PRISMA 1 (2018)
PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika
https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/

Perbandingan Metode *Least Trimmed Square* (LTS) dan *Scale* (S) Pada *Response Surface Methodology*

Ainur Rohmawati, Nur Karomah Dwidayati, Sugiman

Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Semarang, Semarang
ainurrohmawati@students.unnes.ac.id

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk memperoleh estimator optimal antara metode *Least Trimmed Square* (LTS) dan *Scale* (S) dalam mengestimasi model orde dua pada *response surface methodology* (metode permukaan respon). Kedua metode tersebut merupakan metode regresi *robust* yang kekar terhadap adanya *outlier* dalam data. Kriteria pemilihan metode terbaik dilihat berdasarkan nilai R^2 yang terbesar dan nilai *Mean Square Error* (MSE) yang terkecil. Penelitian ini dilakukan dengan menggunakan bantuan *software* SAS 9.1 dan Minitab 16. Hasil penelitian menunjukkan bahwa metode *Least Trimmed Square* (LTS) merupakan metode yang lebih baik dibandingkan metode *Scale* (S) dalam mengestimasi model orde dua pada metode permukaan respon.

Kata Kunci: Metode Permukaan Respon, Regresi Robust, Outlier, Least Trimmed Square, Scale

PENDAHULUAN

Metode permukaan respon (MPR) adalah kumpulan dari teknik-teknik statistika dan matematis yang berguna untuk pemodelan dan analisis permasalahan tentang beberapa variabel bebas yang mempengaruhi variabel respon dan bertujuan untuk mengoptimumkan respon. Metode permukaan respon pertama kali diperkenalkan oleh Box dan Wilson (1951). Metode permukaan respon memiliki peranan penting dalam desain dan formulasi produk baru serta dalam perbaikan desain produk yang sudah ada (Myers *et al*., 2009). Dengan rancangan percobaan dan analisis eksperimen yang cermat, metode permukaan respon berusaha untuk mencari sebuah respon dari sejumlah variabel bebas yang mempengaruhi variabel respon (Box & Draper, 2007).

Ada tiga tahapan utama dalam MPR, yaitu: 1) pengumpulan data, melaui pemilihan strategi rancangan percobaan yang tepat, 2) estimasi parameter pada model/pemodelan data, melalui pemilihan metode pemodelan regresi yang tepat, dan 3) optimasi/analisis permukaan respon, untuk mengidentifikasi pengaturan dari variabel bebas yang mengoptimalkan variabel respon. Pemodelan dalam metode permukaan respon banyak menggunakan fungsi orde dua karena baik dalam memecahkkan permasalahan permukaan respon. Secara umum model orde dua yaitu:

$$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^{k} \beta_i x_i + \sum_{i=1}^{k} \beta_{ii} x_i^2 + \sum_i \sum_j \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \;\; ; i < j \tag{1}$$

Dalam notasi matriks, persamaan (1) dapat dinyatakan sebagai berikut (Montgomery, 2001):

$$\widehat{Y} = \widehat{\beta}_0 + \mathbf{X'b} + \mathbf{X'BX} \tag{2}$$

dengan

$$\mathbf{X}=\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_k \end{bmatrix}, \mathbf{b}=\begin{bmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \vdots \\ \hat{\beta}_k \end{bmatrix}, \mathbf{B}=\begin{bmatrix} \hat{\beta}_{11} & \frac{\hat{\beta}_{12}}{2} & \cdots & \frac{\hat{\beta}_{1k}}{2} \\ & \hat{\beta}_{22} & \cdots & \frac{\hat{\beta}_{2k}}{2} \\ & & \ddots & \vdots \\ \text{sym.} & & & \hat{\beta}_{kk} \end{bmatrix}$$

Metode Kuadrat Terkecil (MKT) merupakan metode yang digunakan untuk mengestimasi parameter dalam persamaan (1). Namun, Metode Kuadrat Terkecil (MKT) sangat peka terhadap adanya penyimpangan asumsi pada data yang karena adanya *outlier*. Adanya *outlier* pada data dapat menyebabkan residual dan varians data menjadi lebih besar serta taksiran interval memiliki rentang yang lebar (Paludi, 2009).

Untuk mengetahui adanya *outlier* dalam data maka dilakukan pengidentifikasian dengan melihat nilai DFFITS dan nilai *Cook's distance* (Candrawati, 2013), sebuah data mengandung *outlier* jika: (1) $|DFFITS|>1$ dan (2) *Cook's Distance* $>\frac{4}{n}$

Dalam mengatasi kelemahan Metode Kuadrat Terkecil maka digunakan regresi *robust* yang dapat menghasilkan model yang tahan terhadap *outlier*. pada penelitian ini metode *Least Trimmed Square* (LTS) dan *Scale* (S) digunakan untuk estimasi parameter model orde dua pada metode permukaan respon dengan asumsi bahwa rancangan percobaan yang digunakan telah memuaskan dan data telah dikumpulkan.

Menurut Rousseeuw (1987) metode *Least Trimmed Square* (LTS) mampu mengatasi *outlier* yang disebabkan baik oleh variabel bebas maupun variabel responnya. Metode *Least Trimmed Square* (LTS) diusulkan oleh Rousseeuw (1987) sebagai alternatif *robust* untuk mengatasi kelemahan metode kuadrat terkecil, yaitu dengan menggunakan sebanyak $h\ (h<n)$ kuadrat residual yang diturunkan nilainya (Suyanti & Sukestiyarno, 2014). Estimasi *Least Trimmed Square* (LTS) diperoleh dengan menyelesaikan:

$$min_{\beta} \sum_{i=1}^{h} (\varepsilon_i^{\ 2}) \qquad (3)$$

dengan $h=\frac{n+p+1}{2}\left(\frac{n}{2}<h<n\right)$ dan $\varepsilon_i^{\ 2}$ merupakan kuadrat residual ke-i, yang diurutkan dari nilai terkecil hingga paling besar; $\varepsilon_1^{\ 2}\le\varepsilon_2^{\ 2}\le\cdots\le\varepsilon_i^{\ 2}\le\cdots\le\varepsilon_h^{\ 2}\le\cdots\le\varepsilon_n^{\ 2}$

Jumlah h menunjukkan sejumlah subset data dengan kuadrat fungsi objektif terkecil. Nilai h akan membangun *breakdown point* yang besar sebanding dengan 50%. Algoritma LTS menurut Rousseuw dan Van Driessen (1999) dalam Willems dan Aelst (2005) adalah gabungan FAST-LTS dan C-*Steps*.

Metode *Scale* (S) pertama kali diperkenalkan oleh Rousseeuw dan Yohai (1984) dan dinamakan Scale karena metode ini berdasarkan pada skala sisaan dari metode M. Metode *Scale* (S) didefinisikan sebagai $\hat{\beta}_s=\min_{\beta}\hat{\sigma}_s(\varepsilon_1,\varepsilon_2,\ldots,\varepsilon_n)$ dengan menentukan nilai estimator skala robust ($\hat{\sigma}_s$) yang minimum dan memenuhi (Susanti *et al*., 2014):

$$min \sum_{i=1}^{n} \rho\left(\frac{y_i - \sum_{j=0}^{k} x_{ij}\beta}{\hat{\sigma}_s}\right) \tag{4}$$

dengan

$$\hat{\sigma}_s = \sqrt{\frac{1}{nK}\sum_{i=1}^{n} w_i \varepsilon_i^{\ 2}} \tag{5}$$

$K = 0{,}199$, $w_i = w_\sigma(u_i) = \dfrac{\rho(u_i)}{u_i^{\ 2}}$ dan dipilih estimasi awal

$$\hat{\sigma}_s = \frac{median\left|\varepsilon_i - median(\varepsilon_i)\right|}{0{,}6745} \tag{6}$$

Pemilihan konstanta 0,6745 membuat $\hat{\sigma}$ suatu estimator yang mendekati tak bias dari σ jika *n* besar dan sisaan berdistribusi normal. Penyelesaian persamaan (4) adalah dengan cara mencari turunannya terhadap β sehingga diperoleh:

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij}\psi\left(\frac{y_i - \sum_{j=0}^{k} x_{ij}\beta}{\hat{\sigma}_s}\right) = 0 \ ; \ j = 0,1,\ldots,k \tag{7}$$

ψ adalah fungsi turunan dari ρ:

$$\psi(u_i) = \rho'(u_i) = \begin{cases} u_i\left[1-\left(\dfrac{u_i}{c}\right)^2\right]^2 & ,|u_i| \le c \\ 0 & ,|u_i| > c \end{cases} \tag{8}$$

dengan w_i merupakan fungsi pembobot *Tukey Bisquare.*

$$w_i(u_i) = \begin{cases} \left[1-\left(\dfrac{u_i}{c}\right)^2\right]^2 & ,|u_i| \le c \\ 0 & ,|u_i| > c \end{cases} \tag{9}$$

$u_i = \dfrac{\varepsilon_i}{\hat{\sigma}_s}$ dan $c = 4{,}685$. Persamaan (7) dapat diselesaikan dengan metode kuadrat terkecil terboboti secara iterasi yang dinamakan IRLS (*Iteratively Reweighted Least Squares*). Dalam menggunakan IRLS, diasumsikan bahwa suatu estimasi awal $\hat{\beta}^0$ dan $\hat{\sigma}_i$ suatu skala estimasi. Untuk *j* parameter, dengan *j* adalah jumlah parameter yang akan diestimasi maka

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} w_i^0 \left(y_i - \sum_{j=0}^{k} x_{ij}\beta^0\right) = 0 \ ; j = 0,1,\ldots,k \tag{10}$$

dalam notasi matriks, persamaan (10) dapat ditulis menjadi

$$\mathbf{X'W_iX\beta = X'W_iY} \qquad (11)$$

dengan W_i adalah matriks berukuran $n \times n$ dengan elemen-elemen diagonal yang berisi pembobot. Persamaan (10) dikenal sebagai persamaan *Weigthed Least Squares* (WLS). Penyelesaian persamaan tersebut akan memberikan estimator untuk $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ yaitu $\hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{(X'W_iX)^{-1}(X'W_iY)}$

Metode *Least Trimmed Square* (LTS) dan *Scale* (S) yang digunakan untuk estimasi parameter model orde dua pada metode permukaan respon dibandingkan untuk memperoleh estimator terbaik dengan dengan kriteria nilai R^2 terbesar dan nilai *Mean Square Error* (MSE) terkecil. Penelitian ini dilakukan menggunakan bantuan *software* SAS 9.1 dan Minitab 16.

METODE

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data penelitian yang dilakukan oleh Zhang, *et al*. pada tahun 2010 yang meneliti *degradation rate of Chloramphenicol* dengan rancangan percobaan *Central Composite Design* (CCD) pada metode permukan respon. Data yang digunakan meliputi satu variabel respon dan tiga variabel bebas. *Chloramphenicol degradation rate* (Y) sebagai variabel respon dan PH(X_1), TiO_2 *concentration* (X_2) dan *Chloramphenicol initial concentration* (X_3) sebagai variabel bebas. Dalam penelitian ini digunakan bantuan *software* SAS 9.1 dan Minitab 16. Adapun langkah-langkah yang dilakukan dalam tahap pemecahan masalah ini adalah:

a) Estimasi model orde dua menggunakan metode metode kuadrat terkecil.
b) Analisis Varian (ANOVA) dan Uji *Lack of Fit*.
c) Mengidentifikasi adanya *outlier* dalam model.
d) Melakukan estimasi model orde dua menggunakan metode LTS dan S.
e) Membandingkan metode terbaik antara metode LTS dan S dengan kriteria R^2 dan MSE.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Dalam penelitian digunakan data *degradation rate of Chloramphenicol* dengan menggunakan rancangan percobaan *Central Composite Design* (CCD). Data selengkapnya dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Data *Degradation rate of Chlorampenicol* (Zhang, *et al*., 2010)

Run	PH (X_1)	TiO_2 (X_2)	CAP (X_3)	X_1	X_2	X_3	Y (%)
1	6,5	1	15	0	0	0	87,42
2	8	1,25	10	1	1	-1	79,81
3	6,5	1	15	0	0	0	87,53
4	6,5	1	15	0	0	0	87,31
5	6,5	1	23,4	0	0	1,68	85,17
6	6,5	1	6,6	0	0	-1,68	85,04
7	4	1	15	-1,68	0	0	84,56
8	6,5	1,42	15	0	1,68	0	81,67

9	8	0,75	20	1	-1	1	79,87
10	8	0,75	10	1	-1	-1	83,69
11	6,5	1	15	0	0	0	87,39
12	5	1,25	20	-1	1	1	85,78
13	9	1	15	1,68	0	0	83,55
14	6,5	1	15	0	0	0	86,86
15	5	0,75	10	-1	-1	-1	85,11
16	5	0,75	20	-1	-1	1	81,37
17	5	1,25	10	-1	1	-1	84,84
18	6,5	1	15	0	0	0	88,81
19	6,5	0,58	15	0	-1,68	0	80,33
20	8	1,25	20	1	1	1	84,26

Estimasi Model Orde Dua Menggunakan Metode Kuadrat Terkecil

Dengan menggunakan bantuan *software* SAS 9.1 diperoleh persamaan model orde dua sebagai berikut:

$$\hat{\mathbf{Y}} = 87{,}5547 - 0{,}8178\,\mathbf{X}_1 + 0{,}5055\,\mathbf{X}_2 - 0{,}1429\,\mathbf{X}_3 - 1{,}2458\,\mathbf{X}_1^{\,2} - 2{,}3260\,\mathbf{X}_2^{\,2} - 0{,}8746\,\mathbf{X}_3^{\,2} - 0{,}4537\,\mathbf{X}_1\mathbf{X}_2 + 0{,}4288\,\mathbf{X}_1\mathbf{X}_3 + 1{,}6187\,\mathbf{X}_2\mathbf{X}_3$$

dengan nilai $R^2 = 95{,}15\%$. Hal ini menunjukkan bahwa variabel bebas sangat kuat dalam menerangkan variabel respon. Selanjutnya dilakukan pengujian hipotesis terhadap persamaan orde dua yang dihasilkan oleh estimasi parameter metode kuadrat terkecil meliputi uji signifikansi dengan analisi varian (ANOVA) dan uji *Lack of Fit*.
Hipotesis dari analisis varian (ANOVA) adalah:

$H_0 : \beta_i = 0, \beta_{ii} = 0, \beta_{ij} = 0$

$H_1 : \beta_i \neq 0$ untuk suatu i, $\beta_{ii} \neq 0$ untuk suatu i, $\beta_{ij} \neq 0$ untuk suatu i atau j

Kriteria pengujiannya yaitu H_0 ditolak apabila $F_h > F_{\alpha,k,n-k-1}$ dan H_0 ditolak apabila $P-Value < 0{,}05$ dengan taraf signifikansi $\alpha = 0{,}05$. Analisis varian dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2. Analisis Varian (ANOVA)

Variasi sumber	Jumlah Kuadrat	Derajat kebebasan	Kuadrat rata-rata	F_h	*P-Value*
Regresi	134,412	9	14,93467	21,97	0,0001
Error atau Sisa	6,796466	10	0,679647		
Total	141,2085	19			

Dari daftar distribusi F dengan dk pembilang$=9$, dk penyebut$=10$ dan $\alpha = 0{,}05$ didapat $F_{tabel} = F_{0{,}05;9;10} = 3{,}02$ Karena $F_h > F_{tabel} = 21{,}97 > 3{,}02$ maka H_0 ditolak, sehingga persamaan yang dihasilkan signifikan atau dengan kata lain ketiga variabel bebas secara bersama-sama mempengaruhi variabel respon.

Nilai *P-Value* dari F_h statistik adalah 0,0001. Karena $P-Value < 0{,}05$ maka H_0 ditolak, sehingga persamaan yang dihasilkan signifikan atau dengan kata lain ketiga variabel bebas secara bersama-sama mempengaruhi variabel respon.

Uji *Lack of Fit* dilakukan untuk mngetahui kecocokan model yang telah diperoleh. Uji *Lack of Fit* ditunjukkan pada Tabel 3.
Hipotesis:

H_0 : Model sesuai (tidak ada *Lack of Fit*)

H_1 : Model tidak sesuai (ada *Lack of Fit*)

dengan taraf signifikansi yang digunakan adalah $\alpha = 0{,}05$. Kriteria pengujiannya yaitu tolak H_0 apabila $F_h > F_t$.

Tabel 3. Uji *Lack of Fit*

Sumber Keragaman	Jumlah Kuadrat	Derajat kebebasan	Kuadrat tengah	F_h
Lack of Fit	4,632333	5	0,926467	2,14
Galat Murni	2,164133	5	0,432837	

Dari daftar distribusi F dengan *dk* pembilang $=5$, *dk* penyebut $=5$ dan $\alpha = 0{,}05$ didapat $F_t = F_{0,05;5;5} = 5{,}05$. Karena $F_h = 2{,}14$ maka $F_h < F_{tabel} = 2{,}14 > 5{,}05$ mengakibatkan H_0 diterima yang berarti model sesuai atau (tidak ada *Lack of Fit*).

Pendeteksian *Outlier*

Dari hasil estimasi parameter menggunakan metode kuadrat terkecil dapat dihitung nilai DFFITS dan *Cook's Distance* untuk mendeteksi adanya *outlier* dalam data. Hasil pendeteksian *outlier* ditunjukkan pada Tabel 4.

Tabel 4. Deteksi *Outlier* dengan DFFITS dan *Cook's Distance*

Data ke-	$\lvert DFFITS \rvert$	*Cook's Distance*	Hasil deteksi
1	0,073289	0,000595	Bukan *Outlier*
2	1,944876	0,348229	*Outlier*
3	0,011259	1,41E-05	Bukan *Outlier*
4	0,135792	0,002028	Bukan *Outlier*
5	0,744138	0,059169	Bukan *Outlier*
6	0,671987	0,048595	Bukan *Outlier*
7	2,269342	0,417475	*Outlier*
8	0,36663	0,014792	Bukan *Outlier*
9	4,051898	0,961073	*Outlier*
10	0,34375	0,013045	Bukan *Outlier*
11	0,090271	0,000901	Bukan *Outlier*
12	0,430471	0,020383	Bukan *Outlier*
13	2,419726	0,457691	*Outlier*
14	0,405838	0,016763	Bukan *Outlier*
15	0,114256	0,001449	Bukan *Outlier*
16	1,869899	0,326125	*Outlier*
17	3,836237	0,905903	*Outlier*
18	0,836002	0,055897	Bukan *Outlier*
19	0,45954	0,023113	Bukan *Outlier*
20	0,057112	0,000362	Bukan *Outlier*

Berdasarkan Tabel 4 diperoleh bahwa data ke-2, data ke-7, data ke-9, data ke-13, data ke-16 dan data ke-17 mengandung *outlier*. Adanya *outlier* mengakibatkan persamaan yang diperoleh tidak dapat digunakan, maka dari itu estimasi parameter dilakukan dengan regresi *robust* yang tahan terhadap adanya *outlier*.

Estimasi Parameter Model Orde Dua Menggunakan Metode *Least Trimmed Square* (LTS)

Estimasi parameter metode *Least Trimmed Square* (LTS) dilakukan dengan menerapkan Algoritma FAST-LTS dan C-*Steps* serta digunakan bantuan *software* Minitab 16. Diperoleh persamaan model orde dua sebagai berikut:

$$\hat{\mathbf{Y}} = 87{,}3062 - 0{,}2657\,\mathbf{X}_1 + 0{,}9151\,\mathbf{X}_2 + 0{,}0038\,\mathbf{X}_3 - 1{,}1727\,\mathbf{X}_1^{\,2} - 2{,}5831\,\mathbf{X}_2^{\,2} - 0{,}8006\,\mathbf{X}_3^{\,2} - 0{,}2033\,\mathbf{X}_1\mathbf{X}_2 + 0{,}738\,\mathbf{X}_1\mathbf{X}_3 + 2{,}5614\,\mathbf{X}_2\mathbf{X}_3$$

Estimasi Parameter Model Orde Dua Menggunakan Metode *Scale* (S)

Estimasi parameter regresi *robust* dengan metode *Scale* (S) dilakukan dengan MKT terboboti secara iterasi yang dinamakan IRLS (*Iteratively Reweighted Least Squares*) dan menggunakan bantuan program Minitab 16. Hasil iterasi estimasi prameter metode *Scale* (S) dapat dilihat pada Tabel 5.

Tabel 5. Iterasi estimasi parameter metode *Scale* (S)

Iterasi	1	2	3	4	5	6	7
$\hat{\sigma}_s$	0,363	0,8685	1,2157	1,2662	1,2706	1,271	1,271
β_0	87,3947	87,5087	87,5358	87,5384	87,5386	87,5386	87,5386
β_1	-0,788	-0,8053	-0,8152	-0,8165	-0,8166	-0,8166	-0,8166
β_2	0,4168	0,4805	0,4968	0,4985	0,4986	0,4986	0,4986
β_3	-0,056	-0,1179	-0,1343	-0,136	-0,136	-0,1361	-0,1361
β_{11}	-1,1968	-1,2319	-1,2406	-1,2415	-1,2416	-1,2416	-1,2416
β_{22}	-2,269	-2,3115	-2,322	-2,3231	-2,3232	-2,3232	-2,3232
β_{33}	-0,8151	-0,8571	-0,8677	-0,8687	-0,8688	-0,8688	-0,8688
β_{12}	-0,4651	-0,4594	-0,455	-0,4544	-0,4543	-0,4542	-0,4542
β_{13}	0,4399	0,4343	0,43	0,4293	0,4293	0,4292	0,4292
β_{23}	1,6027	1,6125	1,6171	1,6178	1,6178	1,6179	1,6179

Berdasarkan beberapa iterasi yang dilakukan, diperoleh persamaan hasil estimasi parameter menggunakan metode *Scale* (S) pada data *degradation rate of Chloramphenicol* yang mengandung *outlier* adalah sebagai beikut:

$$\hat{\mathbf{Y}} = 87{,}5386 - 0{,}8166\,\mathbf{X}_1 + 0{,}4986\,\mathbf{X}_2 - 0{,}1361\,\mathbf{X}_3 - 1{,}2416\,\mathbf{X}_1^{\,2} - 2{,}3232\,\mathbf{X}_2^{\,2} - 0{,}8688\,\mathbf{X}_3^{\,2} - 0{,}4542\,\mathbf{X}_1\mathbf{X}_2 + 0{,}4292\,\mathbf{X}_1\mathbf{X}_3 + 1{,}6179\,\mathbf{X}_2\mathbf{X}_3$$

Perbandingan Metode Terbaik antara Metode *Least Trimmed Square* (LTS) dan *Scale* (S)

Berdasarkan hasil estimasi parameter metode *Least Trimmed Square* (LTS) dan *Scale* (S) nilai R^2 dan *Mean Square Error* (MSE) dari masing-masing metode dapat dilihat pada Tabel 6.

Tabel 6. Nilai R^2 dan *Mean Square Error* (MSE)

Metode	R^2	MSE
LTS	99,61%	0,0746
S	95,32%	0,6249

Nilai R^2 dari metode *Least Trimmed Square* (LTS) lebih besar dibandingkan metode *Scale* (S) dan nilai *Mean Square Error* (MSE) dari metode *Least Trimmed Square* (LTS) lebih kecil dibandingkan metode *Scale* (S). Maka dari itu metode *Least Trimmed Square* (LTS) merupakan estimator yang lebih baik dibandingkan metode *Scale* (S) dalam mengestimasi parameter model orde dua pada metode permukaan respon pada data *degradation rate of Chloramphenicol*.

SIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan dapat diambil kesimpulan bahwa pada regresi *robust* yang digunakan dalam estimasi parameter model orde dua pada metode permukaan respon, metode *Least Trimmed Square* (LTS) merupakan metode yang lebih baik dibandingkan metode *Scale* (S). Hal ini dapat dilihat dari nilai R^2 metode *Least Trimmed Square* (LTS) lebih besar dibandingkan metode *Scale* (S) dan nilai *Mean Square Error* (MSE) metode *Least Trimmed Square* (LTS) yang lebih kecil dibandingkan metode *Scale* (S).

DAFTAR PUSTAKA

Box, G. E. P. & Draper N. R. 2007. *Response Surface, Mixtures and Ridge Analyses (2th* ed.). New York: John Wiley & Sons, Inc.

Candrawati, E. D. & Eni, S. 2013. Perbandingan Penduga Method Of Moment (MM) dan Least Trimmed Square (LTS) dalam Regresi Robust Linier Berganda. *Jurnal Mahasiswa Statistik*, 1(1).

Montgomery, D. C. 2001. *Design and Analysis of Experiments (5th* ed.). New York: John Wiley & Sons, Inc.

Myers, R. H. 2009. *Response Surface Methodology (3th* ed.). Canada: John Wiley & Sons, Inc.

Paludi, S. 2009. *Identifikasi dan Pengaruh Keberadaan Data Pencilan (Outlier)*. Jakarta: Majalah Ilmiah Panorama Nusantara.

Rousseuw, P. J. & Leroy, A. M. 1987. *Robust Regression and Outlier Detection*. New York: John Wiley & Sons, Inc.

Susanti,Y., Pratiwi H., Sulistijowati S., & Liana, T. 2014. M Estimation, S Estimation, and MM Estimation In Robust Regression. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*. 91(3).

Suyanti & Sukestiyarno, YL. 2014. Deteksi Outlier Menggunakan Diagnosa Regresi Berbasis Estimator Parameter Robust. *UNNES Journal of Mathematic*, 3(2).

Willems, G. & Aelst S. V. 2005. Fast and Robust Bootstrap for LTS. *Computational Statistics & Data Analysis*, 48.

Zhang, J., Fu, D., Xu, Y., & Liu, C. 2010. Optimization of Parameters on Photocatalytic Degradation of Chloramphenicol using TiO_2 as Photocatalyist by Response Surface Methodology. *Journal of Environmental Sciences*, 22 (8).