PRISMA 2 (2019): 268-276
PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika
https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/
ISSN 2613-9189

Metode *Cost Deviation* pada Masalah Transportasi Fuzzy Segitiga Simetri dengan Robust Ranking dan Mean Parameter

Solikhin[a,*]

[a]*Departemen Matematika FSM Undip, Jl. Prof. Soedarto SH Tembalang-Semarang 50275, Indonesia*

**Alamat Surel: soli_erf@yahoo.com*

Abstrak

Masalah transportasi yang merupakan masalah pendistribusian barang dari sumber ke tujuan dengan maksud meminimumkan biaya pengiriman merupakan kejadian khusus dari masalah program linear. Masalah transportasi banyak diterapakan dalam manajemen sains, teknik, dan teknologi. Adanya ketidakpastian dalam terapannya di lapangan memunculkan masalah baru, yaitu masalah transportasi fuzzy. Banyak metode yang digunakan untuk memecahkan masalah transportasi fuzzy baik secara langsung yaitu satu tahapan atau tidak langsung, yaitu dua tahapan. Salah satu metode langsung yang dapat digunakan untuk memecahkan solusi masalah transportasi adalah metode cost deviation. Pada paper ini dibahas metode cost deviation pada masalah transportasi fuzzy bilangan fuzzy segitiga simetri dengan penegasan menggunakan Robust ranking dan mean parameter. Ditunjukkan bahwa untuk setiap bilangan fuzzy segitiga simetri, Robust ranking ekuivalen dengan mean parameter. Selanjutnya ditunjukkan bahwa metode cost deviation memberikan solusi optimal pada masalah transportasi fuzzy segitiga simetri khususnya untuk masalah transportasi fuzzy seimbang. Terakhir diberikan contoh simulasi numerik.

Kata kunci:

Metode Cost Deviation, Transportasi Fuzzy Segitiga Simetri, Robust Ranking, Mean Parameter

1. Pendahuluan

Masalah transportasi adalah masalah pendistribusian barang dari beberapa persediaan (sumber) ke beberapa permintaan (tujuan) dengan maksud meminimumkan biaya transportasi (Winston, 2004). Masalah transportasi merupakan kejadian khusus dari masalah program linear yang banyak diaplikasikan dalam manajemen sains, teknik industri, dan teknologi. Aplikasinya yang cukup penting, kajian terkait metode penyelesaian masalah transportasi mengalami perkembangan. Metode klasik yang digunakan untuk menyelesaikan masalah transportasi melalui dua tahapan, yaitu tahap mencari solusi fisibel awal dan tahap menentukan solusi optimal. Beberapa metode untuk mencari solusi fisibel awal, antara lain metode *least cost*, pojok barat laut dan VAM (*Vogel Approximation Method*) sedangkan metode untuk menentukan solusi akhir meliputi metode *Stepping Stone* dan MODI (Winston, 2004).

Kajian metode untuk menyelesaikan masalah transportasi mengalami perkembangan, muncul metode langsung atau satu tahapan. Beberapa metode langsung antara lain metode *Zero Neigbourning* (Thiagarajan *et al.*, 2013), metode *Zero Suffix* (Fegade *et al.*, 2012), metode *Zero Point* (Sharma *et al.*, 2012), metode *Exponential Approach* (Vannan & Rekha, 2013), metode ASM (Quddoos et al., 2012), metode *Cost Deviation* (Pandian, 2013), dan metode lainnya. Metode-metode tersebut menggunakan reduksi baris dan kolom serta memperhatikan angka nol hasil reduksi baris-kolom. Beberapa metode tersebut mempunyai kelemahan, yaitu memberikan solusi optimal hanya untuk masalah transportasi seimbang. Oleh karena itu muncul metode perbaikan yang memberikan solusi optimal untuk masalah transportasi tak seimbang, yaitu metode *improved zero point* (Samuel, 2012), metode *improved exponential approach* (Dimas, 2016), metode *improved ASM* (Solikhin, 2017).

Perkembangan praktek di lapangan, terjadi ketidakpastian dalam permintaan, persediaan, maupun biaya pengiriman. Sehingga memunculkan permasalahan transportasi fuzzy. Masalah transportasi fuzzy

To cite this article:
Solikhin. (2019). Metode *Cost Deviation* pada Masalah Transportasi Fuzzy Segitiga Simetri dengan Robust Ranking dan Mean Parameter. *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika 2*, 268-276

adalah masalah transportasi dengan parameter permintaan, persediaan, biaya, maupun variabel adalah bilangan fuzzy. Ada beberapa metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah transportasi fuzzy baik pada penentuan solusi fisibel awal, yaitu metode MOMC (*maximum supply with minimum cost*) fuzzy (Giarcarlo *et al.*, 2015) maupun langsung solusi akhir, yaitu diantaranya metode *fuzzy zero point* (Pandian & Natarajan, 2010), metode *fuzzy zero suffix* (Fegade et al., 2012), metode *MODI versi fuzzy* (Mohanaselvi & Ganesan, 2012), metode *fuzzy dual matrix approach* (Samuel & Venkatachalapathy, 2012), dan metode lainnya. Beberapa dari metode tersebut, hanya cocok untuk masalah transportasi fuzzy seimbang. Oleh karena itu diperbaiki, diantaranya metode *improved zero point for fuzzy* (Samuel & Venkatachalapathy, 2013), metode *improved ASM fuzzy* (Solikhin, 2018), metode *improved exponential approach fuzzy* (Solikhin, 2018) yang menghasilkan solusi optimal untuk masalah transportasi fuzzy tak seimbang.

Pada paper ini dikaji metode *cost deviation* pada masalah transportasi fuzzy dengan bilangan fuzzy segitiga simetri. Penegasan bilangan fuzzy segitiga simetri menggunakan metode *Robust ranking* dan *mean parameter ranking*. Ditunjukkan bahwa untuk setiap bilangan fuzzy segitiga simetri, penegasan dengan metode *Robust ranking* sama dengan metode *mean parameter ranking*. Kemudian ditunjukkan bahwa metode *cost deviation* memberikan solusi optimal pada masalah transportasi seimbang. Terakhir diberikan contoh penggunaan metode *cost deviation* untuk menyelesaikan masalah transportasi fuzzy segitiga simetri.

2. Pembahasan

Bagian ini berisi penunjang dan hasil yang meliputi bilangan fuzzy, masalah transportasi fuzzy segitiga simetri, metode *cost deviation*, dan contoh simulasi numerik.

2.1. Bilangan Fuzzy

Bilangan fuzzy merupakan himpunan fuzzy dalam semesta himpunan semua bilangan riil R yang bersifat normal, konvek, semua potongan $-\alpha$ tertutup dan pendukungnya terbatas. Berikut ini dibahas bilangan fuzzy segitiga lebih khusus bilangan fuzzy segitiga simetri dengan penegasan menggunakan *Robust ranking* dan *mean parameter ranking*.

Definisi 1. (Pandian & Jayalakshmi, 2010) Diberikan fungsi keanggotaan $\mu_{\tilde{A}} : R \to [0,1]$. Bilangan fuzzy $\tilde{A} = (a,b,c),\ a,b,c \in R$ dikatakan bilangan fuzzy segitiga jika memenuhi

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \dfrac{x-a}{b-a}, & \text{jika } a \le x \le b \\ \dfrac{c-x}{c-b}, & \text{jika } b \le x \le c \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}.$$

Lebih lanjut jika $b-a = c-b$, maka bilangan fuzzy segitiga $\tilde{A} = (a,b,c)$ dikatakan simetri.

Koleksi semua bilangan fuzzy segitiga (*Triangular Fuzzy Number*) dinotasikan dengan *TFN*. Sedangkan koleksi semua bilangan fuzzy segitiga simetri (*Symetri Triangular Fuzzy Number*) dinotasikan dengan *STFN*. Jadi, $\tilde{A} = (a,b,c) \in STFN$ berarti bahwa $\tilde{A} = (a,b,c)$ adalah bilangan fuzzy segitiga simetri. Hal ini jelas bahwa $STFN \subseteq TFN$.

Operasi penjumlahan, pengurangan, dan perkalian skalar pada bilangan fuzzy segitiga.

Definisi 2. (Pandian & Jayalakshmi, 2010) Untuk setiap $\tilde{A} = (a,b,c), \tilde{B} = (d,e,f) \in TFN$ dan sebarang skalar $k \in R$, didefinisikan

i) $\tilde{A} \tilde{+} \tilde{B} = (a+d, b+e, c+f)$,

ii) $\tilde{A} \tilde{-} \tilde{B} = (a-f, b-e, c-d)$,

iii) $k\tilde{A} = (ka, kb, kc),\ k \ge 0$ dan $k\tilde{A} = (kc, kb, ka),\ k < 0$.

Untuk membandingkan dua atau lebih bilangan fuzzy digunakan proses penegasan (*defuzzification*), yaitu mengubah bilangan fuzzy menjadi bilangan tegas. Proses penegasan yang digunakan adalah *Robust ranking* dan *mean parameter ranking*.

Definisi 3. (Fegade *et.al*, 2012) Untuk sebarang $\tilde{A}=(a,b,c)\in TFN$, didefinisikan *Robust ranking* $\mathcal{R}_R : TFN \to R$ oleh

$$\mathcal{R}_R\left(\tilde{A}\right)=\int_0^1 \frac{1}{2}\left(\tilde{A}_\alpha^L,\tilde{A}_\alpha^U\right)d\alpha ,$$

dengan $\left(\tilde{A}_\alpha^L,\tilde{A}_\alpha^U\right)=\left\{(b-a)\alpha+a,\, c-(c-d)\alpha\right\}$.

Menurut Definisi 3, maka untuk menegaskan sebarang bilangan fuzzy segitiga dapat diturunkan teorema di bawah ini.

Teorema 4. Untuk sebarang $\tilde{A}=(a,b,c)\in TFN$, maka $\mathcal{R}_R\left(\tilde{A}\right)=\dfrac{a+2b+c}{4}$.

Bukti: Berdasarkan Definisi 3, maka untuk sebarang $\tilde{A}=(a,b,c)\in TFN$ diperoleh

$$\mathcal{R}_R\left(\tilde{A}\right)=\int_0^1 \frac{1}{2}\left(\tilde{A}_\alpha^L,\tilde{A}_\alpha^U\right)d\alpha=\int_0^1 \frac{1}{2}\left((b-a)\alpha+a+c-(c-d)\alpha\right)d\alpha=\frac{a+2b+c}{4}.$$

Jadi, $\mathcal{R}_R\left(\tilde{A}\right)=\dfrac{a+2b+c}{4}$. ■

Definisi 5. (Sudhagar & Ganesan, 2010) Untuk sebarang $\tilde{A}=(a,b,c)\in TFN$ dengan fungsi keanggotaan $\mu_{\tilde{A}}$, didefinisikan *mean parameter ranking* $\mathcal{R}_M : TFN \to R$ oleh

$$\mathcal{R}\left(\tilde{A}\right)=\frac{\int_a^b x\mu_{\tilde{A}}(x)\,dx+\int_b^c x\mu_{\tilde{A}}(x)\,dx}{\int_a^b \mu_{\tilde{A}}(x)\,dx+\int_b^c \mu_{\tilde{A}}(x)\,dx}.$$

Berdasarkan Definisi 5., untuk menegaskan sebarang bilangan fuzzy segitiga menurut *mean parameter ranking* dapat menggunakan teorema berikut ini.

Teorema 6. (Solikhin, 2017) Untuk sebarang $\tilde{A}=(a,b,c)\in TFN$ berlaku $\mathcal{R}_M\left(\tilde{A}\right)=\dfrac{a+b+c}{3}$.

Bukti: Diambil sebarang $\tilde{A}=(a,b,c)\in TFN$ dengan fungsi keanggotaan seperti pada Definisi 1. Menurut Definisi 5., berlaku

$$\mathcal{R}\left(\tilde{A}\right)=\frac{\int_a^b x\mu_{\tilde{A}}(x)\,dx+\int_b^c x\mu_{\tilde{A}}(x)\,dx}{\int_a^b \mu_{\tilde{A}}(x)\,dx+\int_b^c \mu_{\tilde{A}}(x)\,dx}=\frac{\int_a^b x\left(\frac{x-a}{b-a}\right)dx+\int_b^c x\left(\frac{c-x}{c-b}\right)dx}{\int_a^b \left(\frac{x-a}{b-a}\right)dx+\int_b^c \left(\frac{c-x}{c-b}\right)dx}=\frac{a+b+c}{3}.$$

Jadi, $\mathcal{R}_M\left(\tilde{A}\right)=\dfrac{a+b+c}{3}$. ■

Jika $\tilde{A}=(a,b,c)$ adalah bilangan fuzzy segitiga simetri maka Robust rankingnya sama dengan mean parameter ranking tetapi belum tentu sama jika tidak simetri.

Akibat 7. Jika $\tilde{A}=(a,b,c)\in STFN$, maka $\mathcal{R}_R\left(\tilde{A}\right)=\mathcal{R}_M\left(\tilde{A}\right)$.

Bukti: diambil sebarang $\tilde{A}=(a,b,c)\in STFN\subseteq TFN$, berarti $b=\dfrac{c+a}{2}$ maka menurut Teorema 4 dan Teorema 6 diperoleh

$$\mathcal{R}_R\left(\tilde{A}\right)=\frac{a+2b+c}{4}=\frac{a+2\left(\frac{c+a}{2}\right)+c}{4}=\frac{a+c}{2}=b \text{ dan } \mathcal{R}_M\left(\tilde{A}\right)=\frac{a+b+c}{3}=b.$$

Jadi, $\mathcal{R}_R\left(\tilde{A}\right)=\mathcal{R}_M\left(\tilde{A}\right)$. ■

Contoh 8. Misalkan $\tilde{A}=(2,4,6)$ dan $\tilde{B}=(2,3,6)$. Karena $\tilde{A}=(2,4,6)\in STFN$ maka $\mathcal{R}_R\left(\tilde{A}\right)=\mathcal{R}_M\left(\tilde{A}\right)=4$. Sedangkan $\tilde{B}=(1,3,6)\notin STFN$ dengan $\mathcal{R}_R\left(\tilde{B}\right)=\frac{14}{4}\neq\frac{11}{3}=\mathcal{R}_M\left(\tilde{B}\right)$.

Menurut Teorema 4 dan Teorema 6, baik *Robust ranking* maupun *mean parameter ranking* memenuhi sifat linier.

Teorema 9. Jika $\tilde{A}=(a,b,c),\tilde{B}=(d,e,f)\in TFN$ dan sebarang skalar $k\in R$ berlaku

i) $\mathcal{R}_R\left(\tilde{A}\tilde{+}\tilde{B}\right)=\mathcal{R}_R\left(\tilde{A}\right)+\mathcal{R}_R\left(\tilde{B}\right)\ \left(\mathcal{R}_M\left(\tilde{A}\tilde{+}\tilde{B}\right)=\mathcal{R}_M\left(\tilde{A}\right)+\mathcal{R}_M\left(\tilde{B}\right)\right)$, iii) $\mathcal{R}\left(k\tilde{A}\right)=k\mathcal{R}\left(\tilde{A}\right)$.

ii) $\mathcal{R}_R\left(\tilde{A}\tilde{-}\tilde{B}\right)=\mathcal{R}_R\left(\tilde{A}\right)-\mathcal{R}_R\left(\tilde{B}\right)\ \left(\mathcal{R}_M\left(\tilde{A}\tilde{-}\tilde{B}\right)=\mathcal{R}_M\left(\tilde{A}\right)-\mathcal{R}_M\left(\tilde{B}\right)\right)$,

iii) $\mathcal{R}_R\left(k\tilde{A}\right)=k\mathcal{R}_R\left(\tilde{A}\right)\ \left(\mathcal{R}_M\left(k\tilde{A}\right)=k\mathcal{R}_M\left(\tilde{A}\right)\right)$.

Bukti: Diambil sebarang dua $\tilde{A}=(a,b,c),\tilde{B}=(d,e,f)\in TFN$ dan sebarang skalar $k\in R$. Menurut Teorema 4 (Teorema 6), diperoleh

i) $\mathcal{R}_R\left(\tilde{A}\tilde{+}\tilde{B}\right)=\frac{(a+d)+2(b+e)+(c+f)}{4}=\mathcal{R}_R\left(\tilde{A}\right)+\mathcal{R}_R\left(\tilde{B}\right)$.

ii) $\mathcal{R}_R\left(\tilde{A}\tilde{-}\tilde{B}\right)=\frac{(a-f)+2(b-e)+(c-d)}{4}=\mathcal{R}_R\left(\tilde{A}\right)-\mathcal{R}_R\left(\tilde{B}\right)$.

iii) $\mathcal{R}_R\left(k\tilde{A}\right)=k\frac{(a+2b+c)}{4}=k\mathcal{R}_R\left(\tilde{A}\right)$, untuk $k\geq 0$.

$\mathcal{R}_R\left(k\tilde{A}\right)=k\frac{(a+2b+c)}{4}=k\mathcal{R}_R\left(\tilde{A}\right)$, untuk $k<0$. ■

Jika secara umum baik *Robust ranking* $\mathcal{R}_R$ maupun *mean parameter ranking* $\mathcal{R}_M$ dinotasikan oleh $\mathcal{R}$, maka didefinisikan relasi dari dua bilangan fuzzy segitiga.

Definisi 10. (Shanmugasundari & Ganesan, 2013) Diberikan $\tilde{A}=(a,b,c),\tilde{B}=(d,e,f)\in TFN$. Didifinisikan

i) $\tilde{A}\tilde{>}\tilde{0}$ jika $\mathcal{R}\left(\tilde{A}\right)>0$.

ii) $\tilde{A}\approx\tilde{0}$ jika $\mathcal{R}\left(\tilde{A}\right)=0$.

iii) $\tilde{A}\tilde{=}\tilde{B}$ jika dan hanya jika $a=d,b=e,$ dan $c=f$.

iv) $\tilde{A}\approx\tilde{B}$ (ekuivalen) jika dan hanya jika $\mathcal{R}\left(\tilde{A}\right)=\mathcal{R}\left(\tilde{B}\right)$.

v) $\tilde{A}\tilde{-}\tilde{B}\approx\tilde{0}$ jika dan hanya jika $\mathcal{R}\left(\tilde{A}\right)-\mathcal{R}\left(\tilde{B}\right)=0$.

vi) $\tilde{A}\tilde{\geq}\tilde{B}$ jika dan hanya jika $\mathcal{R}\left(\tilde{A}\right)\geq\mathcal{R}\left(\tilde{B}\right)$.

2.2. Transportasi Fuzzy Segitiga Simetri

Pandang masalah transportasi fuzzy (*Fuzzy Transportation Problem*, FTP) seimbang dengan parameter adalah bilangan fuzzy segitiga simetri berikut.

(FTP) Minimumkan $\tilde{z}=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\tilde{c}_{ij}\otimes\tilde{x}_{ij}$

dengan kendala $\sum_{j=1}^{n}\tilde{x}_{ij}\approx\tilde{a}_i$, $i=1,2,...,m;$ $\sum_{i=1}^{m}\tilde{x}_{ij}\approx\tilde{b}_j$, $j=1,2,...,n$; $\tilde{x}_{ij}\tilde{\geq}\tilde{0}$, $i=1,2,...,m$, $j=1,2,...,n$,

dan $\sum_{i=1}^{m}\tilde{a}_i\approx\sum_{j=1}^{n}\tilde{b}_j$ dimana $\tilde{a}_i,\tilde{b}_j,\tilde{c}_{ij},\tilde{x}_{ij}\in STFN, i=1,2,...,m; j=1,2,...,n$.

Definisi 11. (Mohanaselvi & Ganesan, 2012) Himpunan $\left\{\tilde{x}_{ij} \tilde{\geq} \tilde{0} \middle| i=1,2,...,m; j=1,2,...,n\right\}$ yang memenuhi batasan (kendala) pada FTP disebut solusi fisibel.
Definisi 12. (Mohanaselvi & Ganesan, 2012) Solusi fisibel dikatakan solusi optimal jika meminimumkan total biaya FTP.

2.3. Metode Cost Deviation

Metode *cost deviation* (Pandian, 2013) merupakan metode langsung (tanpa melalui solusi fisibel awal) untuk menyelesaikan masalah transportasi. Pada metode ini menggunakan pasangan (p_{ij}, t_{ij}), dimana p_{ij} menyatakan baris *cost deviation* dan t_{ij} menyatakan kolom *cost deviation*. Reduksi baris dan reduksi kolom dilakukan pada pasangan (p_{ij}, t_{ij}) hingga setiap baris atau kolom mengandung minimal satu pasangan $(0,0)$. Pengalokasian dititikberatkan pada pasangan $(0,0)$ dan metode berhenti jika hasil reduksi hanya tersisa satu baris atau satu kolom saja. Berikut ini adalah algoritma dari metode *cost deviation* (Pandian, 2013).

Langkah 1 : Membuat tabel transportasi *cost deviation*
Mencari pasangan (p_{ij}, t_{ij}) dimana $p_{ij} = c_{ij} - u_i$ dan $t_{ij} = c_{ij} - v_j$ dengan u_i biaya terkecil baris ke-i dan v_j biaya terkecil kolom ke-j.

Langkah 2 : Meningkatkan Tabel *cost deviation,* yaitu (p'_{ij}, t'_{ij})
$p'_{ij} = p_{ij} - \min\left\{p_{ij} : i=1,2,...,m\right\}$ dan $t'_{ij} = t_{ij} - \min\left\{t_{ij} : j=1,2,...,n\right\}$.

Langkah 3 : Mengidentifikasi sel yang memiliki pasangan $(0,0)$.

Langkah 4 : Memilih satu per satu sel yang memiliki nilai $(0,0)$ dari biaya c_{ij} terbesar ke biaya c_{ij} terkecil dan mengalokasikan persediaan ke sel yang terpilih.

Langkah 5 : Membentuk kembali tabel *cost deviation* setelah menghapus semua angka persediaan dan permintaan yang digunakan atau diterima menjadi angka pesediaan yang tersisa dan angka permintaan yang tersisa.

Langkah 6 : Jika hanya ada satu kolom/baris yang tersisa pada tabel *cost deviation*, maka ke langkah 7. Jika tidak maka ke langkah 8.

Langkah 7 : Mengalokasikan persediaan yang tersisa pada baris/kolom yang tersedia hingga habis.

Langkah 8 : Mengatur ulang tabel *cost deviation* dari langkah 5 kemudian ke langkah 3.

Metode *cost deviation* memberikan solusi optimal untuk masalah transportasi.
Diberikan masalah transportasi (TP) sebagai berikut.

(TP) Meminimumkan $z = \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m} c_{ij}x_{ij}$

dengan kendala $\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i, i=1,2,...,m; \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j, j=1,2,...,n; x_{ij} \geq 0, i=1,2,...,m, j=1,2,...,n.$

Teorema 13. (Pandian, 2013) Solusi yang diperoleh dari metode *cost deviation* pada masalah transportasi TP merupakan solusi optimal.

Bukti : Diberikan masalah TP. Menurut langkah 1- 3 diperoleh sel dengan pasangan $(0,0)$. Diambil sebarang A vektor *Cost Deviation* yaitu sel yang memiliki pasangan $(0,0)$ dan $A^C = K$ sel yang bukan pasangan (0,0). Menurut langkah 4 dapat diobservasi bahwa biaya transportasi di setiap sel adalah biaya minimum, yang berhubungan pada kolomnya dan/atau pada barisnya, dimana angka persediaan digunakan secara keseluruhan dan/atau angka permintaan diterima secara keseluruhan.
Jadi, fungsi tujuan dari masalah TP menjadi

$$z = \sum_{(i,j)\in A}\sum c_{ij}x_{ij} + \sum_{(i,j)\in K}\sum c_{ij}x_{ij} \text{ atau } \min z = c(A) + \min z_1,$$

dengan $c(A)$ adalah total biaya transportasi yang diperoleh dari A yang memiliki pasangan bernilai (0,0), dan z_1 adalah fungsi tujuan dari hasil reduksi masalah transportasi yang diperoleh dari langkah 7.
Oleh karena itu, z_1 dapat dituliskan sebagai

(TP1) $\min z_1 = \sum_{i\in M_1}\sum_{j\in N_1} c_{ij}x_{ij}$

dengan kendala $\sum_{j\in N_1} x_{ij} = a_i^{(1)}, i\in M_1 \subseteq \{1,2,...,m\}; \sum_{i\in M_1} x_{ij} = b_j^{(1)}, j\in N_1 \subseteq \{1,2,...,n\}; x_{ij}\geq 0, i\in M_1, j\in N_1,$

dimana $M_1 \times N_1 \subseteq K = \{(i,j):(i,j)\notin A\}$.

Menurut langkah 8, ke langkah 3 dan ke langkah 5 maka dapat ditemukan sel yang bernilai (0,0). Diambil sembarang B sebagai vektor *cost deviation* atau pasangan sel (0,0) dan $B^C = L$ sel bukan (0,0).
Jadi, fungsi tujuan masalah TP1 dapat dituliskan

$$z_1 = \sum_{(i,j)\in B}\sum c_{ij}x_{ij} + \sum_{(i,j)\in L}\sum c_{ij}x_{ij} \quad \text{atau} \quad \min z_1 = c(B) + \min z_2,$$

dengan $c(B)$ adalah total biaya transportasi yang diperoleh dari elemen B yang memiliki pasangan (0,0) dan z_2 adalah fungsi tujuan dari hasil reduksi masalah transportasi yang diperoleh dari langkah 7.
Oleh karena itu, z_2 dapat dituliskan sebagai

(TP2) $\min z_2 = \sum_{i\in M_2}\sum_{j\in N_2} c_{ij}x_{ij}$

dengan kendala $\sum_{j\in N_2} x_{ij} = a_i^{(2)}, i\in M_2; \sum_{i\in M_2} x_{ij} = b_j^{(2)}, j\in N_2; x_{ij}\geq 0, i\in M_2, j\in N_2,$

dimana $M_2 \subseteq M_1 \cap \{1,2,...,m\}; N_2 \subseteq N_1 \cap \{1,2,...,n\}; M_2\times N_2 \subseteq L = \{(i,j):(i,j)\notin B\}$.

Proses reduksi terus berlanjut hingga biaya transportasi yang tidak teralokasikan hanya tersisa satu kolom/baris saja. Hingga akhirnya diperoleh pasangan solusi $\{x_{rs}^0, x_{pq}^0, ..., x_{ab}^0, x_{cd}^0\}$ dari masalah TP dengan $z = c_{rs}x_{rs}^0 + c_{pq}x_{pq}^0 + ... + c_{ab}x_{ab}^0 + c_{cd}x_{cd}^0$ adalah minimum.

Jadi, solusi $\{x_{rs}^0, x_{pq}^0, ..., x_{ab}^0, x_{cd}^0\}$ dengan metode *cost deviation* merupakan solusi yang optimal dari masalah transportasi yang diberikan TP. ■

2.4. Simulasi Numerik

Diberikan contoh masalah transportasi fuzzy segitiga simetri dan diselesaikan denagn menggunakan metode *cost deviation*.

Contoh 14. Masalah transportasi fuzzy segitiga simetri diberikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Masalah Transportasi Fuzzy Segitiga Simetri

	D_1	D_2	D_3	*Supply*
S_1	$(15,20,25)$	$(22,30,38)$	$(10,15,20)$	$(150,200,250)$
S_2	$(8,10,12)$	$(30,40,50)$	$(12,16,20)$	$(50,100,150)$
S_3	$(4,6,8)$	$(12,15,18)$	$(20,25,30)$	$(50,100,150)$
Demand	$(100,150,200)$	$(100,150,200)$	$(50,100,150)$	$(250,400,550)$

Solusi:

Berdasarkan Akibat 7. Jika $\tilde{A} = (a,b,c) \in STFN$, maka $\mathcal{R}_R(\tilde{A}) = \mathcal{R}_M(\tilde{A}) = b$. Diperoleh transportasi tegas (*crips*) seperti Tabel 2.

Tabel 2. Masalah Transporasi Tegas

	D_1	D_2	D_3	*Supply*
S_1	20	30	15	200
S_2	10	40	16	100

S_3	6	15	25	100
Demand	150	150	100	400

Langkah 1 Tabel Transportasi Cost Deviation

	D_1	D_2	D_3	*Supply*
S_1	(5,14)	(15,15)	(0,0)	200
S_2	(0,4)	(30,25)	(6,1)	100
S_3	(0,0)	(9,0)	(19,10)	100
Demand	150	150	100	400

Langkah 2 Peningkatan Tabel Cost Diviation

	D_1	D_2	D_3	*Supply*
S_1	(5,14)	(6,15)	(0,0)	200
S_2	(0,3)	(21,24)	(6,0)	100
S_3	(0,0)	(0,0)	(19,0)	100
Demand	150	150	100	400

Langkah 3 dan 4 Pengalokasian

	D_1	D_2	D_3	*Supply*
S_1	(5,14)	(6,15)	(0,0) **100**	100
S_2	(0,3)	(21,24)	(6,0)	100
S_3	(0,0)	(0,0) **100**	(19,0)	0
Demand	150	50	0	400

Langkah 5 kemudian langkah 2, Peningkatan Tabel *Cost Deviation*

	D_1	D_2	D_3	*Supply*
S_1	(5,0)	(0,1)	(0,0) **100**	100
S_2	(0,0)	(15,21)	(6,0)	100
S_3	(0,0)	(0,0) **100**	(19,0)	0
Demand	150	50	0	400

Langkah 3 dan 4 Pengalokasian

	D_1	D_2	D_3	*Supply*
S_1	(5,0)	(0,1)	(0,0)	100

			100	
S_2	(0,0) **100**	(15,21)	(6,0)	0
S_3	(0,0)	(0,0) **100**	(19,0)	0
Demand	50	50	0	400

Langkah 6 dan 7

	D_1	D_2	D_3	*Supply*
S_1	(5,0) **50**	(0,1) **50**	(0,0) **100**	0
S_2	(0,0) **100**	(15,21)	(6,0)	0
S_3	(0,0)	(0,0) **100**	(19,0)	0
Demand	0	0	0	400

Diperoleh

$$\tilde{z} \approx 50(15,20,25)+50(22,30,38)+100(10,15,20)$$
$$100(8,10,12)+100(12,15,18)$$
$$\approx (4850,6500,8150)$$

Sehingga berdasarkan Akibat 7, diperoleh $z = 6500$.
Jika permasalah tersebut dikerjakan dengan program *Pom for Windows*, diperoleh hasil seperti pada Tabel.
Tabel

Transportation Shipments

Masalah Transportasi Tegas Solution			
Optimal cost = $6500	Destination 1	Destination 2	Destination 3
Source 1	50	50	100
Source 2	100		
Source 3		100	

Jadi, diperoleh solusi optimal dengan total biaya transportasi $z = 6500$.

3. Simpulan

Metode *cost deviation* merupakan metode langsung tanpa melalui solusi fisibel awal yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah transportasi fuzzy segitiga simetri dengan cara menegaskan menjadi masalah transportasi tegas (*crips*). Untuk sebarang bilangan fuzzy segitiga simetri diperoleh bahwa *Robust ranking* sama dengan *mean parameter ranking*. Selanjutnya, solusi yang diperoleh dengan metode *cost deviation* merupakan solusi optimal.

Daftar Pustaka

Dimas, A. H. (2016). Metode Improved Exponential Approach dalam Menentukan Solusi Optimum pada Masalah Transportasi. Universitas Diponegoro. Semarang.

Fegade, R. M., Jadhav, A. V., & Muley, A. A., (2012). Solving Fuzzy Transportation using Zero Suffix and Robust Ranking Methodology. *IOSR Journal of Engineering, 7*(2), 36-39.

Giarcarlo, F. A., Barbara, C. X. C. A., & Volmir, E. W., (2015). The MOMC Method : a New Methodology to Find Initial Solution for Transportation Problems. *Applied Mathematical Sciences, 19*(9), 901-914.

Giarcarlo, F. A., Barbara, C. X. C. A., & Volmir, E. W., (2015). New Methodology to Find Initial Solution for Transportation Problems, a Case Study with Fuzzy Parameter. *Applied Mathematical Sciences, 19*(9), 915-927.

Mohanaselvi, S. & Ganesan, K. (2012). Fuzzy Optimal Solution to Fuzzy Transportation Problem: A New Approach. *International Journal on Computer Science and Engineering (IJCSE), 3*(4), 367-375.

Pandian, P. (2013). Cost Deviation Method for Solving Transportation Problems. *Indian Journal of Applied Research, 12*(3), 368-371.

Pandian, P. & Jayalashmi, M., (2010). A New Method for Solving Integer Linear Programming Problems with Fuzzy Variables. *Applied Mathematical Sciences, 20*(4), 997-1004.

Pandian, P. & Natarajan, G., (2010). A New Algorithm for Finding a Fuzzy Optimal Solution for Fuzzy Transportation Problems. *Applied Mathematical Sciences, 2*(4), 79 – 90.

Quddoos, A., Javaid, S., & Khalid, M. M., (2012). A New Method for Finding an Optimal Solution for Transportation Problems. *International Journal on Computer Science and Engineering (IJCSE), 7*(4), 1271–1274.

Samuel, A. E. (2012). Improved Zero Point Metdhod (IZPM) for the Transportation Problems. *Applied Mathematical Sciences, 109*(6), 5421-5426.

Samuel, A. E. & Venkatachalapathy, M., (2013). IZPM for Unbalanced Fuzzy Transportation Problems. *International Journal of Pure and Applied Mathematics, 4*(86), 689-700.

Samuel, A. E. & Venkatachalapathy, M., (2012). A New Dual Based Approach for the Unbalanced Fuzzy Transportation Problem. *Applied Mathematical Sciences, 89*(6), 4443-4453.

Shanmugasundari, M & Ganesan, K. (2013). A Novel Approach for the Fuzzy Optimal Solution of Fuzzy Transportation Problem. *International Journal of Engineering Research and Applications (IJERA), 1*(3), 1416-1424.

Sharma, G., Abbas, S. H., & Gupta, V. K., (2012). Optimum Solution of Transportation problem with the help of Zero Point Method. *International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT), 5*(1), 1–6.

Solikhin. (2017). Metode Fuzzy ASM pada Masalah Transportasi Fuzzy Seimbang. Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika 2017 Universitas Negeri Yogyakarta. Yogyakarta

Solikhin. (2017). Metode Perbaikan ASM pada Masalah Transportasi Tak Seimbang. Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika 2017 Universitas Negeri Yogyakarta. Yogyakarta

Solikhin. (2018). Metode Improved ASM Fuzzy pada Masalah Transportasi Fuzzy Tak Seimbang dengan Penegasan Mean Parameter Ranking. Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika 2018 Universitas Negeri Yogyakarta. Yogyakarta

Solikhin. (2018). Metode Improved Exponential Approach Fuzzy pada Masalah Transportasi Fuzzy Tak Seimbang dengan Penegasan Gani Ranking. Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika 2018 Universitas Negeri Yogyakarta. Yogyakarta

Sudhagar, C., & Ganesan, K. (2010). Fuzzy Integer Linear Programming with Fuzzy Decision Variables. *Applied Mathematical Sciences, 70*(4), 3493-3502.

Thiagarajan, K., Saravanan, H., & Natarajan, P., (2013). Finding on Optimal Solution for Transportation Problem- Zero Neighbouring Method. *Ultra Scientis, 25*(2)A, 281–284.

Vannan, S. E., & Rekha, S., (2013). A New Method for Obtaining an Optimal Solution for Transportation Problem. *International Journal of Engineering and Advanced Technology (IJEAT), 5*(2), 369–371.

Winston, W. L. (2004). Operations Research Applications and Algoritms, 4th ed., New York : Duxbury.