Strategi Generalisasi Pola pada Siswa Kelas VII

Mu'jizatin Fadiana

Prodi Pendidikan Matematika FKIP Universitas PGRI Ronggolawe
Jl. Manunggal No 61 ,Tuban
mujizatin000@gmail.com

Abstrak

Pola adalah susunan atau struktur objek yang memiliki keteraturan maupun sifat-sifat yang memungkinkan untuk digeneralisasi. Pola merupakan salah satu konsep utama yang berkontribusi untuk memahami konsep-konsep matematika, mengenali hubungan matematika dan menafsirkannya dengan benar. Oleh karena itu, penting untuk mengetahui strategi yang digunakan siswa dalam menggeneralisasi pola dan bagaimana proses berpikir siswa. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menggambarkan strategi yang dipilih enam siswa kelas 7 dalam menggeneralisasi pola. Subjek penelitian diberikan Tugas Generalisasi Pola (TGP). Hasil pengerjaan siswa dianalisis berkaitan dengan strategi yang dipilih siswa dalam menggeneralisasi pola. Selain itu, wawancara semi-terstruktur juga dilakukan dengan tujuan mengungkap bagaimana siswa berpikir dalam menyelesaikan TGP. Data yang terkumpul diklasifikasikan berdasarkan strategi generalisasi. Hasil penelitian menunjukkan bahwa dalam menyelesaikan tugas generalisasi dalam bentuk pola bilangan empat subjek menggunakan strategi menebak dan mengecek, lima subjek menggunakan strategi eksplisit dan tiga subjek menerapkan strategi kontekstual. Sedangkan dalam menggeneralisasi pola visual, delapan subjek menggunakan strategi eksplisit dan empat subjek menggunakan strategi kontekstual. Dalam melanjutkan pola yang dekat, subjek cenderung menggunakan strategi additif (penambahan) dan mereka lebih suka mencari rumus umum dan menggunakan strategi eksplisit untuk mendapatkan langkah yang jauh

Kata Kunci: Strategi generalisasi, pola

PENDAHULUAN

Matematika dipandang sebagai ilmu pola dan keteraturan (Steen, 1988) dan menentukan pola atau keteraturan adalah salah satu aktivitas yang dilakukan dalam seluruh bidang matematika (Orton, 1999). Menurut Guerrero dan Rivera (2002), pola adalah aturan di antara unsur-unsur objek matematika seperti angka atau bentuk. Pabic dan Mulligan (2005) telah mendefinisikan pola sebagai keteraturan tata ruang atau numerik sedangkan Olkun dan Toluk-ucar (2006) mendefinisikan pola sebagai sistem yang terdiri dari benda-benda atau bentuk yang berulang. Selain itu, menurut Orton dan Orton (1999) pola adalah suatu pendekatan yang mengantarkan pada aljabar. Reys, Suydam, Lindquist dan Smith (1998) berpendapat bahwa pola membantu siswa untuk mengembangkan keterampilan menghitung, menempatkan dalam urutan dan struktur strategi pemikiran mereka. Selain itu pola memiliki peran penting dalam meningkatkan keterampilan penalaran, komunikasi, asosiasi dan pemecahan masalah (Tanıslı dan Özdas, 2009). Pola umumnya pola mencakup tindakan penghitungan, membandingkan, mengklasifikasikan, mengukur, memperkirakan dan membuat simbolisasi dan proses ini membuat kemampuan dan pengetahuan matematika siswa di sekolah menjadi bermakna (Fox, 2005).

Aktivitas yang berkaitan dengan pola sangat penting dalam hal mewujudkan hubungan antara matematika, pemahaman sistem dan logika matematika (Burn, 2000). Selain itu, pola merupakan prasyarat untuk aljabar dan memiliki peran yang signifikan dalam hal pengembangan aljabar (Herbert dan Brown, 1997). Secara umum, kegiatan mencari pola, memperluas pola, membuat generalisasi pola memberikan kontribusi pada keterampilan mengorganisasi data secara sistematis, conjecturing dan generalisasi (Barbosa, Vale dan Palhaders, 2012). Generalisasi yang digambarkan oleh Dorfler (1991) sebagai alat dan komunikasi berpikir adalah salah satu tujuan penting dari pembelajaran matematika (NCTM, 2000). Pola merupakan langkah fundamental dalam pembentukan generalisasi (Hangreaves, Shorrocks dan Threlfall, 1999). Sekaligus pola adalah langkah pertama untuk generalisasi sedangkan generalisasi adalah jantung dari aljabar (Jones, 1993; Hargreaves, Shorrocks-Taylor dan Threlfall, 1998).

Generalisasi dari pola meningkatkan berpikir aljabar siswa dan membangun konsep variabel dan fungsi (Lesley dan Freiman, 2004). Selain generalisasi membantu siswa untuk memahami representasi simbolik dan saling berhubungan dengan pengetahuan aritmatika sebelumnya (Lannin 2005, p.233). Oleh karena itu generalisasi memfasilitasi untuk mengembangkan dari berpikir secara aritmatika ke aljabar formal. Tugas berupa pola memungkinkan individu untuk mengamati dan menggeneralisasi sendiri dan menerjemahkannya secara simbolis. Mencari pola merupakan langkah mendasar untuk membuat generalisasi dan sekaligus acara untuk mendekati aljabar (Mason, Johnston-Wilder dan Graham, 2005; Orton & Orton, 1999; Zazkis dan Liljedahl, 2002). Oleh karena itu generalisasi banyak digunakan oleh peneliti sebagai aktivitas pra-aljabar (Mason, 1996). Dengan demikian pola memiliki peran penting sebagai jembatan yang menghubungkan berpikir aritmatika dengan berpikir secara aljabar formal.

Banyak penelitian menekankan pentingnya pola dalam matematika (Risnick et al, 1987; Rawson, 1993; Zazkis & Liljedahl, 2002; Lannin, 2005; Radford, 2006; Becker & Rivera, 2006; Papic, 2007; Carraher et al, 2008; Amit dan Neria, 2008; Mulligan et al, 2008) dan munculnya strategi yang berbeda-beda yang dipilih oleh siswa dalam menggeneralisasi pola. Menganalisis strategi pola yang dipilih oleh siswa Kelas VII penting untuk dilakukan dalam rangka untuk melihat kesiapan mereka belajar aljabar formal. Sejalan dengan hal ini, dalam Kurikulum 2013 kompetensi siswa dalam mengidentifikasi pola dan menggunakannya untuk menduga aturan umum serta memberikan prediksi harus dikuasai oleh siswa tingkat SMP (Permendikbud no 64, 2013). Demikian juga dalam dokumen *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) (2000:222), salah satu standar aljabar yang harus dikaji dan dikuasai oleh siswa di Kelas VI sampai Kelas VIII adalah memahami pola. Dalam memahami pola, siswa dituntut untuk merepresentasikan, menganaliasis dan menggeneralisasi variasi pola dengan tabel, grafik, kata-kata, dan simbol.

Mengeksplorasi informasi tentang bagaimana siswa membangun pola, proses kognitif siswa dan konstruksi berpikir mereka merupakan hal yang penting untuk diteliti dalam rangka mengembangkan berpikir aljabar siswa. Menjadi kebutuhan tersendiri untuk melakukan penelitian tentang pola dan generalisasi yang dilakukan oleh siswa SMP Kelas VII yang mana mereka akan mempelajari aljabar formal. Dengan kata lain mereka sedang bersiap untuk berubah dari berpikir secara aritmatika Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk menyelidiki strategi yang yang digunakan oleh siswa SMP Kelas VII dalam melakukan generalisasi pola sekaligus untuk menjawab pertanyaan-pertanyaan penelitian berikut:

1. Strategi apa yang digunakan oleh subjek penelitian (Siswa SMP Kelas VII) dalam menggeneralisasi pola?
2. Bagaimana siswa melanjutkan pola untuk yang dekat dan yang jauh?

METODE

Pendekatan kualitatif dipilih sebagai pendekatan dalam penelitian ini. Hal ini dikarenakan untuk mendapatkan jawaban terbaik dari pertanyaan apa dan bagaimana adalah dengan cara menggali secara mendalam pada subjek penelitian. Subjek penelitian adalah 6 siswa Kelas VII SMP. Alasan pemilihan subjek ini adalah siswa telah berada pada tahap operasi formal, yaitu mampu mempertimbangkan dari berbagai sudut pandang secara simultan, mampu melihat aturan, mampu berpikir induktif, serta mampu membuat hipotesis dan siswa belum menerima materi aljabar dan barisan bilangan serta deret bilangan, sehingga kecil kemungkinan subjek akan menggunakan proses dan strategi yang sama pada saat mengerjakan Tes Generalisasi Pola (TGP). 6 siswa dipilih berdasarkan kemampuan matematikanya, yaitu kemampuan matematika tinggi, sedang dan rendah serta tidak bias gender. Semua subjek penelitian berjenis kelamin laki-laki. Selain kemampuan matematika, pemilihan subjek penelitian juga didasarkan pada kemampuan komunikasi siswa. S1 dan S2 adalah subjek dengan kemampuan matematika rendah, S3 dan S4 adalah subjek dengan kemampuan matematika sedang dan S5 dan S6 adalah berkemampuan matematika tinggi.

Instrumen utama dalam penelitian ini adalah peneliti sendiri. Sedangkan instrumen bantu terdiri atas tes generalisasi pola (TGP) dan pedoman wawancara. Wawancara semi-terstruktur dilakukan dengan tujuan menentukan strategi generalisasi pola subjek penelitian dan mengeksplorasi bagaimana subjek berpikir dalam memecahkan masalah ini. Setiap subjek diwawancarai di sekitar 30 menit. Selama wawancara, subjek diminta untuk memecahkan empat masalah pola dan menjelaskan apa jawaban mereka dan bagaimana mereka menemukan jawaban tersebut.

Data yang terkumpul dari jawaban tertulis dan wawancara diklasifikasikan menurut Tabel 1 yang disusun oleh Akkan dan Cakiroglu (2012) dengan merujuk pada strategi generalissai pola dari hasil penelitian sebelumnya (Amit dan Neri, 2008; Ebersbach dan Wilkening, 2007; Garcia-Cruz dan Martion, 1997; Krebs, 2003; Lanin, 2003, 2005; Lannin, Barker dan Townsend, 2006; Ley, 2005; Orton dan Orton, 1999; Rivera dan Becker, 2005; Stacey, 1989; Swafford dan Langrall, 2000; Steele dan Johaning, 2004)

Tabel 1. Strategi Generalisasi Pola

Strategi	Ciri-ciri
Menghitung	Menghitung jumlah komponen yang menyusun suatu pola atau membangun suatu model atau melukiskan gambaran yang menggambarkan situasi untuk menghitung banyaknya komponen pada suku yang ingin dicari.
Mengulang dan menambah	menggunakan suku sebelumnya pada pola untuk menemukan suku berikutnya atau siswa mencoba untuk menemukan selisih antara dua suku dan menambahkan selisih yang diperoleh pada suku terakhir untuk menemukan suku selanjutnya.
Mengalikan dengan selisihnya	Mengalikan dengan selisih antara dua suku. Hal ini umumnya ditemui pada generalisasi hubungan linear. Siswa melihat selisih yang tetap antar suku-suku dan menyatakan n suku sebagai perkalian dari n dengan

	selisihnya
Seluruh obyek atau perbandingan	Termasuk penalaran proporsional dalam memecahkan masalah pola. Menurut Lenin (2003) strategi ini adalah menggunakan sebuah bagian sebagai sebuah unit untuk membangun sebuah unit yang lebih besar dengan menggunakan kelipatan unit.
Menebak dan Mengecek	Mengira-ngira rumus tanpa memperhatikan apakah rumus bekerja atau tidak. Siswa sudah mengenal hubungan aljabar (rumus) yang merepresentasikan situasi masalah akan tetapi tidak memperhatikan validitas rumus selama proses. Konstruksi aljabar umumnya terdiri dari angka dan operasi yang berhubungan dengan situasi masalah.
Kontekstual	Membangun aturan atau formula yang berfokus pada konteks, yaitu informasi berkiatan dengan situasi
Eksplisit	Termasuk generalisasi hubungan antara dua variabel untuk menentukan sebarang nilai. Karena strategi ini memberikan untuk batasan fungsi dengan menggunakan persamaan dan rumus yang dapat digunakan untuk menemukan langkah yang dekat dan langkah yang jauh. Oleh karena itu memungkinkan untuk memperoleh n suku dan menuliskan aturan umum.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Strategi Generalisasi Pola

Contoh Masalah :
Tulislah bentuk aljabar yang sesuai dengan barisan bilangan 1, 5, 9, 13…!
Bilangan berapakah pada langkah ke-13 dari barisan bilangan di atas?

Subjek S2 dan S3 mencoba untuk menuliskan rumus umum tanpa memperhatikan hubungan antara suku dengan nilai dari suku tersebut dan mengecek keakuratan rumus yang ia tulis dengan cara membandingkan bilangan dengan nilai pada sauatu langkah. Akibatnya, mereka tidak mampu untuk menemukan rumus. Meskipun mereka tidak mampu menyatakan secara aljabar, mereka menerapkan strategi Menebak dan Mengecek

S2 : *Disini 1, 5, 9, 13,….maka bertambah empat-empat! Emmm* [dia mengerjakan pertanyaan tapi tidak mampu menemukan rumus] ...[ia terus berpikir] 2n + 3 ... [ia berpikir keras dan mencoba untuk memahami dengan cara mengganti n dengan bilangan]. *2n + 3, dua kali satu adalah dua, dua ditambah tiga adalah lima. Ini terbukti.*

P: *Apa yang Kamu dapatkan dengan kembali pada suku pertama ketika Kamu menulis satu menggantikan n?*

S2: *Satu ... ummm. 4n + 1, empat kali satu empat ditambah satu adalah lima. Ini menghasilkan lima.*

P: *Tapi tadi Kamu mengatakan bahwa Kamu harus menemukan satu.*

S2: *[ia mencoba untuk mendapatkan rumus tetapi tidak dapat menemukannya].*

S3: *[dia mencoba untuk memecahkan pertanyaan dan berpikir untuk sementara waktu]. Sayangnya ... [dia menulis 2n + (n-1) pada kertas]*

P: *Apa yang Kamu lakukan di sini? [n.2 + (n-1)]*

S3: *Saya berpikir berdasarkan lima. Dua kali dua adalah empat, dua minus satu adalah salah satu, jika kita menambahkan satu dengan empat, maka akan memperoleh lima. Namun, ketika saya membuat hal yang sama untuk sembilan, tiga kali dua adalah enam, tiga minus satu adalah dua, enam ditambah dua adalah delapan, bukan sembilan. Dan ternyata tidak cocok.*

Subjek S1 dan S4 memperkirakan pendekatan rumus dengan memperhatikan selisih antar suku dan kemudian mengecek keakuratannya untuk beberapa suku yang pertama. Sehingga mereka mendapatkan rumus umum dari pola dengan menggunakan strategi Menebak dan Mengecek.

S1: *Saya mencoba n + 4 tetapi tidak dapat.*

P: *Ok jika kita menjelaskan hubungannya, Bagaimanakah hubungan yang terdapat pada pola?*

S1: *Ini terus bertambah empat empat.*

P: *Jika kita ingin mengungkapkan dengan menggunakan parameter, apa yang bisa kita tuliskan?*

S1: *Saya menebak saya menemukan ... 4n-3. [Berpikir untuk sementara dan menulis sesuatu]. Iımmm ... misalnya ketika kita diperiksa dengan satu, empat kali satu empat, dikurangi tiga adalah satu, ketika kita memeriksa dengan dua empat kali dua delapan, dikurangi tiga lima ... Maka ini terbukti.*

S4: *n + 4 ... satu ditambah empat lima ... ini benar kan?!*

P: *Apakah itu suku yang pertama?*

S4 : *Ya itu benar.*

P: *Untuk n = 1, apakah itu suku pertama pola?*

S4: *Hmm. Ok, satu. [Ia berpikir untuk sementara]. 4n-3, empat kali satu empat dikurangi tiga adalah satu. Untuk suku pertama, satu kali empat empat, empat dikurangi tiga adalah satu. Berikut adalah salah satu [ia menunjukkan suku pertama dalam pertanyaan]. Untuk suku kedua, dua kali empat delapan, delapan dikurangi tiga lima. Terbukti kan?*

Subjek S5, menyadari hubungan antar suku dan menggunakan hubungan ini ia mengungkapkan rumus umum dari pola. Terlebih proses berpikirnya menunjukkan bahwa ia memiliki pengetahuan konseptual tentang rumus diperoleh. Berikut subjek menggunakan strategi eksplisit ketika membuat generalisasi dari pola.

S5: *Di sini, saya pertama kali mencoba untuk menemukan suku secara umum. Setiap suku bertambah empat empat. Jadi saya menulis 4n. Ketika kita menulis n = 1, empat kali satu adalah empat maka kita mengurangi tiga dan suku pertama adalah satu. Jadi aturan umumnya adalah 4n-3*

P: *Apakah 4n-3 untuk suku secara umum?*

S5 : *Ya.*

P: *Bisakah Kamu menjelaskan proses berpikir yang Kamu gunakan?*

S5 : *Pola meningkatkan empat- empat jadi saya menulis n dekat empat. Kemudian jika itu adalah 4n, untuk mendapatkan satu, yaitu, suku yang pertama kita harus mengurangi tiga dari 4n. Oleh karena itu suku secara umum adalah 4n-3.*

Sementara itu subjek S6 menyelesaikan pola barisan bilangan linier dengan cara menerapkan strategi kontekstual karena S6 mencoba memecahkan masalah dengan menggunakan aturan yang mencakup simbol huruf bukan nilai numerik. S6 mencoba untuk membuat generalisasi melalui menghafal aturan generalisasinya dengan benar. Selain itu subjek S6 mencoba untuk membangun aturan berfokus pada konteks dan hubungan serta memeriksa ketepatannya untuk memastikan. Sehingga dia menggunakan strategi kontekstual juga.

S6 : Saya menjawab pertanyaan dengan dua cara. Pada bagian pertama, saya menemukan suku ke-13 dengan menghitung tetapi agak sulit karena jika suku ke-100 yang diminta saya tidak bisa menghitung satu persatu. Dalam pelajaran matematika waktu di SD dulu, guru matematika saya pernha menunjukkan aturan seperti ini " a + (n-1) k". Di sini, a merupakan suku pertama dan k berarti selisih (beda). Dalam pola ini, beda adalah empat dan suku pertama adalah satu. Ketika kita mengganti a dengan bilangan satu dan k diganti dengan bilangan empat, maka akan kita dapatkan 4n-3.

P: *Seandainya kamu belum tahu aturan atau rumus umunya, bagaimana caramu untuk mendapatkan rumus umum dari pola ini?*

S6 : *Saya mencoba untuk memahami hubungan antar suku-suku.*

S6: *Pertama, saya mencoba untuk memahami bagaimana bilangan-bilangan itu meningkat dan menemukan bahwa selisihnya adalah empat. Jadi saya menulis 4n kemudian saya mengganti satu bukannya n untuk menemukan suku yang pertama. Empat kali satu adalah empat dan saya mengurangi tiga untuk mendapatkan satu karena suku pertama adalah satu. Saya memeriksa rumus umum untuk suku yang kedua, empat kali dua adalah delapan kemudian saya kurangi tiga dari delapan dan memperoleh lima. Saya mengkonfirmasi keakuratan formula dengan memeriksa untuk suku ketiga dan keempat.*

P: *Mengapa kamu mengurangi 4n dengan tiga?*

S6: *Saya menulis angka dalam rumus. Untuk mencari suku yang pertama saya harus mengganti n dengan satu. Jadi empat kali satu empat. Namun,dari sini sini saya harus mendapatkan satu sehingga saya kurangi tiga untuk mendapatkan satu.*

Hasil wawancara terstruktur antara peneliti dengan subjek penelitian yang dipaparkan dalam artikel ini hanya jawaban subjek atas masalah 1 saja. Untuk 3 masalah lainnya strategi yang digunakan oleh keenam subjek dalam menggeneralisasi pola dapat dilihat pada Tabel 2 berikut:

Tabel 2. Strategi-strategi siswa Kelas VII dalam menggeneralisasi pola

Subjek	**Jenis Pola**			
	Barisan Bilangan	**Barisan Bilangan**	**Visual**	**Visual**
S1	Menebak dan Mengecek	Eksplisit	Eksplisit	Eksplisit
S2	Menebak dan Mengecek	Eksplisit	Eksplisit	Eksplisit
S3	Menebak dan Mengecek	Kontekstual	Eksplisit	Kontekstual
S4	Menebak dan Mengecek	Eksplisit	Eksplisit	Kontekstual
S5	Eksplisit	Eksplisit	Eksplisit	Eksplisit
S6	Kontekstual	Kontekstual	Kontekstual	Kontekstual

Melanjutkan pola pada langkah dekat dan langkah jauh

Sebagian subjek fokus pada selisih antar suku dan menemukan suku berikutnya dengan menambahkan selisih pada suku sebelumnya. Yang dimaksud dengan langkah dekat adalah sampai 5 suku atau 6 suku dan subjek lebih memilih menggunakan strategi additif (menambahkan) untuk menemukan hasilnya.

S6: *Ada lima, delapan dan sebelas lingkaran pada tiga langkah pertama. Dari sini saya mengerti bahwa pola terus meningkatkan tiga - tiga. Saya bisa menemukan jumlah lingkaran di langkah kelima dengan menambahkan tiga*.

S5: *Saya memperhatikan jumlah segitiga. Ada satu segitiga di langkah pertama, dua segitiga pada langkah kedua dan tiga segitiga pada langkah ketiga. Karena ada tiga batang korek api di setiap segitiga, maka banyaknya batang korek api pada langkah pertama adalah tiga, langkah kedua adalah enam, langkah ketiga adalah sembilan dan pola berjalan dengan bertambah tiga-tiga. Oleh karena itu terus dalam bentuk 12, 15, 18, 21. Dari sini, terlihat bahwa pada langkah kelima terdapat lima belas batang dan langkah ke enam ada delapan belas.*

Sedangkan untuk sampai 13 suku atau 20 suku dapat dianggap sebagai langkah dekat atau jauh tergantung pada struktur pola. Dalam hal pertanyaan yang kami ajukan dalam penelitian ini kedua langkah dapat dihitung melalui strategi dasar seperti additive (penambahan) atau strategi penemuan seperti eksplisit. Contoh wawancara menunjukkan bahwa beberapa subjek pertama kali adalah menemukan rumus umum dan kemudian dengan menggunakan rumus umum tersebut mencari nilai yang ditanyakan. Sehingga subjek menggunakan strategi eksplisit.

P: *Berapa jumlah di langkah ke tiga belas?*

S6: *Saya mengganti n dengan 13 dalam rumus, empat kali tiga belas dikurangi tiga adalah 49.*

P: *Berapa jumlah batang korek api pada lagkah ke 20 ?*

S3: *Enam puluh*

P: *Dari mana Kamu tahu?*

S3: *Saya kalikan dua puluh dengan tiga karena segitiga memiliki tiga sisi*.

P: *Apakah ada cara yang berbeda?*

S3: *Kita dapat menemukannya dengan cara menggambar, akan tetapi bila yang diminta adalah sampai langkah ke 80, maka saya tidak mungkin untuk menggambarnya. Sehingga lebih mudah pakai rumus*.

Hasil penelitian ini menunjukkan siswa Kelas VII menggunakan strategi generalisasi pola yang berbeda-beda. Mereka umumnya mempunyai kecenderungan untuk menggunakan strategi kontekstual atau eksplisit. Menurut penelitian Akkan dan Cakiroglu (2012) siswa Kelas VII menggunakan strategi kontekstual dan strategi eksplisit dalam menggeneralisasi pola linear. Hasil penelitian ini mendukung hasil penelitian kami tentang strategi yang digunakan siswa dalam generalisasi pola.

Sebagian subjek memfokuskan pada memperoleh rumus umum dan menemukan nilai pada langkah atau suku yang ditanyakan. Selain itu, subjek juga ada yang menggunakan strategi menebak dan mengecek. Hal ini disebabkan subjek tidak dapat melihat hubungan antar suku dan kurang yakin dengan ketepatkan rumus yang sudah mereka temukan. Ada satu subjek lebih suka menggunakan strategi additif (menambahkan) karena ia tidak mampu untuk menemukan rumus umum pola. Dalam penelitian ini subjek biasanya mencoba untuk mendapatkan rumus umum pada awalnya karena mereka percaya dapat menjawab pertanyaan dengan menggunakan rumus umum lebih mudah.

Dalam pola barisan bilangan empat subjek lebih suka menggunakan strategi menebak dan mengecek sedangkan lima dari mereka menggunakan strategi eksplisit. Selain itu, tiga subjek menerapkan strategi kontekstual untuk melakukan generalisasi. Beberapa subjek yang menggunakan strategi menebak dan mengecek tidak dapat menemukan aturan umum pola atau membuat generalisasi sedangkan beberapa dari mereka sudah cukup untuk menemukan rumus umum atau mengungkapkan dengan benar hubungan antar suku dalam bentuk aljabar. Hal ini menunjukkan bahwa ada beberapa siswa kelas VII kurang dalam struktur pengetahuannya karena mereka langsung menebak rumus umumnya, tanpa perlu memikirkan ketepatan rumus.

Dalam pola visual delapan subjek menggunakan strategi eksplisit sedangkan empat subjek menggunakan strategi kontekstual. Dalam jenis pola visual subjek umumnya mempunyai kecenderungan untuk mengubah pola visual ke dalam barisan bilangan (Becker dan Rivera, 2006; Krebs, 2005; Lan Ma, 2007; Orton dan Orton, 1999; Stacey, 1989) dan bekerja dengan bilangan sehingga mereka mengadopsi pendekatan numerik dengan cara menemukan kesetaraan numerik bentuk gambar visual dalam setiap langkah (Becker dan Rivera, 2005, 2006; Garcia-Cruz dan Martinon, 1997; Krebs, 2005; Lan Ma, 2007; Orton dan Orton, 1999; Orton et al., 1999; Stacey, 1989).

Memang benar tidak terlalu banyak perbedaan antara strategi generalisasi yang digunakan dalam barisan bilangan dan pola visual karena mereka menyelesaikan pola visual dengan mengubah menjadi bilangan terurut. Menurut penelitian dari Akkan dan Cakiroglu (2012) siswa lebih berhasil dalam memecahkan pola dalam bentuk barisan bilangan daripada pola visual. Namun, temuan ini tidak tidak kami temukan dalam penelitian kami. Dalam penelitian ini, sebagian besar subjek dapat mengenali dan memahami hubungan antar suku kemudian dapat menemukan rumus umum pola. Namun, beberapa dari mereka tidak mampu membuat generalisasi. Banyak peneliti yang menunjukkan bahwa siswa lebih berhasil dalam masalah pola yang mereka kenal (Feifei, 2005;Lannin, 2005; Orton dan Orton, 1999). Karena itu siswa kelas 7 lebih mengenal pola linear dan jenis pola linier itu sesuai dengan tingkat kognitif siswa Kelas VII. Sehingga memberikan jenis pola linier sangat memungkinkan siswa Kelas VII untuk melakukan generalisasi.

Hasil penelitian ini juga menunjukkan bahwa subjek memilih strategi additif (penambahan) maupun strategi eksplisit untuk menemukan langkah dekat langkah. Jika siswa bisa menemukan rumus umum dari pola maka mereka menerapkan strategi sesuai dengan pilihan mereka tetapi jika mereka tidak dapat menemukan rumus umum , maka mereka cenderung menggunakan strategi additif (penambahan) untuk menemukan langkah yang dekat. Di sisi lain, untuk menemukan langkah yang jauh tidak menggunakan strategi additif (penambahan) karena mereka tahu itu sulit bagi mereka. Karena itu mereka memiliki kesempatan untuk menemukan langkah-langkah dekat dengan menambahkan perbedaan antar suku pada suku sebelumnya dengan menghitung angka dalam urutan. Hasil penelitian ini sejalan dengan dengan temuan dari penelitian Akkan dan Cakiroglu (2012). Secara umum, siswa dalam kecenderungan untuk menggunakan strategi additif (penambahan) untuk mendapatkan langkah yang dekat sedangkan mereka lebih suka mencari rumus umum dan penggunaan strategi eksplisit untuk mendapatkan langkah-langkah yang jauh.

Beberapa subjek tidak berhasil dalam membuat generalisasi yang benar sedangkan beberapa dari mereka cenderung untuk menggunakan aturan hafalan dan pemahaman konseptual yang dimiliki sangat kurang. Sehingga guru harus menggunakan berbagai jenis pola dan strategi- strategi untuk memperkaya pengetahuan siswa dan juga memfokuskan pada kemampuan siswa dalam memahami hubungan antar suku dalam rangka untuk mengembangkan berpikir aljabar siswa.

SIMPULAN

Hasil penelitian menunjukkan bahwa dalam menyelesaikan tugas generalissai dalam bentuk pola barisan bilangan empat subjek menggunakan strategi menebak dan mengecek, lima subjek menggunakan strategi eksplisit dan tiga subjek menerapkan strategi kontekstual. Sedangkan dalam menggeneralisasi pola visual delapan subjek menggunakan strategi eksplisit sedangkan empat subjek menggunakan strategi kontekstual.

Dalam melanjutkan pola yang dekat, subjek cenderung menggunakan strategi additif (penambahan) dan mereka lebih suka mencari rumus umum dan menggunakan strategi eksplisit untuk mendapatkan langkah yang jauh.

DAFTAR PUSTAKA

Akkan Y. and Cakıroğlu U. (2012). Doğrusal ve Đkinci Dereceden Oruntuleri Genellestirme Stratejileri: 6-8. Sınıf Oğrencilerinin Karsılastırılması. Eğitim ve Bilim, 37 (165), 184-194.

Amit, M. and Neria, D. (2008). Rising to the challenge: Using generalization in pattern problems to unearth the algebraic skills of talented pre-algebra students. *ZDM Mathematics Education*, 40, 111-129.

Barbosa, A., Vale, I and Palhares, P. (2012). Pattern Tasks: Thinking Processes Used by 6th Grade Students. Revista Latino *americana de Investigacion en Matematica Educativa*, *15* (3) : 73- 293

Becker, J. R., & Rivera, F. (2006). Sixth graders' fi gural and numerical strategies for generalizing patterns in algebra (1). In S.

Burns, M. (2000). *About teaching mathematics. A-K 8 research* (2nd ed.) Sausaluto, California. CA: Math Solutions Publication.

Carraher, D. W., Martinez, M. V., & Schliemann, A. D. (2008). Early algebra and mathematical generalization. *ZDM Mathematics Education*, *40*, 3-22.

Ebersbach, M. and Wilkening, F. (2007). Children's intuitive mathematics: The development of knowledge about nonlinear growth. *Children Development*, 78, 296-308.

Dorfler, W.: 1991, 'Forms and means of generalization in mathematics', in A.J. Bishop (ed.), Mathematical Knowledge: Its Growth through Teaching, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, pp. 63–85.

Feifei, Y. (2005). "Diagnostic Assessment of Urban Middle School Student Learning of Pre algebra Patterns". Doctoral Dissertation, Ohio State University, USA.

Fox, J. (2005). Child-initiated mathematical patternning in the pre-compulsory years. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.),*Proceeding of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 313-320). Melbourne: PME.

Garcia-Cruz, J. A. and Martinon, A. (1997). Actions and Invariant Schemata in Linear Generalizing Problems. In E. Pehkonen (Ed.*) Proceedings of the 21th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. (pp. 289-296). University of Helsinki.

Guerrero, L., & Rivera A. (2002). Exploration of patterns and recursive functions. In D. S. Mewborn, P. Sztajn, D. Y. White, H.
Hargreaves, M., Shorrocks-Taylor, D., & Th relfall, J. (1999). Children's strategies with number patterns. In A. Orton (Ed.), *Pattern in the teaching and learning of mathematics* (pp. 67-83). London and New York, NY: Cassell.
Herbert, K., & Brown, R. H. (1997). Patterns as tools for algebraic reasoning. *Teaching Children Mathematics*, *3*, 123-128. Krebs, A. S. (2003). Middle grade students' algebraic understanding in a reform curriculum. *School Science and Mathematics*, 103, 233-243.
Krebs, A. S. (2005). Studying students' rea. *Mathematics Teaching in Th e Middle School*, *10*(6), 284-287.
Lan Ma, H. (2007). *The potential of patterning activities to generalization. In J. H. Woo, H. C. Lew, K. S. Park, & D. Y. Seo (Eds.), Proceeding of Th e 31th Conference of the international Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 3, pp. 225- 232). Seoul: PME.*
Lannin, J. (2003). Developing algebraic reasoning through generalization. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 8(7), 342-348.
Lannin, J., Barker, D. and Townsend, B. (2006). Algebraic generalization strategies: factors influencing student strategy selection. *Mathematics Education Research Journal*, 18 (3), 3-28.
Lannin, J. K. (2005). Generalization and justification: The challenge of introducing algebraic reasoning through patterning activities. *Mathematical Thinking and Learning*, 73(7), 231- 258.
Ley, A., F. (2005). "A Cross- Sectional Investigation of Elementary School Students' Ability to Work with Linear Generalizing Patterns: The Impact of Format and Age on Accuracy and Atrategy Shoice". Master Dissertation,Toronto University,Canada.
Lesley, L., & Freiman, V. (2004). Tracking primary students' understanding of patterns. In M. J. Hoines, & A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 415- 422). Bergen, Norway: PME.
Mason, J. (1996), Expressing Generality and Roots of Algebra. In N. Bednarz, C.
Kieran and L. Lee (eds.), *Approaches to Algebra, Perspectives for Research and Teaching* (pp. 65–86). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
Mason, J., Johnston-Wilder, S. and Graham, A. (2005). *Developing Thinking in Algebra*. London: Sage (Paul Chapman).
Mulligan, J. ; Mitchelmore, M.; Kemp, C. & Marston, J. (2008). Encouraging mathematical thinking through patterns and structure: An intervention in the first year of schooling. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 13(8), 10-15.
NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA:NCTM.
Orton, A. (1999). Pattern in the teaching and learning of mathematics. London: Cassel.
Orton, A. & Orton, J. (1999). Pattern and the Approach to Algebra. In A. Orton (Ed.) *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics* (pp. 104–120). Cassell, London.
Orton, J., Orton A. ve Roper T. (1999). Pictorial and practical contexts and the perception of pattern. In A. Orton (Ed.), *Pattern in the teaching and learning of mathematics* (121- 136). London and New York: Cassell.

Papic, M. (2007). Promoting repeating patterns with young children—more than just alternating colours! *Australian Primary Mathematics Classroom,* 12(3), 8-13.

Radford, L. (2006). Algebraic thinking and the generalization of patterns: A semiotic perspective. In S. Alatorre, J. L. Cortina, M.

Reys, R. E., Suydam, M. N., Lindquist M. M., & Smith. N. L. (1998). Helping children learn mathematics (5th ed.). Boston, MA: Allyn and Bacon.

Risnick, L.B. Cauzinille-Marmeche, E. and Mathieu, J. (1987). Understanding algebra. In J. A. Sloboda and D. Rogers (ed), Cognitive processes in mathematics. Oxford: Clarendon Press.

Rivera, F. & Becker, J. (2005). Figural and numerical modes of generalizing in Algebra. *In Mathematics Teaching in the Middle* School, 11(4),198-203.

Steele, D. & Johanning D. I. (2004). A schematic–theoretic view of problem solving and development of algebraic thinking. *Educational Studies in Mathematics*, 57, 65–90.

Swafford, J. O. & Langrall, C. W. (2000). Grade 6 students' pre-instructional use of equations to describe and represent problem situations. *Journal for Research in Mathematics Education, 31*(1), 89–112.

Tall, D. (1992). The Transition to Advanced Mathematical Thinking: Functions, Limits, Infinity and Proof. D. Grouws(Ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 495-514). Macmillan Publishing Company, Newyork.

Tanıslı, D. and Ozdas, A. (2009). The strategies of using the generalizing patterns of primary school 5Th Grade students. *Educational Sciences: Theory and Practice,* 9 (3), 1485-1497.

Zazkis, R. & Liljedahl, P. (2002). Generalization of patterns: The tension between algebraic thinking and algebraic notation. *Educational Studies in Mathematics*, 49, 379-402.