

## **Peranan Kemampuan Abstraksi Peserta Didik dalam Pembelajaran Matematika Melalui Soal *Rich Context* Persamaan Linear Dua Variabel**

**Pika Merliza**

Program Studi Pascasarjana Pendidikan Matematika, Universitas Negeri Yogyakarta  
Jl. P. Legi 34A Papringan, Yogyakarta  
*pikamerlizasoemali@gmail.com*

### **Abstrak**

Kemampuan abstraksi dalam pembelajaran matematika merupakan serangkaian kemampuan untuk menggambarkan konsep matematis dari permasalahan kontekstual. Proses ini sesungguhnya harus dilalui oleh peserta didik dalam kondisi ideal pembelajaran matematika. Untuk mencapai tahapan abstrak tanpa terjadinya lompatan, pendidik harus memberikan *scaffolding* yang *rich context* dari permasalahan kontekstual. *Rich context* yang dimaksud bahwa pendidik dapat mengarahkan peserta didik untuk bisa menemukan beberapa solusi (kaya solusi) dari permasalahan kontekstual yang disediakan. Soal kontekstual yang disajikan dalam tulisan ini merupakan contoh soal persamaan linier dua variabel yang nantinya kita dapat lihat tahapan abstraksi yang bisa dilalui oleh peserta didik. Sehingga, dari tulisan ini pembaca khususnya ditujukan kepada pendidik (guru) dapat memahami pentingnya meningkatkan kemampuan abstraksi oleh peserta didik dan dapat pula mendorong pendidik untuk meningkatkan kemampuan konkretisasi yang dibutuhkan dalam proses abstraksi.

**Keywords:** Kemampuan abstraksi, *rich context*, konkretisasi

### **A. Pendahuluan**

#### **1. Latar Belakang**

Perubahan kurikulum baru (K-13) menjadi tantangan sendiri bagi para profesional di dunia pendidikan Indonesia terutama guru (pendidik). Guru merupakan ujung tombak kesuksesan implementasi kurikulum baru. Di Indonesia, guru tidak lagi berbicara tentang teori pendidikan atau berdiskusi tentang model pembelajaran mana yang akan dianut oleh kurikulumnya. Sudah dilaksanakan dalam tataran yuridis bahwa kurikulum pendidikan matematika di Indonesia difokuskan pada pembelajaran berbasis pemecahan masalah melalui pendekatan pembelajaran kontekstual.

Perubahan paradigma dalam kurikulum Indonesia, nampaknya belum menjamah para guru di Indonesia. Sebagian besar guru di Indonesia masih memiliki pandangan Platonis ataupun pandangan instrumental dalam keyakinannya terhadap matematika dan pembelajaran matematika. Tentunya, karena keyakinan yang dimiliki para guru tersebut akan berakibat pada proses pembelajaran yang dilakukan. Saat seperti inilah, guru khususnya guru matematika selalu dihadapkan dilema pembelajar matematika ditambah lagi perubahan kurikulum yang mengharuskan proses *top-down* terjadi.

Kesuksesan pembelajaran matematika merupakan kombinasi dari seluruh aktor yang terlibat, dalam hal ini termasuk pertimbangan seorang guru untuk mencapai tujuan yang diinginkannya melalui pembelajaran matematika, perannya dalam pembelajaran, peranan peserta didik, perkiraan aktivitas di dalam kelas, pendekatan dan penekanan pembelajaran yang diinginkan, prosedur matematika yang legitimate dan hasil yang dapat diterima dalam pembelajaran matematika.

Dalam proses pembelajaran matematika, guru matematika harus memahami bahwa matematika adalah "*Human Activities*" dan memandang pembelajaran matematika sebagai "*Mathematics is viewed as an activity, a way of working. Learning mathematics means doing mathematics, of which solving everyday life problem is an essential part*" (Gravemeijer, 1994: 91); Sehingga, Julie (2008) menyatakan bahwa peran guru adalah menciptakan aktifitas yang dapat digunakan untuk mendapatkan pengetahuan matematika. Aktivitas abstraksi yang

menciptakan kemampuan abstraksi peserta didik, kemampuan dalam pembelajaran matematika yang merupakan serangkaian kemampuan untuk menggambarkan konsep matematis dari permasalahan kontekstual

Selama ini, simbol matematika yang dipelajari peserta didik sesungguhnya merupakan sesuatu yang kurang atau bahkan tak bermakna. Simbol matematika merupakan simbol yang *meaningless* dan sempit karena hanya bisa dipahami dalam dunia matematika saja. Konsep abstrak inilah yang paling banyak ditemui dalam pembelajaran matematika di sekolah yang membuat peserta didik kurang memaknai pembelajaran bagi kehidupannya. Hal ini didukung pula dengan pandangan guru matematika Indonesia yang sebagian besar masih memiliki pandangan Platonis ataupun pandangan instrumentalis dalam keyakinannya terhadap matematika dan pembelajaran matematika. Tentunya, karena keyakinan yang dimiliki para guru tersebut akan berakibat pada proses pembelajaran yang dilakukan di dalam kelas.

Guru matematika haruslah memiliki pandangan *problem solving* (Beswick, 2011:130), memandang matematika sebagai sesuatu yang dinamik, yaitu ruang penciptaan dan penemuan manusia yang berkembang secara terus menerus di mana pola-pola dimunculkan dan kemudian disaring menjadipengetahuan. Proses abstraksi peserta didik merupakan proses yang penting untuk menciptakan pembelajaran matematika yang bermakna. Namun proses ini tidaklah mudah, membutuhkan peran guru. Guru harus menemukan alur belajar yang terbaik, yang *rich-context* agar tidak terjadi lompatan kognitif oleh peserta didik. Guru sendiri harus melalui proses konkretisasi yang sungguh tidak mudah, pola konsep abstrak yang telah dimiliki guru harus menemukan alur kontekstual yang akan membantu proses abstraksi peserta didik. Disinilah harus disadari bahwa proses abstraksi yang peserta didik sama sulitnya dengan proses konkretisasi yang harus diciptakan oleh pendidik.

## **2. Rumusan Masalah**

- a) Bagaimana proses abstraksi peserta didik terjadi dalam pembelajaran matematika?
- b) Apa pengaruh kemampuan abstraksi peserta didik dalam pembelajaran matematika?

## **3. Tujuan**

- a) Mengetahui proses abstraksi peserta didik dalam pembelajaran matematika yang melibatkan solusi permasalahan kontekstual yang *rich context*.
- b) Mengetahui pengaruh pentingnya kemampuan abstraksi peserta didik dalam pembelajaran matematika .

## **4. Manfaat**

- a) Dengan adanya pengetahuan mengenai proses abstraksi, diharapkan semua pihak yang terkait terutama guru memiliki kemauan belajar bagaimana meningkatkan kemampuan abstraksi peserta didik.
- b) Dengan adanya pengetahuan mengenai proses abstraksi, diharapkan pemerintah mengakomodir ruang bagi guru untuk meningkatkan konsep-konsep konkretisasi untuk menciptakan alur belajar matematika di kelas.

## **B. Pembahasan**

### **Pengertian dan Proses Abstraksi dalam Pembelajaran Matematika**

Istilah abstrak merupakan istilah yang cukup populer dalam dunia matematika. Simbol-simbol yang banyak digunakan dalam matematika kebanyakan disajikan dalam simbol abstrak. Proses abstraksi yang menciptakan kemampuan abstraksi peserta didik dalam dunia matematika seyogyanya merupakan hasil akhir peserta didik dalam memahami konsep matematis. Budiarto (2005) dalam penelitiannya menyatakan bahwa abstraksi adalah sebuah proses dimana siswa mereorganisasikan vertikal terhadap matematika yang telah dikonstruksi sebelumnya menjadi sebuah struktur matematika yang baru

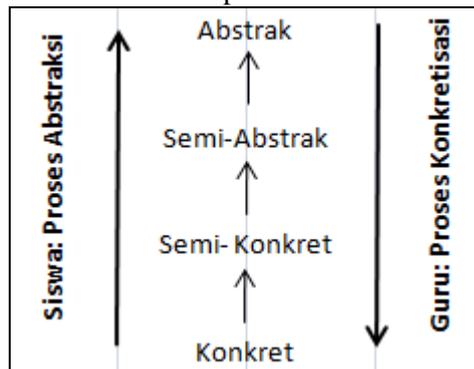
Proses abstraksi sendiri merupakan kombinasi praktek pembelajaran matematika behavioris dan konstruktivist (Sealander, dkk, 2012; Mercer & Miller, 1992). Dengan melibatkan kedua teori tersebut diharapkan, peserta didik lebih memaknai gagasan tentang belajar matematika bermakna yang dikemukakan oleh William Brownell pada awal pertengahan abad duapuluh. Pembelajaran matematika yang bermakna dengan melibatkan proses abstraksi peserta didik, mengarahkan peserta didik aktif menemukan konsep matematis. Pembelajaran dengan meningkatkan kemampuan abstraksi ternyata sangat efektif bila diterapkan terutama bagi peserta

didik yang menghadapi kesulitan belajar matematika. Hal ini sesuai dengan pernyataan Witzel, Riccomini & Schneider (2008) bahwa “*This strategy is especially effective when used to teach individuals with learning disabilities across grade levels and in many different topic areas in mathematics.*” Bahkan Miller & Mercer (1993) menyatakan bahwa “*The goal of mathematics instruction is for lessons to occur in a step-by-step manner, allowing the learner to move from needing concrete manipulatives to solve a problem to a point where they are able to think abstractly through the steps to solve a problem*” Sehingga peningkatan kemampuan abstraksi harus dipahami penting bagi peserta didik dalam keberlangsungan proses pembelajaran matematika. Memang sangat jarang proses abstraksi ini disinggung dalam matematika, bahkan Leron (Dalam Yulianti, 2013: 4) menyatakan bahwa istilah “abstraksi” tidak ditemukan di bagian indeks dari buku-buku teks matematika. Namun, sesungguhnya Plato dan pengikutnya telah mengenal pentingnya proses abstraksi untuk mencapai sebuah kebenaran (Budiarto, 2005: 3).

Sejalan dengan pandangan pentingnya proses abstraksi, Skemp (Mitchelmore & White, 2007) menyatakan bahwa:

*Abstracting is an activity by which we become aware of similarities... among our experiences. Classifying means collecting together our experiences on the basis of these similarities. An abstraction is some kind of lasting change, the results of abstracting, which enables us to recognise new experiences as having the similarities of an already formed class. ... To distinguish between abstracting as an activity and abstraction as its end-product, we shall ... call the later a concept.* Peningkatan proses abstraksi oleh peserta didik bukanlah hal yang mudah, butuh bantuan *scaffolding* yang diberikan guru pada proses pembelajaran. Posisi abstrak sebagian besar guru Indonesia terhadap materi matematika membutuhkan kemampuan konkretisasi untuk menemukan alur belajar agar terjadi proses abstraksi oleh peserta didik.

Berikut gambaran proses abstraksi oleh peserta didik dan konkretisasi guru:



Gambar 1. Sebuah Ilustrasi Proses abstraksi dan konkretisasi  
(Ilustrasi dibuat oleh Sugiman, Dosen UNY, Yogyakarta)

Skema ilustrasi proses abstraksi merupakan tahapan yang persis sama dengan tahapan *iceberg* yang dibuat oleh beberapa ahli RME dan PMRI. Dimana, proses abstraksi peserta didik sebaiknya terjadi secara berurutan (konkret, Semi-konkret, semi-abstrak serta abstrak) walaupun pada kenyataannya peserta didik memiliki kemampuan abstraksi yang berbeda-beda. Pada proses abstraksi pembelajaran matematika, peserta didik diarahkan untuk menggunakan permasalahan kontekstual misalnya gambar dua dimensi (tahapan manipulatif) untuk mewakili konsep yang sama. Pada tahap abstrak, peserta didik diajarkan bagaimana menerjemahkan gambar dua dimensi ke dalam notasi matematika konvensional untuk memecahkan masalah (Miller & Kaffar, 2011). Manipulasi dalam tahap konkret, semi-konkret & semi-abstrak memungkinkan peserta didik untuk merasionalisasi prosedur matematika konseptual menjadi langkah-langkah logis dan definisi yang dimengerti (Witzel, dkk, 2008). Ketika peserta didik menghadapi masalah matematika yang sulit, mereka mampu membangun representasi bergambar untuk membantu dalam menemukan solusi (Witzel, 2005). Disinilah tugas guru, untuk memberikan bantuan (*scaffolding*) agar tidak terjadi lompatan kognitif. Guru harus melalui proses konkretisasi, memiliki kecakapan membuat alur belajar (*learning trajectory*) bagi peserta didik. Lebih lanjut, Soedjadi (2007: 31) mengilustrasikan mengenai alur belajar (*learning trajectory*) seperti pada gambar berikut,



Gambar 2. Sebuah Ilustrasi tentang Alur Belajar

Selanjutnya, Soedjadi (2007) (dalam Nurdin, 2011:1) menjelaskan bahwa secara umum perkembangan kemampuan kognitif anak mulai dengan hal yang konkrit secara bertahap mengarah ke hal yang abstrak. Bagi setiap anak perjalanan dari konkrit ke abstrak dapat saja berbeda. Ada yang cepat dan ada yang lamban sekali. Bagi yang cepat mungkin tidak memerlukan banyak tahapan, tetapi bagi yang tidak cepat, tidak mustahil perlu melalui banyak tahapan. Ketika peserta didik melakukan proses abstraksi maka peserta didik akan melalui proses *discovery-learning* (Sealander, dkk. 2012). Hal ini yang membantu peserta didik melalui proses transisi untuk ada pada level menemukan konsep matematis (Proses Abstraksi).

Menurut (Bryant et al., 2008; Miller & Mercer, 1993), Sejumlah penelitian telah menunjukkan bahwa Proses abstraksi tidak hanya dapat membantu peserta didik dengan kemampuan pencapaian matematika yang rendah tetapi juga anak-anak dengan kesulitan belajar (*learning disabilities*).

Contoh proses konkretisasi tiga orang guru matematika untuk membantu kemampuan abstraksi peserta didik. Mari kita coba bandingkan:

**Soal : Persamaan Linear dua Variabel  $x + y = 4$**

**Guru ke-1:**

Guru A akan mengajar peserta didiknya dengan terlebih dahulu menentukan variabel  $x$  dan  $y$ ; misalnya:

$x$  = banyak satu kaki ayam (2 kaki)

$y$  = banyak satu kaki bebek (2 kaki)

maka, banyak satu kaki ayam dan bebek menjadi  $2 + 2 = 4$  kaki

**Guru ke-2:**

Guru B menyediakan 4 buah permen, para peserta didik diminta menebak permen-permen yang diletakkan guru secara acak di kedua telapak tangannya. Misalnya, guru mengacak permen lalu meletakkan 3 permen di tangan kanan, 1 permen di tangan kiri, dan meminta peserta didik menebak berapa jumlah permen yang terletak di masing-masing tangan si guru B. Lalu menanyakan jumlah permen di kedua tangan.

Tabel 1. Ilustrasi Guru B

Jumlah Tangan Kanan	Jumlah Tangan Kiri	Jumlah Permen
4	0	4
3	1	4
1	3	4
0	4	4
2	2	4

**Guru Ke-3:**

Guru menyediakan sebuah cerita: Ani akan membeli 4 martabak, Jika dia akan memakan bagian dari satu martabak yang dia beli untuk diletakkan di atas piring dan meminta penjual untuk membungkus sisanya menggunakan box.



[sumber gambar : www.google.com]  
Gambar 3. Masalah Konstektual: Martabak

Ada banyak kemungkinan yang muncul dari permasalahan kontekstual di atas.

**Solusi I:**

Guru C melukiskan ke empat martabak di papan tulis, lalu menggambar kotak box dan piring. Lalu guru meminta peserta didik untuk meletakkan kemungkinan berapa potongan yang bisa diletakkan di box dan atau piring. Peserta didik di kelas atau berkelompok menentukan kemungkinan-kemungkinan tersebut.

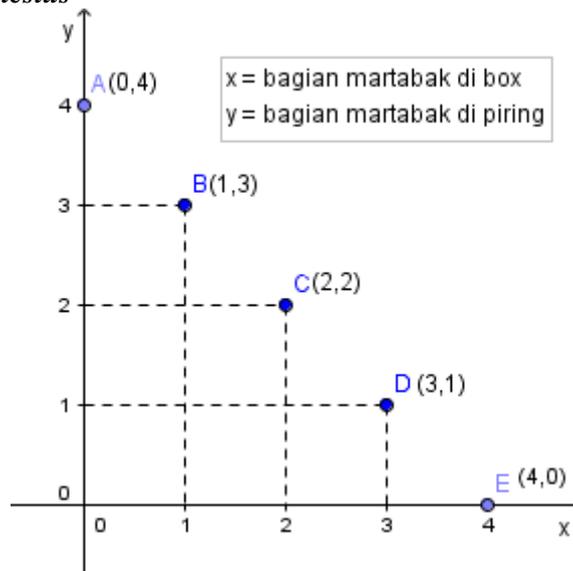
**Solusi II: Menggunakan Tabel**

Guru membuat kesepakatan dengan menggambarkan bahwa  $x$  = bagian martabak di box;  $y$  = bagian martabak di piring. Lalu meminta peserta didik mengisi bagian martabak ke dalam tabel-tabel yang dibayangkan box dan atau piring tersebut.

Tabel 2. Martabak yang diletakkan di Box ( $x$ ) dan di Piring ( $y$ )

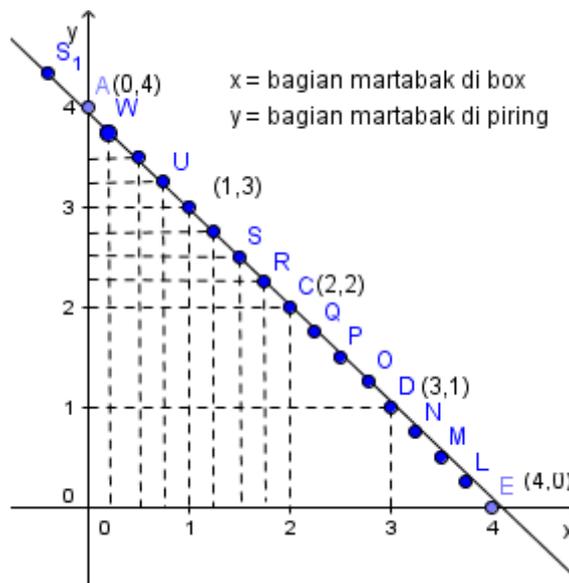
X	Y	Total
3	1	4
4	0	4
2	2	4
0	4	4
...	...	4
...	etc	4

**Solusi III: Grafik Cartesius**



Gambar 3. Grafik Cartesius 1

**Solusi IV: Menggambarkan seluruh kemungkinan di dalam Grafik Cartesius**



Gambar 5. Grafik Cartesius 2

Dari ketiga proses penyelesaian yang disajikan guru pada permasalahan kontekstual diatas, kita bisa mengambil beberapa kesimpulan: Pertama, guru A masih memiliki penyelesaian yang *poor-context*, karena hanya dapat mengiring peserta didik menemukan satu solusi dari banyak kemungkinan solusi yang bisa ditemui peserta didik dalam proses abstraksi. Selanjutnya, guru B sudah memiliki tingkat kreatifitas yang dapat memotivasi peserta didik dalam pembelajaran matematika, namun solusi yang diberikan masih miskin solusi, karena belum bisa menjelaskan bahwa bilangan 4 juga merupakan penjumlahan bilangan pecahan. Sementara, Guru C sudah melewati proses konkretisasi untuk membantu peserta didik mencapai kemampuan abstraksi. Guru C membantu peserta didiknya mencapai proses konsep matematisasi melalui penyajian soal yang *rich-context* (banyak solusi). Pada tahapan solusi IV, guru C membiarkan peserta didik sendiri yang merasa jenuh sehingga sampai pada proses *Embendedd*, tahapan akhir abstraksi, yang menemukan konsep  $x + y = 4$ . Langkah akhir ini, merupakan langkah paling matematika/proses abstraksi. Pada tahapan ini peserta didik tidak hanya tahu bahwa untuk menghasilkan  $x + y = 4$ , mereka tidak hanya bisa mengganti atribut x dan y dengan bilangan bulat saja, tetapi bisa menemukan konsep lain seperti bahwa sebuah garis dapat terbentuk dari kumpulan titik-titik (*Intertwinning*).

Dari permasalahan kontekstual martabak yang disajikan, permasalahan tersebut sudah kaya solusi (*rich context*), namun tetap memiliki keterbatasan. Karena untuk menciptakan bilangan dengan total 4, tidak hanya dengan menjumlah bilangan-bilangan bulat dan pecahan saja tetapi juga menggunakan penjumlahan dan pengurangan bilangan negatif.

Disinilah tugas guru sebenarnya untuk membuat alur belajar, menentukan scaffolding, serta memilih mana pendekatan/strategi yang dapat membantu proses abstraksi peserta didik. Ada banyak pendekatan, pendekatan RME Belanda, CTL, Scientific serta Pendekatan CRA (*Context – Representational - Abstract*).

**C. Kesimpulan dan Saran**

Proses abstraksi merupakan proses yang fundamental dalam penanaman konsep awal matematika. Proses ini menciptakan kemampuan abstraksi matematika yaitu kemampuan menyelesaikan masalah matematika tanpa harus menghadirkan objeknya secara nyata. Untuk menciptakan dan meningkatkan kemampuan abstraksi peserta didik dibutuhkan kemampuan konkretisasi guru untuk menemukan pendekatan yang sesuai untuk menciptakan proses pembelajaran yang efektif yang akan membantu peserta didik meningkatkan kemampuan abstraksinya. Pendekatan yang membelajarkan peserta didik, yaitu pendekatan yang menggunakan paradigma belajar dengan melibatkan paham behavioristik dan konstruktivis.

Gurulah yang menciptakan alur belajar (*learning trajectory*) yang kaya akan konteks (*rich-context*).

Seperti yang sudah disebutkan sebelumnya bahwa proses abstraksi merupakan proses yang penting, didalam proses ini salah satunya guru menyajikan soal kontekstual. Penyajian soal ini bermanfaat untuk meningkatkan motivasi peserta didik dalam pembelajaran matematika dan meminimalisir kecemasan matematika (*mathematics anxiety*) (Wijaya,2012 :22).

Hasil kajian ini membuka peluang untuk dilakukan penelitian mengenai kemampuan abstraksi peserta didik, proses konkretisasi guru, penyelesaian permasalahan matematika dengan banyak solusi (*rich-context*) sekaligus alur belajar matematika (*learning trajectory*). Selain itu, hasil kajian ini diharapkan dapat membuat kita sebagai calon guru dan guru khususnya dalam bidang matematika, untuk terus memperbaiki diri untuk bisa menciptakan alur pembelajaran (*learning trajectory*), pemilihan pendekatan yang tepat untuk membantu peserta didik melalui proses abstraksi tanpa harus melalui lompatan kognitif.

#### **D Daftar Pustaka**

- Beswick, K. 2011. *Teachers' beliefs about school mathematics and mathematicians' mathematics and their relationship to practice*. Journal of Springer. 79:127–147.
- Budiarto, M, T. 2005. *Proses abstraksi siswa smp kelas 1 dalam mengkonstruksi kubus dari rangkaian 6 persegi*. Prosiding Seminar Nasional Penelitian, Pendidikan & Penerapan MIPA 2005. PM-3 Mega Unesa
- Gravemeijer. 1994. *Developing Realistic Mathematics Education*. Utrecht : Kluwer Academic Publishers.
- Julie, Hongki. (2008). *Pembelajaran Struktur dalam Menghitung Banyak Benda di Kelas 1 SD dengan Menggunakan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI)*. Prosiding Konferensi Nasional Matematika XIV, Palembang, Kamis – Minggu, 24 s.d. 27 Juli 2008. Hal. 779 – 784.
- Miller, S. P., & Kaffar, B. J. 2011. Developing addition with regrouping competence among second grade students with mathematics difficulties. *Investigations in Mathematics Learning*, 4, 24-49.
- Miller, S. P., Mercer, C.D., & Dillon, A. S. 1992. CSA: Acquiring and Retraining Math Skills. *Intervention in School and Clinic*, 28, 105-110.
- Miller, S.P., & Mercer, C.D. 1993. Using data to learn about concrete-representational-abstract instruction for students with math disabilities. *Learning Disabilities Research and Practice*, 8, 89-96.
- Nurdin. 2011. Trajektori dalam Pembelajaran Matematika. *Edumatica Volume 01 Nomor 01*. April 2011. Makasar
- Sealander, K. A., Johnson, G.R., Lockwood, A. B., & Medina, C. M. 2012. Concrete-semiconcrete-abstract (CSA) instruction: A decision rule for improving instructional efficacy. *Assessment for Effective Intervention*, 30, 53-65.
- Soedjadi. 2007. *Masalah Kontekstual Sebagai Batu Sendi Matematika Sekolah*. Depdiknas : UNESA
- Wijaya, A. 2012. *Pendidikan Matematika Realistik*. Yogyakarta: Graha Ilmu
- Witzel, B. S. 2005. Using CRA to teach algebra to students with math learning disabilities in inclusive settings. *Learning Disabilities: A Contemporary Journal*, 3(2), 49-60.
- Witzel, B. S., Riccomini, P. J., & Schneider, E. 2008. Implementing CRA with secondary students with learning disabilities in mathematics. *Intervention in School and Clinic*. 43,270- 276.
- Yuliati, Ati. 2013. Penerapan *Concrete-Representational-Abstract* (CRA) Untuk Meningkatkan Kemampuan Abstraksi Matematis Siswa Smp Dalam Pembelajaran Geometri. Bandung: Universitas Pendidikan Indonesia.