beta_h > 0.13033$  dengan nilai  $\beta_h = 0.14; 0.22; 0.24$ ;

Tabel 3. Nilai Parameter-parameter pada model

Parameter	Nilai	Sumber
$B$	0.12/hari	Oluyo & Adeyemi (2016)
$\mu_h$	0.12/hari	Oluyo & Adeyemi (2016)
$\mu_v$	0.091/hari	Dantas <i>et.al</i> (2017)
$\varepsilon$	0.5/hari	Gao <i>et.al</i> (2016)
$\alpha_h$	0.089/hari	Dantas <i>et.al</i> (2017)
$\alpha_v$	0.0667/hari	Dantas <i>et.al</i> (2017)
$\beta_h$	$0 \leq \beta_h \leq 1$	Kharis & Arifudin (2017)
$\beta_v$	0.116/hari	Dantas <i>et.al</i> (2017)
$\gamma_h$	0.0855/hari	Dantas <i>et.al</i> (2017)
$A$	10 individu	Asumsi
$m$	1	Asumsi
$N_h$	1	Asumsi

Tabel 4. Nilai Awal Variabel pada model

Parameter	Nilai Awal	Sumber
$S_h(t)$	0.014	Khalid & Khan (2016)
$E_h(t)$	0.739	Khalid & Khan (2016)
$I_h(t)$	0.246	Khalid & Khan (2016)
$S_v(t)$	0.5	Asumsi
$I_v(t)$	0.2	Asumsi

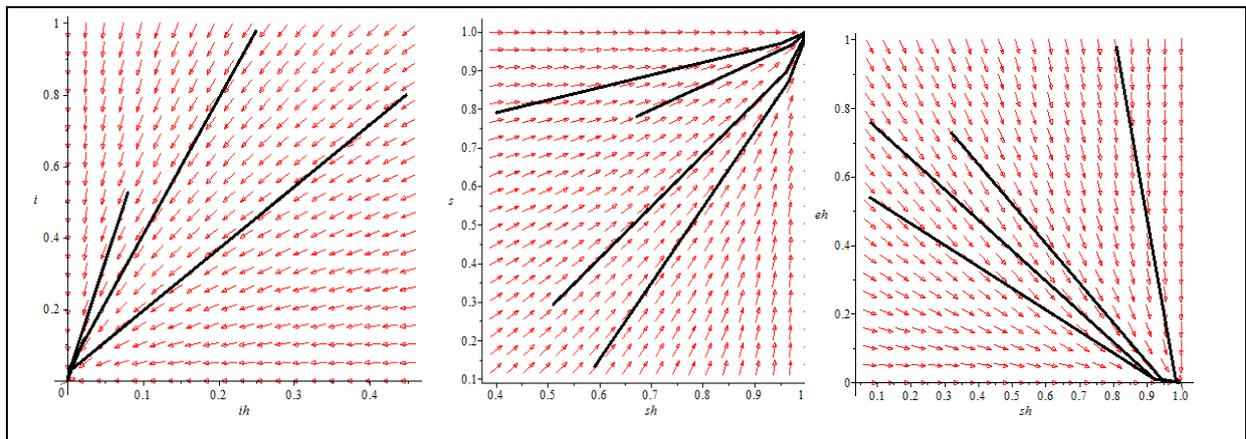
**Analisis dan Simulasi Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit  $P_0$**

Analisis pemodelan matematika penyakit Zika dengan satu serotipe virus Zika dilakukan dengan membuat variasi nilai  $\beta_h$  yang dapat dilihat pada Tabel 5.

Tabel 5. Nilai  $R_0 < 1$  dengan variasi  $\beta_h$

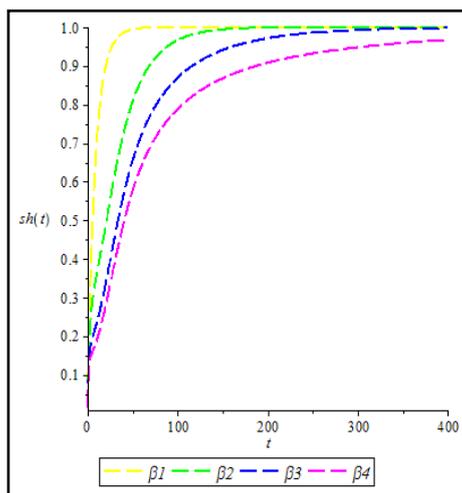
$\beta_h$	$R_0$	Titik Kesetimbangan $s_h, e_h, i_h, s_v, i_v$
0.00082	0.006292	(1,0,0,1,0)
0.045	0.345298	(1,0,0,1,0)
0.09	0.690695	(1,0,0,1,0)
0.12	0.920794	(1,0,0,1,0)

Titik kesetimbangan dapat dilihat secara jelas melalui bidang medan vektor. salah satu medan vektor titik kesetimbangan bebas penyakit dengan  $\beta_h = 0.00082$  ditunjukkan pada Gambar 2. Diperoleh titik kesetimbangan bebas penyakit dengan  $\beta_h = 0.00082$  adalah  $P_0 = (1,0,0,1,0)$ .

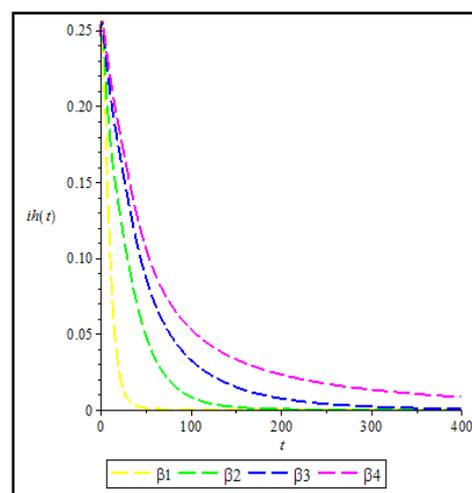


Gambar 2. Bidang medan vektor  $s_h, e_h, i_h, s_v,$  dan  $i_v$

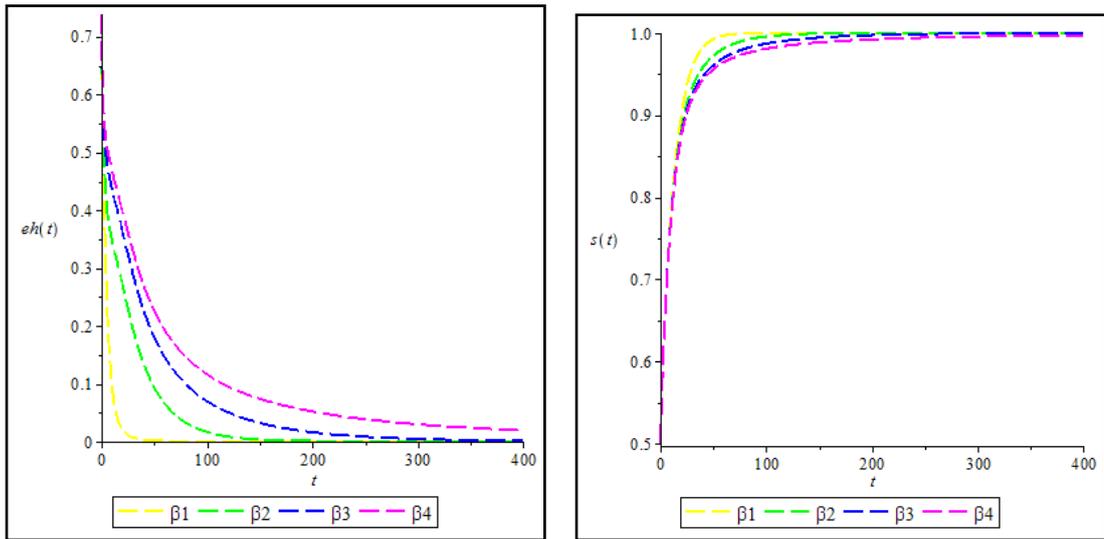
Setelah dianalisis diperoleh hasil yang tersaji dalam Gambar 3.



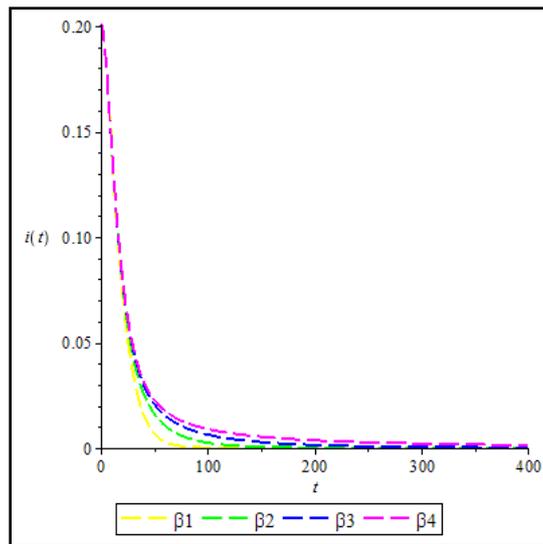
Gambar 3(a) Grafik Kelas  $s_h$  terhadap waktu  $t$



Gambar 3(b) Grafik Kelas  $e_h$  terhadap waktu  $t$

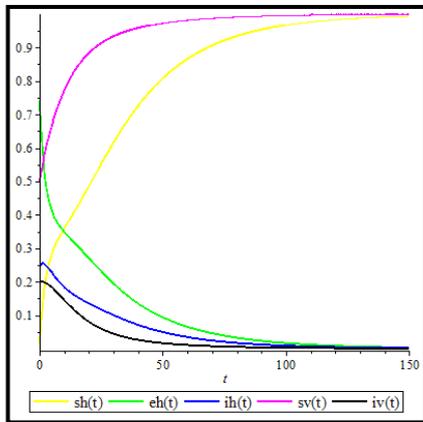


Gambar 3(c) Grafik Kelas  $i_h$  terhadap waktu  $t$       Gambar 3(d) Grafik Kelas  $s_v$  terhadap waktu  $t$

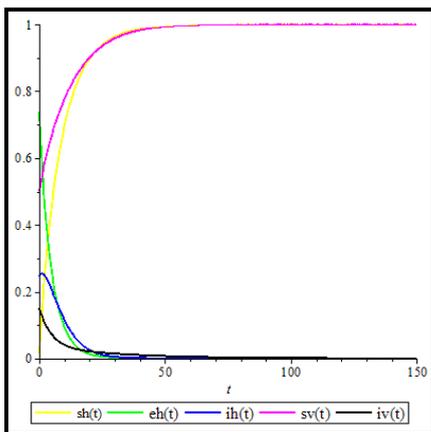


Gambar 3(e). Grafik Kelas  $i_v$  terhadap waktu  $t$   
 Gambar 3. Dinamika Banyak Populasi (a) $s_h$ , (b) $e_h$ , (c) $i_h$ , (d) $s_v$ , (e) $i_v$  terhadap Waktu  $t$  dengan  $\beta_h = 0.00082; 0.045; 0.09; 0.12$

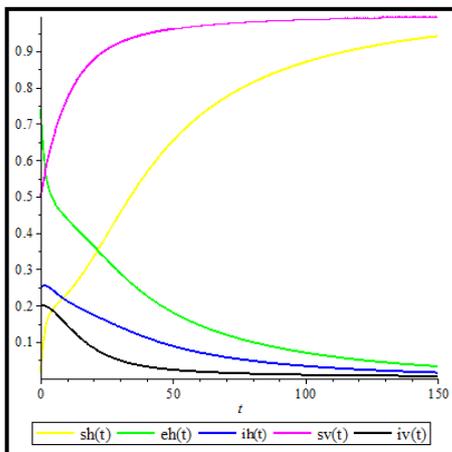
Perbedaan ukuran populasi kelas  $s_h(t)$ ,  $e_h(t)$ ,  $i_h(t)$ ,  $s_v(t)$  dan  $i_v(t)$  terhadap  $t$  dengan  $\beta_h = 0.00082; 0.045; 0.09; 0.12$  dapat dilihat pada Gambar 4.



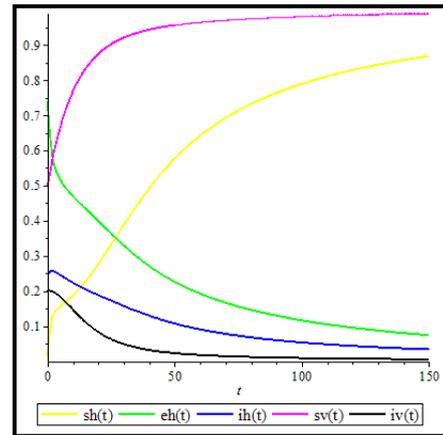
Gambar 4(a). Grafik Kelas  $s_h, e_h, i_h, s_v, i_v$  dengan  $\beta_h = 0.00082$



Gambar 4(b). Grafik Kelas  $s_h, e_h, i_h, s_v, i_v$  dengan  $\beta_h = 0.045$



Gambar 4(c). Grafik Kelas  $s_h, e_h, i_h, s_v, i_v$  dengan  $\beta_h = 0.09$



Gambar 4(d). Grafik Kelas

$s_h, e_h, i_h, s_v, i_v$

dengan  $\beta_h = 0.12$

Gambar 4. Banyak Populasi  $s_h(t)$ ,  $e_h(t)$ ,  $i_h(t)$ ,  $s_v(t)$  dan  $i_v(t)$  terhadap waktu dengan  $\beta_h = 0.00082; 0.045; 0.09; 0.12$ .

Pada Gambar 3 (a), (b), (c), (d) dan (e) dengan memvariasikan nilai parameter  $\beta_h = 0.00082; 0.045; 0.09; 0.12$  ( $R_0 < 1$ ) terlihat bahwa seluruh kelas menuju satu titik yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit  $P_0 = (1, 0, 0, 1, 0)$ . Variasi  $\beta_h = 0.00082; 0.045; 0.09; 0.12$  menjelaskan bahwa terdapat rata-rata 82, 4500, 9000, dan 12000 individu manusia yang rentan terjangkit virus Zika apabila terdapat 100000 manusia rentan yang kontak langsung dengan nyamuk pembawa virus Zika. Gambar 3(a) menunjukkan penambahan individu manusia pada kelas rentan menyebabkan grafik naik. Nilai awal grafik pada titik 0.0147 kemudian mengalami kenaikan ukuran populasi manusia sehingga tidak mengalami perubahan atau konstan di titik 1 pada  $t$  tertentu. Artinya, ukuran populasi pada kelas rentan pada kondisi awal adalah 7325 individu manusia kemudian akan tetap pada 498897 individu manusia pada  $t$  tertentu.

Banyaknya individu manusia yang masuk pada kelas terjangkit mengalami penurunan disebabkan sebagian individu manusia mati dikarenakan laju kematian alami dapat dilihat pada Gambar 3(b). Nilai awal pada grafik di titik 0.739 kemudian mengalami penurunan terus menerus hingga konstan di titik 0 pada  $t$  tertentu. Artinya, pada kondisi awal ukuran populasi pada kelas terjangkit adalah 368679 individu manusia.

Individu manusia yang terinfeksi virus Zika terlihat pada Gambar 3(c) mengalami penurunan. Nilai awal pada grafik di titik 0.246 kemudian mengalami penurunan disebabkan oleh laju kematian alami hingga konstan di titik 0 pada  $t$  tertentu. Artinya, pada kondisi awal

ukuran populasi pada kelas terinfeksi adalah 122893 individu manusia.

Gambar 3(d) terlihat bahwa pada individu nyamuk yang masuk kelas rentan mengalami kenaikan, hal ini disebabkan oleh adanya penambahan individu nyamuk. Nilai awal pada grafik di titik 0.5 kemudian mengalami kenaikan hingga konstan di titik 1 pada  $t$  tertentu. Artinya, terdapat sekitar 500 individu nyamuk yang berada di kelas rentan pada kondisi awal kemudian akan konstan pada 1000 individu nyamuk.

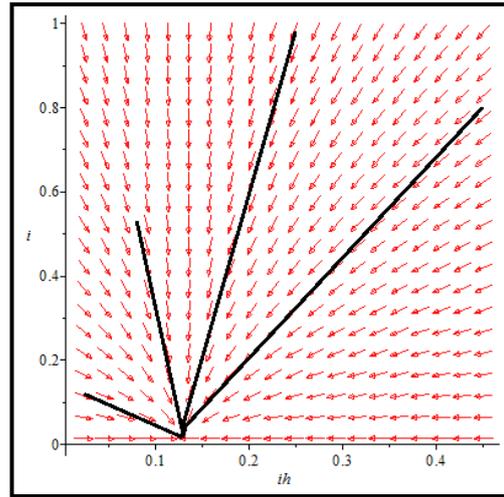
Gambar 3(e) terlihat pada individu nyamuk yang terinfeksi virus Zika mengalami penurunan. Nilai awal pada grafik di titik 0.2 kemudian turun hingga konstan di titik 0 pada  $t$  tertentu. Artinya, pada kondisi awal terdapat 200 individu nyamuk masuk dalam kelas terinfeksi kemudian pada  $t$  tertentu nyamuk akan musnah disebabkan oleh adanya kematian alami dan laju kematian akibat virus Zika.

**Analisis dan Simulasi Titik Kesetimbangan Endemik  $P_1$**

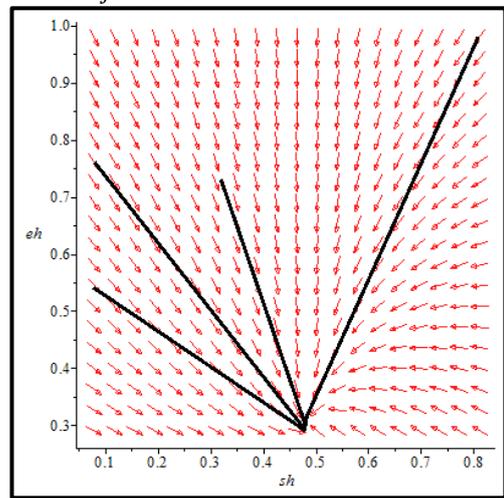
Analisis dan simulasi model matematika penyakit Zika dengan satu serotipe virus Zika dilakukan dengan cara membuat variasi  $\beta_h$  yang dapat dilihat pada Tabel 6.

Tabel 6 Nilai $R_0 > 1$ dengan variasi $\beta_h$		
$\beta_h$	$R_0$	Titik Kesetimbangan $s_h^*, e_h^*, i_h^*, s_v^*, i_v^*$
0.00082	0.006292	(0.9426,0.0329,0.0142, 0.9967,0.0019)
0.045	0.345298	(0.6378,0.2079,0.0859, 0.9782,0.0113)
0.09	0.690695	(0.5886,0.2262,0.0968, 0.9752,0.0127)
0.12	0.920794	(0.4813,0.3456,0.1209, 0.9629,0.015)

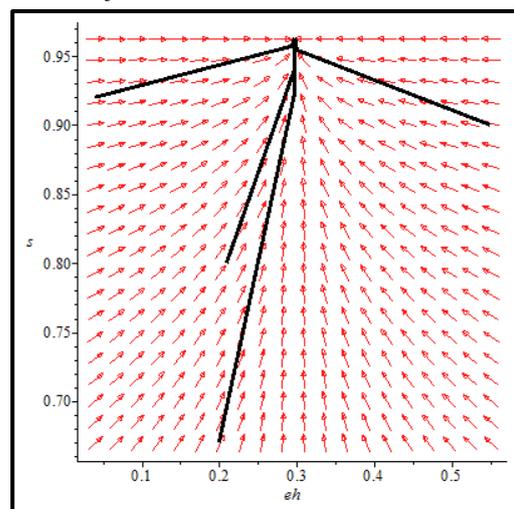
Titik kesetimbangan dapat dilihat secara jelas melalui bidang medan vektor. Salah satu medan vektor titik kesetimbangan endemik dengan  $\beta_h = 0.30$  ditunjukkan pada Gambar 5. Diperoleh titik kesetimbangan endemik dengan  $\beta_h = 0.3$  adalah  $P_1 = (0.4813, 0.3456, 0.1209, 0.9629, 0.015)$ .



(a) Bidang medan vektor  $i_h$  menuju 0.1209,  $i_v$  menuju 0.015



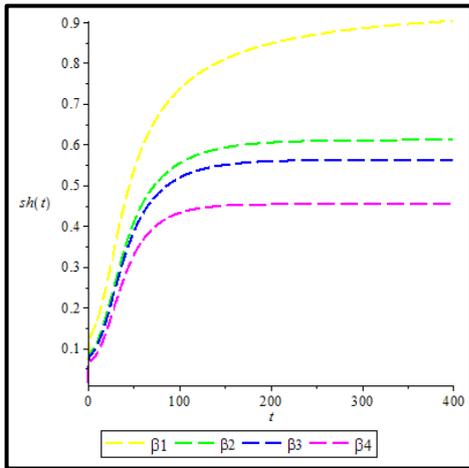
(b) Bidang medan vektor  $s_h$  menuju 0.4818,  $e_h$  menuju 0.3456



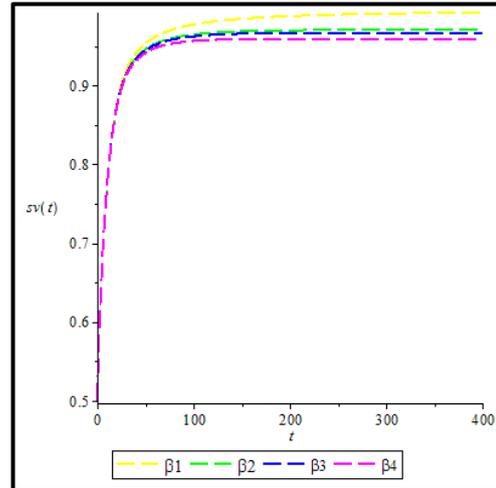
(c) Bidang medan vektor  $e_h$  menuju 0.3456 dan  $s_v = 0.9629$

Gambar 5. Bidang vector di sekitar titik endemik

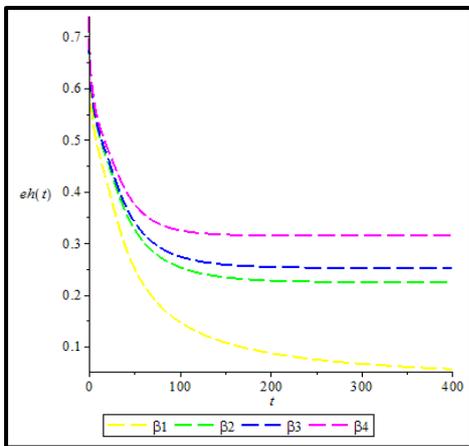
Setelah dianalisis diperoleh hasil yang tersaji pada Gambar 6.



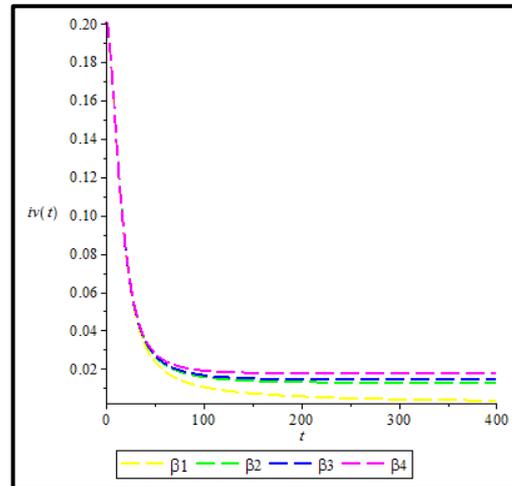
Gambar 6(a) Grafik Kelas  $s_h$  terhadap waktu  $t$



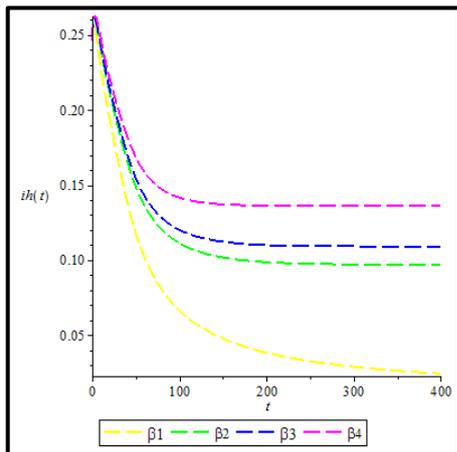
Gambar 6(d) Grafik Kelas  $s_v$  terhadap waktu  $t$



Gambar 6(b) Grafik Kelas  $e_h$  terhadap waktu  $t$



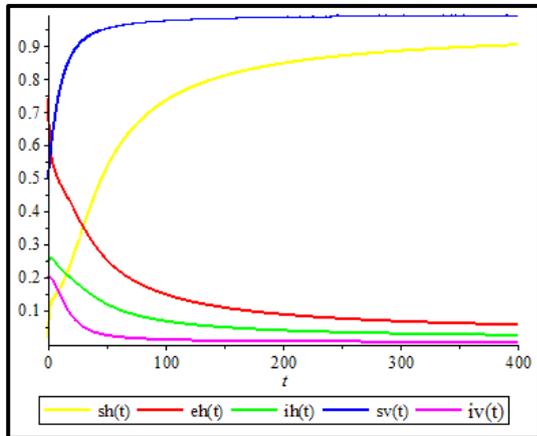
Gambar 6(e) Grafik Kelas  $s_v$  terhadap waktu  $t$



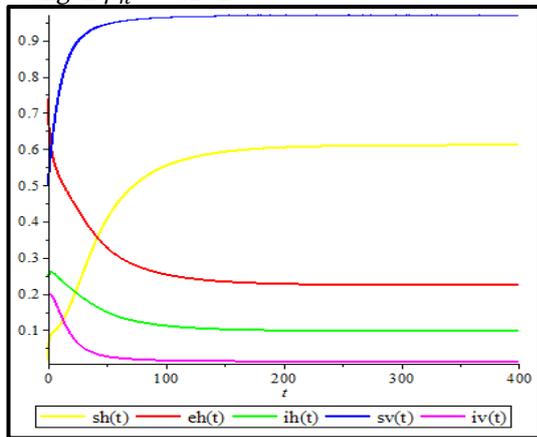
Gambar 6(c) Grafik Kelas  $i_h$  terhadap waktu  $t$

Gambar 6. Dinamika Banyak Populasi  
(a)  $s_h$ , (b)  $e_h$ , (c)  $i_h$ , (d)  $s_v$ , (e)  $i_v$  terhadap Waktu  $t$  dengan  $\beta_h = 0.14; 0.22; 0.24; 0.30$

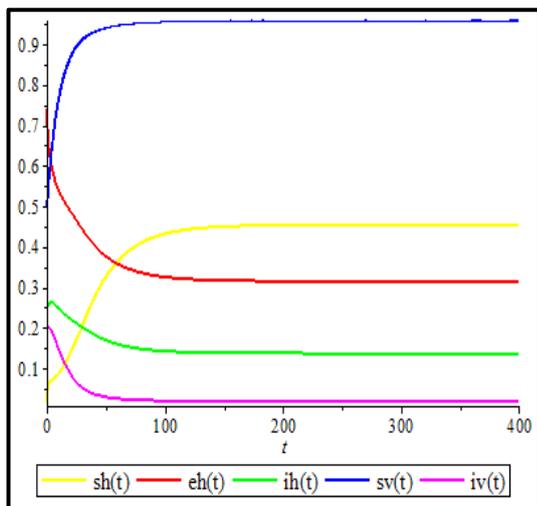
Perbedaan banyak populasi kelas  $sh(t)$ ,  $eh(t)$ ,  $ih(t)$ ,  $sv(t)$  dan  $iv(t)$  terhadap  $t$  dengan  $\beta_h = 0.14; 0.22; 0.24; 0.30$  dapat dilihat pada Gambar 7.



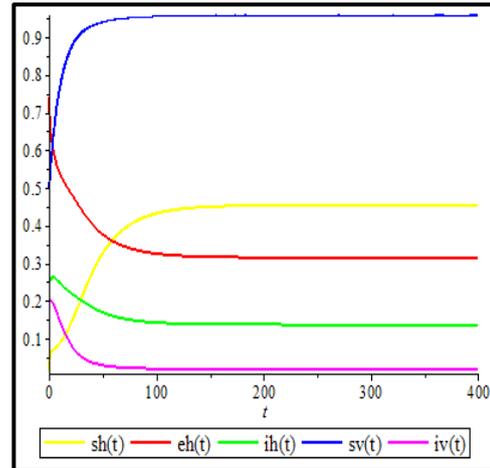
Gambar 7(a) Grafik Kelas  $s_h, e_h, i_h, s_v, i_v$  dengan  $\beta_h = 0.131$



Gambar 7(b) Grafik Kelas  $s_h, e_h, i_h, s_v, i_v$  dengan  $\beta_h = 0.14$



Gambar 7(c) Grafik Kelas  $s_h, e_h, i_h, s_v, i_v$  dengan  $\beta_h = 0.24$



Gambar 7(d) Grafik Kelas  $s_h, e_h, i_h, s_v, i_v$  dengan  $\beta_h = 0.30$

Gambar 7. Banyak Populasi  $s_h(t), e_h(t), i_h(t), s_v(t)$  dan  $i_v(t)$  terhadap waktu dengan  $\beta_h = 0.131; 0.22; 0.24; 0.30$ .

Pada Gambar 6 (a), (b), (c), (d) dan (e) dianalisis ketika kondisi endemik ( $R_0 > 1$ ) dengan memvariasikan nilai parameter  $\beta_h = 0.14; 0.22; 0.24; 0.30$ . Peluang penyebaran virus Zika dari nyamuk ke manusia divariasikan dengan  $\beta_h = 0.14; 0.22; 0.24; 0.30$ , artinya terdapat rata-rata 14000, 22000, 24000, dan 30000 individu manusia yang rentan terjangkit virus Zika apabila terdapat 100000 manusia rentan yang kontak langsung dengan nyamuk pembawa virus Zika. Gambar 6(a) menunjukkan ukuran populasi manusia pada kelas rentan mengalami kenaikan disebabkan adanya penambahan individu manusia. Nilai awal pada grafik di titik 0.0147 naik hingga konstan di titik  $s_h = 0.9426; 0.6378; 0.5886; 0.481$ .

Gambar 6(b) terlihat individu manusia di kelas terjangkit mengalami penurunan dikarenakan laju kematian alami dan perpindahan populasi nyamuk ke kelas terinfeksi. Nilai awal pada grafik di titik 0.739 hingga konstan di titik  $e_h = 0.0329; 0.2079; 0.2262; 0.2262; 0.3456$ .

Banyaknya individu manusia yang terinfeksi virus Zika mengalami penurunan diakibatkan adanya kematian alami dan fase sembuh dapat dilihat pada Gambar 6(c). Nilai awal pada grafik di titik 0.246 hingga konstan di titik  $i_h = 0.0142; 0.0859; 0.0968; 0.1209$ .

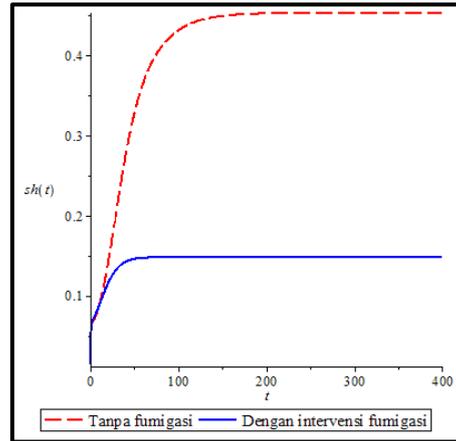
Gambar 6(d) terlihat bahwa ukuran populasi nyamuk mengalami kenaikan disebabkan adanya penambahan individu nyamuk pada kelas rentan. Nilai awal pada grafik di titik 0.5 mengalami perubahan atau konstan di titik  $s_v = 0.9967; 0.9782; 0.9752; 0.9629$ .

Banyaknya individu nyamuk yang terinfeksi virus Zika mengalami penurunan disebabkan adanya laju kematian murni dan kematian individu nyamuk yang disebabkan oleh virus Zika dapat dilihat pada Gambar 6(e). Nilai awal pada grafik di titik 0.2 turun hingga konstan pada titik  $i_v = 0.0019; 0.0113; 0.0127; 0.0157$ . Peluang penyebaran virus Zika dari nyamuk ke manusia ( $\beta_h$ ) sangat berpengaruh pada dinamika populasi di setiap kelas kompartemen. Pada Gambar 7(a), (b), (c), dan (d) menunjukkan semakin besar nilai  $\beta_h$  maka semakin banyak individu di kelas  $s_h(t), e_h(t), i_h(t), s_v(t)$  dan  $i_v(t)$  begitu sebaliknya jika semakin kecil nilai  $\beta_h$  maka semakin sedikit individu di kelas  $s_h(t), e_h(t), i_h(t), s_v(t)$  dan  $i_v(t)$ .

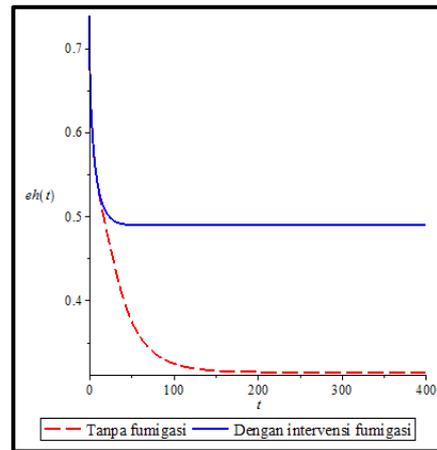
Analisis pengaruh adanya intervensi untuk mempercepat tereduksinya jumlah nyamuk yang terinfeksi sehingga dapat mengurangi penyebaran Zika melalui nyamuk. Salah satu intervensi yang dilakukan adalah fumigasi. Dengan adanya fumigasi, maka terdapat penambahan parameter pada model awal. Bentuk model dengan adanya intervensi sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \frac{ds_h}{dt} &= \mu_h - \frac{\varepsilon\beta_h A s_h i_v}{\mu_v(N_h + m)} - \mu_h s_h \\ \frac{de_h}{dt} &= \frac{\varepsilon\beta_h A s_h i_v}{\mu_v(N_h + m)} - (\alpha_h + \mu_h)e_h \\ \frac{di_h}{dt} &= \alpha_h e_h - (\gamma_h + \mu_h)i_h \\ \frac{ds_v}{dt} &= \mu_v - \frac{\varepsilon\beta_v N_h s_v i_h}{N_h + m} - \mu_v s_v - L s_v \\ \frac{di_v}{dt} &= \alpha_v(1 - i_v - s_v) - \mu_v i_v - L i_v \end{aligned}$$

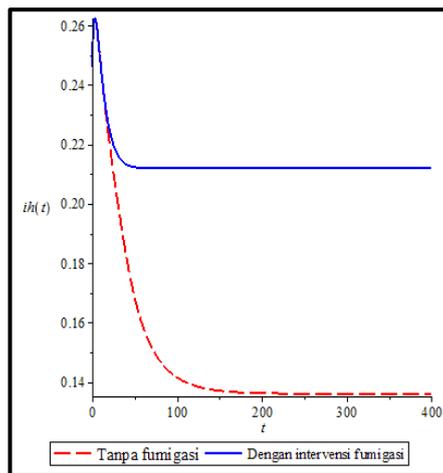
Parameter L adalah proporsi nyamuk yang mati karena fumigasi. Tujuan dari model diatas adalah meminimalkan populasi nyamuk sehat maupun nyamuk yang terinfeksi sehingga populasi manusia yang terinfeksi Zika dapat berkurang. Diasumsikan  $L = 0.02$ , artinya terdapat 20 nyamuk yang mati akibat fumigasi dalam 1000 individu nyamuk.



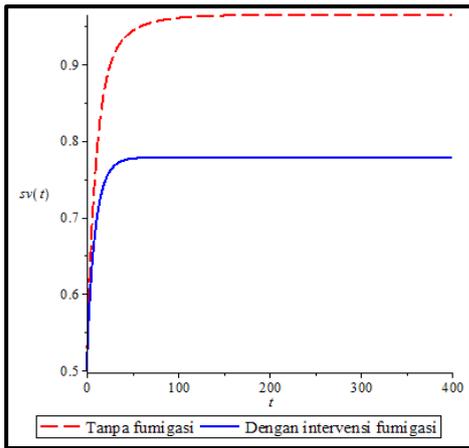
Gambar 8(a) Grafik Kelas  $s_h$  dengan  $\beta_h = 0.30$



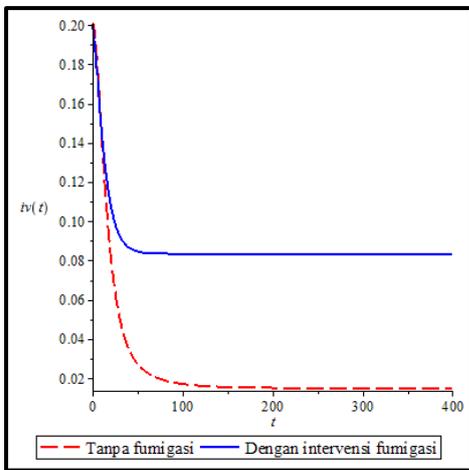
Gambar 8(b) Grafik Kelas  $e_h$  dengan  $\beta_h = 0.30$



Gambar 8(c) Grafik Kelas  $i_h$  dengan  $\beta_h = 0.30$

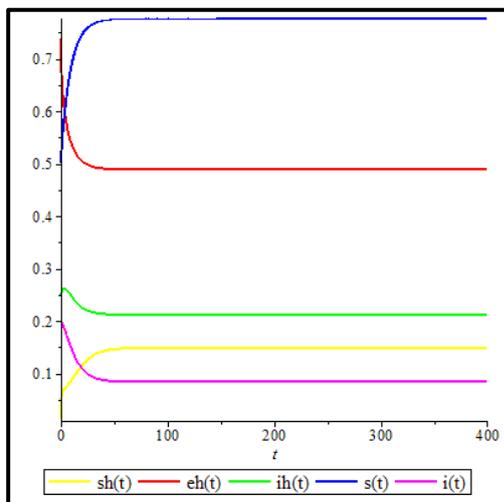


Gambar 8(d) Grafik Kelas  $s_v$  dengan  $\beta_h = 0.30$



Gambar 8(e) Grafik Kelas  $i_v$  dengan  $\beta_h = 0.30$

Gambar 8 Grafik Populasi Terinfeksi dengan Intervensi Fumigasi



Gambar 9 Grafik Intervensi Fumigasi Kelas  $s_h, e_h, i_h, s_v, i_v$  dengan  $\beta_h = 0.30$

Pada Gambar 8(a), (b), (c), (d), dan (e) dianalisis pengaruh intervensi fumigasi pada populasi nyamuk dengan menambahkan parameter  $L$ , yaitu proporsi nyamuk yang mati karena fumigasi. Dari Gambar 8(a) terlihat bahwa banyaknya populasi manusia yang masuk dalam kelas rentan dengan adanya intervensi mengalami kenaikan grafik yang lebih cepat dikarenakan banyaknya nyamuk terinfeksi Zika lebih sedikit dibandingkan dengan tanpa fumigasi. Populasi manusia yang berada pada kelas rentan dengan adanya intervensi naik hingga konstan di titik 0.1333 pada  $t$  tertentu. Sedangkan pada populasi manusia yang rentan tanpa adanya intervensi naik hingga konstan di titik 0.4813 pada  $t$  tertentu. Artinya, ukuran populasi awal pada kelas rentan adalah 7325 individu manusia. Dengan adanya intervensi grafik naik hingga konstan pada 66503 individu manusia sedangkan tanpa adanya intervensi grafik naik hingga konstan pada 240119 individu manusia.

Gambar 8(b) terlihat bahwa ukuran populasi manusia yang berada pada kelas terjangkit dengan tidak adanya intervensi naik hingga konstan di titik 0.3456 pada  $t$  tertentu. Sedangkan dengan adanya intervensi fumigasi, individu manusia naik hingga konstan di titik 0.4976 pada  $t$  tertentu. Artinya, ukuran populasi dengan adanya intervensi konstan pada 172419 individu manusia sedangkan dengan tanpa intervensi konstan pada 248251 individu manusia. Hal ini menunjukkan bahwa adanya intervensi pada populasi nyamuk menyebabkan semakin berkurangnya individu manusia pada kelas terjangkit.

Gambar 8(c) menunjukkan ukuran populasi manusia yang berada pada kelas terinfeksi dengan tidak adanya intervensi naik hingga konstan di titik 0.1209 pada  $t$  tertentu. Sedangkan dengan adanya intervensi fumigasi, individu manusia naik hingga konstan di titik 0.2155 pada  $t$  tertentu. Artinya, ukuran populasi pada kelas terinfeksi dengan adanya intervensi konstan pada 60317 individu manusia sedangkan tanpa intervensi konstan pada 107512. Hal ini menunjukkan bahwa adanya intervensi pada populasi nyamuk menyebabkan semakin berkurangnya individu manusia pada kelas terinfeksi.

Gambar 8(d) terlihat bahwa ukuran populasi nyamuk yang berada pada kelas rentan dengan tidak adanya intervensi naik hingga konstan di titik 0.9629 pada  $t$  tertentu. Sedangkan dengan adanya intervensi fumigasi, individu nyamuk naik hingga konstan di titik 0.7761 pada  $t$  tertentu. Artinya, adanya intervensi mengakibatkan ukuran populasi nyamuk konstan pada 776 individu nyamuk

sedangkan tanpa intervensi konstan pada 963 individu nyamuk. Hal ini menunjukkan bahwa adanya intervensi pada populasi nyamuk menyebabkan semakin berkurangnya individu nyamuk pada kelas rentan.

Gambar 8(e) terlihat bahwa banyaknya populasi nyamuk yang terinfeksi virus Zika dengan adanya intervensi mengalami penurunan grafik yang lebih cepat dikarenakan adanya laju kematian murni, laju kematian akibat fumigasi, dan laju kematian akibat virus Zika hingga konstan di titik 0.0947 pada  $t$  tertentu. Sedangkan pada populasi nyamuk yang terinfeksi tanpa adanya intervensi menunjukkan penurunan grafik dikarenakan adanya laju kematian murni dan akibat virus Zika hingga konstan di titik 0.0157 pada  $t$  tertentu. Artinya, tidak adanya intervensi mengakibatkan ukuran populasi menjadi konstan pada 95 individu nyamuk sedangkan adanya intervensi menjadi turun pada 16 individu nyamuk.

Perbedaan banyaknya individu manusia dan nyamuk dengan tanpa fumigasi dan dengan intervensi fumigasi dapat dilihat pada Gambar 9. Banyaknya individu kelas nyamuk yang di intervensi dengan fumigasi mempengaruhi banyaknya individu kelas manusia yang memasuki kelas rentan. Artinya, semakin besar nilai  $L$  maka semakin sedikit individu nyamuk yang terinfeksi. Akibatnya individu manusia yang terinfeksi dengan virus Zika mengalami penurunan. Kemudian, apabila banyaknya nyamuk yang terinfeksi mengalami kenaikan maka banyaknya nyamuk yang masuk pada kelas rentan juga mengalami kenaikan.

## PENUTUP

Dari penelitian diperoleh model matematika SEIR-SEI untuk penyebaran penyakit Zika pada satu serotipe virus Zika. Analisis kedua model menghasilkan titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik. Selanjutnya, untuk mengilustrasikan model maka dilakukan simulasi menggunakan *Maple 18* menghasilkan fakta, semakin kecil peluang penyebaran virus Zika oleh nyamuk ke manusia di suatu daerah maka semakin kecil individu manusia yang terinfeksi virus Zika. Kemudian semakin besar nilai intervensi fumigasi yang diberikan pada nyamuk maka semakin berkurang jumlah individu manusia yang terinfeksi virus Zika.

Dalam penulisan ini, penulis membahas pemodelan matematika penyakit Zika dengan satu serotipe virus Zika pada populasi manusia dan nyamuk konstan. Dalam penulisan ini belum diteliti model matematika pada populasi manusia dan nyamuk tidak konstan. Kemudian juga, belum adanya laju individu nyamuk yang

gagal pada saat fumigasi dan kemungkinan individu manusia yang sembuh dapat terinfeksi virus Zika lagi. Oleh karena itu, penulis menyarankan kepada pembaca yang tertarik pada masalah ini untuk mengembangkan model yang sudah dibangun.

## DAFTAR PUSTAKA

- Bonyah, E. & Okosun, K. O. 2016. Mathematical Modeling of Zika Virus. *Asian Pasific Journal of Tropical Disease*, 6(9), 673-679.
- Diekmann, O. & Heesterbeek. 2000. *Mathematical Epidemiology of Infectious Disease*. New York: John Wiley and Son.
- Dantas, E., Tosin, M., & Cunha, A. 2017. Calibration of a SEIR Epidemic Model to Describe Zika Virus Outbreak in Brazil. *Universidade do Estado do Rio De Janeiro (UERJ)*, 47.
- European Centre for Disease Prevention and Control (ECDC). 2016. *Zika virus*. Online, April 2016.
- Funk, S., Kucharski, A. J., Camacho, A., Eggo, R. M. 2016. Comparative Analysis of Dengue and Zika Outbreaks Reveals Difference by Setting and Virus. *PLOS Neglected Tropical Disease* 10(12).
- Gantmacher, F.R. 1959. *The Theory of Matrices*, New York: Chelsea Publishing Company.
- Gao, D.Z., Lou, Y., He, D., Porco, T. C., Kuang, Y., Chowell, G., Ruan, S. 2016. Prevention and Control of Zika as a Mosquito-Borne and Sexually Transmitted Disease: A Mathematical Modelling Analysis. *Scientific Report*. doi: 10.1038/srep28070
- Khalid, M. & Khan, F. S. 2016. Stability Analysis of Deterministic Mathematical Model for Zika Virus. *British Journal of Mathematics & Computer Science*, 19(4),20. doi: 10.9734/BJMCS/2016/29834.
- Kharis, M. & Arifudin, R. 2017. Mathematical Model of Seasonal Influenza Epidemic in Central Java with Treatment Action. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, 112(3), 571-588.
- Kucharski, A. J., Funk, S., Eggo, R. M. M., Mallet, H. P., John, E. J., Nilles, E. J. 2016. Transmission Dynamics of Zika Virus in Island Populations: A modeling Analysis of the 2013-14 French Polynesia Outbreak. *PLOS*

- Neglected Tropical Disease* 10(5). doi: 10.1101/038588.
- Moreno, V., Espinoza, B., Bichara, D., Holechek, S. A. Chavez, C. C. 2016. Role of Short-term Dispersal on the Dynamics of Zika Virus. *Cornell University Library*. ArXiv: 1603.00442v3.
- Oluyo, T. O., & Adeyemi, M. O. 2016. Mathematical analysis of Zika epidemic model. *IOSR Journal of Mathematics*, 12(6), 21-33.
- World Health Organisation (WHO). 2016 *Western Pasific Region*. Zika Virus.