PRISMA 1 (2018)
PRISMA, PROSIDING SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA
https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/

Estimasi Parameter pada Regresi *Spatial Error Model* (SEM) yang Memuat *Outlier* menggunakan *Iterative Z Algorithm*

Yulia Sari, Nur Karomah Dwidayati, Putriaji Hendikawati

FMIPA Universitas Negeri Semarang
yrafari@gmail.com

Abstrak

Analisis regresi spasial merupakan regresi yang melibatkan efek spasial/keruangan untuk memodelkan serta mengetahui seberapa besar variabel-variabel independen mempengaruhi variabel dependen. *Spatial outlier* adalah suatu titik dimana nilai-nilai atribut non-spasialnya berbeda nyata dari titik-titik yang lain. Adanya *outlier* mengakibatkan hasil estimasi parameter menjadi bias, sehingga perlu dilakukan pendeteksian *spatial outlier* salah satunya yaitu dengan menggunakan *Iterative z Algorithm.* Permasalahan yang dikaji dalam penelitian ini adalah mencari estimasi parameter dan menentukan persamaan regresi *Spatial Error Model* (SEM) yang memuat *outlier* menggunakan *Iterative z Algorithm*. Estimasi parameter regresi *Spatial Error Model* (SEM) yang memuat *outlier* dapat dicari dengan menghitung *neighborhood function* dan fungsi pembanding menggunakan *iterative z algorithm*, kemudian dicari fungsi kuadrat *error*nya dan dilakukan uji penduga parameter *unbias*. Hasil penelitian diperoleh estimasi parameter regresi *Spatial Error Model* (SEM) yang memuat *outlier* menggunakan *Iterative z Algorithm* bersifat *unbias.*

Kata Kunci: *Spatial Error Model* (SEM), *Spatial Outlier*, *Iterative z Algorithm*

PENDAHULUAN

Analisis regresi merupakan alat statistik yang banyak digunakan dalam berbagai bidang. Namun pada penerapannya seringkali ditemukan bahwa terdapat pengaruh spasial (lokasi) yang mempengaruhi model. Pengabaian pengaruh spasial dalam model seringkali dapat menyebabkan kesimpulan yang dihasilkan kurang tepat. Oleh karena itu, terdapat analisis regresi yang memperhatikan adanya pengaruh spasial yang disebut dengan analisis regresi spasial. Analisis regresi spasial memungkinkan untuk memperhitungkan ketergantungan antara pengamatan yang satu dengan pengamatan yang lain. Data sampel yang dikumpulkan di suatu daerah atau titik dalam ruang ternyata tidak independen, melainkan bergantung spasial, artinya pengamatan dari suatu lokasi cenderung menunjukkan nilai-nilai mirip dengan pengamatan dari lokasi terdekat.

Ada sejumlah teori yang menjelaskan adanya ketergantungan antara beberapa pengamatan yang saling berdekatan. Salah satunya yaitu Hukum I Geografi yang berbunyi '*everything is related to everything else, but near things are more related than distant things*' (Tobler dalam Lembo, 2013) maksudnya adalah segala sesuatu berhubungan satu sama lain, dan sesuatu yang berada lebih dekat mempunyai hubungan yang erat dibandingkan dengan yang berada lebih jauh. Dalam model regresi spasial terdapat salah satu ciri khas yaitu adanya dependensi (ketergantungan) antar lokasi yang menyebabkan pendugaan model menjadi lebih kompleks. Pengaruh dependensi spasial digambarkan dengan kemiripan sifat dari lokasi yang saling berdekatan. Pada pemodelan dependensi spasial terdapat beberapa model yang terbentuk yaitu *Spatial*

Autoregressive (SAR) yang memiliki dependensi nilai respon antar lokasi, *Spatial Error Model* (SEM) yang memiliki dependensi nilai galat antar lokasi dan model *Spatial With Autoregressive Disturbances* (SARAR) yang memiliki dependensi pada nilai respon dan nilai galat antar lokasi.

Suatu data, termasuk data spasial sering memiliki kondisi yang tidak wajar, yaitu adanya *outlier* pada data tersebut. *Outlier* atau pencilan adalah data yang tidak mengikuti sebagian besar pola dan terlalu jauh dari pusat data (Suyanti, 2014). Salah satu penyebab munculnya *outlier* yaitu karena adanya kesalahan pada saat melakukan pengambilan sampel pada populasi. *Spatial outlier* adalah suatu objek yang tidak konsisten dengan tetangga spasialnya sekalipun nilai-nilai non-spasialnya adalah normal untuk objek lainnya dari kelas yang sama. Pendeteksian *spatial outlier* sangat bermanfaat untuk berbagai bidang di *Geographically Information System* (GIS) seperti ekologi, transportasi, kesehatan masyarakat, klimatologi, pelayanan umum dan lain-lain (Lu, *et al*, 2003). Untuk mendeteksi adanya *spatial outlier*, para ilmuan telah banyak mengembangkan berbagai metode, diantaranya yaitu algoritma pendekatan nilai z (*z algorithm*), *Iterative z algorithm*, *Median algorithm*, dan *Iterative r algorithm*. Menurut penelitian yang dilakukan oleh Lu, *et al* (2003), diperoleh hasil bahwa metode *Iterative z algorithm*, *Median algorithm*, dan *Iterative r algorithm* lebih baik dalam mendeteksi *outlier* pada data spasial daripada metode *z algorithm*. Selain itu, penelitian yang dilakukan oleh Lestari (2011) menyatakan bahwa pendeteksian *spatial outlier* berdasarkan metode *iterative z algorithm* lebih sensitif dan lebih baik.

METODE

Metode penelitian yang digunakan adalah metode studi literatur berbagai sumber yang berkaitan. Dari berbagai sumber pustaka yang dikaji, diperoleh pemecahan masalah yang melalui langkah-langkah sebagai berikut.

1. Tentukan fungsi atribut $f(x_i)$ dari model *Spatial Error Model* (SEM) yang memuat *outlier*.
2. Menghitung *neighborhood function* $g(x_i)$ yaitu penduga titik spasial x_i yang diambil menjadi rata-rata atribut dari semua k tetangga terdekat $(NN_k(x_i))$, ditulis dalam persamaan berikut.
$$g(x_i) = \frac{1}{k} \sum_{x \in NN_k(x_i)} f(x) \tag{1}$$
3. Menghitung fungsi pembanding $h(x_i)$ yang merupakan perbandingan nilai atribut dari tiap titik x_i dengan nilai atribut tetangganya $(NN_k(x_i))$. Fungsi pembanding $h(x_i)$ diambil dari selisih antara $f(x_i)$ dan $g(x_i)$. Berikut persamaannya.
$$h_i = h(x_i) = f(x_i) - g(x_i) \tag{2}$$
Misal μ dan σ menunjukkan rataan sampel dan standar deviasi sampel dari suatu data *set* $\{h_1, h_2, \dots, h_n\}$. Selanjutnya, dihitung nilai absolut y_i untuk $i = 1,2,\dots,n$.
$$y_i = \left|\frac{h_i - \mu}{\sigma}\right| \tag{3}$$

4. Menghitung jumlah kuadrat *error* $(\varepsilon^T \varepsilon)$.
5. Lakukan uji penduga parameter sehingga memenuhi sifat tak bias.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Langkah-langkah untuk mengestimasi parameter pada model regresi *Spatial Error Model* (SEM) yang mengandung *outlier* dengan menggunakan metode *iterative z algorithm* adalah sebagai berikut.

Menentukan Model Regresi *Spatial Error Model* (SEM) yang Memuat *Outlier* yang diperoleh fungsi atribut $f(x_i)$ sebagai berikut.

$$Y = X\beta + u$$

dimana

$$u = \lambda W_2 u + \varepsilon$$

$$\Leftrightarrow \varepsilon = u - \lambda W_2 u$$

$$\Leftrightarrow u = (1 - \lambda W_2)^{-1}\varepsilon$$

diperoleh

$$f(x_i) = Y = X\beta + (1 - \lambda W_2)^{-1}\varepsilon \quad (4)$$

Sehingga diperoleh model regresi *Spatial Error Model* (SEM) yang memuat *outlier* dengan mengasumsikan φ sebagai *outlier* sebagai berikut.

$$f(x_i) = \varphi Y = \varphi X\beta + \varphi(1 - \lambda W_2)^{-1}\varepsilon \quad (5)$$

Untuk menghitung *neighborhood function* $g(x_i)$ yang merupakan rata-rata terboboti dari atribut *non*-spasial untuk semua objek spasial x_i dituliskan menjadi

$$g(x_i) = \frac{1}{k} f(x_i) = k^{-1}(\varphi X\beta + \varphi(1 - \lambda W_2)^{-1}\varepsilon \quad (6)$$

Langkah berikutnya adalah menghitung fungsi pembanding $h(x_i)$ yaitu selisih antara nilai atribut *non*-spasial x_i dengan *neighborhood function* x_i sebagai berikut.

$$h(x_i) = f(x_i) - g(x_i)$$

$$\Leftrightarrow \; h(x_i) = [\varphi X\beta + \varphi(1 - \lambda W_2)^{-1}\varepsilon] - [k^{-1}(\varphi X\beta + \varphi(1 - \lambda W_2)^{-1}\varepsilon]$$

$$\Leftrightarrow \; h(x_i) = (1 - k^{-1})(\varphi X\beta + \varphi(1 - \lambda W_2)^{-1}\varepsilon)$$

$$\Leftrightarrow \; h(x_i) = X\beta(1 - k^{-1})\varphi + (1 - \lambda W_2)^{-1}\varepsilon(1 - k^{-1})\varphi \quad (7)$$

Berdasarkan persamaan (3) dengan μ dan σ dianggap konstanta, maka persamaan (7) dapat dibentuk menjadi

$$\Leftrightarrow \quad Y = X\beta(1 - k^{-1})\varphi + (1 - \lambda W_2)^{-1}\varepsilon(1 - k^{-1})\varphi$$

$$\Leftrightarrow (1 - \lambda W_2)^{-1}\varepsilon(1 - k^{-1})\varphi = Y - X\beta(1 - k^{-1})\varphi$$

$$\Leftrightarrow \quad \varepsilon(1 - k^{-1})\varphi = [Y - X\beta(1 - k^{-1})\varphi][(1 - \lambda W_2)]$$

$$\Leftrightarrow \quad \varepsilon(1 - k^{-1})\varphi = Y(1 - \lambda W_2) - X\beta(1 - k^{-1})\varphi\,(1 - \lambda W_2) \quad (8)$$

Selanjutnya untuk mencari fungsi jumlah kuadrat *error*, maka dilakukan dengan cara meminimumkan fungsi objektif (meminimumkan residual φ) dengan persamaan (9).

$$\sum_{k=1}^{n} \varepsilon\,(1-k^{-1})\varphi = 0 \qquad (9)$$

Berdasarkan persamaan (8), maka persamaan (9) dapat dituliskan dalam persamaan (10).

$$\sum_{k=1}^{n} Y(1-\lambda W_2) - X\beta(1-k^{-1})\varphi\,(1-\lambda W_2) = 0 \qquad (10)$$

Berdasarkan persamaan (8) dan (10), maka fungsi jumlah kuadrat *error* yang memuat *outlier* dapat dibentuk menjadi persamaan (11).

$$SSE = \varepsilon^T \varepsilon$$

$$\Leftrightarrow SSE = [Y(1-\lambda W_2) - X\beta(1-k^{-1})\varphi\,(1-\lambda W_2)]^T[Y(1-\lambda W_2) \\ - X\beta(1-k^{-1})\varphi\,(1-\lambda W_2)]$$

$$\Leftrightarrow SSE = [(1-\lambda W_2)^T Y^T - (1-\lambda W_2)^T (X\beta)^T \left((1-k^{-1})\varphi\right)^T][Y(1-\lambda W_2) \\ - X\beta(1-k^{-1})\varphi\,(1-\lambda W_2)]$$

$$\Leftrightarrow SSE = (1-\lambda W_2)^T Y^T Y(1-\lambda W_2) \\ - (1-\lambda W_2)^T Y^T X\beta(1-k^{-1})\varphi(1-\lambda W_2) \\ - (1-\lambda W_2)^T (X\beta)^T \left((1-k^{-1})\varphi\right)^T Y(1-\lambda W_2) \\ + (1-\lambda W_2)^T (X\beta)^T \left((1-k^{-1})\varphi\right)^T X\beta(1-k^{-1})\varphi(1-\lambda W_2)$$

Untuk meminimumkan persamaan (11) dapat dilakukan dengan cara mencari turunan pertama jumlah kuadrat *error* ($\varepsilon^T \varepsilon$) terhadap β^T. Maka diperoleh persamaan (12).

$$\frac{\partial}{\partial \beta^T} \varepsilon^T \varepsilon = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial}{\partial \beta^T}\Big[(1-\lambda W_2)^T Y^T Y(1-\lambda W_2) - (1-\lambda W_2)^T Y^T X\beta(1-k^{-1})\varphi(1-\lambda W_2) \\ - (1-\lambda W_2)^T (X\beta)^T \left((1-k^{-1})\varphi\right)^T Y(1-\lambda W_2) \\ + (1-\lambda W_2)^T (X\beta)^T \left((1-k^{-1})\varphi\right)^T X\beta(1-k^{-1})\varphi(1 \\ - \lambda W_2)\Big] = 0$$

$$\Leftrightarrow 0 - 0 - (1-\lambda W_2)^T X^T \left((1-k^{-1})\varphi\right)^T Y(1-\lambda W_2) \\ + (1-\lambda W_2)^T X^T \left((1-k^{-1})\varphi\right)^T X\hat{\beta}(1-k^{-1})\varphi(1-\lambda W_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (1-\lambda W_2)^T X^T \left((1-k^{-1})\varphi\right)^T X\hat{\beta}(1-k^{-1})\varphi(1-\lambda W_2)$$
$$= (1-\lambda W_2)^T X^T \left((1-k^{-1})\varphi\right)^T Y(1-\lambda W_2)$$
$$\Leftrightarrow \hat{\beta}[X(1-k^{-1})\varphi - \lambda W_2 X(1-k^{-1})\varphi]^T (X(1-k^{-1})\varphi - \lambda W_2 X(1-k^{-1})\varphi)$$
$$= [X(1-k^{-1})\varphi - \lambda W_2 X(1-k^{-1})\varphi]^T (1-\lambda W_2)Y$$
$$\Leftrightarrow \hat{\beta} = [(X(1-k^{-1})\varphi - \lambda W_2 X(1-k^{-1})\varphi)^T (X(1-k^{-1})\varphi - \lambda W_2 X(1-k^{-1})\varphi)]^{-1}[X(1-k^{-1})\varphi - \lambda W_2 X(1-k^{-1})\varphi]^T (1-\lambda W_2)Y$$
$$\Leftrightarrow \hat{\beta}_{OLS} = [(X(1-k^{-1})\varphi - \lambda W_2 X(1-k^{-1})\varphi)^T (X(1-k^{-1})\varphi - \lambda W_2 X(1-k^{-1})\varphi)]^{-1}[X(1-k^{-1})\varphi - \lambda W_2 X \quad (1-k^{-1})\varphi]^T (1-\lambda W_2)Y \qquad (12)$$

Pada persamaan (12) karena terdapat φ yang merupakan parameter yang memuat *outlier*, dan φ bersifat skalar, maka φ dapat dicari dengan memisalkan $\varphi_i = \psi_i$ sebagai fungsi *influence*, sehingga persamaan (12) dapat diubah menjadi persamaan (13).

$$\hat{\beta}_{OLS} = [(X(1-k^{-1})\psi_i - \lambda W_2 X(1-k^{-1})\psi_i)^T (X(1-k^{-1})\psi_i - \lambda W_2 X(1-k^{-1})\psi_i]^{-1}(X(1-k^{-1})\psi_i - \lambda W_2 X(1-k^{-1})\psi_i)^T (1-\lambda W_2)Y \qquad (13)$$

Menurut Draper dan Smith (1988), fungsi *influence* dari fungsi pembobot dinyatakan sebagai berikut.

$$w_i = w(e_i^*) = \frac{\psi(e_i^*)}{e_i^*} \qquad (14)$$

Dimana e_i^* merupakan residual yang distandarisasi terhadap estimasi simpangan baku ($\hat{\sigma}$), maka diperoleh

$$e_i^* = \frac{e_i}{\hat{\sigma}} \qquad (15)$$

Untuk mendapatkan nilai e_i^*, maka terlebih dahulu menghitung *standard deviation residual* $\hat{\sigma}$. Berdasarkan penelitian Marona, dkk (2006) nilai dari $\hat{\sigma}$ dapat diperoleh dengan menggunakan persamaan (16).

$$\hat{\sigma} = \frac{MAD(e)}{0.6745} \qquad (16)$$

$MAD(x) = med\{|e - med(x)|\}$ dan pemilihan konstanta 0,6745 membuat $\hat{\sigma}$ suatu *estimator* yang mendekati *unbias* dari σ untuk n besar dan *residual* berdistribusi normal (Montgomery, dkk, 2006). Sehingga dari persamaan (8), (15) dan persamaan (16) dapat diubah menjadi

$$e_i^* = \frac{Y(1-\lambda W_2)\left((1-k^{-1})\varphi\right)^{-1} - X\beta(1-\lambda W_2)}{\frac{MAD(x)}{0.6745}} \tag{17}$$

Berdasarkan persamaan (17), maka fungsi pembobot pada persamaan (14) dapat diubah menjadi

$$w_i = \frac{\psi\left(\frac{Y(1-\lambda W_2)\left((1-k^{-1})\varphi\right)^{-1} - X\beta(1-\lambda W_2)}{\frac{MAD(x)}{0.6745}}\right)}{\frac{Y(1-\lambda W_2)\left((1-k^{-1})\varphi\right)^{-1} - X\beta(1-\lambda W_2)}{\frac{MAD(x)}{0.6745}}} \tag{18}$$

Dari proses pembobotan pada persamaan (14) maka diperoleh taksiran yang *unbias*, karena fungsi *influence* telah distandarisasi. Selain itu, dari persamaan (14) dapat juga dinyatakan sebagai berikut.

$$\psi(e_i^*) = w(e_i^*)e_i^* \tag{19}$$

Dengan menuliskan $w(e_i^*) = w_i$ dan $\psi(e_i^*) = \psi_i$ maka diperoleh persamaan (20).

$$\psi_i = w_i e_i^* \tag{20}$$

Sehingga persamaan (13) dapat diubah menjadi

$$\begin{aligned}\hat{\beta}_{OLS} = {} & [(X(1-k^{-1})w_i e_i^* - \lambda W_2 X(1-k^{-1})w_i e_i^*)^T (X(1-k^{-1})w_i e_i^* \\ & - \lambda W_2 X(1-k^{-1})w_i e_i^*)]^{-1} (X(1-k^{-1})w_i e_i^* \\ & - \lambda W_2 X(1-k^{-1})w_i e_i^*)^T (1-\lambda W_2)Y\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Leftrightarrow \hat{\beta}_{OLS} = {} & [(e_i^*(X(1-k^{-1})w_i - \lambda W_2 X(1-k^{-1})w_i))^T (e_i^*(X(1-k^{-1})w_i \\ & - \lambda W_2 X(1-k^{-1})w_i))]^{-1} (e_i^*(X(1-k^{-1})w_i \\ & - \lambda W_2 X(1-k^{-1})w_i))^T (1-\lambda W_2)Y\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Leftrightarrow \hat{\beta}_{OLS} = {} & [(e_i^*)^T(e_i^*)]^{-1}[(X(1-k^{-1})w_i - \lambda W_2 X(1-k^{-1})w_i)^T (X(1-k^{-1})w_i \\ & - \lambda W_2 X(1-k^{-1})w_i)]^{-1} (e_i^*)^T (X(1-k^{-1})w_i \\ & - \lambda W_2 X(1-k^{-1})w_i)^T (1-\lambda W_2)Y\end{aligned}$$

berdasarkan sifat perkalian invers dan transpose skalar yaitu $[(e_i^*)^T(e_i^*)]^{-1} = [(e_i^*)^T]^{-1}$ maka diperoleh

$$\begin{aligned}\Leftrightarrow \hat{\beta}_{OLS} = {} & [(e_i^*)^T]^{-1}(e_i^*)^T[(X(1-k^{-1})w_i - \lambda W_2 X(1-k^{-1})w_i)^T (X(1-k^{-1})w_i \\ & - \lambda W_2 X(1-k^{-1})w_i)]^{-1} (X(1-k^{-1})w_i - \lambda W_2 X(1-k^{-1})w_i)^T (1 \\ & - \lambda W_2)Y\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Leftrightarrow \hat{\beta}_{OLS} = {} & [(X(1-k^{-1})w_i - \lambda W_2 X(1-k^{-1})w_i)^T (X(1-k^{-1})w_i \\ & - \lambda W_2 X(1-k^{-1})w_i)]^{-1} (X(1-k^{-1})w_i - \lambda W_2 X(1-k^{-1})w_i)^T (1 \\ & - \lambda W_2)Y\end{aligned} \tag{21}$$

Langkah terakhir yaitu melakukan uji penduga parameter *unbias*. Pada penelitian ini menggunakan fungsi pembobot *Tukey Bisquare* sebagai berikut.

$$w_i = \begin{cases} \left[1 - \left(\frac{e_i^*}{c}\right)^2\right]^2 & , \quad |e_i^*| \leq c \\ 0 & , \quad |e_i^*| > c \end{cases}$$

Dengan c adalah *tunning constant* yang besarnya $c = 4{,}685$ dan berfungsi sebagai pengatur pembobot pada *outlier* agar $\hat{\sigma}$ sebagai penduga yang mampu mendekati keadaan *unbias*. Selanjutnya akan ditunjukkan estimator $\hat{\beta}$ adalah *unbias*, yaitu jika $E(\hat{\beta}) = \beta$.

$$E(\hat{\beta}) = E[[(X(1-k^{-1})w_i - \lambda W_2 X(1-k^{-1})w_i)^T(X(1-k^{-1})w_i - \lambda W_2 X(1-k^{-1})w_i)]^{-1}(X(1-k^{-1})w_i - \lambda W_2 X(1-k^{-1})w_i)^T(1 - \lambda W_2)Y]$$

$$\Leftrightarrow E(\hat{\beta}) = E[(X(1-k^{-1})w_i - \lambda W_2 X(1-k^{-1})w_i)^{-T}(X(1-k^{-1})w_i - \lambda W_2 X(1-k^{-1})w_i)^T(X(1-k^{-1})w_i - \lambda W_2 X(1-k^{-1})w_i)^{-1}]\, E[(1 - \lambda W_2)Y]$$

$$\Leftrightarrow E(\hat{\beta}) = I.E[(X(1-k^{-1})w_i - \lambda W_2 X(1-k^{-1})w_i)^{-1}]\, E[(1-\lambda W_2)Y]$$

berdasarkan persamaaan (10) dengan memindahkan ruas yaitu

$$(1-\lambda W_2)Y = X\beta(1-k^{-1})w_i(1-\lambda W_2)$$

sehingga diperoleh

$$\Leftrightarrow E(\hat{\beta}) = I.E[((1-\lambda W_2)X(1-k^{-1})w_i)^{-1}]\, E[X\beta(1-k^{-1})w_i(1-\lambda W_2)]$$

$$\Leftrightarrow E(\hat{\beta}) = I.E[((1-\lambda W_2)X(1-k^{-1})w_i)^{-1}((1-\lambda W_2)X(1-k^{-1})w_i)]\,\beta$$

$$\Leftrightarrow E(\hat{\beta}) = I.I.\beta$$

$$\Leftrightarrow E(\hat{\beta}) = \beta$$

Hasil estimasi parameter yang diperoleh dan terbukti merupakan penaksir *unbias* adalah sebagai berikut.

$$\hat{\beta}_{OLS} = [(X(1-k^{-1})w_i - \lambda W_2 X(1-k^{-1})w_i)^T(X(1-k^{-1})w_i - \lambda W_2 X(1-k^{-1})w_i)]^{-1}(X(1-k^{-1})w_i - \lambda W_2 X(1-k^{-1})w_i)^T(1 - \lambda W_2)Y$$

Menurut teori (Lesage, 2009), persamaan yang diperoleh sama seperti bentuk penaksir parameter dari model regresi *Spatial Error Model* (SEM), hanya saja persamaan ini memuat *outlier*. Selain itu, persamaan yang diperoleh memenuhi sifat *unbias* sebagai penduga parameter yang telah dijelaskan dalam teori. Dari persamaan tersebut diketahui bahwa nilai X merupakan variabel dependen, k adalah banyak tetangga masing-masing kabupaten/kota, w_i adalah matriks pembobot, λ adalah parameter koefisien *spatial error*, W_2 adalah matriks pembobot *spatial error*, X adalah variabel independen, dan Y adalah variabel dependen.

SIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan dapat disimpulkan bahwa hasil estimasi parameter pada regresi *Spatial Error Model* (SEM) yang memuat *outlier* menggunakan *iterative z algorithm* adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\hat{\beta}_{OLS} = [&(X(1-k^{-1})w_i - \lambda W_2 X(1-k^{-1})w_i)^T(X(1-k^{-1})w_i \\ &- \lambda W_2 X(1-k^{-1})w_i)]^{-1}(X(1-k^{-1})w_i \\ &- \lambda W_2 X(1-k^{-1})w_i)^T(1-\lambda W_2)Y\end{aligned}$$

DAFTAR PUSTAKA

Lembo, A.J. 2006. *Spatial Autocorrelation.* Cornell University. Faculty.

LeSage, J. & R. Kelly Pace. 2009. Introduction to Spatial Econometrics. *Spatial Demography*, 1(1): 140-145.

Lestari, T.K. 2011. *Metode Iterative z Algorithm dan Weighted z Algorithm Dalam Mendeteksi Outlier Pada Data Spatial*. Thesis. Malang: Universitas Brawijaya.

Lu, C.T., Chen D., & Kou, Y. 2003. Algorithm for Spatial Outlier Detection. *Proceedings of the Third IEEE International Conference on Data Mining*: 0-7695-1978-4/03.

Marona, R.A, Martin, D & Yohai, V.J. 2006. *Robust Statistic: Theory and Methods.* England: John Wiley & Sons Ltd.

Montgomery, D.C., Peck, E.A., & Vining, G.G. 2006. *Introduction to Linier Regression Analysis.* 4th Ed. Canada: John Wiley & Sons.

Suyanti, Sukestiyarno Y.L. 2014. Deteksi Outlier Menggunakan Diagnosa Regresi Berbasis Estimator Parameter Robust. *UNNES Journal of Mathematics*, 3(2): 118-125.