UJM 9 (2) 2020
UNNES Journal of Mathematics
http://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/ujm

MODEL OPTIMASI *ECONOMIC ORDER QUANTITY* DENGAN PENINGKATAN LINER JUMLAH PERMINTAAN BARANG

Syahrudin✉, Zaenuri, Tri Sri Noor Asih

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Semarang, Indonesia
Gedung D7 Lt.1, Kampus Sekaran Gunungpati, Semarang 50299

Info Artikel

Sejarah Artikel:
Diterima Agustus 2019
Disetujui September 2020
Dipublikasikan Desember 2020

Keywords:
model optimasi EOQ, permintaan barang, linear.

Abstrak

Tujuan dari penelitian ini adalah membangun model optimasi persediaan Economic Order Quantity (EOQ) dengan permintaan barang yang cenderung meningkat secara linear, mengetahui jumlah pemesanan bahan baku yang optimal dan mengaplikasikan simulasi model persediaan yang telah di bentuk. Penelitian dilakukan di PT. Hermon Indah, data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data jumlah permintaan bahan baku untuk proses produksi dan data yang diperoleh disimulasikan secara numerik terhadap model yang telah dibentuk. Hasil penelitian menunjukan interval waktu pemesanan yang optimal dapat dilakukan selama 8 hari dengan jumlah pemesanan yang optimal sebanyak 3,199m^3 dan total biaya persediaan barang Rp. 819.559,- untuk tiap kali pesanan diajukan.

Abstract

The purpose of this research is to build an Economic Order Quantity (EOQ) inventory optimization model with linear trend demand of goods, find the optimal number of raw material orders and apply a simulated inventory model. The research was conducted at PT. Hermon Indah, the data used in this research is data on the number of requests for raw material fot the production process and the data obtained is simulated numerically on the model that has been formed. The results showed that the optimal ordering time interval can be carried out for 8 days with an optimal order amount is 3,199m^3 and the total cost of inventory is Rp. 819,559,- for every time an order is submitted.

How to cite:

Syahrudin, Zaenuri, Asih, T.S.N. 2019. Model Optimasi Persediaan EOQ dengan Jumlah Permintaan Barang yang Cenderung Meningkat Secara Linear. UNNES Journal of Mathematics 9(2): 1-11.

✉Alamat korespondensi:
E-mail: syahrudinnn@gmail.com

p-ISSN 2252-6943
e-ISSN 2460-5859

PENDAHULUAN

Kehidupan manusia tidak akan terlepas dari masalah, baik masalah dalam individu maupun masalah dalam organisasi. Masalah terjadi karena adanya ketidaksesuaian antara harapan dan kenyataan. Untuk dapat menyelesaikan masalah, seseorang atau sebuah organisasi memerlukan proses penyelesaian masalah. Matematika sebagai bahasa simbol yang bersifat universal sangat erat hubungannya dengan kehidupan nyata. Kenyataan membuktikan bahwa untuk menyelesaikan masalah pada kehidupan nyata dibutuhkan konsep matematika.

Salah satu penerapan matematika yang digunakan untuk menyederhanakan masalah ke dalam bentuk matematika adalah riset operasi. Riset operasi dalam arti luas dapat diartikan sebagai penerapan metode-metode, teknik-teknik dan alat-alat terhadap masalah-masalah yang menyangkut operasi-operasi dari sistem-sistem, sedemikian rupa sehingga memberikan penyelesaian optimal (Mulyono, 2002).

Banyak model riset operasi yang telah dikembangkan yang berhubungan dengan matematika. Salah satunya adalah pengendalian persediaan. Pengendalian persediaan (inventory) merupakan pengumpulan atau penyimpanan komoditas yang akan digunakan untuk memenuhi permintaan dari waktu ke waktu. Bentuk persediaan itu bisa berupa bahan mentah, komponen, barang setengah jadi, spare part, dan lain-lain (Aminudin 2005). Menurut Siswanto (2007), tujuan yang hendak dicapai dalam masalah persediaan adalah meminimumkan biaya total persediaan. Ada banyak alasan perusahaan mempunyai persediaan. Salah satunya yaitu persediaan dapat menjaga kelancaran produksi sehingga dapat menghindari kehabisan persediaan (stocks out) jika terjadi keterlambatan pengiriman, kerusakan massa atau bencana alam (Mulyono, 2002). Menurut Dumairy (2012), persediaan bahan mentah yang berlebihan akan menimbulkan biaya penyimpanan yang semakin banyak, demikian pula jumlah persediaan barang jadi yang berlebihan. Di lain pihak, kekurangan persediaan bahan mentah atau bahan baku akan mengganggu kelancaran produksi yang akan mengakibatkan kekurangan persediaan barang jadi, hal tersebut dapat menyebabkan perusahaan kehilangan pasar. Pengertian lain pengendalian persediaan adalah suatu usaha atau kegiatan untuk menentukan tingkat optimal dengan biaya persediaan yang minimum sehingga perusahaan dapat berjalan lancar. kebijakan pengendalian pengendalian yang tidak tepat dan penerapannya yang salah dapat menyebabkan operasi yang tidak tepat dan keuntungan yang tidak kompetitif dari operasi logistik organisasi di pasar (Mojavery & Moghimi, 2017).

Untuk memperoleh keuntungan yang maksimal, perusahaan harus bisa mengatur total biaya yang dikeluarkan seminimal mungkin. Aminudin (2005) mengemukakan bahwa 16% dari total aset suatu perusahaan untuk bagian persediaan, misalnya perusahaan di bidang manufaktur bisa menghabiskan biaya mencapai kurang lebih 25% dari aset perusahaan. Dalam pengendalian persediaan diperlukan manajemen persediaan proaktif, artinya perusahaan harus mampu mengidentifikasi keadaan yang ada dalam manajemen persediaan untuk mencapai tujuan dari perusahaan. Tujuan tersebut yaitu meminimalkan total biaya pengeluaran dan menyimpan persediaan barang yang cukup untuk memenuhi setiap permintaan konsumen.

Optimasi adalah sarana untuk mengekspresikan model matematika yang bertujuan memecahkan masalah dengan cara terbaik. Menurut Bronson (1996), masalah optimasi merupakan masalah memaksimumkan atau meminimumkan sebuah besaran tertentu yang disebut objektif yang bergantung pada sejumlah berhingga variabel masukan. Variabel-variabel ini dapat tidak saling bergantung melalui satu atau lebih kendala. Untuk tujuan bisnis, hal ini berarti memaksimumkan keuntungan dan efisiensi serta meminimalkan kerugian, biaya atau risiko (Purba, 2012).

Pengoptimalan jumlah persediaan dapat dilakukan dengan berbagai macam metode, diantaranya adalah metode Economic Order Quantity (EOQ), metode Material Requirement Planning (MRP), dan metode Just in Time (JIT). Seringkali pada beberapa perusahaan terlebih dahulu sudah mendapatkan pesanan produk dengan jumlah, spesifikasi dan waktu yang telah ditentukan oleh pelanggannya dan perusahaan memiliki kepastian mengenai berapa kebutuhan, spesifikasi dan harga bahan baku yang akan dibeli untuk memenuhi pesanan tersebut sehinggan metode yang cocok digunakan untuk mengendalikan persediaan pada perusahaan tersebut adalah metode Economic Order Quantity (EOQ). Model EOQ pertama kali dikembangkan tahun 1915 secara terpisah oleh Ford Harris dan R.H. Wilson. Rangkuti (2004) menyatakan bahwa metode EOQ merupakan metode yang digunakan untuk menentukan jumlah pembelian bahan mentah pada setiap kali pesan dengan biaya yang paling rendah. Pada model EOQ klasik, jumlah pemesanan barang yang optimal dapat dicari dengan menurunkan persamaan total biaya persediaan terhadap jumlah kuantitas pemesanan. Total persediaan tersebut merupakan jumlah dari biaya pemesanan, biaya pembelian dan biaya penyimpanan.

Menurut Mahata (2011), dalam formulasi model persediaan, dua faktor dari suatu permasalahan yang menarik untuk dikembangkan dalam sebuah penelitian adalah kerusakan produk dan variasi dalam sebuah tingkat permintaan. Permintaan adalah faktor penting dalam suatu manajemen persediaan. Oleh karena itu, keputusan dalam sebuah persediaan dibuat karena adanya permintaan yang sedang terjadi dan permintaan yang akan datang. Masalah yang sering ditemui di perusahaan dan bertentangan dengan asumsi awal model EOQ klasik adalah banyak ditemui jenis permintaan yang tidak selalu konstan. Hal ini dikarenakan kebutuhan manusia yang terus meningkat seiring dengan perkembangan zaman yang semakin pesat. Tidak dapat dipungkiri jumlah permintaan barang pada suatu perusahaan akan ikut meningkat seiring dengan meningkatnya jumlah kebutuhan barang. Sering kali suatu perusahaan menghadapi jumlah permintaan yang cenderung meningkat mengikuti kondisi iklim pasar. Oleh karena itu, perusahaan harus bisa menyesuaikan jumlah persediaan barang sesuai dengan jenis permintaan yang dihadapi.

Terdapat beberapa penelitian yang membahas tentang model EOQ dengan permintaan linear, diantaranya yaitu Mahata (2011) telah meneliti model EOQ dengan barang yang mengalami penyusutan berdasarkan distribusi eksponensial dan jumlah permintaan yang meningkat secara linear dengan ijin penundaan dalam pembayaran. Singh (2011) telah meneliti model EOQ dengan pemintaan linear dan ijin penundaan dalam pembayaran. Chaudhuri & Goswami (2017) telah meneliti model EOQ untuk kerusakan item dengan terjadinya kekurangan barang dan tingkat permintaan yang cenderung meningkat linear. Chaudhuri & Chakrabarti (1997) telah meneliti model EOQ untuk kerusakan item dengan permintaan yang cenderung meningkat linear dan terjadi kekurangan pada tiap siklus.

Berdasarkan latar belakang, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah (1) Bagaimana formulasi model persediaan EOQ yang optimal dengan jumlah permintaan barang yang meningkat secara linear? (2) Bagaimana menentukan jumlah pemesanan barang yang optimal dari model yang telah dibentuk? dan (3) Bagaimana melakukan simulasi numerik terhadap model yang telah dibentuk?.

Tujuan dari penelitian ini membangun model, menentukan jumlah pemesanan dan menginterpretasikan simulasi model persedian EOQ yamg optimal dengan jumlah permintaan barang yang cederung meningkat secara linear.

METODE PENELITIAN

Metode yang digunakan dalam penelitian ini yaitu, perumusan masalah, studi pustaka, pengumpulan data, pemecahan masalah, dan penarikan kesimpulan. Dalam studi pustaka ini digunakan sumber pustaka yang relevan yang digunakan untuk mengumpulkan informasi yang diperlukan dalam penelitian. Pengumpulan data dilakukan diperusahaan PT. Hermon Indah yang berada di Semarang.

Dari berbagai sumber pustaka yang dikaji, diperoleh pemecahan masalah yang melalui langkah – langkah sebagai berikut.

a. Menentukan parameter-parameter biaya persediaan EOQ dengan jumlah permintaan barang yang meningkat secara linear,

b. Membentuk persamaan tingkat permintaan linear dan persamaan dari masing-masing parameter biaya persediaan,

c. Membentuk model persediaan EOQ dengan jumlah permintaan barang yang meningkat secara linear,

d. Melakukan uji optimum untuk model EOQ dengan jumlah permintaan barang yang meningkat secara linear, Simulasi Numerik Model Optimasi Persediaan EOQ dengan jumlah permintaan barang yang meningkat secara linear.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada penelitian ini akan membahas tentang pembentukan model optimasi persediaan *Economic order Quantity* (EOQ) dengan jumlah permintaan barang yang cenderung meningkat secara linear, uji optimum model dan penerapan model yang dibentuk pada perusahaan PT. Hermon Indah. Beberapa batasan atau asumsi yang digunakan untuk mengonstruksi model adalah sebagai berikut.

1. Banyak penggunaan bahan baku, biaya pemesanan, dan waktu antara pemesanan barang hingga barang tersebut sampai dapat diketahui dengan pasti.
2. Model yang dikembangkan hanya untuk satu jenis barang (*single item*).
3. Tidak diperbolehkan terjadinya kekurangan barang/bahan baku.
4. Tidak terjadi *lead time*,
5. Laju permintaan berbentuk linear dan merupakan fungsi yang kontinu,
6. Tidak ada perbaikan terhadap barang yang mengalami kerusakan.

Notasi-notasi yang digunakan untuk membentuk model optimasi persediaan EOQ dengan jumlah permintaan yang cenderung meningkat secara linear diberikan pada Tabel 1.

Tabel 1 Notasi-notasi yang Digunakan untuk Membangun Model

Notasi	Makna/Arti	Satuan
$R(t)$	tingkat permintaan barang per periode	Unit (kayu balok)
a	Banyaknya permintaan barang per periode	Unit (kayu balok)
b	Banyaknya permintaan barang yang bergantung terhadap waktu per periode	Unit (kayu balok)
Q	Jumlah barang yang dipesan	Unit (kayu balok)
I	Tingkat persediaan	Unit (kayu balok)
D	Jumlah penggunaan kayu	Unit (kayu balok)
K	Biaya pesanan setiap kali pesanan diajkukan	Rupiah
B_k	Total biaya pemesanan	Rupiah
θ	Tingkat kerusakan barang	unit
c	Harga kayu per unit/balok	Rupiah
t	Total waktu yang digunakan dalam periode pemesanan	Minggu
h	Biaya penyimpanan per kubik kayu	Rupiah
B_h	Total biaya penyimpanan	Rupiah
B_o	Total biaya pembelian	Rupiah
B	Total biaya persediaan	Rupiah
s	Jumlah kerusakan barang	Unit
B_s	Biaya kerusakan barang	Rupiah

Seacara Matematis Model optimasi persediaan EOQ dengan jumlah permintaan barang yang cenderung meningkat secara linear dapat dinyatakan sebagai berikut

$$B = B_k + B_s + B_h \qquad (1)$$

Laju perubahan dari persediaan $I(t)$ dipernngaruhi oleh tingkat permintaan dan kerusakan barang. Dalam model persediaan pada penilitan ini telah dibatasi bahwa tingkat permintaan berbentuk linear. Tingkat permintaan linear $R(t) = a + bt$ dengan $a, b > 0$.

Total permintaan (D) dapat ditentukan berdasarkan persamaan Tingkat permintaan linear dengan awal periode $t = 0$ sampai akhir periode $t = T$. Dengan menggunakan definisi integral dapat ditentukan total permintaan sebagai berikut

$$D = \int_{t=0}^{t=T} (a + bt)dt$$

$$= aT + \frac{bT^2}{2} \qquad (2)$$

Diberikan suatu persediaan barang yaitu $I(t)$ dalam kurun waktu atau periode tertentu. Ketika awal periode $t = 0$ dan akhir periode $t = T$, laju perubahan persediaan berkurang sebanding dengan jumlah dari permintaan produksi $R(t)$ dan tingkat kerusakan barang yaitu

$$\frac{dI(t)}{dt} = -\big(R(t) + \theta I(t)\big)$$

Diperoleh

$$I(t) = \frac{1}{\theta}\left\{e^{\theta(T-t)}\left(a - \frac{b}{\theta} + bT\right) - (a - \frac{b}{\theta} + bt)\right\} \quad (3)$$

Selanjutnya menentukan kuantitas pemesanan awal, subsitusikan syarat awal $I(0) = Q$ ke dalam persamaan (3), diperoleh

$$I(0) = Q$$

$$\Leftrightarrow Q = \frac{1}{\theta}\left[e^{\theta T}\left(a - \frac{b}{\theta} + bT\right) - \left(a - \frac{b}{\theta}\right)\right] \quad (4)$$

Pada model EOQ yang dibahas terdapat faktor kerusakan barang, diamana jumlah kerusakan barang (s) merupakan hasil pengurangan dari kuantitas pemesanan awal dikurangi total permintaan, maka diperoleh jumlah kerusakan barang sebagai berikut

$$s = Q - D$$

$$= \left(\frac{1}{\theta}\left[e^{\theta T}\left(a - \frac{b}{\theta} + bT\right) - \left(a - \frac{b}{\theta}\right)\right]\right) - \left(aT + \frac{bT^2}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{\theta}\left[e^{\theta T}\left(a - \frac{b}{\theta} + bT\right) - \left(a - \frac{b}{\theta}\right)\right] - \frac{T}{2}(2a + bT) \quad (5)$$

Biaya kerusakan barang adalah biaya kerugian dari pembelian bahan baku yang rusak atau tidak dapat diproduksi. Dalam penelitian ini biaya kerusakan diasumsikan sebagai biaya kerugian dari sisa-sisa proses produksi yang tidak dapat digunakan untuk proses produksi lagi. Biaya kerusakan barang diperoleh dengan mengkalikan jumlah bahan baku yang tidak dapat di produksi dengan harga bahan baku per unit sehingga diperoleh biaya kerusakan barang per periode adalah sebagai berikut.

$$B_s = \frac{c}{T}\left[\frac{1}{\theta}\left\{e^{\theta T}\left(a - \frac{b}{\theta} + bT\right) - \left(a - \frac{b}{\theta}\right)\right\} - \frac{T}{2}(2a + bT)\right] \quad (6)$$

Biaya pemesanan adalah biaya yang dikeluarkan ketika sebuah pesanan diajukan, jumlah biaya pemesanan terdiri dari biaya pajak pembelian, biaya telpon, biaya biaya administrasi, biaya transportasi dan lain-lain. Jumlah dari biaya-biaya tersebut bernilai K, sehingga besarnya biaya pemesanan selama periode perencanaan adalah

$$B_k = \frac{K}{T} \quad (7)$$

Kemudian menghitung biaya penyimpanan persediaan bahan baku per periode yang dinotasikan dengan B_h. Biaya penyimpanan persediaan bahan baku per periode merupakan biaya penyimpanan rata-rata persediaan. Untuk menghitung rata-rata persediaan, tingkat persediaan $I(t)$ diintegralkan dari awal periode $t = 0$ sampai akhir periode $t = T$. Maka diperoleh biaya persediaan barang persatuan waktu adalah sebagai berikut

$$B_h = \frac{h}{T}\int_{t=0}^{t=T} I(t)dt$$

$$= \frac{h}{T}\int_{t=0}^{t=T} \frac{1}{\theta}\left[e^{\theta(T-t)}\left(a - \frac{b}{\theta} + bT\right) - \left(a - \frac{b}{\theta} + bt\right)\right]dt$$

$$= \frac{h}{\theta T}\left\{\frac{\left(a - \frac{b}{\theta} + bT\right)}{\theta}\left(e^{\theta T} - 1\right) - T\left(a - \frac{b}{\theta} + \frac{bT}{2}\right)\right\} \quad (8)$$

Total biaya persediaan dapat ditentukan dengan mensubsitusikan persamaan (6), (7), dan (8) kedalam persamaan (1) sehinggan diperoleh total biaya persediaan sebagai berikut

$$B = B_k + B_s + B_h$$

$$B = \frac{K}{T} + \frac{c}{T}\left[\frac{1}{\theta}\left\{e^{\theta T}\left(a - \frac{b}{\theta} + bT\right) - \left(a - \frac{b}{\theta}\right)\right\} - \frac{T}{2}(2a + bT)\right] + \left[\frac{h}{\theta T}\left\{\frac{\left(a-\frac{b}{\theta}+bT\right)}{\theta}\left(e^{\theta T} - 1\right) - T\left(a - \frac{b}{\theta} + \frac{bT}{2}\right)\right\}\right] \quad (9)$$

Uji Optimum dilakukan untuk mendapatkan biaya total persediaan yang optimal, solusi optimal diperoleh dari mencari turunan pertama B terhadap T yaitu $\frac{dB}{dT} = 0$. Kemudian untuk memeriksa suatu fungsi bernilai maksimum atau minimum local, dapat menggunakan uji turunan kedua. Fungsi B akan minimum jika $\frac{d^2B}{dT^2} \geq 0$. Dari persamaan (9) diperoleh bahwa

$$B = \frac{K}{T} + \frac{c}{T}\left[\frac{1}{\theta}\left\{e^{\theta T}\left(a - \frac{b}{\theta} + bT\right) - \left(a - \frac{b}{\theta}\right)\right\} - \frac{T}{2}(2a + bT)\right] + \left[\frac{h}{\theta T}\left\{\frac{\left(a-\frac{b}{\theta}+bT\right)}{\theta}\left(e^{\theta T} - 1\right) - T\left(a - \frac{b}{\theta} + \frac{bT}{2}\right)\right\}\right]$$

Kemudian total persediaan barang (B) akan bernilai optimal jika $\frac{dB}{dT} = 0$, sehingga diperoleh

$$\frac{dB}{dT} = -\frac{K}{T^2} + \frac{c}{T}\left(\frac{\theta e^{\theta T}\left(a-\frac{b}{\theta}+bT\right)+e^{\theta T}b}{\theta} - a - bT\right)$$
$$-\frac{c}{T^2}\left(\frac{e^{\theta T}\left(a-\frac{b}{\theta}+bT\right)-a+\frac{b}{\theta}}{\theta} - \frac{T}{2}(2a + bT)\right) + \frac{h}{\theta T}\left(\frac{b\left(e^{\theta T}-1\right)}{\theta} + e^{\theta T}\left(a - \frac{b}{\theta} + bT\right) - a + \frac{b}{\theta} - bT\right)$$
$$-\frac{h}{\theta T^2}\left(\frac{\left(a-\frac{b}{\theta}+bT\right)\left(e^{\theta T}-1\right)}{\theta} - T\left(a - \frac{b}{\theta} + \frac{bT}{2}\right)\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow -\frac{K}{T^2} + \frac{ce^{\theta T}\left(\theta T\left(a-\frac{b}{\theta}+bT\right)-a+\frac{b}{\theta}\right)}{T^2\theta} + \frac{c}{T^2\theta}\left(a - \frac{b}{\theta}\right) - \frac{cb}{2} + \frac{h\left(T\theta e^{\theta T}\left(a-\frac{b}{\theta}+Tb\right)-\left(a-\frac{b}{\theta}\right)\left(e^{\theta T}-1\right)\right)}{\theta^2T^2} - \frac{hb}{2\theta} = 0$$
(10)

Setelah didapat turunan pertama terhadap T dari total biaya persediaan yang mengakibatkan nilai T optimal, kemudian dengan menggunakan turunan kedua dari total biaya persediaan akan diperoleh nilai B yang paling minimum dengan syarat $\frac{d^2B}{dT^2} \geq 0$, Dengan bantuan program Maple diperoleh

$$\frac{d^2B}{dT^2} = \frac{2K}{T^3} + \frac{1}{T}\left(c\left(\frac{\theta^2e^{T\theta}\left(a-\frac{b}{\theta}+Tb\right)+2\theta e^{T\theta}b}{\theta} - b\right)\right) - \frac{1}{T^2}\left(2c\left(\frac{1}{\theta}\left(\theta e^{T\theta}\left(a - \frac{b}{\theta} + Tb\right) + e^{T\theta}b\right) - a - Tb\right)\right) + \frac{1}{T^3}\left(2c\left(\frac{1}{\theta}\left(e^{T\theta}\left(a - \frac{b}{\theta} + Tb\right) - a + \frac{b}{\theta}\right) - \frac{1}{2}T(2a + Tb)\right)\right) + \frac{1}{T\theta}\left(h\left(2e^{T\theta}b + \theta e^{T\theta}\left(a - \frac{b}{\theta} + Tb\right) - b\right)\right) - \frac{1}{\theta T^2}\left(2h\left(\frac{b\left(e^{T\theta}-1\right)}{\theta} + e^{T\theta}\left(a - \frac{b}{\theta} + Tb\right) - a + \frac{b}{\theta} - Tb\right)\right) + \frac{1}{\theta T^3}\left(2h\left(\frac{1}{\theta}\left(a - \frac{b}{\theta} + Tb\right)\left(e^{T\theta} - 1\right)\right) - T\left(a - \frac{b}{\theta} + \frac{1}{2}Tb\right)\right)$$

Untuk membuktikan bahwa nilai B minimum, maka harus dipenuhi syarat $\frac{d^2B}{dT^2} \geq 0$. Pada persamaan $\frac{1}{T}\left(c\left(\frac{\theta^2e^{T\theta}\left(a-\frac{b}{\theta}+Tb\right)+2\theta e^{T\theta}b}{\theta} - b\right)\right)$ nilai c, T, θ, a dan b bernilai positif. Maka nilai dari persamaan $\frac{1}{T}\left(c\left(\frac{\theta^2e^{T\theta}\left(a-\frac{b}{\theta}+Tb\right)+2\theta e^{T\theta}b}{\theta} - b\right)\right) - \frac{1}{T^2}\left(2c\left(\frac{1}{\theta}\left(\theta e^{T\theta}\left(a - \frac{b}{\theta} + Tb\right) + e^{T\theta}b\right) - a - Tb\right)\right) + \frac{1}{T^3}\left(2c\left(\frac{1}{\theta}\left(e^{T\theta}\left(a - \frac{b}{\theta} + Tb\right) - a + \frac{b}{\theta}\right) - \frac{1}{2}T(2a + Tb)\right)\right)$ selalu positif. Berikut penjelasan dari persamaan tersebut.

$$\frac{1}{T}\left(c\left(\frac{\theta^2e^{T\theta}\left(a-\frac{b}{\theta}+Tb\right)+2\theta e^{T\theta}b}{\theta} - b\right)\right) - \frac{1}{T^2}\left(2c\left(\frac{1}{\theta}\left(\theta e^{T\theta}\left(a - \frac{b}{\theta} + Tb\right) + e^{T\theta}b\right) - a - Tb\right)\right) + \frac{1}{T^3}\left(2c\left(\frac{1}{\theta}\left(e^{T\theta}\left(a - \frac{b}{\theta} + Tb\right) - a + \frac{b}{\theta}\right) - \frac{1}{2}T(2a + Tb)\right)\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{c}{T}\left(\theta e^{\theta T}\left(a - \frac{b}{\theta} + Tb\right)\right) - \frac{c}{T}\left(\frac{2ae^{\theta T}}{T}\right) + \frac{c}{T}\left(\frac{2}{T^2}\left(\frac{1}{\theta}\left[e^{\theta T}\left(a - \frac{b}{\theta} + bT\right) - (a - b/\theta)\right]\right)\right)$$

$\Leftrightarrow \frac{c}{T}\left(\theta e^{\theta T}\left(a-\frac{b}{\theta}+Tb\right)\right)-\frac{c}{T}\left(\frac{2ae^{\theta T}}{T}\right)+\frac{c}{T}\left(\frac{2}{T^2}(Q)\right)$

$\Leftrightarrow \frac{2c}{T^3}\left(Q-e^{\theta T}(D)+\frac{\theta T}{2}e^{\theta T}(aT+bT^2)\right)$

Nilai $\frac{2c}{T^3}\left(Q+\frac{\theta T}{2}e^{\theta T}(aT+bT^2)\right) > \frac{2c}{T^3}\left(-e^{\theta T}(D)\right)$ maka nilai persamaan $\frac{1}{T}\left(c\left(\frac{\theta^2 e^{T\theta}\left(a-\frac{b}{\theta}+Tb\right)+2\theta e^{T\theta}b}{\theta}-b\right)\right)-\frac{1}{T^2}\left(2c\left(\frac{1}{\theta}\left(\theta e^{T\theta}\left(a-\frac{b}{\theta}+Tb\right)+e^{T\theta}b\right)-a-Tb\right)\right)+\frac{1}{T^3}\left(2c\left(\frac{1}{\theta}\left(e^{T\theta}\left(a-\frac{b}{\theta}+Tb\right)-a+\frac{b}{\theta}\right)-\frac{1}{2}T(2a+Tb)\right)\right)$ selalu positif. Selanjutnya untuk persamaan $\frac{1}{T\theta}\left(h\left(2e^{T\theta}b+\theta e^{T\theta}\left(a-\frac{b}{\theta}+Tb\right)-b\right)\right)-\frac{1}{\theta T^2}\left(2h\left(\frac{b(e^{T\theta}-1)}{\theta}+e^{T\theta}\left(a-\frac{b}{\theta}+Tb\right)-a+\frac{b}{\theta}-Tb\right)\right)+\frac{1}{\theta T^3}\left(2h\left(\frac{1}{\theta}\left(a-\frac{b}{\theta}+Tb\right)\left(e^{T\theta}-1\right)\right)-T\left(a-\frac{b}{\theta}+\frac{1}{2}Tb\right)\right)$ selalu bernilai positif, berikut penjabarannya.

$\frac{1}{T\theta}\left(h\left(2e^{T\theta}b+\theta e^{T}\left(a-\frac{b}{\theta}+Tb\right)-b\right)\right)-\frac{1}{\theta T^2}\left(2h\left(\frac{b(e^{T\theta}-1)}{\theta}+e^{T\theta}\left(a-\frac{b}{\theta}+Tb\right)-a+\frac{b}{\theta}-Tb\right)\right)+\frac{1}{\theta T^3}\left(2h\left(\frac{1}{\theta}\left(a-\frac{b}{\theta}+Tb\right)\left(e^{T\theta}-1\right)\right)-T\left(a-\frac{b}{\theta}+\frac{1}{2}Tb\right)\right)$

$\Leftrightarrow \frac{h}{\theta T}\left(\theta e^{\theta T}\left(a-\frac{b}{\theta}+Tb\right)\right)+\frac{h}{\theta T}\left(\frac{-2ae^{\theta T}}{T}\right)+\frac{h}{\theta T}\left(\frac{2}{T^2}\left(\frac{1}{\theta}\left(e^{\theta T}\left(a-\frac{b}{\theta}+Tb\right)-\left(a-\frac{b}{\theta}\right)\right)\right)\right)$

$\Leftrightarrow \frac{h}{\theta T}\left(\theta e^{\theta T}\left(a-\frac{b}{\theta}+Tb\right)\right)-\frac{h}{\theta T}\left(\frac{2ae^{\theta T}}{T}\right)+\frac{h}{\theta T}\left(\frac{2}{T^2}(Q)\right)$

$\Leftrightarrow \frac{2h}{\theta T^3}\left(Q-e^{\theta T}(D)+\frac{\theta T}{2}e^{\theta T}(aT+bT^2)\right)$

Nilai $\frac{2h}{\theta T^3}\left(Q+\frac{\theta T}{2}e^{\theta T}(aT+bT^2)\right) > \frac{2h}{\theta T^3}\left(-e^{\theta T}(D)\right)$, maka persamaan $\frac{1}{T\theta}\left(h\left(2e^{T\theta}b+\theta e^{T}\left(a-\frac{b}{\theta}+Tb\right)-b\right)\right)-\frac{1}{\theta T^2}\left(2h\left(\frac{b(e^{T\theta}-1)}{\theta}+e^{T\theta}\left(a-\frac{b}{\theta}+Tb\right)-a+\frac{b}{\theta}-Tb\right)\right)+\frac{1}{\theta T^3}\left(2h\left(\frac{1}{\theta}\left(a-\frac{b}{\theta}+Tb\right)\left(e^{T\theta}-1\right)\right)-T\left(a-\frac{b}{\theta}+\frac{1}{2}Tb\right)\right)$ selalu bernilai positif. Dari penjelasan tersebut diperoleh bahwa nilai $\frac{2K}{T^3}+\frac{1}{T}\left(c\left(\frac{\theta^2 e^{T\theta}\left(a-\frac{b}{\theta}+Tb\right)+2\theta e^{T\theta}b}{\theta}-b\right)\right)-\frac{1}{T^2}\left(2c\left(\frac{1}{\theta}\left(\theta e^{T\theta}\left(a-\frac{b}{\theta}+Tb\right)+e^{T\theta}b\right)-a-Tb\right)\right)+\frac{1}{T^3}\left(2c\left(\frac{1}{\theta}\left(e^{T\theta}\left(a-\frac{b}{\theta}+Tb\right)-a+\frac{b}{\theta}\right)-\frac{1}{2}T(2a+Tb)\right)\right)+\frac{1}{T\theta}\left(h\left(2e^{T\theta}b+\theta e^{T\theta}\left(a-\frac{b}{\theta}+Tb\right)-b\right)\right)-\frac{1}{\theta T^2}\left(2h\left(\frac{b(e^{T\theta}-1)}{\theta}+e^{T\theta}\left(a-\frac{b}{\theta}+Tb\right)-a+\frac{b}{\theta}-Tb\right)\right)+\frac{1}{\theta T^3}\left(2h\left(\frac{1}{\theta}\left(a-\frac{b}{\theta}+Tb\right)\left(e^{T\theta}-1\right)\right)-T\left(a-\frac{b}{\theta}+\frac{1}{2}Tb\right)\right)$ akan selalu positif

Model yang telah dibentuk selanjutnya disimulasikan terhadap data permintaan bahan baku kayu yang di dapat dari PT. Hermon Indah Kota Semarang selama bulan Maret-Agustus 2016. Harga kayu yang di beli PT. Hermon Indah adalah Rp. 1.000.000,-/m^3. Sedangkan biaya pemesanan bahan baku kayu yang dikeluarkan yaitu meliputi biaya pajak, biaya administrasi, biaya transportasi yang tidak bergantung terhadap jumlah pemesanan dan lain-lain yaitu Rp. 500.000,- setiap kali pemesanan diajukan. Biaya yang digunakan untuk keperluan penyimpanan kayu adalah Rp. 50.000,-/m^3 tiap minggu dan tingkat kerusakan kayu adalah sebesar 0,2 atau 20% tiap periode. Sehingga diperoleh

$c = 1.000.000 \qquad K = 500.000 \qquad h = 50.000$

Kemudian untuk permintaan bahan baku kayu yang akan di gunakan selama proses produksi pada PT. Hermon Indah dari bulan Maret hingga Agustus 2016 diberikan pada Tabel 2.

Tabel 2 Data Permintaan Kayu Maret-Agustus 2016

Bulan	Minggu (X)	Volume kayu dalam kubik (Y)	X^2	XY
Maret	1	2,43	1	2,43
	2	2,46	4	4,92
	3	2,49	9	7,47

	4	2,52	16	10,08
April	5	2,55	25	12,75
	6	2,52	36	15,12
	7	2,58	49	18,06
	8	2,61	64	20,88
Mei	9	2,64	81	23,76
	10	2,7	100	27
	11	2,73	121	30,03
	12	2,76	144	33,12
Juni	13	2,76	169	35,88
	14	2,82	196	39,48
	15	2,85	225	42,75
	16	2,82	256	45,12
Juli	17	2,88	289	48,96
	18	2,94	324	52,92
	19	2,94	361	55,86
	20	3	400	60
Agustus	21	3,06	441	64,26
	22	3,12	484	68,64
	23	3,15	529	72,45
	24	3,21	576	77,04
Jumlah	300	66,54	4900	868,98

Proses perhitungan persamaan regresi dilakukan dengan menggunakan metode pencocokan kuadrat terkecil, sehingga dapat ketahui nilai a dan b dari persamaan $R(t) = a + bt$ sebagai berikut.

$$b = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2}$$
$$= \frac{24 \times 868{,}98 - 300 \times 66{,}54}{24 \times 4900 - (300)^2}$$
$$= \frac{20855{,}52 - 19962}{117600 - 90000}$$
$$= \frac{893{,}52}{27600}$$
$$= 0{,}0324$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} - b\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

$$= \frac{66{,}54}{24} - 0{,}0324\left(\frac{300}{24}\right)$$

$$= 2{,}7725 - 0{,}405$$

$$= 2{,}367$$

Jadi persamaan garis linear dari data pada Tabel 2 adalah $R(t) = 2{,}367 + 0{,}0324t$. Sehingga diketahui fungsi permintaan $a = 2{,}367\ m^3/minggu$, $b = 0{,}0324\ m^3/minggu$.

Dari data yang telah diketahui tersebut akan dicari kapan periode pemesanan yang optimal (T) dilakukan dan berapa banyak kayu yang sebaiknya dipesan oleh pihak PT. Hermon Indah agar memperoleh total biaya produksi yang minimum jika dalam 1 periode perencanaan berjalan selama 6 bulan dimulai dari bulan Maret hingga bulan Desember 2016. periode pemesanan yang optimal (T) dapat dicari dengan menggunakan persamaan (10), sehingga diperoleh persamaan (11), kemudian dengan menggunakan bantuan program Maple

$$-\frac{K}{T^2} + \frac{ce^{\theta T}\left(\theta T\left(a-\frac{b}{\theta}+bT\right)-a+\frac{b}{\theta}\right)}{T^2\theta} + \frac{c}{T^2\theta}\left(a-\frac{b}{\theta}\right) - \frac{cb}{2} + \frac{h\left(T\theta e^{\theta T}\left(a-\frac{b}{\theta}+Tb\right)-\left(a-\frac{b}{\theta}\right)(e^{\theta T}-1)\right)}{\theta^2 T^2} - \frac{hb}{2\theta} = 0$$

$$\Leftrightarrow -\frac{500000}{T^2} + \frac{1000000\times e^{0.2\times T}\left(0.2\times T\left(2{,}367-\frac{0{,}0324}{0{,}2}+0{,}0324\times T\right)-2{,}367+\frac{0{,}0324}{0{,}2}+\right)}{T^2 0{,}1} + \frac{1000000}{T^2\times 0{,}2}\left(2{,}367-\frac{0{,}0324}{0{,}1}\right)$$
$$-\frac{1000000\times 0{,}0324}{2} + \frac{50000\left(T\times 0{,}2\times e^{0{,}2\times T}\left(2{,}367-\frac{0{,}0324}{0{,}2}+0{,}0324\times T\right)-\left(2{,}367-\frac{0{,}0324}{0{,}2}\right)(e^{0{,}2\times T}-1)\right)}{0{,}2^2\times T^2} - \frac{50000\times 0{,}0324}{2}\times 0{,}2$$

versi 17, diperoleh nilai T dari persamaan (11) yaitu $T = 1{,}1875805$. Oleh karena nilai T dalam satuan minggu, maka diperoleh selang waktu pemesanan yang optimal adalah 8 hari. Kemudian, dengan menggunakan persamaan (4), jumlah pemesanan kayu optimal dapat di tentukan pada persamaan (12).

$$Q = \frac{1}{\theta}\left[e^{\theta T}\left(a - \frac{b}{\theta} + bT\right) - \left(a - \frac{b}{\theta}\right)\right]$$

$$Q = \frac{1}{0{,}2}\left[e^{0{,}2\times 1{,}1875805}\left(2{,}367 - \frac{0{,}0324}{0{,}2} + 0{,}0324 \times 1{,}1875805\right) - \left(2{,}367 - \frac{0{,}0324}{0{,}2}\right)\right]$$

$$Q = 5\left[e^{0,2375161}\left(2,367 - \frac{0,0324}{0,2} + 0,0324 \times 1,1875805\right) - \left(2,367 - \frac{0,0324}{0,2}\right)\right]$$

$$Q = 5[e^{0,2375161}(2,243477608) - (2,205)]$$

$$Q = 3,199. \quad (12)$$

Sehingga diperoleh dengan dengan selang waktu antar pemesanan selama 8 hari didapatkan jumlah pemesanan bahan baku kayu yang optimal adalah $3,199m^3$. Sisa kayu sebelum bulan maret di perusahaan PT. Hermon Indah sebanyak $2,4m^3$. Kemudian besar biaya yang dikeluarkan tiap kali mengajukan pemesanan dapat dihitung dengan menggunakan persamaan (9) sebagai berikut.

$$B = \frac{K}{T} + \frac{c}{T}\left[\frac{1}{\theta}\left\{e^{\theta T}\left(a - \frac{b}{\theta} + bT\right) - \left(a - \frac{b}{\theta}\right)\right\} - \frac{T}{2}(2a + bT)\right] + \left[\frac{h}{\theta T}\left\{\frac{\left(a - \frac{b}{\theta} + bT\right)}{\theta b}\left(e^{\theta T} - 1\right) - T\left(a - \frac{b}{\theta} + \frac{bT}{2}\right)\right\}\right]$$

$$= \frac{500000}{1,18} + \frac{1000000}{1,18}\left[\frac{1}{0,2}\left\{e^{0,2\times 1,18}\left(2,367 - \frac{0,0324}{0,2} + 0,0324 \times 1,18\right) - \left(2,367 - \frac{0,0324}{0,2}\right)\right\} - \frac{1,18}{2}(2 \times 2,367 + 0,0324 \times 1,18)\right] + \left[\frac{50000}{0,2\times 1,18}\left\{\frac{\left(2,367 - \frac{0,0324}{0,2} + 0,0324\times 1,18\right)}{0,2}\left(e^{0,2\times 1,18} - 1\right) - 1,18\left(2,367 - \frac{0,0324}{0,1} + \frac{0,0324\times 1,18}{2}\right)\right\}\right]$$

$$= 819558,63$$

Diperoleh besar biaya yang harus dikeluarkan tiap kali pemesanan diajukan adalah Rp. 819.559,-. Setelah dilakukan perhitungan data dari PT. Hermon Indah terhadap model yang telah dibentuk dapat disimpulkan bahwa pesanan yang optimal dapat dilakukan dengan interval 8 hari dengan jumlah pemesanan (Q) sebanyak $3,199m^3$ dengan total biaya persediaan barang Rp. 819.559,-.

Hasil dari penerapan model optimasi persediaan EOQ dengan permintaan barang yang cenderung yang meningkat secara linear selanjutnya akan di bandingkan dengan model persediaan EOQ sederhana. Pada model permasalahan EOQ sederhana, asumsi yang di gunakan yaitu tidak adanya bahan yang terbuang selama proses produksi berlangsung dan jumlah permintaan yang konstan. Biaya persediaan minimal selama satu periode perencanaan pada model EOQ sederhana sebagai berikut

$$B(Q) = Dc + \frac{KD}{Q} + \frac{hQ}{2}$$

Kemudian untuk memperoleh nilai Q yang optimal pada model EOQ sederhana dapat menggunakan persamaan $Q = \sqrt{\frac{2DK}{h}}$. Nilai permintaan (D) yang konstan diperoleh dari hasil rata-rata jumlah permintaan bahan baku di PT. Hermon Indah selama bulan Maret-Agustus 2016, diperoleh nilai rata-rata nya adalah $3,168571m^3$ sehingga dapat di cari nilai Q yang optimal sebagai berikut

$$Q = \sqrt{\frac{2DK}{h}}$$

$$Q = \sqrt{\frac{2 \,.3,168571 \,.500000}{50000}}$$

$$= 7,9606$$

Jadi di peroleh jumlah pemesanan bahan baku yang optimal untuk setiap kali pesan adalah $7,9606m^3$. Kemudian interval waktu pemesanan yang optimal (T) adalah sebagai berikut

$$T = \frac{Q}{D}$$

$$T = \frac{7,9606}{3,168571}$$

$$= 2,51 \text{ minggu.}$$

Ditemukan interval waktu pemesanan yang optimal (T) adalah 2,51 minggu, atau 18 hari. Dari data-data yang diketahui, dapat dihitung biaya persediaan yang minimal sebagai berikut

$$B = Dc + \frac{KD}{Q} + \frac{hQ}{2}$$

$$= 3{,}168571\ .\ 1000000 + \frac{500000\ .3{,}168571}{7{,}9606} + \frac{50000\ .7{,}9606}{2}$$

$$= 3.168.571 + 199.015{,}840 + 199.01$$

$$= 3.566.601{,}84$$

Dengan menggunakan model EOQ sederhana, ditemukan pesanan yang optimal dapat dilakukan dengan interval 18 hari dengan jumlah pemesanan (Q) sebanyak $7{,}778m^3$ dengan total biaya persediaan barang Rp. 3.566.601,-.

Model persediaan pada penelitian ini menghasilkan interval waktu pemesanan yang optimal selama 8 hari dengan jumlah pemesanan optimal (Q) sebanyak $3{,}199m^3$ dan total biaya persediaan barang Rp. 819.559,-. Jika dibandingkan dengan hasil perhitungan dengan menggunakan model EOQ sederhana ditemukan waktu pemesanan yg optimal dilakukan dengan interval 18 hari dengan jumlah pemesanan (Q) sebanyak $7{,}9606m^3$ dengan total biaya persediaan barang Rp. 3.566.601,-. Sehingga didapatkan dengan menggunakan model optimasi persediaan EOQ dengan jumlah permintaan barang yang cenderung meningkat secara linear lebih optimal jika dibandingkan dengan menggunakan model persediaan EOQ sederhana.

PENUTUP

Berdasarkan analisis masalah pada persediaan EOQ dengan jumlah permintaan barang yang cenderung meningkat secara linear diperoleh model untuk total biaya persediaan yang optimal sebagai berikut

$$B = B_k + B_s + B_h$$

$$B = \frac{K}{T} + \frac{c}{T}\left[\frac{1}{\theta}\left\{e^{\theta T}\left(a - \frac{b}{\theta} + bT\right) - \left(a - \frac{b}{\theta}\right)\right\} - \frac{T}{2}(2a + bT)\right] + \left[\frac{h}{\theta T}\left\{\frac{\left(a - \frac{b}{\theta} + bT\right)}{\theta}\left(e^{\theta T} - 1\right) - T\left(a - \frac{b}{\theta} + \frac{bT}{2}\right)\right\}\right]$$

Dan untuk menentukan jumlah pemesanan bahan baku yang optimal ditentukan sebagai berikut

$$Q = \frac{1}{\theta}\left[e^{\theta T}\left(a - \frac{b}{\theta} + bT\right) - \left(a - \frac{b}{\theta}\right)\right]$$

Setelah model dibentuk, kemudian model tersebut di simulasikan terhadap data pada PT. Hermon Indah, didapatkan dari hasil simulasi tersebut interval waktu pemesanan yang optimal selama 8 hari dengan jumlah pemesanan optimal (Q) sebanyak $3{,}199m^3$ dengan total biaya persediaan barang Rp. 819.559,-.

DAFTAR PUSTAKA

Aminudin. 2005. *Prinsip-Prinsip Riset Operasi.* Jakarta: Erlangga.

Bronson, R. 1996. Teori dan Soal-Soal Operations Research. Jakarta: Erlangga.

Chaudhuri, K.S. & A. Goswami. 2017. An EOQ Model for Deteriorating Items with Shortages and a Linear Trend in Demand. *Journal of the Operational Research Society,* 42(12): 1105-1110.

Chaudhuri, K.S. & T. Chakrabarti. 1997. An EOQ Model for Deteriorating Items with a Linear Trend in Demand and Shortages in All Cycles. *International Journal of Production Economics*, 49(3): 205-203.

Dumairy. 2012. *Matematika Terapan untuk Bisnis dan Ekonomi.* Yogyakarta: BPFE.

Mahata, G.C. 2011. EOQ Model for Items with Exponential Distribution Deteriorating and Linear Trend Demand under Permissible Delay in Payments. *International Journal of Soft Computing,* 6(3):46-53.

Mojaveri, H.S & Vahid M. 2017. Determination of Economic Order Quantity in a fuzzy EOQ Model using of GMIR Deffuzification. *Indonesian journal of Science & Technology,* 2(1):76-80.

Mulyono, S. 2002. *Riset Operasi.* Jakarta: UI Press.

Purba R. 2012. Penerapan Logika Fuzzy pada Program Linear. *Prosiding Seminar Matematika dan Pendidikan Matematika FMIPA UNY.* Yogyakarta: Universitas Negeri Yogyakarta.

Rangkuti, Freddy. 2004. *Manajemen Persediaan Aplikasi di Bidang Bisnis.* Jakarta: PT. Raja Grafindo Persada.

Singh, S. 2011. An Economic Order Quantity Model for Items Having Linear Demand under Inflation and Permissible Delay. *International Journal of Computer Applications,* 33(9):0975 – 8887.

Siswanto. 2007. *Operation Research Jilid 2.* Jakarta: Erlangga.