



Bagaimana Mahasiswa Menyusun dan Memverifikasi Dugaan: Kasus pada Materi Kalkulus

Ponco Sujatmiko^a, Ikrar Pramudya^b, Dyah Ratri Aryuna^c, Farida Nurhasanah^d

^a Universitas Sebelas Maret, Jl. Ir Sutami No 36 A, Surakarta, 57126, Indonesia

* Alamat Surel: poncosujatmiko@staff.uns.ac.id

Abstrak

Bukti adalah penting dalam matematika, tapi itu adalah akhir dari suatu proses. Sebelum dapat dibuktikan, mesti ada ide yang berharga untuk digunakan dalam pembuktian. Tahap penyelidikan dalam berpikir matematika membangun semua gambaran hubungan dan gambaran hubungan tersebut membawa pada suatu dugaan. Paparan ini merupakan hasil dari penelitian kualitatif eksploratif yang dilakukan untuk mengetahui bagaimana mahasiswa menyusun dan memverifikasi dugaannya pada materi kalkulus. Dari hasil wawancara terhadap dua orang mahasiswa subjek penelitian, keduanya menyusun dugaan secara empiris yakni dengan mencoba melihat kecenderungan atau pola dari beberapa kasus dan memverifikasi dugaannya dengan membuktikan secara analitis. Salah satu mahasiswa membayangkan terbentuknya pola secara kontinu dan menemukan bukti analitisnya tidak sesuai dengan dugaan, kemudian mencoba melihat mengapa dugaannya berbeda dengan buktinya. Sementara mahasiswa lainnya menemukan pola dengan menggambar di kertas dari kasus-kasus diskrit dan melihat ada kemungkinan dugaannya berbeda dengan buktinya tetapi kemudian memaksakan bukti analitis sesuai dugaannya.

Kata kunci:

dugaan, menyusun dugaan, verifikasi dugaan

© 2020 Dipublikasikan oleh Jurusan Matematika, Universitas Negeri Semarang

1. Pendahuluan

Bukti adalah penting dalam matematika, tapi itu adalah akhir dari suatu proses. Sebelum dapat dibuktikan, mesti ada ide yang berharga untuk digunakan dalam pembuktian. Tahap penyelidikan dalam berpikir matematika membangun semua gambaran hubungan dan gambaran hubungan tersebut membawa pada suatu dugaan.

Membuat dugaan, menggeneralisasi dan menjustifikasi adalah sesuatu yang harus dilatihkan dan memegang peranan penting dalam belajar matematika (Ball & Bass, 2003). Keterlibatan siswa dalam membuat dugaan mendukung kemampuan siswa untuk berpikir secara fleksibel tentang ide-ide matematika dan kaitan diantara ide-ide tersebut. Hal itu membuat matematika yang mereka pelajari menjadi bermakna (Carpenter et al, 2003). Di sisi lain, sebenarnya sudah sejak lama Skemp mengkritisi pendekatan dalam belajar matematika yang hanya menggunakan logika secara murni. Hal itu hanya akan memberikan hasil akhir dari penemuan matematika tapi tidak membawa pebelajar untuk melihat proses bagaimana penemuan itu diperoleh. Pendekatan tersebut hanya mengajarkan tentang pemikiran matematika bukan berpikir matematika (Skemp, 1971).

Selanjutnya ditetapkan rumusan masalah dalam penelitian ini adalah : (1) Bagaimana cara mahasiswa dalam menyusun dugaan ? (2) Bagaimana cara mahasiswa dalam memverifikasi dugaan ?. Sesuai dengan rumusan masalah yang ditetapkan, penelitian ini bertujuan untuk mengetahui bagaimana langkah-langkah mahasiswa dalam menyusun dugaan dan memverifikasi dugaan. Adapun manfaat penelitian adalah: (1) Penelitian ini diharapkan membuka kemungkinan untuk dilakukannya penelitian-penelitian lanjutan tentang peran membuat dugaan dalam pembuktian matematis (2) Informasi tentang bagaimana mahasiswa menyusun dugaan dan memverifikasi dugaannya diharapkan dapat digunakan sebagai masukan dalam mengembangkan pembelajaran matematika pada mata kuliah bidang analisis dan aljabar (3) pengalaman menyusun dugaan dan memverifikasi dugaan diharapkan dapat menjadi motivasi mahasiswa untuk belajar melakukan penelitian matematika.

To cite this article:

Sujatmiko, P., Pramudya, I., Aryuna, D. R. & Nurhasanah, F. (2020). Bagaimana Mahasiswa Menyusun dan Memverifikasi Dugaan: Kasus Pada Materi Kalkulus. *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika* 3, 306-309

Dugaan adalah pernyataan tentang semua kasus yang mungkin berdasarkan pada data empirik yang belum dibuktikan kebenarannya atau ada unsur keraguan di dalamnya. Menduga (*conjecturing*) adalah proses penalaran yang melibatkan hubungan matematis untuk secara coba-coba mengembangkan pernyataan yang dianggap sebagai pemikiran yang benar tapi belum diketahui secara pasti apakah benar (Lannin et al, 2011)

Menurut Canadas et al. (2007), terdapat lima tipe membuat dugaan yakni (1) Induksi Secara Empiris dari Sejumlah Hingga Kasus Diskrit : dugaan dibuat berdasarkan pengamatan pada berhingga kasus diskrit, yaitu dengan mengamati pola yang konsisten (2) Induksi Secara Empiris dari Kasus Dinamik : dugaan dibuat berdasarkan aturan umum yang dideskripsikan secara natural dari himpunan-himpunan kejadian yang dihubungkan secara dinamis (3) Analogi : dugaan dibuat melalui analogi terhadap suatu fakta yang telah diketahui. (4) Abduksi : dugaan dibuat dengan menjelaskan suatu kejadian dari sisi yang berbeda (5) Menduga secara perseptual : dugaan dibuat berdasarkan reorientasi visual dari masalah atau translasi secara perseptual dari pernyataan.

Dalam penelitiannya Bergqvist (2000) mengkaji bagaimana siswa memeriksa kebenaran dugaan. Analisis dilakukan dengan memperhatikan tingkatan memeriksa kebenaran dugaan menurut Balacheff (1988) yakni : (1) Empirisme Naif : meyakinkan dan berargumen bahwa dugaan benar setelah memverifikasi beberapa contoh (2) Eksperimen Kasus Krusial : menguji dugaan melalui kasus spesial, mungkin ekstrim dan membuat kesimpulan (3) Memperumum Contoh : menunjukkan dugaannya benar dengan memanipulasi objek yang dianggap wakil dari objek-objek yang sama (4) Eksperimen Pemikiran : bukti diperoleh dengan meninjau sifat dari objek bukan pada akibat dari operasi pada objek

2. Metode

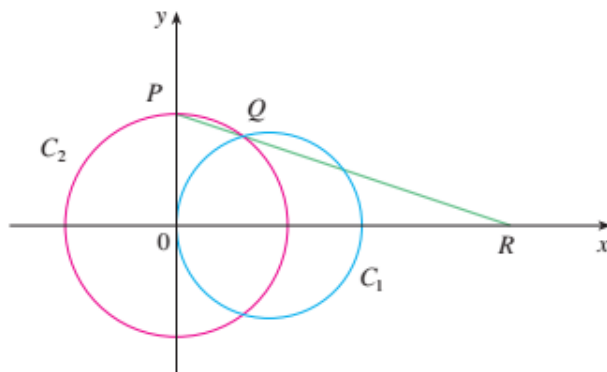
Ditinjau dari jenisnya, penelitian ini termasuk penelitian kualitatif dengan pendekatan eksploratori deskriptif. Dalam penelitian ini terdapat upaya untuk mendeskripsikan, mencatat, menganalisis dan menginterpretasikan hasil eksplorasi terhadap bagaimana langkah-langkah yang dilakukan mahasiswa dalam menyusun dugaan dan memverifikasi dugaannya.

Penelitian dilakukan di Program Studi Pendidikan Matematika FKIP UNS. Pemilihan subjek penelitian dilakukan berdasarkan teknik *purposive sampling*. Subjek penelitian yang telah terpilih secara *purposive* selanjutnya akan diwawancarai untuk mengetahui bagaimana langkah-langkahnya dalam menyusun dugaan dan memverifikasi dugaannya.

Data pada penelitian ini berupa deskripsi tentang bagaimana langkah-langkah mahasiswa dalam menyusun dugaan dan memverifikasi dugaannya. Sumber data dalam penelitian ini adalah mahasiswa responden yang terpilih sebagai subjek penelitian.

Teknik pengumpulan datanya adalah wawancara berbasis tugas, dengan tugas menyusun dan memverifikasi dugaan sebagai berikut :

Gambar berikut menunjukkan lingkaran tetap C_1 dengan persamaan $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ dan lingkaran C_2 dengan jari-jari r dan pusat pada titik asal. Jika P adalah titik $(0, r)$, Q adalah titik potong (yang lebih di atas) antara kedua lingkaran dan R adalah titik potong garis PQ dan sumbu- x . Buatlah dugaan tentang apa yang terjadi pada R dan Q jika C_2 menyusut yakni jika $r \rightarrow 0^+$. Apakah R akan mencapai suatu posisi tertentu ?



Gambar 1. (Stewart, 2010)

Uji validitas data dilakukan dengan triangulasi waktu. Kegiatan yang terkait dengan triangulasi waktu pada penelitian ini adalah : (1) melakukan wawancara berbasis tugas 1 kepada subjek penelitian (2) melakukan wawancara berbasis tugas 2 (dengan menggunakan tugas yang setara dengan tugas 1) kepada subjek penelitian yang sama dan dalam waktu yang berbeda (3) membandingkan data hasil wawancara 1 dan data hasil wawancara 2. (4) melakukan triangulasi data dan menganalisis data yang sudah diperoleh. Sedangkan analisis data deskriptif kualitatif pada penelitian ini dengan tahapan-tahapan reduksi data, penyajian data, menarik kesimpulan dan verifikasi.

3. Hasil dan Pembahasan

Dari hasil wawancara terhadap dua orang mahasiswa subjek penelitian, keduanya menyusun dugaan secara empiris yakni dengan mencoba melihat kecenderungan atau pola dari beberapa kasus. Langkah-langkah yang dilakukan dalam menyusun dugaan adalah (1) mengobservasi beberapa kasus (2) mengorganisasi kasus-kasus (3) mencari dan menduga pola dari kasus-kasus (4) merumuskan dugaan bahwa itu akan berlaku umum berdasarkan kasus-kasus yang ada. Tetapi terdapat sedikit perbedaan diantara kedua subjek dalam melakukan langkah-langkah menyusun dugaan. Subjek pertama mengobservasi dan mengorganisasi kasus-kasus diskrit dengan menggambarkan kasus-kasus tersebut pada kertas. Subjek kedua membayangkan dalam pikirannya sambil menggerakkan tangannya menyusuri gambar pada tugas yang diberikan dan melihat itu sebagai suatu proses yang kontinu. Jika dikaitkan dengan tipe membuat dugaan menurut Canadas, maka subjek pertama cenderung menyusun dugaan dengan tipe Induksi Secara Empiris dari Sejumlah Hingga Kasus Diskrit (dugaan dibuat berdasarkan pengamatan pada berhingga kasus diskrit) , sedangkan subjek kedua cenderung menyusun dugaan dengan tipe Induksi Secara Empiris dari Kasus Dinamik (dugaan dibuat berdasarkan aturan umum yang dideskripsikan secara natural dari himpunan-himpunan kejadian yang dihubungkan secara dinamis)

Kedua subjek penelitian memverifikasi dugaannya dengan membuktikan secara analitis. Mereka menganggap bahwa kasus-kasus yang mereka bahas belum cukup untuk menjadi bukti dari dugaan yang mereka buat. Jika ditinjau dari tingkatan memeriksa kebenaran dugaan menurut Balacheff maka keduanya telah memasuki tahap Eksperimen Pemikiran (bukti diperoleh dengan meninjau sifat dari objek bukan pada akibat dari operasi pada objek). Langkah-langkah yang dilakukan dalam memverifikasi dugaan dengan membuktikan secara analitis adalah (1) Mengidentifikasi konsep-konsep yang terkait dengan dugaan yang dibuat (2) Melihat hubungan diantara konsep-konsep tersebut. Ketika melakukan proses verifikasi dugaan, keduanya mendapati bukti analitis yang mereka buat berbeda dengan dugaan yang disusun. Tetapi respon mereka terhadap fakta tersebut berbeda. Subjek pertama mengubah bukti analitis yang sudah dibuat sedemikian rupa sehingga hasilnya sama dengan dugaannya. Jadi subjek pertama lebih yakin dengan dugaannya dan melihat kemungkinan terjadi kesalahan pada bukti yang dibuat. Sedangkan subjek kedua mencoba mencermati bukti analitis yang dibuat dan melihat dari bukti tersebut hal-hal yang mungkin diabaikan pada saat menyusun dugaan. Subjek kedua lebih yakin dengan bukti analitis yang dibuat dan melihat kemungkinan kesalahan terjadi pada saat menyusun dugaan.

4. Simpulan

Kedua mahasiswa subjek penelitian menyusun dugaan secara empiris yakni dengan mencoba melihat kecenderungan atau pola dari beberapa kasus dan memverifikasi dugaannya dengan membuktikan secara analitis. Salah satu mahasiswa membayangkan terbentuknya pola secara kontinu dan menemukan bukti analitisnya tidak sesuai dengan dugaan, kemudian mencoba melihat mengapa dugaannya berbeda dengan buktinya. Sementara mahasiswa lainnya menemukan pola dengan menggambar di kertas dari kasus-kasus diskrit dan melihat ada kemungkinan dugaannya berbeda dengan buktinya tetapi kemudian memaksakan bukti analitis sesuai dugaannya.

Daftar Pustaka

- Ball,D.L., & Bass.H (2003). Making mathematics reasonable in school. In J.Kill Patrick,W.G Martin & D.Schifter (Eds), A research companion to principles and standards for school mathematics 27-44. Reston, VA : National Council of Teachers of Mathematics

- Bergqvist, T.,(2005). How Students Verify Conjectures : Teachers' expectation E. *Journal of Mathematics Teacher Education* ,8, 171-191.
- Canadas,M.C., Deulofeu,J., Figueiras,L.,Reid,D.,Yevdokimov,O. (2007). The Conjecturing Process: Perspectives in Theory and Implications in Practise. *Journal of Teaching and Learning*, 25(1), 55-72
- Carpenter,T.P, Franke & Levi, L. (2003). *Thinking Matematically : Integrating Arithmetic and Algebra in Elementary School*. Portsmouth, NH : Heinemann
- Lannin, J.K., Ellis,A.B.,Elliot,R. (2011). *Developing Essential Understanding of Mathematical Reasoning for Teaching Mathematics in Prekindergarten-Grade 8*. R.M.Zbiek, (Ed). Reston, VA : National Council of Teachers Mathematics.
- Skemp, R.R (1971). *The Psychology of Learning Mathematics*, Penguin 1971
- Stewart, J (2010). *Calculus Seventh Edition* , Brooks/Cole Publishing Company, USA.