



# Efektivitas Pembuktian Aljabar Abstrak Mahasiswa Calon Guru

Mohammad Zahri<sup>a,\*</sup>, Azhar Syarifuddin<sup>b</sup>, Muhamad Imam Fitroh<sup>c</sup>

<sup>a,b,c</sup> STKIP Al Hikmah, Jl. Kebonsari Elveka V, Surabaya, 60233, Indonesia

\* Alamat Surel: [zahrmath.stkip@gmail.com](mailto:zahrmath.stkip@gmail.com)

## Abstrak

Proses pembuktian yang efektif sangat penting dalam pembelajaran matematika. Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan efektivitas pembuktian dalam aljabar abstrak, mahasiswa calon guru ditinjau berdasarkan minat terhadap mata kuliah psikologi pembelajaran matematika. Subjek penelitian ini terdiri atas 3 orang yang memiliki minat tinggi, sedang, dan rendah terhadap psikologi pembelajaran matematika yang dipilih dari 12 orang berdasarkan angket minat yang diberikan. Teknik pengambilan data melalui pemberian tugas membuktikan aljabar abstrak dan wawancara. Data penelitian ini berupa hasil pekerjaan subjek dalam membuktikan aljabar abstrak, dan data hasil wawancara pendalaman. Efektivitas pembuktian menggunakan tiga indikator utama yaitu ringkas, logis, dan benar. Analisis data penelitian dilakukan secara kualitatif. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa subjek dengan minat tinggi memiliki langkah pembuktian yang ringkas, logis, dan benar. Subjek dengan minat sedang memiliki langkah pembuktian yang logis, dan benar, sedangkan subjek dengan minat rendah memiliki langkah pembuktian yang ringkas, tidak logis, dan hasil akhirnya salah. Efektivitas pembuktian aljabar abstrak jika dilihat dari minat terhadap mata kuliah psikologi pembelajaran matematika cenderung berbeda. Hanya mahasiswa yang memiliki minat tinggi terhadap psikologi pembelajaran matematika yang dapat membuktikan dengan ringkas. Hal ini terjadi karena subjek dapat menggunakan sifat-sifat yang sudah diterima sebagai kebenaran untuk membantu proses pembuktiannya.

## Kata kunci:

Efektivitas pembuktian, mahasiswa calon guru.

© 2020 Dipublikasikan oleh Jurusan Matematika, Universitas Negeri Semarang

## 1. Pendahuluan

Pada era industry 4.0 matematika tetap menjadi materi penting yang harus dipelajari oleh semua siswa. Siregar (2017) menyatakan matematika adalah suatu hal yang penting pada kehidupan setiap manusia, matematika juga berperan penting dalam perkembangan teknologi digital. Selain itu berdasarkan tujuan belajar matematika dapat digunakan untuk mengembangkan kecakapan hidup seseorang. Tujuan belajar matematika yaitu untuk mengembangkan kemampuan berpikir atau bernalar, pemecahan masalah, mengkomunikasikan gagasan secara efektif, dan memiliki sikap dan perilaku yang sesuai dengan nilai-nilai dalam pembelajaran matematika.

Kenyataan di Indonesia, banyak siswa yang mengalami kesulitan dalam mempelajari matematika. Siregar (2017) menyatakan bahwa sampai saat ini matematika masih dianggap sulit. Nawangsari (2007) mengungkapkan bahwa matematika sejak zaman dulu hingga saat ini dinilai sebagai mata pelajaran yang sulit dan menakutkan. Nilai UN matematika yang dirilis oleh Kemendikbud (2017) untuk jenjang SMP dengan rata-rata diantara 50.00. Namun demikian yang tidak boleh dilupakan bahwa tujuan belajar matematika tidak hanya untuk penguasaan materi. Untuk kebutuhan saat ini kemampuan mengkomunikasikan gagasan secara efektif, merupakan tujuan belajar matematika yang perlu mendapatkan perhatian serius.

Guru memiliki peranan penting dalam membantu siswa-siswa memiliki kemampuan komunikasi secara efektif. Untuk mengembangkan kemampuan komunikasi secara efektif, dapat dilakukan melalui komunikasi lisan seperti presentasi, dan diskusi, dan dapat pula melalui kegiatan menulis seperti pembuktian yang efektif. Pembuktian yang efektif akan mudah dibaca dan dipahami, serta hasil akhirnya

*To cite this article:*

Zahri, M., Syarifuddin, A. & Fitroh, M.I. (2020). Efektivitas Pembuktian Aljabar Abstrak Mahasiswa Calon Guru. *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika 3*, 605-611

benar. Pembuktian yang efektif tentu saja tidak bertele-tele, namun tetap menggunakan argumentasi yang logis. Argumentasi yang logis dalam matematika dapat disusun berdasarkan sifat, definisi, atau teorema yang telah dibuktikan kebenarannya. Matematika sangat menjunjung tinggi azas kelogisan dalam pembuktian suatu teorema. Namun demikian pembuktian sering kali sulit dipahami oleh mahasiswa. Berbagai studi mengenai pembuktian teorema telah dilakukan. Ko & J. Knuth (2013) telah melakukan studi tentang membaca, memahami, dan memvalidasi bukti. Weber (2005) telah melakukan studi tentang siswa membangun bukti. Strickland & Rand (2016) telah melakukan studi tentang kerangka kerja untuk mengidentifikasi dan mengklarifikasi kesalahan bukti. Martinez (2014) telah melakukan studi tentang peran pembuktian di kelas dan cara mengajarkannya. Fukawa (2015) telah melakukan studi tentang membuktikan dan mendefinisikan aljabar abstrak. Sehingga telah banyak studi tentang bukti dan pembuktian yang sangat memperhatikan keefektifannya dengan indikator yang berbeda-beda.

Matematika sangat erat kaitannya dengan bukti dan pembuktian. Pembuktian merupakan proses yang memuat pernyataan yang logis, untuk menjelaskan bahwa suatu pernyataan dikatakan benar. Pembuktian yang baik adalah bukti yang mencakup kata dan simbol. Junarti, Sukestiyarno, Budi, & Kartono (2019) menyatakan bahwa bukti yang baik adalah yang mencakup kata-kata yang tidak kalah penting dengan simbol dan angka dalam menulis matematika. Suatu bukti dikatakan efisien apabila menggunakan simbol-simbol matematika. Stefanowics (2014) menyatakan bahwa menulis bukti akan lebih efisien apabila menggunakan simbol sederhana yang menyelamatkan kita menulis panjang. Dengan kata lain bahwa bukti yang efektif adalah bukti yang ringkas, logis, dan benar.

Berdasarkan permasalahan di atas maka dalam penelitian ini peneliti akan mendeskripsikan keefektifan pembuktian soal aljabar abstrak ditinjau dari minat mahasiswa terhadap Psikologi Pembelajaran Matematika. Keefektifan akan dilihat dari tiga ciri utama yaitu logis, ringkas, dan benar.

## 2. Metode

Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif dengan pendekatan kualitatif. Subjek penelitian ini terdiri atas 3 orang yang memiliki minat tinggi, sedang, dan rendah terhadap psikologi pembelajaran matematika yang dipilih dari 12 orang yang sedang mengikuti perkuliahan psikologi pembelajaran matematika. Teknik pemilihan subjek penelitian ini menggunakan angket minat terhadap psikologi pembelajaran matematika. Teknik pengambilan data melalui pemberian tugas membuktikan soal aljabar abstrak dan wawancara.

Data penelitian ini berupa hasil pekerjaan subjek dalam membuktikan soal aljabar abstrak, dan data hasil wawancara pendalaman. Data hasil pembuktian subjek dianalisis keefektifannya dengan menggunakan 3 kriteria yaitu ringkas, logis, dan benar. Untuk memperdalam analisis maka akan dilakukan wawancara sesuai kebutuhan.

### 2.1. Teknik pengumpulan data

Teknik pengumpulan data dalam penelitian ini terdiri atas pemberian angket untuk memilih subjek penelitian, pemberian tugas untuk melakukan diagnosis kesulitan belajar, dan wawancara untuk melengkapi dan mendalami data diagnosis yang diperoleh melalui tugas.

#### 2.1.1. Pemberian angket.

Pemberian angket dalam penelitian ini digunakan untuk memilih 3 subjek penelitian yang memiliki minat tinggi, sedang, dan rendah terhadap mata kuliah Psikologi Pembelajaran Matematika. Angket yang diberikan terdiri atas 10 pernyataan dengan menggunakan penskoran skala 1-5. Angket bersifat tertutup, artinya subjek hanya dapat memberikan pilihan yang sudah disediakan, tidak dapat memberikan penjelasan atau jawaban secara terbuka. Skor maksimal yaitu 50, sedangkan kemungkinan skor terendah yaitu 10. Angket diberikan kepada 12 orang mahasiswa calon guru matematika. Skor yang diperoleh dalam angket akan direkap dan disusun secara urut berdasarkan pada skor tertinggi menuju yang terendah. Data inilah yang digunakan untuk memilih 3 subjek penelitian. .

#### 2.1.2. Pemberian tugas.

Pemberian tugas dalam penelitian ini yaitu dengan memberikan tugas kepada subjek untuk membuktikan soal aljabar abstrak. Soal yang harus dibuktikan yaitu tentang grup pada himpunan yang beranggotakan

empat matriks dengan operasi perkalian matriks. Tugas diberikan pada subjek yang terpilih dari langkah pemilihan subjek yang berjumlah 3 orang. Data yang diperoleh adalah hasil pekerjaan subjek. Tugas pembuktian ini digunakan untuk mengetahui keefektifan pembuktian aljabar abstrak yang dilakukan oleh subjek dengan menggunakan indikator keringkasan, kelogisan, dan kebenaran pembuktian aljabar abstrak.

### 2.1.3. Wawancara.

Wawancara penelitian ini didasarkan pada hasil analisis data pekerjaan tugas yang dikerjakan oleh subjek. Wawancara bertujuan untuk pendalaman dan verifikasi data pembuktian aljabar abstrak yang dilakukan oleh subjek, sehingga diperoleh hasil analisis yang valid. Wawancara dilakukan pada subjek yang terpilih. Sifat wawancara tidak terstruktur, artinya wawancara dilakukan sesuai dengan kebutuhan pendalaman analisis data. Data hasil wawancara akan melengkapi dan memperdalam analisis data yang diperoleh dari hasil tugas pembuktian.

## 2.2. Instrumen Penelitian

Instrumen utama penelitian ini adalah peneliti sendiri, karena penelitian ini adalah penelitian kualitatif. Sedangkan instrumen pendukungnya terdiri atas angket minat, lembar tugas, dan pedoman wawancara.

### 2.2.1. Angket minat.

Angket minat dalam penelitian ini digunakan untuk mengetahui minat mahasiswa terhadap psikologi pembelajaran matematika. Angket dalam penelitian ini terdiri dari 10 butir pernyataan yang akan digunakan untuk mengukur minat mahasiswa terhadap psikologi pembelajaran matematika.

### 2.2.2. Lembar penugasan.

Lembar penugasan dalam penelitian ini digunakan untuk memberikan tugas kepada mahasiswa dalam membuktikan soal aljabar abstrak. Soal yang diberikan berupa pembuktian, yaitu untuk membuktikan himpunan  $G$  yang memiliki empat elemen matriks  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , dan  $D$  dengan operasi perkalian pada matriks.

### 2.2.3. Pedoman wawancara.

Pedoman wawancara dalam penelitian ini digunakan untuk melakukan pendalaman terhadap pembuktian mahasiswa pada aljabar abstrak. Pedoman disusun agar wawancara yang dilakukan fokus terhadap tujuan yang akan dicapai. Pedoman ini sifatnya memberikan arahan, bahwa wawancara dilakukan tidak terstruktur. Wawancara dilakukan berdasarkan kebutuhan pendalaman data hasil analisis tugas.

## 2.3. Analisis data

Teknik analisis data dalam penelitian ini adalah teknik analisis data kualitatif. Sugiyono (2015) menyatakan tiga tahap yaitu reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan. Sehingga teknik analisis data dalam penelitian ini secara rinci dapat dijabarkan sebagai berikut.

### 2.3.1. Reduksi data.

Reduksi data dalam penelitian ini dilakukan guna memilih data yang sesuai dengan penelitian. Reduksi data dilakukan pada pembuktian, yaitu hanya data yang relevan saja yang akan digunakan. Sedangkan data yang tidak relevan akan diabaikan.

### 2.3.2. Penyajian data.

Data dalam penelitian ini akan disajikan dalam bentuk table skor angket minat, yang dirangking dari yang tertinggi hingga yang terendah. Data hasil tugas akan disusun sesuai dengan klasifikasi subjek berdasarkan minatnya terhadap mata kuliah Psikologi Pembelajaran Matematika. Sedangkan data wawancara disajikan dalam bentuk transkrip data yang terurut. Dalam artikel ini data yang disajikan adalah cuplikan, bukan data secara keseluruhan.

2.3.3. *Penarikan kesimpulan.*

Kesimpulan digunakan untuk menyajikan hasil penelitian. Penarikan kesimpulan dalam penelitian ini akan diambil berdasarkan analisis data skor angket minat, lembar penugasan, dan pendalaman wawancara. Kesimpulan digunakan untuk menjawab tujuan penelitian yang telah dituangkan dibagian awal penelitian ini.

**3. Hasil dan Pembahasan**

3.1. *Hasil Pemilihan Subjek Penelitian*

Data hasil angket digunakan untuk memiliki subjek penelitian. Angket diberikan pada 12 subjek yaitu mahasiswa calon guru matematika yang sedang memprogram mata kuliah Psikologi Pembelajaran Matematika. Angket ini bersifat tertutup yang terdiri atas 10 pernyataan. Angket telah divalidasi oleh dua validator dengan sedikit perbaikan. Skor yang digunakan menggunakan skala 1-5, sehingga kemungkinan perolehan skor tertinggi yaitu 50 dan terendahnya 10.

Berdasarkan analisis rekap skor angket maka data minat mahasiswa terhadap psikologi pembelajaran matematika dikelompokkan menjadi tiga yaitu tinggi, sedang, dan rendah. Mahasiswa yang memiliki minat tinggi terdiri atas 3 orang, minat sedang terdiri atas 4 orang, dan minat rendah terdiri dari 3 orang. Subjek dipilih dari masing-masing kelompok sebanyak 1 orang. Subjek yang memiliki minat tinggi disebut sebagai subjek 1 dan diberi kode S1, minat sedang disebut subjek 2 dan diberi kode S2, dan minat rendah disebut subjek 3 dan diberi kode S3

3.2. *Hasil Data Penelitian dan Pembahasan*

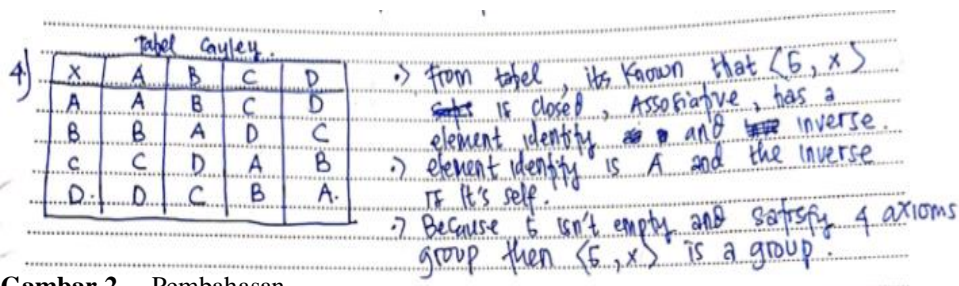
Data hasil penelitian ini berupa pekerjaan subjek dalam menyelesaikan tugas aljabar abstrak. Ada tiga data yang akan dianalisis yaitu data dari subjek 1 (S1), data dari subjek 2 (S2), dan data dari subjek 3 (S3). Data yang akan dianalisis dalam artikel ini pada soal pembuktian berikut ini :

4. Show that the set  $G = \{A, B, C, D\}$  of four matrices  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ ,  $D = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$  under the multiplication of matrices is a group.

**Gambar 1.** Soal Pembuktian

3.2.1. *Hasil dan Pembahasan Data Subjek 1 (S1)*

Subjek S1 telah menjawab dan membuktikan soal tersebut dengan ringkas, logis, dan benar. Proses pembuktian yang dilakukan subjek S dengan menggunakan tabel Cayley, sehingga dengan mudah dapat dilihat bahwa himpunan G dengan operasi perkalian matrik adalah sebuah grup.



**Gambar 2.** Pembahasan

Untuk melengkapi data analisis maka dilakukan wawancara berdasarkan hasil pekerjaan tersebut. Perhatikan petikan wawancara berikut ini:

P : mengapa anda menggunakan tabel Cayley saat membuktikan soal ini ?

S1 : ya kan biar cepat dan ringkas.

P : ada alasan lain ?

S1 : kalau dikalikan satu-satu selain lama, kan ada kemungkinan yang terlewat. Kalau menggunakan tabel ini pasti semua termuat.

Langkah pembuktian ini disajikan secara ringkas, namun tetap memenuhi semua persyaratan proses pembuktian sebuah grup. Selain subjek dapat menjelaskan bahwa himpunan  $G$  dengan operasi perkalian matriks memenuhi 4 aksioma grup, juga dijelaskan bahwa  $G$  tidak kosong. Untuk memperdalam analisis ini berikut petikan wawancara pada subjek S1:

*P : ok, sifat tertutup mudah dilihat pada tabel. Sekarang bagaimana anda bisa menjelaskan bahwa perkalian tersebut bersifat asosiatif?*

*S1 : ya perkalian matriks secara umum kan memenuhi sifat asosiatif.*

Sifat asosiatif pada perkalian matriks, adalah sifat yang berlaku umum, dan subjek S1 menggunakan sifat ini dalam proses pembuktian tersebut. Hal ini akan mendukung proses pembuktian itu lebih ringkas. Jika diamati tabel Cayley, tidak memberikan informasi secara gambang tentang sifat asosiatif ini. Namun dengan menggunakan sifat-sifat perkalian matriks maka aksioma tersebut tidak perlu dibuktikan lagi. Unsur identitas matriks tersebut mudah dikenal yaitu matriks  $A$ . Untuk mengetahui proses pembuktian invers setiap matriks perhatikan wawancara berikut ini:

*P : unsur identitas pada  $G$  adalah matriks  $A$ , mudah sekali karena ini bentuk umum. Bagaimana anda menentukan invers setiap elemen  $G$  ?*

*S1 : sebenarnya pada tabel kita hanya perlu menentukan 9 elemen, yaitu perkalian antar 3 matrik yang bukan identitas.*

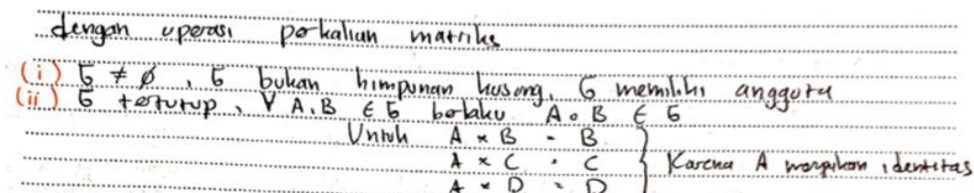
*P : apa hubungannya dengan invers matriks yang haru anda cari?*

*S1 : ttabel Cayley ini memiliki pola. Dengan mencermati pola yang sudah ada maka 9 elemen yang lain dengan mudah bisa dilengkapi, tidak perlu menghitung sebanyak 9 kali. Menghitung perkalian dua matriks juga butuh ketelitian. Ketika tabel sudah disi legkap, dengan mudah dapat dilihat bahwa inversi kali matriks tersebut adalah matriks dirinya sendiri.*

Semua langkah pembuktian oleh subjek S1 diikuti oleh argumentasi dan landasan yang baik. Hasil akhir yang diperoleh juga benar, dan terbukti bahwa  $G$  grup. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa subjek S1 telah melakukan pembuktian ini dengan logis, ringkas, dan benar.

### 3.2.2. Hasil dan Pembahasan Data Sukek 2 (S2)

Pada data subjek S2 pembuktian dilakukan secara bertahap, lengkap, dan detail. Perhatikan data pada gambar 3 berikut ini :



**Gambar 3.** Pembahasan

Langkah subjek S2 pada gambar 3 menunjukkan, untuk membuktikan perkalian antar anggota  $G$  bersifat tertutup, maka subjek mengalikan satu-persatu matriks-matriks tersebut. Setiap matriks anggota  $G$  yang dikalikan  $A$  hasilnya sama dengan matriks itu sendiri, karena  $A$  sebuah identitas perkalian. Sedangkan untuk perkalian antar matriks yang lainnya subjek S2 juga melakukan sepasang-sepasang. Perhatikan gambar 4 berikut ini:

$$\begin{aligned}
 B \times C &= \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = D \\
 B \times D &= \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = C \\
 C \times D &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = B
 \end{aligned}$$

**Gambar 4.** Hasil Perkalian Matriks

Demikian pula untuk membuktikan bahwa perkalian matriks anggota  $G$  bersifat asosiatif, subjek mengalikan sepasang-sepasang matriks tersebut untuk semua kemungkinan pasangan. Gambar 5 berikut salah satu proses untuk menentukan sifat asosiatif :

(iii)  $G$  asosiatif.  $\forall A, B, C \in G$  berlaku  $A \times (B \times C) = (A \times B) \times C$

<p>Untuk <math>A, B, C</math></p> $A \times (B \times C) = (A \times B) \times C$ $A \times D = B \times C$ $D = D$	<p>Untuk <math>B, A, C</math></p> $B \times (A \times C) = (B \times A) \times C$ $B \times C = B \times C$ $D = D$
<p>Untuk <math>B, C, D</math></p> $B \times (C \times D) = (B \times C) \times D$ $B \times B = D \times D$ $A = A$	<p>Untuk <math>C, A, B</math></p> $C \times (A \times B) = (C \times A) \times B$ $C \times B = C \times B$ $D = D$

Gambar 5. Proses menentukan asosiatif

Subjek telah membuktikan 8 kemungkinan sifat asosiatif dari matriks A, B, C, dan D. Tentu hal ini sangat tidak efisien, dan cenderung panjang sekali. Hanya pada saat menentukan invers, subjek langsung menyebutnya bahwa matriks A adalah identitas. Untuk menentukan invers perkalian setiap matriks subjek S2 mencarinya satu persatu invers tersebut, sebagaimana gambar 6 berikut ini:

(v)  $\forall A \in G \exists A^{-1} \in G$  sdh  $A \times A^{-1} = e$

Untuk  $A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} = \frac{1}{1-0} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = A$

$B^{-1} = \frac{1}{-1-0} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = B$

$C^{-1} = \frac{1}{-1-0} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = C$

$D^{-1} = \frac{1}{1-0} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = D$

Gambar 6. Invers matriks

Untuk memperdalam data tersebut berikut disajikan petikan wawancara dengan subjek S2:

P : jika di cermati, langkah pembuktian yang anda lakukan lengkap, namun panjang. Adakah cara yang lebih ringkas?

S2 : mmm..., kalau diringkas nanti menjadi tidak jelas.

P : apa yang anda maksud tidak jelas ?

S2 : ya kan dalam aljabar abstrak setiap langkah harus memiliki alasan mengapa seperti itu

P : adakah sifat-sifat umum yang sudah diterima kebenarannya dapat digunakan?

S2 : ya mungkin

P : apa itu ?

S2 : yang saya pakai itu matriks identitas karena matriksnya khusus

Petikan wawancara ini memberikan gambaran bahwa subjek S2, sebenarnya juga memahami bahwa boleh menggunakan sifat-sifat yang sudah diterima kebenarannya, namun ia hanya menggunakan pada unsur identitas. Namun demikian hasil akhir pembuktian ini benar. Subjek menjelaskan bahwa G dengan operasi perkalian pada matriks membentuk grup. Analisis data ini menyimpulkan bahwa subjek S2 membuktikan soal aljabar ini dengan logis dan benar, namun tidak ringkas.

3.2.3. Hasil dan Pembahasan Data Sukek 3 (S3)

Subjek 3 (S3) adalah subjek yang memiliki minat rendah terhadap mata kuliah psikologi pembelajaran matematika. Subjek telah membuktikan semua tahapan mulai dari menunjukkan bahwa G bukan himpunan kosong, bersifat tertutup, asosiatif, ada identitas, dan setiap anggota memiliki invers. Namun demikian proses pembuktian tersebut tidak logis, karena cara subjek membuktikan dengan menggunakan pendekatan contoh, tidak bersifat umum. Dengan menunjukkan bahwa hasil kali dua matriks bersifat tertutup, subjek menyimpulkan bahwa operasi perkalian bersifat tertutup pada himpunan G. Tentu hal ini tidak cukup, karena subjek harusnya menunjukkan bahwa sifat tertutup itu berlaku untuk setiap anggota himpunan G. Sebagai contoh perhatikan gambar 7 berikut ini:

$\forall A, B \in G \exists A, B \in G \rightarrow$  (contoh:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \cdot (-1) + 0 \cdot 0 & 1 \cdot 0 + 0 \cdot 1 \\ 0 \cdot (-1) + 1 \cdot 0 & 0 \cdot 0 + 1 \cdot 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ )

Gambar 7. Contoh

Pengantar umum aksiomanya sudah benar, bahwa untuk setiap  $A$ , dan  $B$  anggota  $G$  berlaku  $AB$  anggota  $G$  atau bersifat tertutup. Namun argumentasi dan proses pembuktian aksioma ini dengan memberikan contoh perkalian dua matriks saja, lalu disimpulkan. Demikian juga pada saat membuktikan sifat asosiatif, dan adanya invers untuk setiap anggota  $G$ . Namun contoh yang digunakan untuk menjelaskan adanya invers, salah dalam perhitungan, sehingga kesimpulannya juga salah bahwa matriks tersebut tidak memiliki invers. Akibatnya simpulan secara keseluruhan juga salah bahwa  $G$  bukan grup dengan alasan ada elemen yang tidak memiliki invers. Ini berarti hasil akhir pembuktian juga salah.

---

#### 4. Simpulan

Berdasarkan analisis data yang telah diuraikan maka disimpulkan bahwa subjek yang memiliki minat tinggi terhadap mata kuliah Psikologi Pembelajaran Matematika dapat membuktikan aljabar abstrak dengan efektif. Bukti yang disajikan logis, ringkas, dan benar. Subjek yang memiliki minat sedang, dapat menyajikan bukti yang logis dan benar, namun tidak ringkas. Sedangkan subjek dengan minat rendah menyajikan bukti dengan ringkas, namun tidak logis dan tidak benar.

Efektivitas pembuktian aljabar abstrak jika dilihat dari minat terhadap mata kuliah Psikologi Pembelajaran Matematika cenderung berbeda. Hanya mahasiswa yang memiliki minat tinggi terhadap psikologi pembelajaran matematika yang dapat membuktikan dengan ringkas, dan benar. Hal ini terjadi karena subjek dapat menggunakan sifat-sifat yang sudah diterima sebagai kebenaran untuk membantu proses pembuktiannya.

---

#### Daftar Pustaka

- Creswell, J. W. (2016). *Research Design*. In Priyanti (Ed.), 4 (4th ed., p. 367). Yogyakarta: Pustaka Pelajar.
- Fakawa, C. T. (2015). Responsibility for proving and defining in abstract algebra classing. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1–17.
- Junarti, Sukestiyarno, Y. L., Budi, S., & Kartono. (2019). Peran Skema Penulisan Definisi, Teorema dan Bukti dalam Kemandirian Belajar Membuktian Aljabar Abstrak dengan, 2, 637–647.
- Ko, W., & J. Knuth, E. (2013). Validating proofs and counterexamples across content domains: Practices of importance for mathematics majors. *The Journal of Mathematical Behavior*, 32, 20–35.
- Martinez, M. V. (2014). Algebra and Proof in High School: The Case of Algebraic Proof as Discovery. *REDIMAT Journal of Research in Mathematics Education*, 3, 30–35.
- Siregar, N. R. (2017). Persepsi Siswa Pada Pelajaran Matematika: Studi Pendahuluan Pada Siswa yang Menyenangi Game. *Prosiding Temu Ilmiah X Ikatan Psikologi Perkembangan Indonesia*, 224–232. Retrieved from <https://www.google.co.id/search?q=Persepsi+siswa+pada+pelajaran+matematika%253A+studi+pendahuluan+pada+siswa+yang+menyenangi+game+Nani+Restati+Siregar+1+Mahasiswa+Program+Doktor+Psikologi+Universitas+Gadjah+Mada&dq=Persepsi+siswa+pada+pelajaran+matematika>
- Stefanowics, A. (2014). *Proofs and Mathematical Reasoning*, University of Birmingham Mathematics Support Centre.
- Strickland, S., & Rand, B. (2016). A Framework for Identifying and Classifying Undergraduate Student Proof Errors. *PRIMUS*.
- Sugiyono. (2015). *Metode Penelitian Pendidikan Pendekatan, Kuantitatif, Kualitatif, dan R & D*. Bandung: Alfabeta.
- Weber, K. (2005). Problem solving, proving and learning: The relationship between problem solving processes and learning opportunities in the activity of proof construction. *Journal of Mathematical Behavior*, 24, 351–360.