

# **Meningkatkan Kemampuan Komunikasi Matematis Siswa Menggunakan *Problem Based Learning* berbasis *Flexible Mathematical Thinking***

**Retno Kusuma Ningrum**

**Program Pascasarjana, Universitas Negeri Yogyakarta, Yogyakarta**  
Boenga16@gmail.com

## **Abstrak**

Masyarakat Ekonomi ASEAN (MEA) merupakan bentuk realisasi dari integrasi ekonomi negara-negara yang berada dalam kawasan ASEAN. MEA bukan hanya sekedar bertemunya negara-negara ASEAN dalam persaingan ekonomi saja, akan tetapi tantangan terbesar MEA justru berada di sektor jasa dan ketenagakerjaan. Hal ini berarti masyarakat Indonesia harus aktif dan kreatif, membangun citra dan kualitas diri. Salah satu tugas pendidik adalah menyiapkan kompetensi-kompetensi yang harus dimiliki oleh peserta didik dalam usaha menyiapkan diri untuk menghadapi persaingan ketat di dalamnya. Salah satu kemampuan yang penting untuk dimiliki adalah kemampuan komunikasi, dalam hal ini kemampuan komunikasi matematis. Kemampuan komunikasi matematis dapat dilatihkan kepada siswa dalam kegiatan pembelajaran sehari-hari termasuk melalui pembelajaran matematika. Pembelajaran dengan menggunakan *Problem Based Learning* berbasis *Flexible Mathematical Thinking* diharapkan mampu memfasilitasi kemampuan komunikasi matematis siswa sehingga kemampuan komunikasi matematis siswa dapat meningkat.

**Kata Kunci:** Komunikasi matematis, *Problem based learning*, *flexible mathematical thinking*

## **PENDAHULUAN**

Masyarakat Ekonomi ASEAN (MEA) adalah bentuk kawasan integrasi antara Indonesia dan seluruh negara di kawasan ASEAN, atau yang juga dikenal dengan Pasar bebas ASEAN. Bukan hanya dalam lingkup bidang ekonomi saja, berlakunya pasar bebas ASEAN ini memaksa kita untuk menyiapkan diri menghadapi persaingan ketat dalam berbagai bidang lainnya, termasuk dalam bidang jasa dan ketenagakerjaan. Oleh karena itu, kita sebagai pendidik harus mampu menjadi fasilitator bagi para siswa untuk mengembangkan kompetensi-kompetensi penting yang dibutuhkan siswa kita untuk menghadapi tantangan dalam realisasi MEA.

Salah satu kemampuan yang penting dimiliki oleh siswa adalah kemampuan komunikasi. Kemampuan ini menjadi salah satu tujuan dilaksanakannya kegiatan pembelajaran di sekolah. Begitu halnya dalam pembelajaran matematika, kemampuan komunikasi dibutuhkan untuk menyampaikan pemikiran, perluasan pemahaman serta pemahaman konsep matematika dengan cara menulis untuk menjelaskan, memberi alasan serta memproses pemikiran tentang matematika (Cheah, 2007). NCTM mengungkapkan bahwa dengan memikirkan dan mencari alasan tentang matematika, kemudian mengomunikasikannya secara tertulis atau lisan kepada orang lain, berarti siswa telah belajar dengan meyakinkan (NCTM, 2006). Artinya siswa telah mampu membangun pemahaman mereka sendiri atas ide-ide yang telah mereka pelajari. Sejalan

dengan hal tersebut, mengomunikasikan ide atau pengetahuan kepada orang lain membantu siswa merumuskan ide-idenya secara sistematis (Pimm, 1996).

Salah satu upaya yang dapat dilakukan oleh pendidik untuk mengembangkan kemampuan komunikasi matematis siswa antara lain dengan merancang kegiatan pembelajaran yang berpusat pada siswa agar kemampuan komunikasi matematis siswa, baik secara lisan maupun tulisan, dapat terfasilitasi dengan baik. Hal tersebut sejalan dengan pendapat Lee (2006) yang menyatakan bahwa untuk mengembangkan kemampuan komunikasi matematis, yang dapat dilakukan guru adalah mengubah cara berinteraksi siswa dengan pekerjaannya dan siswa lain. Langkah pertama yang harus kita ambil adalah dengan memilih model/strategi pembelajaran yang sesuai dengan tujuan yang ingin dicapai tersebut.

Salah satu model pembelajaran yang sesuai dengan tujuan tersebut adalah *problem based learning* (PBL). PBL merupakan suatu metode pembelajaran yang bercirikan adanya permasalahan nyata yang tidak terstruktur dengan baik sebagai konteks untuk para peserta didik belajar berpikir kritis dan keterampilan memecahkan masalah dan memperoleh pengetahuan (Marsigit, 2013). Selain hal tersebut, PBL dapat dijadikan salah satu sarana untuk melatih kemampuan komunikasi siswa. Hal ini diperkuat oleh pendapat Duch, *et al* (2001); Boud (Savin-Baden & Major, 2004) dan Ali, *et al.* (2010) yang menyatakan bahwa salah satu kemampuan yang dapat dikembangkan dan menjadi fokus dalam pembelajaran dengan PBL adalah kemampuan komunikasi.

PBL erat kaitannya dengan pemecahan masalah. Salah satu kemampuan yang penting dalam proses tersebut salah satunya kemampuan *flexible mathematical thinking*. *Flexible mathematical thinking* atau fleksibilitas berpikir matematis merupakan suatu kemampuan untuk menggeneralisasikan dan mengoneksikan berbagai representasi dari suatu konsep dalam matematika. Star (2006) mengemukakan bahwa fleksibilitas merupakan komponen penting dalam pemahaman matematika. Selanjutnya dijelaskan bahwa seseorang yang memiliki fleksibilitas dalam memecahkan masalah, tidak hanya mengetahui berbagai cara dalam menyelesaikan suatu masalah tetapi juga bagaimana memilih dan mengambil beberapa diantara pendekatan yang diketahui yang merupakan strategi terbaik dari pemecahan masalah itu sendiri. Terlihat bahwa fleksibilitas berpikir identik dengan kemunculan berbagai ide dan interpretasi tentang suatu masalah/kondisi.

PBL erat kaitannya dengan kegiatan diskusi, baik diskusi kelas maupun diskusi kelompok. Aktivitas pembelajaran yang melibatkan kemampuan fleksibilitas matematika siswa dapat menjadi salah satu sarana untuk mengembangkan ide dan pemikiran mereka, sehingga siswa dapat memiliki banyak kesempatan untuk mengomunikasikan ide-ide tersebut dalam kegiatan diskusi. Sugiman (2010) menyatakan bahwa fleksibilitas berpikir matematis merupakan kemampuan yang sangat diperlukan siswa dalam matematika. Namun hasil penelitian yang dilakukan oleh Siswono (2005) menemukan bahwa untuk memunculkan fleksibilitas berpikir siswa membutuhkan waktu yang lama. Oleh karena itu, perlu dilakukan latihan yang berkesinambungan.

Berdasarkan latar belakang tersebut, aktivitas yang memfasilitasi kemampuan *flexible mathematical thinking* dapat dijadikan salah satu pendukung upaya peningkatan kemampuan komunikasi matematis siswa dengan PBL. Dalam makalah ini, selanjutnya akan dikaji lebih lanjut mengenai bagaimana pembelajaran menggunakan PBL berbasis *flexible mathematical thinking* dapat meningkatkan kemampuan komunikasi matematis siswa.

## PEMBAHASAN

### A. Kemampuan komunikasi matematis

Salah satu hal penting dalam proses pembelajaran adalah komunikasi. Untuk mengembangkan pemahaman seseorang terhadap matematika dapat dilakukan dengan cara mengomunikasikan ide dan penalaran matematisnya (NCTM, 2006). Komunikasi didefinisikan sebagai proses untuk mengekspresikan ide-ide matematika dan pemahaman secara lisan, visual dan tertulis dengan menggunakan angka, simbol, grafik, diagram dan kata-kata (Ontario, 2005).

Komunikasi penting dalam pembelajaran matematika, baik secara oral maupun tulisan. Jika siswa fokus dan secara aktif terlibat dalam komunikasi berbentuk oral, berarti mereka sedang memahami ide matematika yang mereka lebih lanjut (Ontario, 2006). Komunikasi tertulis dapat membuktikan bahwa seorang siswa telah memahami suatu konsep matematika yang mereka miliki (Ontario, 2010). Sejalan dengan hal tersebut, dijelaskan oleh Van de Walle (2007) bahwa belajar berkomunikasi dalam matematika membantu perkembangan interaksi dan pengungkapan ide-ide di dalam kelas karena siswa belajar dalam suasana yang aktif. Dapat disimpulkan bahwa kemampuan komunikasi seseorang dapat dilihat dari cara mereka menyampaikan ide-ide yang dimiliki kepada orang lain.

Penilaian kemampuan komunikasi siswa dapat dilakukan dengan mengacu pada standar komunikasi menurut NCTM (2006). Beberapa indikator yang dapat diturunkan dari standar tersebut antara lain: (1) siswa mampu mengorganisasikan dan menggabungkan ide-ide yang dimiliki; (2) siswa mampu mengekspresikan ide yang dimiliki dalam bentuk verbal, lisan maupun tulisan dengan jelas; (3) siswa mampu menganalisis, memahami dan mengevaluasi ide-ide yang ditemui, dalam bentuk verbal, baik dalam bentuk bahasa lisan maupun tulisan; dan (4) siswa mampu menggunakan bahasa maupun simbol matematika untuk mengekspresikan ide-ide yang dimiliki.

Sejalan dengan hal tersebut, Dalam *Ontario Ministry of Education* (2005), disebutkan beberapa kategori dalam kemampuan komunikasi matematis seseorang antara lain : (1) mengekspresikan dan mengorganisasikan ide-ide dan berpikir secara matematis (kejelasan ekspresi, organisasi logis), menggunakan bahasa lisan, visual dan bentuk tertulis (misalkan gambar, grafik, hitungan, bentuk aljabar, materi-materi dalam bentuk konkret); (2) komunikasi untuk audiensi yang berbeda (misalkan siswa lain atau guru) dan tujuan (misalkan menampilkan data, membenarkan penyelesaian dan mengungkapkan pendapat secara matematis) secara lisan, visual dan tertulis; serta (3) menggunakan konvensi, kosakata dan istilah dari matematika (misalkan istilah, simbol) secara lisan visual dan tertulis.

Dalam makalah ini, yang dimaksud dengan kemampuan komunikasi matematis siswa mencakup kemampuan komunikasi tertulis dan lisan. Untuk komunikasi tertulis, aspek dan indikator kemampuan komunikasi matematis siswa yang dikembangkan seperti pada Tabel 1 berikut.

Tabel 1. Aspek kemampuan komunikasi matematis tertulis siswa

No.	Aspek	Indikator Penilaian
1.	Ketepatan penggunaan notasi, kosakata, sketsa atau gambar	1. Menggunakan kosakata dan simbol dengan tepat 2. Menggunakan diagram, grafik, model dan tabel serta diberi keterangan yang tepat dan skala yang sesuai 3. Menuliskan perhitungan dengan tepat
2.	Kesesuaian penulisan langkah penyelesaian dengan masalah	Hasil analisis/ alur berpikir yang dituliskan sesuai dengan permasalahan yang diselesaikan
3.	Keterwakilan penulisan masalah dalam kalimat/notasi matematika	Memuat persamaan aljabar dan pernyataan, diagram, rumus, grafik, model, simbol, notasi, tabel atau notasi-notasi matematika lain yang sesuai

### B. *Problem based learning*

*Problem based learning* (PBL) adalah salah satu model pembelajaran yang berkembang berdasarkan teori belajar Piaget dan Vigotsky yang dikenal dengan teori belajar konstruktivis. Teori belajar ini menekankan aktivitas pembelajaran pada kegiatan siswa dalam membangun pemahaman mereka atas ilmu dan pengetahuan yang tengah mereka pelajari. Hal tersebut sejalan dengan pendapat Levin (2001) yang menyatakan bahwa “*PBL is consistent with constructivist theories of learning that serve as foundations for many teacher education programs*”. Selain itu, Cazola (2008) juga menyatakan bahwa PBL merupakan pembelajaran konstruktivis yang berpusat kepada siswa, melibatkan analisis, pemecahan masalah dan diskusi atas permasalahan yang diberikan. Terlihat bahwa PBL merupakan salah satu model pembelajaran yang memfasilitasi siswa untuk membangun pengetahuan dan melatih kemampuan berpikir mereka.

Pembelajaran dengan PBL ditandai dengan adanya masalah nyata sebagai konteks siswa untuk mempelajari suatu konsep/pengetahuan, yang tidak terstruktur dan berkaitan dengan dunia nyata. Selain itu, PBL juga ditandai dengan aktivitas pembelajaran dalam kelompok-kelompok kecil (Arends & Kilcher, 2010; Uden & Beaumont, 2006). Selain itu, masalah dalam PBL idealnya dapat memfasilitasi siswa dalam mengembangkan kemampuan berpikir kritis dan pemecahan masalah (Uden & Beaumont, 2006; Tan, 2004).

Karakteristik lain dari PBL menurut Barrows & Tamblyn (Savin-Baden & Major, 2004) adalah keterbukaan dan keterlibatan aktif setiap anggota kelompok dalam kegiatan pembelajaran. Kegiatan ini meliputi aktivitas investigasi, eksplorasi permasalahan dan konsep pengetahuan, pengembangan penyelesaian masalah hingga refleksi atas pemahaman konsep/pengetahuan yang sedang mereka pelajari. Dalam kegiatan pembelajaran, siswa harus berpikir secara mendalam serta memikirkan pertanyaan-pertanyaan apa yang harus diajukan pada diri sendiri selama proses pembelajaran (Ajai & Imoko, 2015). Dalam hal ini, guru berperan sebagai fasilitator pembelajaran.

Salah satu ciri khas dalam pembelajaran ini adalah adanya produk dan presentasi. Produk tersebut biasanya berupa hasil belajar serta penyelesaian masalah. Di akhir kegiatan pembelajaran, produk inilah yang akan dipresentasikan sebagai bahan diskusi kelas.

Adapun sintaks pembelajaran dengan PBL menurut Arends (2012) antara lain: (1) orientasi siswa kepada masalah meliputi kegiatan penyampaian tujuan dan motivasi pembelajaran serta deskripsi dari hal-hal penting yang dibutuhkan dalam penyelesaian masalah yang akan diberikan; (2) mengorganisasikan siswa untuk belajar meliputi kegiatan siswa dalam mendefinisikan dan mengorganisasikan tugas belajar yang sesuai dengan masalah yang diberikan; (3) membantu investigasi individu dan kelompok meliputi kegiatan siswa dalam mengumpulkan informasi dan melakukan eksperimen dalam proses penyelesaian masalah; (4) mengembangkan dan mempresentasikan hasil belajar meliputi kegiatan siswa menyiapkan karya atau produk hasil belajar dalam kelompok yang selanjutnya akan dipresentasikan; serta (5) menganalisis dan mengevaluasi proses pemecahan masalah yang meliputi kegiatan refleksi dan evaluasi pembelajaran oleh siswa.

### C. *Flexible mathematical thinking*

*Flexible thinking* atau fleksibilitas berpikir merupakan kemampuan untuk menyelesaikan berbagai permasalahan yang ditemui dengan banyak macam pemikiran dan mudah berpindah dari satu pemikiran ke pemikiran lain (Siswono, 2008). Sejalan dengan hal tersebut, Star (2006) menekankan tentang pengetahuan multiprosedur tentang suatu solusi serta kemampuan untuk memilih prosedur yang tepat. Berdasarkan penjelasan tersebut, dapat kita simpulkan bahwa fleksibilitas berpikir seseorang dapat dilihat dari kemampuannya dalam mengorganisir ulang tugas-tugas serta kemampuan mereka untuk beradaptasi dengan perubahan-perubahan kondisi dalam masalah yang mereka hadapi.

Sejalan dengan hal tersebut, Buzan (2001) dan Elia, *et. al.* (2009) menekankan kaitan antara fleksibilitas berpikir dengan kemampuan melihat permasalahan dari berbagai sudut pandang. Kemampuan inilah yang berpengaruh dalam aktivitas interpretasi ide serta mengkoneksikan permasalahan yang sedang dihadapi dengan pengetahuan-pengetahuan yang telah dimiliki untuk mendapatkan ide/solusi yang efektif untuk menyelesaikan suatu permasalahan.

Dalam pembelajaran matematika, fleksibilitas berpikir menjadi salah satu faktor utama. Fleksibilitas berpikir dalam matematika atau *flexible mathematical thinking* mengacu pada banyaknya variasi yang dimiliki seseorang terkait dengan konsep dan kemampuan matematisnya (Elia, *et al.*, 2009). Kemampuan ini meliputi fleksibilitas koneksi, representasi, konsep dan strategi (Sugiman, 2010). Selain itu, terdapat hal-hal yang berpengaruh terhadap fleksibilitas berpikir matematis seseorang antara lain pemahaman bilangan, angka dan operasi, metakognisi, atribusi, keyakinan, hasil akhir, fakta angka dan estimasi (Heirdsfield & Cooper, 2002).

Kemampuan *flexible mathematical thinking* atau fleksibilitas berpikir matematis seseorang dapat dilihat melalui berbagai aktivitas. Seperti yang diungkapkan oleh Warner, *et al.* (2002) bahwa fleksibilitas berpikir matematis seseorang mengacu pada beberapa bentuk aktivitas antara lain: (1) menginterpretasi ide dengan memberi pertanyaan seputar hal tersebut dan dapat menunjukkan kevalidannya, menggunakan, mengorganisir ulang atau membangun ide tersebut; (2) menggunakan ide yang sama untuk konteks yang berbeda; (3) mengembangkan hipotesis mengenai kondisi permasalahan yang ada berdasarkan pertanyaan “bagaimana jika..”; (4) menggunakan berbagai representasi untuk ide yang sama; serta (5) mengoneksikan representasi yang telah dibuat.

Sejalan dengan hal tersebut, NCTM (2009) memiliki klasifikasi aktivitas lain yang menunjukkan kemampuan *flexible mathematical thinking* seseorang yaitu: (1) mengaplikasikan konsep yang telah dipelajari, melakukan adaptasi dan pengembangan untuk menghadapi masalah baru; (2) mencari dan menghubungkan antar domain, konteks dan representasi matematika yang berbeda; (3) menggunakan pendekatan yang berbeda dengan orang lain untuk menyelesaikan masalah; serta (4) menggeneralisasikan solusi permasalahan dan mengoneksikan dengan permasalahan lain.

Berdasarkan uraian diatas, dapat disimpulkan bahwa terdapat beberapa aktivitas yang berkaitan dengan *flexible mathematical thinking* dalam pembelajaran antara lain: (1) menginterpretasi ide suatu permasalahan dengan menganalisis hubungan antar konsep, konteks dan representasi berbeda tentang suatu permasalahan; (2) mengaplikasikan konsep yang telah dipelajari sebelumnya dalam suatu permasalahan baru; (3) mengadaptasi konsep pemecahan suatu permasalahan untuk menyelesaikan permasalahan dengan konteks yang berbeda; (4) menggunakan beberapa pendekatan yang berbeda untuk menyelesaikan suatu permasalahan; serta (5) menggeneralisasikan solusi permasalahan kedalam lingkup yang lebih luas

#### **D. Meningkatkan kemampuan komunikasi matematis dengan menggunakan *problem based learning* berbasis *flexible mathematical thinking***

Berdasarkan kajian literatur yang telah dilakukan, dapat dikatakan bahwa kemampuan komunikasi matematis merupakan kemampuan yang penting dimiliki oleh siswa dalam pembelajaran matematika. Dengan mengomunikasikan ide/gagasan dan konsep matematika yang mereka miliki, siswa dapat menanamkan dengan kuat konsep-konsep tersebut dalam pikirannya sendiri. Mengomunikasikan pemikiran, ide atau gagasan yang mereka miliki berarti mereka sedang melakukan refleksi kembali gagasan/ide yang mereka miliki untuk dikembangkan menjadi pengetahuan yang lebih baik. Bentuk komunikasi ini dapat berupa komunikasi lisan maupun tulisan.

Mengingat pentingnya kemampuan komunikasi matematis, hendaknya pembelajaran matematika di sekolah mulai diarahkan untuk memfasilitasi pengembangan kemampuan tersebut bagi siswa. Salah satu upaya yang dapat dilakukan adalah dengan menggunakan model-model pembelajaran yang dapat mengakomodasi kemampuan ini. Hal tersebut sejalan dengan pendapat Lee (2006) yang menyatakan bahwa untuk mengembangkan kemampuan komunikasi matematis, yang dapat dilakukan oleh guru adalah mengubah cara siswa berinteraksi dengan pekerjaannya dan siswa lain, memberi siswa lebih banyak masalah yang menantang untuk dipecahkan dan meminta siswa untuk mengekspresikan ide-idenya baik dengan lisan maupun tulisan.

*Problem based learning* (PBL) merupakan model pembelajaran yang berpusat kepada siswa dengan menggunakan masalah yang tidak terstruktur dan nyata sebagai konteks bagi siswa untuk membangun pengetahuan/konsep serta melatih kemampuan pemecahan masalah siswa. Erat kaitannya dengan pemecahan masalah, salah satu kemampuan yang penting dan sangat dibutuhkan dalam proses tersebut adalah kemampuan *flexible mathematical thinking*. *Flexible mathematical thinking* merupakan kemampuan untuk memikirkan dan mengoneksikan berbagai konsep/pengetahuan serta strategi yang tepat untuk menyelesaikan berbagai permasalahan. Kemampuan ini berkaitan langsung dengan bagaimana seseorang memikirkan berbagai alternatif solusi permasalahan dan menentukan yang terbaik. Beberapa aktivitas diidentifikasi sebagai indikator bahwa seseorang telah memiliki kemampuan *flexible mathematical thinking*.

Salah satu cara untuk menumbuhkembangkan kemampuan ini adalah dengan melakukan aktivitas-aktivitas tersebut dalam kegiatan pembelajaran.

Duch, *et al.* (2001); Boud (Savin-Baden & Major, 2004) dan Ali, *et al.* (2010) menyatakan bahwa *problem based learning* merupakan salah satu model pembelajaran yang berfokus pada pengembangan kemampuan komunikasi. Pembelajaran yang berpusat pada siswa dan diskusi kelompok serta diskusi kelas memberikan banyak kesempatan bagi siswa untuk mengomunikasikan ide/gagasan, pengetahuan dan pemikiran mereka. Selain itu, kegiatan menyiapkan produk hasil belajar serta mempresentasikannya didepan kelas juga menjadi salah satu sarana untuk pengembangan kemampuan komunikasi matematis siswa baik secara lisan maupun tulisan. Sejalan dengan hal tersebut, hasil penelitian Awang & Daud (2015) dan Abdullah, *et al.* (2010) menunjukkan bahwa PBL dapat meningkatkan kemampuan komunikasi matematis siswa.

Model pembelajaran PBL dapat dikembangkan dengan menyisipkan aktivitas *flexible mathematical thinking* didalamnya. Hal ini bertujuan untuk mengoptimalkan kegiatan-kegiatan dalam setiap fase kegiatan dalam pembelajaran dengan PBL. Kegiatan pembelajaran dengan PBL identik dengan aktivitas diskusi, baik secara kelompok maupun diskusi kelas. Aktivitas-aktivitas yang melibatkan kemampuan *flexible mathematical thinking* memfasilitasi keluasan ide dan pemikiran siswa sehingga dalam kegiatan diskusi selama pembelajaran menggunakan PBL siswa memiliki ide, sudut pandang, interpretasi masalah dan pemikiran yang beragam untuk dikomunikasikan. Dengan kata lain, pembelajaran yang melibatkan aktivitas *flexible mathematical thinking* dapat menjadi salah satu sarana yang memudahkan siswa untuk mengomunikasikan banyak hal yang selama kegiatan pembelajaran berlangsung. Adapun hasil sintesis sintaks PBL dengan *flexible mathematical thinking* tertulis dalam Tabel 2.

Tabel 2. Sintaks PBL berbasis *Flexible Mathematical Thinking*

Sintaks	Deskripsi kegiatan berdasarkan aktifitas <i>flexible mathematical thinking</i>
1. Orientasi siswa pada masalah	
2. Mengorganisasikan siswa untuk belajar	Siswa menginterpretasi ide dalam suatu permasalahan dengan menganalisis hubungan antar konsep, konteks dan representasi berbeda tentang suatu permasalahan yang diberikan dan mengidentifikasi konsep/ garis besar langkah penyelesaian permasalahan.
3. Membantu investigasi individu dan kelompok	Siswa menginterpretasi ide dalam suatu permasalahan dengan menganalisis hubungan antar konsep, konteks dan representasi berbeda tentang suatu permasalahan dalam bentuk identifikasi permasalahan secara mendetail. Siswa diarahkan untuk memahami konsep yang berhubungan dengan permasalahan yang diberikan di awal pembelajaran dan diarahkan untuk menggunakan beberapa pendekatan yang berbeda untuk menyelesaikan suatu permasalahan yang sesuai dengan konsep yang dipelajari.

Sintaks	Deskripsi kegiatan berdasarkan aktifitas <i>flexible mathematical thinking</i>
	Selanjutnya siswa mengaplikasikan konsep yang telah dipelajari sebelumnya dalam permasalahan awal yang diberikan.
4. Mengembangkan dan mempresentasikan hasil pembelajaran	Siswa mengadaptasi konsep pemecahan permasalahan tertentu untuk menyelesaikan permasalahan dengan konteks yang berbeda, dalam hal ini permasalahan yang diberikan diawal pembelajaran secara utuh.
5. Menganalisis dan mengevaluasi proses pemecahan masalah.	Siswa diarahkan untuk menggeneralisasikan solusi permasalahan ke dalam lingkup yang lebih luas

## SIMPULAN

Berdasarkan kajian literatur yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa pembelajaran dengan menggunakan *problem based learning* (PBL) berbasis *flexible mathematical thinking* dapat digunakan sebagai salah satu model pembelajaran yang bisa menjadi sarana untuk mengembangkan kemampuan komunikasi matematis siswa. Pembelajaran ini mengedepankan aktivitas diskusi, produk hasil belajar dan presentasi sehingga dapat memfasilitasi kemampuan komunikasi siswa baik secara lisan maupun tertulis.

Adapun sintaks PBL berbasis *flexible mathematical thinking* antara lain: (1) orientasi siswa pada masalah; (2) mengorganisasikan siswa untuk belajar, termasuk didalamnya aktivitas menginterpretasi ide dengan berbagai prespektif untuk memperoleh garis besar langkah penyelesaian masalah; (3) membantu investigasi kelompok dan individu, termasuk didalamnya aktivitas menginterpretasi masalah dengan sudut pandang berbeda untuk mengidentifikasi konsep yang dibutuhkan dalam pemecahan masalah serta mengaplikasikan konsep tersebut dalam konteks masalah yang berbeda; (4) mengembangkan dan mempresentasikan hasil pembelajaran, termasuk aktivitas mengadaptasi konsep yang diperoleh untuk menyelesaikan masalah awal yang diberikan secara utuh; dan (5) menganalisis serta mengevaluasi proses pemecahan masalah, termasuk aktivitas menggeneralisasi solusi permasalahan kedalam lingkup yang lebih luas.

## DAFTAR PUSTAKA

- Abdullah, N. I., Tarmizi, R. A., & Abu, R. (2010). The Effect of Problem Based Learning on mathematics Performance and Affective Attributes in Learning Statistics at Form Four Secondary Level. *Procedia-Social and Behavioral Science* 8, 370-376.
- Ajai, J. T. & Imoko, I. I. (2015). Gender Differences in Mathematics Achievement and Retention Scores: A Case of Problem-Based Learning Method. *International Journal of Research in Education and Science*, 1(1), 45-50.
- Ali, R., Hukamdad, Akhter, A., Khan, A. (2010). Effect of Using Problem Solving Method in Teaching Mathematics on The Achievement Of Mathematics Students. *Asian Social Science*, 6(2), 67-72.



- Arends, R. I. (2012). *Learning to Teach (9<sup>th</sup> ed.)*. New York, NY: McGraw Hill Companies, Inc.
- Arends, R. I., & Kilcher, A. (2010). *Teaching for Student Learning: Becoming an Accomplished Teacher*. New York, NY: Routledge.
- Awang, H., & Daud, Z. (2015). Improving a Communication Skill Through The Learning Approach Towards The Environment of Engineering Classroom. *Procedia-Social and Behavioral Science* 195, 480-486.
- Baskoro, A. 2015. *Peluang, Tantangan dan Resiko bagi Indonesia dengan Adanya Masyarakat Ekonoomi ASEAN*. Diambil pada tanggal 28 September 2016 dari : <https://goo.gl/QKbimF>
- Buzan, T. (2001). *Power of Creative Inteligence*. Toronto, CA: Harper Collins Publishers, Inc.
- Cazola, M. (2008). Problem Based Learning and Mathematics: Possible Synergical Actions . *ICERI 2008 Proceeding, Valencia, ISBN: 978-84-612-5091-2*.
- Cheah Ui Hock. (Desember 2007). *Conceptualizing a Framework for Mathematics Communication in Malaysian Primary Schools*. Makalah disajikan dalam APEC-International Conference III, di Tokyo, Kanazawa dan Kyoto, Jepang.
- Duch, B., Groh, S. E., & Allen, D. E. (2001). *The Power of Problem-Based Learning: A Practical "How To" Teaching Undergraduate Courses in Any Dicipline*. Sterling, VA: Stylus Publishing, LLC.
- Elia, I., van den Heuvel-Panhuizen, M., & Kolovou, A. (2009). Exploring strategy Use and Strategy Flexibility in Non-Routine Problem Solving by Primary School High Achievers in Mathematics. *ZDM Mathematics Education*, 41(1), 605-618.
- Heirdsfield, A. M., & Tom J. C. (2002). Flexibility and Inflexibility in Accurate Mental Addition and Substraction: Two case studies. *Journal of Mathematical Behavior*, 21 (1), 57-74.
- Lee, C. (2006). *Language for Learning Mathematics: Assessment for Learning in Practice*. New York, NY: Open University Press.
- Levin, B. B. (2001). *Energizing Teacher Education and Professional Development With Problem-Based Learning* . Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.
- Marsigit. (Juni 2013). *Tantangan dan Harapan Kurikulum 2013 bagi Pendidikan Matematika*. Makalah dipresentasikan pada Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika Universitas PGRI Yogyakarta, di Universitas PGRI Yogyakarta
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2009a). *Focus in High School Mathematics Reasoning and Sense Making*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Ontario Ministry of Education. (2005). *The Ontario Curriculum Grades 1-8*. Diambil pada tanggal 25 Juli 2015 dari <http://goo.gl/rgeOTy>.
- Ontario Ministry of Education (2006). *A Guide to Effective Instruction in Mathematics: Kindergarten to Grade 6 Volume Two: Problem Solving and Communication*. Diambil pada tanggal 25 Juli 2015 dari <http://goo.gl/LCgjGp>.

- Ontario Ministry of Education. (2010). *Capacity Building Series: Communication Mathematics in The Classroom*. Diambil pada tanggal 1 Oktober 2015 dari <http://goo.gl/gQ1Glu>.
- Pole, N. 2016. *Tantangan dan Manfaat dalam Menghadapi MEA*. Diambil pada tanggal 28 September 2016 dari: <https://goo.gl/dKWURQ>
- Pimm, D. (1996). Diverse communication. Dalam P. C. Elliot & M. J. Kenney (Eds.), *Communication in Mathematics, K-12 and Beyond*. (pp. 11-19). Reston, VA: The National Council of Mathematics, Inc.
- Savin-Baden, M., & Major, C. H. (2004). *Foundations of Problem-Based Learning*. New York, NY: Society for Research into Higher Education & Open University Press.
- Siswono, T. Y. E. (2005). Upaya meningkatkan kemampuan berpikir kreatif siswa melalui pengajuan masalah. *Jurnal Pendidikan Matematika dan Sains, FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta Tahun X, No.1, Juni 2005, ISSN 1410-1866, 1-9*.
- Siswono, T. Y. E. (2008). *Model Pembelajaran Matematika Berbasis Pengajuan dan Pemecahan Masalah untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kreatif*. Surabaya: Unesa University Press.
- Star, J.R. (2006). *Flexibility in The Use of Mathematical Procedure* [versi elektronik]. San Diego: American Educational Research Education. Diambil pada tanggal 10 Agustus 2015 dari <https://goo.gl/ntCh4N>.
- Sugiman. (2010). Fleksibilitas Matematik dalam Pendidikan Matematika Realistik. *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika Universitas Negeri Yogyakarta, 792-798*.
- Uden, L., & Beaumont, C. (2006) . *Technology and Problem-Based Learning*. London, UK: Information Science Publishing.
- Van de Walle, J.A. (2007). *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally*. (6<sup>th</sup> ed.). Paris: Pearson Education, Inc.
- Warner , L. B., Coppolo, Jr., J., & Davis, G. E. (2002). How Does Flexible Mathematical Thinking Contribute to The Growht of Understanding?. *Proceedings of the 26<sup>th</sup> Conference of the Internaional Group for the Psychology of Mathematics Education, U.K., 4, 371-379*.
- Yusuf, F. M. 2015. *Peluang dan Tantangan dalam Menghadapi Masyarakat Ekonomi ASEAN*. Diambil pada tanggal 28 September 2016 dari : <https://goo.gl/FQvshf>.