

Bidang Kajian : Pendidikan Matematika
Jenis Artikel : Hasil Penelitian

PENDALAMAN PEMAHAMAN MATEMATIS MAHASISWA PENDIDIKAN MATEMATIKA MELALUI REPRESENTASI DALAM PEMECAHAN MASALAH

Catharina Mara Apriani¹⁾, Edith Avendita Asa Chrisiana²⁾

¹⁾²⁾*Mahasiswa S1 Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan,*

Universitas Sanata Dharma

Kampus III USD Paingan Maguwoharjo, Depok, Sleman

¹⁾Catharinamara@gmail.com

²⁾avenditaasa@gmail.com

Abstrak

Artikel ini berisi penelitian dalam bidang belajar tentang bagaimana guru mengembangkan pengetahuan koseptual yang mereka ajarkan. Selain itu penelitian ini untuk mengetahui pemahaman matematis mahasiswa pendidikan matematika melalui representasi dalam pemecahan masalah. Penelitian ini sangat berguna untuk mengetahui sejauh mana pemahaman matematis mahasiswa dalam membuat strategi penyelesaian suatu masalah. Dalam menyelesaikan permasalahan tersebut, mahasiswa akan membuat strategi yang diterjemahkan dalam representasi, dari representasi tersebut akan diketahui sejauh mana pemahaman matematis mahasiswa. Penelitian ini dilakukan dengan metode kajian pustaka dan metode deskriptif kualitatif. Peneliti memberikan satu masalah (P), dari masalah tersebut didapatkan 4 representasi (R) penyelesaian masalah, yang menyebabkan 5 diskusi (D). Diskusi ini berfokus pada hubungan peristiwa dalam masalah yang menyebabkan setiap representasi, hubungan antara cara yang berbeda bahwa mahasiswa memilih untuk mewakili hubungan mereka, dan penyetaraan dari representasi. Dari hasil representasi menunjukkan bahwa pemahaman matematis mahasiswa hampir sama. Mahasiswa yang mengerjakan dengan representasi 1 dan 2, pemahaman matematisnya lebih baik karena bisa membuat representasi dalam bentuk umum.

Kata kunci: pemahaman matematis, representasi, pemecahan masalah.

A. Pendahuluan

Berdasarkan artikel yang berjudul “*1P + 4R = 5D: An Equation For Deepening Mathematical Understanding*”, yang ditulis oleh Alan J. Hackbarth seorang guru matematika yang sedang menyelesaikan gelar doktor di University of Wisconsin-Madison. Dalam artikel tersebut ia melakukan penelitian dalam bidang belajar tentang bagaimana guru mengembangkan pengetahuan koseptual yang mereka ajarkan. Alan J. Hackbarth melakukan penelitian dengan memberikan suatu permasalahan nyata kepada peserta didik, di mana peserta didik ini merupakan calon guru. Dari permasalahan tersebut peserta didik dapat membuat strategi penyelesaian dengan berbagai representasi. Dari hasil pekerjaan peserta didik, peneliti dapat menganalisa seberapa dalam pemahaman matematis peserta didik dan bagaimana mereka mengajarkannya kepada siswa mereka.

Dari artikel tersebut penulis ingin melakukan penelitian yang serupa. Penelitian ini sangat berguna untuk mengetahui sejauh mana pemahaman matematis mahasiswa dalam membuat strategi penyelesaian suatu masalah. Dalam menyelesaikan permasalahan tersebut, mahasiswa akan membuat strategi yang diterjemahkan dalam representasi.

Kemampuan representasi sangat berhubungan dengan pemecahan masalah. Montague (dalam Syarifah Fadillah) mengatakan bahwa pada dasarnya pemecahan masalah mempunyai dua langkah, yaitu representasi masalah dan menyelesaikan masalah. Pemecahan masalah yang sukses tidak mungkin tanpa representasi masalah yang sesuai. Representasi masalah yang sesuai adalah dasar untuk memahami masalah dan membuat suatu rencana untuk memecahkan masalah.

Dari representasi yang dibuat oleh mahasiswa akan diketahui sejauh mana pemahaman matematis siswa. Dan bagaimana mahasiswa mengajarkannya kepada siswa nantinya. Namun, cara mahasiswa mengajar ini ada kemungkinan berubah seiring dengan pengetahuan yang bertambah. Pemahaman matematis mahasiswa berhubungan dengan kemampuan matematis mereka. Kemampuan matematis adalah kemampuan untuk menghadapi permasalahan baik dalam matematika maupun kehidupan nyata.

Mahasiswa mungkin mampu mengatur dan memecahkan tugas matematika dalam berbagai cara, mahasiswa mungkin memiliki sedikit atau tidak tahu mengapa representasi tertentu bekerja, mengapa mungkin lebih disukai dalam situasi tertentu, atau mengapa itu setara dengan pendekatan yang berbeda. Dengan bertanya, "Mengapa berbagai representasi dan strategi mengarah pada solusi valid yang sama?" kita membuka pintu untuk menjelajahi koneksi dan hubungan dalam dan di antara ide-ide matematika yang mengarah ke pemahaman yang lebih dalam matematika. Menggunakan representasi mahasiswa untuk menjawab pertanyaan ini menempatkan mahasiswa dalam posisi untuk membandingkan, mempertanyakan, atau menantang pemahaman matematika dan pemahaman orang lain.

B. Tinjauan Pustaka

Pada artikel yang berjudul "*1P + 4R = 5D: An Equation For Deepening Mathematical Understanding*", yang ditulis oleh Alan J. Hackbarth seorang guru matematika yang sedang menyelesaikan gelar doktor di University of Wisconsin-Madison. Dalam artikel tersebut ia melakukan penelitian dalam bidang belajar tentang bagaimana guru mengembangkan pengetahuan koseptual yang mereka ajarkan. Alan J. Hackbarth melakukan penelitian dengan memberikan suatu permasalahan nyata kepada mahasiswa, di mana mahasiswa ini merupakan calon guru. Dari permasalahan tersebut mahasiswa dapat membuat strategi penyelesaian dengan berbagai representasi. Dari hasil pekerjaan mahasiswa, peneliti dapat menganalisa seberapa dalam pemahaman matematis mahasiswa dan bagaimana mereka mengajarkannya kepada siswa mereka. Dari hasil penelitian mereka didapatkan 4 representasi menghasilkan 5 diskusi. Hasil penelitian ini digambarkan dengan persamaan $1P + 4R = 5D$.

Representasi matematis merupakan salah satu dari proses matematis, Menurut NCTM menyatakan bahwa representasi merupakan salah satu kunci keterampilan komunikasi matematis. Secara tidak langsung, hal ini mengindikasikan bahwa proses pembelajaran yang menekankan pada kemampuan representasi akan melatih siswa dalam komunikasi matematis.

Menurut NCTM, representasi membantu menggambarkan, menjelaskan, atau memperluas ide matematika dengan berfokus pada fitur-fitur pentingnya. Representasi meliputi simbol, persamaan, kata-kata, gambar, table, grafik, objek manipulatif, dan tindakan serta mental, cara internal berpikir tentang ide matematika. Representasi adalah alat berpikir yang kuat, namun bagi

banyak siswa, kekuatan ini tidak dapat diakses kecuali mereka menerima bimbingan terarah dalam mengembangkan repertoar mereka.

NCTM mengungkapkan beberapa hal berikut, yaitu:

- a. Proses representasi melibatkan penerjemahan masalah atau idea kedalam bentuk baru.
- b. Proses representasi termasuk pengubahan diagram atau model fisik ke dalam simbol-simbol atau kata-kata.
- c. Proses representasi juga dapat digunakan dalam penerjemahan atau penganalisisan masalah verbal untuk membuat maknanya menjadi jelas.

Dari uraian di atas dapat disimpulkan bahwa representasi matematis merupakan penggambaran, penerjemahan, pengungkapan, penunjukkan kembali, pelambangan, atau pemodelan, gagasan konsep dalam matematika, dan hubungan diantaranya yang termasuk dalam suatu konstruksi, atau situasi tertentu yang ditampilkan dalam berbagai bentuk sebagai upaya memperoleh kejelasan makna, menunjukkan pemahaman atau mencari solusi dari masalah yang dihadapi.

C. Metode Penelitian

Jenis penelitian yang penulis gunakan adalah penelitian kualitatif. Penelitian ini dilakukan dengan kajian pustaka dan metode penelitian deskriptif kualitatif.

1. Rancangan Penelitian

Penulis merancang satu kali pertemuan dengan setiap subyek penelitian. Pada pertemuan tersebut, penulis memberikan persoalan matematika kepada subyek penelitian untuk dikerjakan. Subyek penelitian diberikan kebebasan cara untuk menyelesaikannya. Setelah selesai mengerjakan, penulis mendiskusikannya dengan subyek penelitian. Subyek penelitian diberikan kesempatan untuk mengungkapkan pendapatnya tentang persoalan matematika tersebut dan menjelaskan hasil pekerjaannya.

2. Subyek Penelitian

Pada awal melakukan uji coba persoalan matematika, peneliti memilih subyek penelitian siswa Sekolah Menengah Atas (SMA). Berdasarkan hasil pekerjaan siswa SMA, ternyata siswa masih kesulitan untuk merepresentasikan persoalan karena siswa tidak berpikir untuk menggunakan pemodelan atau pemisalan dalam menyelesaikan persoalan yang merupakan kriteria dari representasi. Akhirnya peneliti mengubah subyek penelitian menjadi mahasiswa Pendidikan Matematika Universitas Sanata Dharma angkatan 2014 dan 2015 dengan jumlah 10 orang. Pemilihan subyek penelitian dilakukan secara acak.

3. Teknik Pengumpulan data

Teknik pengumpulan data yang dilakukan oleh peneliti adalah hasil pekerjaan subyek penelitian. Hasil pekerjaan subyek penelitian ini dianalisis dan menjadi dasar untuk mengetahui sejauh mana pemahaman matematis subyek penelitian. Sejauh pemahaman matematis subyek penelitian tidak diukur secara kuantitas tetapi secara deskriptif kualitatif.

4. Instrumen Penelitian

Instrumen penelitian yang digunakan untuk penelitian adalah persoalan matematika berikut.

Seorang pangeran mengambil sekeranjang apel emas di kebun. Dalam perjalanan pulang, ia dihentikan oleh *troll* penjaga kebun. *Troll* menuntut pembayaran dari setengah apel, ditambah dua lagi. Pangeran memberinya apel dan berangkat lagi. Sedikit lebih jauh, ia dihentikan oleh *troll* kedua. *Troll* ini menuntut pembayaran dari setengah dari apel yang tersisa, ditambah dua lagi. Pangeran membayarnya dan berangkat lagi. Tepat sebelum sang

pangeran meninggalkan kebun terpesona, *troll* ketiga menghentikannya dan menuntut setengah dari apel yang tersisa, ditambah dua lagi. Pangeran membayarnya, dan pulang. Dia hanya memiliki dua apel emas. Berapa banyak apel pangeran semula?

D. Hasil dan Pembahasan

Pada artikel ini, kami akan menggambarkan persamaan $1P + 4R = 4D$: Dari 1 masalah (P), subyek penelitian kami menghasilkan 4 representasi (R) yang menyebabkan 5 diskusi (D). Diskusi ini berfokus pada hubungan peristiwa dalam masalah yang menyebabkan setiap representasi, hubungan antara cara yang berbeda bahwa siswa memilih untuk mewakili hubungan mereka, dan penyetaraan dari representasi.

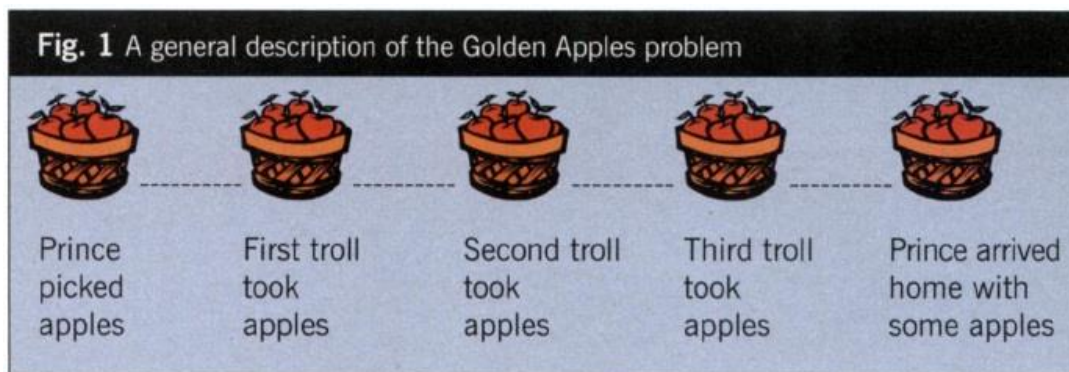
SATU MASALAH

Mahasiswa memecahkan masalah Emas Apel (Driscoll 1999, p.22).

Seorang pangeran mengambil sekeranjang apel emas di kebun. Dalam perjalanan pulang, ia dihentikan oleh *troll* penjaga kebun. *Troll* menuntut pembayaran dari setengah apel, ditambah dua lagi. Pangeran memberinya apel dan berangkat lagi. Sedikit lebih jauh, ia dihentikan oleh *troll* kedua. *Troll* ini menuntut pembayaran dari setengah dari apel yang tersisa, ditambah dua lagi. Pangeran membayarnya dan berangkat lagi. Tepat sebelum sang pangeran meninggalkan kebun terpesona, *troll* ketiga menghentikannya dan menuntut setengah dari apel yang tersisa, ditambah dua lagi. Pangeran membayarnya, dan pulang. Dia hanya memiliki dua apel emas. Berapa banyak apel pangeran semula?

Untuk mengidentifikasi konteks masalah, kami bertanya, "Apa yang terjadi dalam situasi ini?" Tanggapan yang (1) pangeran mengambil beberapa apel, (2) ia dihentikan oleh *troll* yang mengambil beberapa apel, (3) ia dihentikan oleh *troll* kedua, (4) ia dihentikan oleh *troll* ketiga, dan (5) dia tiba di rumah dengan dua apel.

Gambar 1 adalah model yang mewakili lima peristiwa ini; setiap kotak diisi dengan ekspresi deskriptif simbolis dan terkait dalam beberapa cara. Pengetahuan mahasiswa membantu mereka mengubah kata-kata yang ditulis dengan simbol untuk setiap cara, dan pengetahuan mereka tentang konsep membantu mereka berhubungan dengan peristiwa satu sama lain, seperti yang digambarkan di bawah ini dan di berikutnya diskusi.



Gambar 1

PERNYATAAN

Gambar berikut menunjukkan empat representasi dari masalah yang ditandai dengan kerja dari 10 mahasiswa pada semester awal. Keempat representasi yang dibuat ini benar.

Representasi 1 hasil pekerjaan dari 1 mahasiswa, representasi 2 hasil pekerjaan dari 4 mahasiswa, representasi 3 hasil pekerjaan dari 3 mahasiswa, dan representasi 4 hasil pekerjaan dari 2 mahasiswa. Representasi-representasi ini akan disorot dalam diskusi disajikan dalam bagian berikutnya.

$$\frac{\left(\frac{\frac{x}{2}-2}{2}\right)}{2} - 2 = 2$$

$$\frac{\left[\frac{\left(\frac{x}{2}-2\right)}{2}-2\right]}{2} = 4$$

$$\frac{\left(\frac{x}{2}-2\right)}{2} - 2 = 8$$

$$\frac{\left(\frac{x}{2}-2\right)}{2} = 10$$

$$\frac{x}{2} - 2 = 20$$

$$\frac{x}{2} = 22$$

$$x = 44$$

Gambar 2. Representasi 1

$$I = \frac{1}{2}u + 2$$

$$II = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}u - 2\right) + 2$$

$$III = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}u + 2\right) - 2\right) + 2$$

$$u - (I + II + III) = 2$$

$$u - \left(\frac{1}{2}u + 2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}u - 2\right) + 2 + \left(\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}u + 2\right) - 2\right) + 2\right)\right) = 2$$

$$u - \left(\frac{1}{2}u + 2 + \frac{1}{4}u - 1 + 2 + \frac{1}{4}\left(\frac{1}{4}u + 2\right) - 2 + 2\right) = 2$$

$$u - \left(\frac{1}{2}u + 2 + \frac{1}{4}u - 1 + 2 + \frac{1}{16}u + \frac{1}{2} - 2 + 2\right) = 2$$

$$u - \left(\frac{1}{2}u + \frac{1}{4}u + \frac{1}{16}u + 2 - 1 + 2 - 2 + 2 + \frac{1}{2} - 2 + 2\right) = 2$$

$$u - \left(\frac{17}{16}u + 6 - 3 + \frac{1}{2}\right) = 2$$

$$u - \left(\frac{17}{16}u + 3 + \frac{1}{2}\right) = 2$$

$$u - \left(\frac{17}{16}u + \frac{6}{2} + \frac{1}{2}\right) = 2$$

$$u - \left(\frac{17}{16}u + \frac{7}{2}\right) = 2$$

$$u - \frac{17}{16}u - \frac{7}{2} = 2$$

$$\frac{1}{16}u = \frac{7}{2} + 2$$

$$\frac{1}{16}u = \frac{7}{2} + \frac{4}{2}$$

$$u = \frac{11}{2} \times 16$$

$$u = \frac{176}{2}$$

$$u = 88$$

Jadi jumlah apel yang dipetik adalah 44 buah.

Gambar 3. Representasi 2

Sekelompok apel = x

Troll 1 meminta $\frac{1}{2}x + 2$ dari x
 $x - \left(\frac{1}{2}x + 2\right)$

Troll 2 meminta $\frac{1}{2}x + 2$ dari $\frac{1}{2}x - 2$
 $\left(\frac{1}{2}x - 2\right) - \left(\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}x - 2\right) + 2\right)$
 $= \frac{1}{2}x - 2 - \left(\frac{1}{4}x - 1 + 2\right)$
 $= \frac{1}{2}x - 2 - \frac{1}{4}x - 1$
 $= \frac{1}{4}x - 3$

Troll 3 meminta $\frac{1}{2}x + 2$ dari $\frac{1}{4}x - 3$
 $\left(\frac{1}{4}x - 3\right) - \left(\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}x - 3\right) + 2\right)$
 $= \frac{1}{4}x - 3 - \left(\frac{1}{8}x - \frac{3}{2} + 2\right)$
 $= \frac{1}{4}x - 3 - \frac{1}{8}x + \frac{1}{2}$
 $= \frac{1}{8}x - \frac{7}{2}$

Sisa apel pangeran adalah 2
 $\frac{1}{8}x - \frac{7}{2} = 2$
 $\frac{1}{8}x = 2 + \frac{7}{2}$
 $x = 16 + 28 = 44$

Gambar 4. Representasi 3

$$\frac{x}{2} - 2 = y$$

$$\frac{y}{2} - 2 = z$$

$$\frac{z}{2} - 2 = 2$$

$$\frac{z}{2} - 2 = 2$$

$$\frac{z}{2} = 4$$

$$z = 8$$

$$\frac{y}{2} - 2 = 8$$

$$\frac{y}{2} = 10$$

$$y = 20$$

$$\frac{x}{2} - 2 = y$$

$$\frac{x}{2} - 2 = 20$$

$$\frac{x}{2} = 22$$

$$x = 44$$

cek.

$$\frac{44}{2} = 22 + 2 = 24$$

$$44 - 24 = 20$$

$$\frac{20}{2} = 10 + 2 = 12$$

$$20 - 12 = 8$$

$$\frac{8}{2} = 4 + 2 = 6$$

$$8 - 6 = 2$$

Gambar 5. Representasi 4

DISKUSI

1. Pemisalan dalam representasi

Dalam menyelesaikan suatu persoalan matematika terutama dalam bentuk cerita, pastinya akan membuat pemisalan untuk mewakili suatu hal. Pemisalan ini akan mempermudah dalam membuat suatu representasi dari strategi penyelesaian masalah yang dibuat. Pemisalan ini dapat berupa suatu variabel tertentu. Dari keempat representasi ini membuat pemisalan dengan menggunakan suatu variabel yang mewakili banyaknya apel. Pada representasi 1, 2, dan 3 menggunakan satu variabel sedangkan pada representasi 4 menggunakan 3 variabel. Pada representasi 1, 2, 3, dan 4 menggunakan variabel x untuk mewakili banyaknya apel awal yang dibawa oleh pangeran. Representasi 4 menambahkan dua variabel yaitu y dan z untuk mewakili banyaknya sisa apel. Banyaknya sisa apel setelah diminta *troll* pertama diwakili dengan y dan banyaknya sisa apel setelah diminta *troll* kedua diwakili dengan z . Pemisalan dengan menggunakan variabel akan mempermudah dalam membuat representasi. Pemisalan juga akan membuat bentuk representasi lebih sederhana.

2. Cara berpikir mahasiswa dalam menyelesaikan masalah

Setiap mahasiswa pasti memiliki cara berpikir yang berbeda-beda dalam menyelesaikan setiap masalah, termasuk dalam penyelesaian persoalan matematika. Cara berpikir juga akan mempengaruhi mahasiswa dalam memulai menyelesaikan persoalan matematika. Pengertian cara berpikir disini adalah berpikir secara runtut, teratur dan berkesinambungan. Dalam penyelesaian persoalan matematika, mahasiswa pasti memiliki cara berpikir yang tepat dalam penyelesaian persoalan, agar persoalan matematika dapat terselesaikan dengan baik. Dari keempat representasi ini terlihat bahwa cara berpikir mahasiswa berbeda-beda. Dari pengertian cara berpikir, representasi 1, 2, 3, 4 secara umum telah memiliki cara berpikir yang runtut, teratur dan berkesinambungan karena pada representasi 1 untuk mencari banyak apel awal dengan sisa dari jumlah apel yang telah diminta oleh *troll*. Representasi 2, dalam mencari banyak apel awal mahasiswa menentukan banyak apel yang diminta oleh *troll* 1, *troll* 2 dan *troll* 3, kemudian banyak apel yang diminta oleh *troll* dijumlahkan, setelah itu jumlah apel awal dikurangkan banyak apel yang diminta oleh *troll* dengan sisa 2 buah apel. Representasi 3, menentukan banyak apel awal dengan mengurangkan banyak apel awal dengan banyak apel yang diminta *troll* 1, kemudian dikurangkan dengan banyak apel yang diminta *troll* 2, dan dikurangkan dengan banyak apel yang diminta oleh *troll* 3 hingga mengetahui banyak apel awal. Representasi 4, dalam menentukan banyak apel awal yaitu dengan mencari banyak sisa apel sebelum diminta oleh *troll* ketiga, kedua, dan pertama, sehingga banyak apel awal dapat diketahui. Berdasarkan representasi 1, 2, 3, dan 4, yang diperoleh dari 10 orang mahasiswa menjelaskan bahwa representasi 1 hasil pekerjaan dari 1 orang, representasi 2 hasil pekerjaan dari 4 orang, representasi 3 hasil pekerjaan dari 3 orang, dan representasi 4 hasil pekerjaan dari 2 orang. Setelah pekerjaan masing-masing mahasiswa dianalisis dan peneliti menemukan beberapa hasil pekerjaan yang sama, hal ini menggambarkan bahwa pemahaman mahasiswa terhadap cara berpikir menyelesaikan masalah dengan pengembangan pengetahuan tentang aljabar.

3. Strategi penyelesaian masalah

Ketika akan menyelesaikan suatu persoalan pasti akan membuat strategi penyelesaiannya. Strategi penyelesaian adalah rencana tentang segala upaya penyelesaian, yang mencakup seluruh elemen yang kasat mata maupun yang tak-kasat mata, untuk menjamin keberhasilan mencapai tujuan. Dari cara berpikir yang berbeda-beda pastinya mempengaruhi strategi penyelesaian yang berbeda pula. Dari keempat representasi ini terlihat bahwa cara berpikir mahasiswa berbeda-beda. Strategi penyelesaian dari keempat representasi ini secara umum hampir sama. Strategi awal, mereka membuat pemisalan banyaknya apel awal dengan suatu variabel. Hanya saja alur penyelesaiannya berbeda-beda. Dari persoalan yang diberikan ada lima peristiwa. Representasi 2 dan 3 strategi penyelesaiannya dengan membuat representasi dari lima peristiwa tersebut. Representasi 2 dan 3 membuat lima peristiwa tersebut dari kalimat verbal menjadi kalimat matematika. Sedangkan representasi 1, berbeda dengan representasi yang lain, strategi penyelesaiannya dari sisa apel. Strateginya dari ke lima peristiwa pada persoalan tersebut, dia langsung membuat representasi sisa apel dalam bentuk umum. Sedangkan representasi 4 dengan membuat representasi dari masing-masing sisa apel setelah diminta *troll* pertama, kedua, dan ketiga sehingga terbentuk 3 persamaan. Berdasarkan 4 strategi penyelesaian tersebut, 3 mahasiswa (yang mengerjakan dengan representasi 1 dan 4) menggunakan strategi dari belakang. Tiga mahasiswa ini mencari dari sisa apel sebelum diminta troll ketiga, kemudian sisa apel sebelum diminta *troll* kedua hingga didapatkan banyaknya awal sebelum diminta *troll* pertama. Sedangkan 7 mahasiswa lainnya strateginya dari depan. Tujuh mahasiswa tersebut mencari banyaknya apel awal dengan mengurangi banyak apel yang diminta *troll* pertama, kedua, dan ketiga.

Bentuk Representasi

Perbedaan representasi beberapa kali terjadi sebagai akibat dari pemecahan masalah, cara mendefinisikan dan menyatakan jumlah. Sebuah diskusi tentang fenomena ini terjadi dalam menanggapi perbedaan yang ada dalam representasi 1, 2, 3, dan 4. Representasi 1 dan 2 langsung menunjukkan bentuk umumnya. Kedua representasi ini hanya memerlukan satu persamaan untuk menyelesaikan masalah. Representasi 1 mencari penyelesaian masalah dari banyaknya sisa apel yang dibawa pangeran. Pada representasi 2 hampir sama seperti representasi 1, representasi 2 mencari penyelesaiannya masalah dengan membuat persamaan banyaknya sisa apel yang dibawa oleh pangeran. Hanya saja bentuk representasinya yang berbeda. Pada representasi 3 dan 4 juga memiliki bentuk yang berbeda. Berbeda halnya dengan representasi 1 dan 2 yang membuat representasi dengan satu persamaan saja. Sedangkan pada representasi 3 dan 4, dia membuat representasi dengan tiga bentuk. Representasi 3 dengan membuat bentuk representasi sisa apel setelah diminta oleh *troll* pertama kemudian disederhanakan. Selanjutnya, sisanya tersebut dikurangkan banyaknya apel yang diminta *troll* kedua kemudian disederhanakan lagi. Selanjutnya, sisa apel setelah diminta *troll* kedua dikurangi banyaknya apel yang diminta *troll* ketiga kemudian disederhanakan lagi. Begitu juga dengan representasi 4. Pada representasi 4 ini, dia membuat 3 persamaan yang lebih sederhana. Masing-masing persamaan ini merupakan bentuk representasi dari sisa apel yang dibawa oleh pangeran setelah diminta oleh *troll* pertama, kedua, dan ketiga.

4. Mendamaikan representasi

Dari keempat representasi tersebut memungkinkan mahasiswa untuk menyelesaikan persoalan yang diberikan. Diskusi ini menunjukkan bahwa beberapa solusi penyelesaian dapat menyelesaikan satu persoalan matematika yang sama. Dalam menyelesaikan satu persoalan matematika tidak menutup kemungkinan diselesaikan dengan berbagai cara.

Representasi 1, 2, 3, dan 4 dapat menyelesaikan persoalan matematika tentang apel pangeran. Walaupun terjadi perbedaan dalam pemisalan, cara berpikir, strategi penyelesaian, dan bentuk representasi yang dibuat. Namun, representasi yang berbeda-beda ini sebenarnya pemahaman mereka tentang persoalan matematika tersebut hampir sama.

KESIMPULAN

Berdasarkan representasi 1, 2, 3, dan 4, peneliti melihat bahwa kemampuan cara berpikir dan menemukan strategi penyelesaian persoalan matematika secara umum sama. Mula-mula mahasiswa melakukan pemisalan atau pemodelan terhadap persoalan matematika, dengan menggunakan variabel x sebagai banyak apel awal pada representasi 1, 2, 3, dan pada representasi 4 menambahkan variabel y dan z sebagai banyak sisa apel. Setelah melakukan analisis dari 4 representasi, maka peneliti mendapatkan 5 bahan diskusi diantaranya pemisalan dalam representasi, cara berpikir mahasiswa dalam menyelesaikan masalah, strategi penyelesaian masalah, bentuk representasi, dan mendamaikan representasi. Diskusi ini berfokus pada hubungan peristiwa dalam masalah yang menyebabkan setiap representasi, hubungan antara cara yang berbeda bahwa mahasiswa memilih untuk mewakili hubungan mereka, dan penyetaraan dari representasi.

E. Simpulan dan Saran

Setelah mengujikan suatu persoalan matematika kepada beberapa mahasiswa, memperoleh empat representasi. Penelitian ini bukan untuk menentukan representasi mana yang tepat. Suatu persoalan matematika dapat diselesaikan dengan berbagai cara. Dari keempat representasi, menghasilkan lima diskusi pula. Representasi dari hasil penelitian untuk mengetahui pemahaman mahasiswa dalam menyelesaikan persoalan matematika. Adanya representasi-representasi yang dibuat, mahasiswa dapat memperdalam pemahaman matematis mereka melalui representasi tersebut. Menurut Bloom, seseorang dikatakan memahami sesuatu apabila ia dapat memberikan penjelasan atau memberi uraian yang lebih rinci tentang hal itu dengan menggunakan kata-katanya sendiri. Dari hasil penelitian ini mahasiswa yang masih di semester awal, pemahaman matematisnya sudah cukup baik. Hal ini ditunjukkan dari representasi yang mereka buat sudah benar dan dapat menyelesaikan persoalan tersebut. Mahasiswa yang mengerjakan dengan representasi 1 dan 2 menunjukkan menunjukkan bahwa pemahaman matematis mereka lebih baik karena mereka mampu mempuat representasi dalam satu persamaan. Mereka mampu menyelesaikan persoalan yang diberikan tanpa ada bimbingan sebelumnya dan mampu menjelaskan hasil pekerjaan mereka. Mahasiswa diharapkan pemahaman matematisnya dapat diperdalam lagi dan dapat mengajarkan cara penyelesaian persoalan matematika dengan berbagai cara.

F. Daftar Pustaka

- [1] Hackbarth, Alan J. and Margaret J. Wilsman, "1P+4R=5D: An Equation for Deepning Mathematical Understanding", *Mathematics Teaching In The Middle School*, vol. 14, no. 2, September 2008.
- [2] Driscoll, Mark. *Fosteting Algebraic Thinking*. Portsmouth, NH: Heinemann, 1999. (references)
- [3] Trisniawati. 2013. *Makalah Representasi Matematis*. Diakses pada tanggal 3 November 2015, pada <http://trisniawati87.blogspot.co.id/2013/01/makalah-representasi-matematis.html>

- [4] Sumantri, Toni Hari. 2014. *Kemampuan Siswa: Representasi Matematis*. Diakses pada tanggal 3 November 2015, pada THSumantri.Blogspot.Com
- [5] National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). 2000. *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston: NCTM.
- [6] Firdaus, Anisa. 2013. *Taksonomi Bloom (Ranah Afektif, konitif, dan Psikomotorik)*. Diakses pada tanggal 3 November 2015, pada <http://firdausanisaa.blogspot.co.id/2013/12/taksonomi-bloom-ranah-afektif-kognitif.html>