

# Pemodelan volatilitas *return* indeks saham menggunakan model GARCH(1,1) berdistribusi *skew-normal*

Agus Priyono<sup>a,\*</sup>, Didit Budi Nugroho<sup>b</sup>, B. Susanto<sup>c</sup>

<sup>a,b,c</sup> Prodi Matematika, Fakultas Sains dan Matematika, Universitas Kristen Satya Wacana, Jalan Diponegoro 52-60 Salatiga 50711, Indonesia

\* Alamat Surel: 662014005@student.uksw.edu

## Abstrak

Studi ini menganalisis volatilitas dari *return* aset keuangan berdasarkan model GARCH(1,1) dengan mengasumsikan *return error* berdistribusi *skew-normal*. Parameter-parameter model diestimasi menggunakan alat bantu Solver Excel. Data riil yang diamati yaitu data *return* harga indeks saham FTSE 100 dan IBEX 35 periode harian dari Januari 2000 sampai dengan Desember 2017. Hasil empiris menunjukkan bahwa model GARCH(1,1) dengan *return error* berdistribusi *skew-normal* menyediakan pencocokan terbaik dibandingkan distribusi *normal*.

## Kata kunci:

GARCH(1,1), *skew-normal*, *solver excel*, volatilitas

© 2020 Dipublikasikan oleh Jurusan Matematika, Universitas Negeri Semarang

## 1. Pendahuluan

Indikator penting yang dibutuhkan oleh investor untuk mengantisipasi kerugian terhadap aset/instrumen keuangan yaitu volatilitas karena volatilitas menggambarkan tingkat resiko dari suatu aset. Volatilitas dapat didefinisikan sebagai fluktuasi pergerakan harga aset dalam jangka waktu tertentu, semakin tinggi volatilitas, maka semakin tinggi fluktuasi harga aset yang akan terjadi. Dalam statistik, volatilitas merupakan ukuran simpangan baku dari perubahan *return* aset dalam jangka waktu yang spesifik (Kurniawati *et al.*, 2019).

Volatilitas dari suatu data runtun waktu dapat bersifat heteroskedastik, yang berarti nilai volatilitas berubah-ubah terhadap waktu. Salah satu model yang populer dan dapat digunakan untuk memodelkan volatilitas yang tidak konstan tersebut yaitu model GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*), yang dikembangkan oleh Bollerslev (1986). Salah satu model bertipe GARCH yang umum digunakan dalam praktik yaitu model GARCH(1,1). Hansen & Lunde (2005) telah membandingkan 330 model bertipe ARCH/GARCH dan menemukan bukti bahwa model GARCH(1,1) lebih baik daripada model lainnya. Model ini telah dipelajari antara lain oleh Nugroho *et al.* (2018), Nugroho (2018), dan Nugroho *et al.* (2019).

Model GARCH(1,1) dengan *return error*  $\varepsilon_t$  berdistribusi normal dengan rata-rata 0 dan variansi  $\sigma_t^2$  dinyatakan seperti berikut :

$$R_t = \varepsilon_t, \text{ dimana } \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2) \quad (1)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha R_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2, \quad (2)$$

dimana  $R_t$  menyatakan *return* untuk aset pada saat  $t$ , parameter  $\omega, \alpha, \beta > 0$  untuk syarat positivitas dari variansi, dan syarat  $\alpha + \beta < 1$  untuk stasioneritas dari variansi. Jadi  $\sigma_t$  menyatakan volatilitas bersyarat untuk *return*. Pada kebanyakan studi kasus keuangan, *return* didefinisikan sebagai presentase perubahan logaritma natural *return* yang dinyatakan sebagai berikut :

$$R_t = 100 \times \ln \frac{S_t}{S_{t-1}} \quad (3)$$

dimana  $S_t$  adalah harga aset pada waktu  $t$ . Pada studi ini, data diperoleh dari Oxford-Man Institute's Realised Library dan sudah langsung dalam nilai *return*, bukan nilai aset.

To cite this article:

Priyono, A., Nugroho, D. B., & Susanto, B. (2020). Pemodelan volatilitas *return* indeks saham menggunakan model GARCH(1,1) berdistribusi *skew-normal*. PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika 3, 46-51

Beberapa studi keuangan telah memperlihatkan bahwa data runtun waktu seperti *returns* keuangan mempunyai karakteristik *skewness* (kemencengan). Model GARCH di persamaan (1) tidak bisa mengakomodasi secara penuh adanya *skewness* dari data runtun waktu keuangan. Ini menyebabkan penggunaan distribusi tak normal (*non-Gaussian*) lebih disarankan daripada distribusi normal. Salah satu distribusi yang mengakomodasi *skewness* antara lain *skew-normal* yang diusulkan oleh Azzalini (1985).

Dari latar belakang di atas maka studi ini menganalisis penggunaan model GARCH(1,1) yang mengasumsikan *return error* berdistribusi *skew-normal*. Model tersebut selanjutnya dibandingkan dengan model GARCH(1,1) dengan *return error* berdistribusi *normal* untuk mengetahui model yang memberikan pencocokan terbaik. Analisis empiris didasarkan pada data riil harga indeks saham FTSE 100 dan IBEX 35 periode Januari 2000 sampai Desember 2017. Dalam kasus ini model diestimasi menggunakan metode GRG Non-Linear di Solver Excel. Karena itu studi ini menyediakan rekomendasi atau usulan kepada praktisi keuangan untuk menggunakan model dan alat estimasi yang lebih cocok dalam mengukur volatilitas indeks saham atau aset keuangan lainnya (seperti kurs mata uang dan komoditas).

## 2. Model, Metode Estimasi, dan Evaluasi Model

### 2.1. Model GARCH(1,1) dengan *return error* berdistribusi *skew-normal*

Untuk suatu variabel acak  $x$  dengan rata-rata 0, simpangan baku  $\sigma > 0$ , dan parameter kemencengen  $\lambda \in \mathbb{R}$ , distribusi *skew-normal* (SN) yang diusulkan oleh Azzalini (1985) dinyatakan seperti berikut:

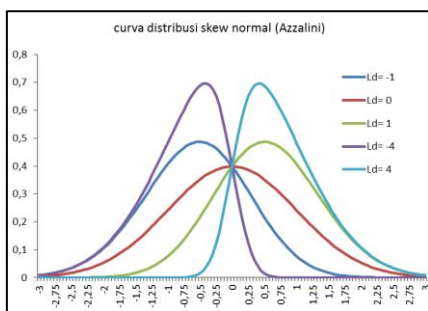
$$SN(x|\sigma, \lambda) = 2 \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \right) \left( \frac{1}{2} \left( 1 + Erf \left( \frac{\lambda x}{\sqrt{2\sigma^2}} \right) \right) \right), \tag{4}$$

dimana *Erf* menyatakan *error function*:

$$Erf(y) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^y e^{-z^2} dz, \tag{5}$$

Distribusi SN akan kehilangan sifat kesimetriannya ketika  $\lambda \neq 0$ , yaitu akan menceng ke kiri (*negative skewness*) apabila  $\lambda < 0$  dan akan menceng ke kanan (*positive skewness*) apabila  $\lambda > 0$ . Jadi ketika  $\lambda = 0$ , distribusi SN menjadi distribusi *normal*.

Untuk menginterpretasikan  $\lambda$  sebagai parameter kemencengan, grafik PDF (probability density function) dari distribusi SN untuk beberapa nilai parameter  $\lambda$  disajikan pada Gambar 1. Semakin negatif nilai  $\lambda$ , distribusinya semakin menceng ke kiri. Sebaliknya, semakin positif nilai  $\lambda$ , distribusinya semakin menceng ke kanan.



**Gambar 1.** Grafik fungsi distribusi SN

Selanjutnya model GARCH(1,1) dengan *return error*  $\varepsilon_t$  berdistribusi SN dengan rata-rata 0, variansi  $\sigma_t^2$ , dan kemencengan  $\lambda$  dinyatakan seperti berikut:

$$R_t = \varepsilon_t, \text{ dimana } \varepsilon_t \sim SN(0, \sigma_t^2, \lambda) \tag{6}$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha R_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2, \tag{7}$$

dimana  $\omega, \alpha, \beta > 0$ ,  $\alpha + \beta < 1$ , dan  $\lambda$  adalah bilangan riil. Model di atas selanjutnya dinamakan model GARCHsn(1,1). Berdasarkan fungsi distribusi SN di persamaan (4), maka fungsi likelihood untuk model GARCHsn(1,1), yaitu

$$L(R_t|\omega, \alpha, \beta, \lambda) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_t^2}} e^{-\frac{R_t^2}{2\sigma_t^2}} \left( 1 + \operatorname{Erf} \left( \frac{\lambda R_t}{\sqrt{2\sigma_t^2}} \right) \right) \quad (8)$$

Fungsi log-likelihood untuk persamaan (8) dinyatakan seperti berikut:

$$\mathcal{L} = -\frac{R_t^2}{2\sigma_t^2} - \frac{1}{2} \ln(2\pi\sigma_t^2) + \ln \left( 1 + \operatorname{Erf} \left( \frac{R_t \lambda}{\sqrt{2\sigma_t^2}} \right) \right) \quad (9)$$

## 2.2. Metode estimasi

Studi ini menggunakan alat bantu Solver Excel untuk mengestimasi parameter-parameter model. Secara khusus metode GRG Non-Linear di Solver Excel diaplikasikan untuk mengestimasi parameter-parameter model yang memaksimalkan log-likelihood. Penggunaan Solver untuk mengestimasi model GARCH(1,1) sudah dipelajari oleh Alexander (2008), Tung *et al.* (2010), Christoffersen (2012), dan Nugroho *et al.* (2018). Secara khusus, studi ini mengikuti langkah-langkah seperti di Nugroho *et al.* (2018).

## 2.3. Evaluasi model

Untuk pemilihan model yang memberikan pencocokan terbaik, studi ini menggunakan uji rasio log-likelihood (*Log-likelihood Ratio Test*, disingkat LRT), lihat (Casella & Berger, 2002):

$$LRT = 2(L_{M_1} - L_{M_0}), \quad (10)$$

Model  $M_1$  secara signifikan akan memberikan pencocokan lebih baik daripada model  $M_0$  apabila nilai LRT lebih besar daripada nilai kritis. Beberapa nilai kritis pada tingkat signifikansi 1%, 5%, dan 10% masing-masing adalah 6,64, 3,84, dan 2,71 (berdasarkan tabel distribusi  $\chi^2$  dengan derajat kebebasan 1). Di sini, derajat kebebasan adalah selisih banyaknya parameter dari model-model yang dibandingkan.

# 3. Hasil dan Pembahasan

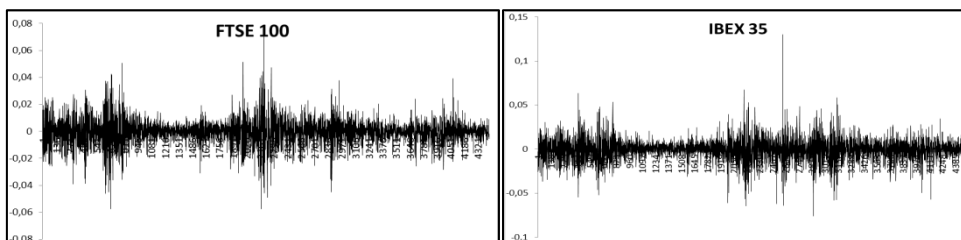
## 3.1. Deskripsi data

Data *return* dari harga indeks saham FTSE 100 dan IBEX 35 mempunyai periode harian dari Januari 2000 sampai Desember 2017. Ada sebanyak 4437 data untuk FTSE 100 dan 4497 data untuk IBEX 35. Tabel 1 menyajikan deskripsi statistik dan uji normalitas untuk indeks saham FTSE 100 dan IBEX 35.

Dari tabel deskripsi statistik, nilai *skewness* untuk kedua indeks saham tidak terlalu mendekati 0, artinya bahwa distribusi dari *return* tidak simetris. Sementara itu, nilai kurtosis untuk kedua indeks saham adalah lebih besar dari 3, artinya bahwa ekor (*tails*) dari distribusi *return* lebih tebal daripada ekor distribusi normal. Jadi, kedua nilai statistik tersebut mengindikasikan bahwa *return* untuk kedua data pengamatan adalah tidak berdistribusi normal. Hal tersebut dikonfirmasi oleh uji normalitas Jarquera-Bera (JB). Lebih lanjut, Gambar 2 menyajikan grafik runtun waktu untuk *return* dari harga indeks saham harian FTSE 100 dan IBEX 35. Terlihat bahwa *return* untuk kedua indeks harga saham adalah stasioner, artinya fluktuasinya di sekitar rata-rata.

**Tabel 1.** Deskripsi statistik harga indeks saham FTSE 100 dan IBEX 35.

Deskripsi Statistik Indeks Saham FTSE 100		Deskripsi Statistik Indeks Saham IBEX 35	
Rata-rata	-0,035901259	Rata-rata	-0,050835072
Median	-0,013039035	Median	0,0173005
Simpangan Baku	0,936432798	Simpangan Baku	1,260295986
Kurtosis	4,42793394	Kurtosis	5,420092548
Skewness	-0,143143539	Skewness	-0,034871236
Minimum	-5,760324917	Minimum	-7,5846075
Maksimum	7,044069386	Maksimum	13,0370771
Banyaknya data	4437	Banyaknya data	4497
Stat. JB	392,11	Stat. JB	1098,34
Nilai kritis JB	5,99	Nilai kritis JB	5,99

**Gambar 2.** Grafik runtun waktu return harga indeks saham FTSE 100 dan IBEX 35 periode Januari 2000 sampai Desember 2017.

### 3.2. Hasil estimasi

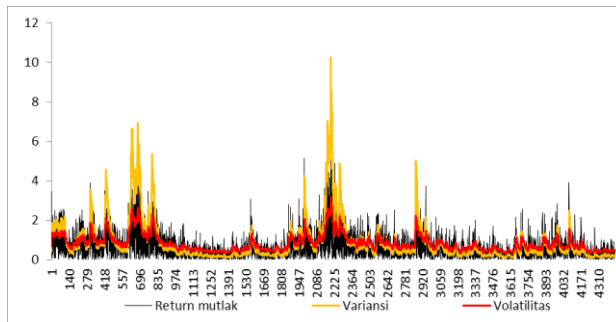
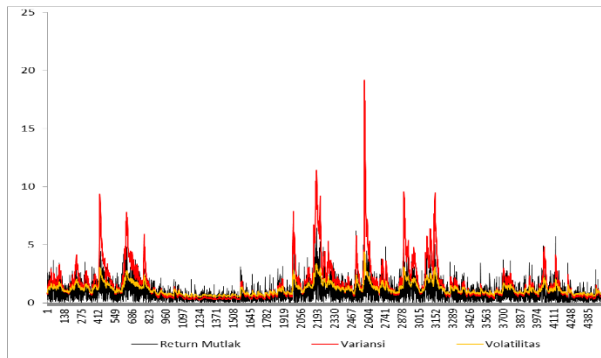
Hasil estimasi dari Solver Excel untuk model GARCH(1,1) dengan *return error* berdistribusi SN disajikan dalam Tabel 2 bersama-sama dengan model GARCH(1,1) dengan *return error* berdistribusi normal sebagai perbandingan. Hasil estimasi menunjukkan bahwa nilai  $\lambda = -0,064$  untuk indeks saham FTSE 100 dan  $\lambda = -0,046$  untuk indeks saham IBEX 35. Nilai tersebut mengindikasikan bahwa distribusi dari kedua *return* adalah menceng ke kiri, artinya kebanyakan *return* dari indeks saham FTSE 100 dan IBEX 35 bernilai negatif. Ini mengkonfirmasi analisis awal seperti dalam Tabel 1. Namun begitu, Solver Excel tidak memberikan informasi apakah estimasi tersebut signifikan atau tidak, artinya apakah nilai tersebut benar-benar menyimpang dari 0 (nol). Itulah yang menjadi salah satu kelemahan dari Solver Excel.

Dalam hal perbandingan nilai total *log-likelihood*, model GARCHsn(1,1) mempunyai nilai yang lebih besar daripada model GARCHn(1,1). Nilai LRT adalah sebesar 11,48 untuk indeks saham FTSE 100 dan 6,66 untuk indeks saham IBEX 35. Ini mengindikasikan bahwa model GARCHsn(1,1) mencocokkan *return* dari kedua indeks saham lebih baik daripada model GARCHn(1,1) pada tingkat signifikansi 1%.

Gambar 3 dan 4 menyajikan grafik dari *return* mutlak  $|R_t|$ , variansi  $\sigma_t^2$ , dan volatilitas  $\sigma_t$  untuk model GARCHsn(1,1) pada aplikasi indeks saham FTSE 100 dan IBEX 35, berturut-turut. Kedua gambar menjelaskan bahwa volatilitas maupun variansi dari *return* berubah sesuai dengan perubahan *return mutlak*. Artinya bahwa ketika *return* mutlaknya tinggi (rendah), maka volatilitasnya juga tinggi (rendah).

**Tabel 2.** Hasil estimasi model berdistribusi normal dan skew-normal indeks saham FTSE 100 dan IBEX 35.

Data	$\varepsilon_t$	$\omega$	$\alpha$	$\beta$	$\lambda$	$\alpha + \beta$	Total Ln(L)
FTSE100	Normal	0,0063	0,0965	0,8982	-	0,9946	-5104,62
	SN	0,0062	0,0969	0,8979	-0,064	0,9947	-5098,88
IBEX35	Normal	0,0129	0,0915	0,9040	-	0,9955	-6776,41
	SN	0,0130	0,0915	0,9039	-0,046	0,9954	-6773,08

**Gambar 3.** Grafik runtun waktu *return* mutlak, variansi, dan volatilitas model GARCHsn(1,1) harga indeks saham FTSE 100**Gambar 4.** Grafik runtun waktu *return* mutlak, variansi dan volatilitas model GARCHsn(1,1) harga indeks saham IBEX 35

#### 4. Simpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah dilakukan, studi ini menyimpulkan bahwa model GARCH(1,1) dengan *return error* berdistribusi *skew normal* lebih disarankan daripada berdistribusi normal untuk indeks saham FTSE 100 dan IBEX 35. Lebih lanjut, studi ini menyimpulkan bahwa Solver Excel mampu mengestimasi parameter-parameter model. Hal ini diindikasikan dengan tidak diperolehnya nilai estimasi parameter yang sama dengan 0 atau nilai  $\alpha + \beta$  sama dengan 1 meskipun Solver Excel tidak menyediakan syarat tegas untuk kendala-kendala model.

#### Daftar Pustaka

- Alexander, C. (2008). Market risk analysis II: Practical financial econometrics. Wiley. Chichester: John Wiley & Sons.
- Azzalini, A. (1985). A class of distributions which includes the normal ones. *Scand. Journal of Statistics*, 12, 171–178.

- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31, 307–327.
- Casella, G., & Berger, R. L. (2002). *Statistical Inference (2nd ed.)*. Duxbury
- Christoffersen, P. F. (2012). *Elements of financial risk management (2nd ed.)*. New York: Academic Press.
- Hansen, P. R., & Lunde, A. (2005). A forecast comparison of volatility models: Does anything beat a GARCH(1,1). *Journal of Applied Econometrics*, 20, 873–889.
- Kurniawati, D., Nugroho, D. B., & Susanto, B. (2019). Pemodelan Volatilitas untuk Return Indeks Saham Menggunakan GARCH-M(1,1). In *Prosiding KNPMP IV UMS (P-ISSN: 2502-6526 E-ISSN: 2656-0615)*.
- Nugroho, D. B. (2018). *Comparative analysis of three MCMC methods for estimating GARCH models*, IOP Conf. Ser. Mater. Sci. Eng. *The 1th International Conference on Engineering and Applied Technology (ICEAT), Mataram, Indonesia, 29th–30th November 2017*, 403, p. 012061.
- Nugroho, D. B., Kurniawati, D., Panjaitan, L. P., Kholil, Z., Susanto, B., & Sasongko, L. R. (2019). Empirical performance of GARCH, GARCH-M, GJR-GARCH and log-GARCH models for returns volatility. *Journal of Physics: Conference Series*, 1307, p. 012003.
- Nugroho, D. B., Susanto, B., Prasetya, K. N. P., & Rorimpandey, R. (2019). Modeling of return volatility using GARCH(1,1) model under Tukey transformations. *Jurnal Akuntansi dan Keuangan*. 20, 12–20.
- Nugroho, D. B., Susanto, B., & Rosely, M. M. M. (2018). Penggunaan MS Excel untuk estimasi model GARCH(1,1). *Jurnal Matematika Integratif*, 14, 71–81.
- Oxford-Man Institute's Realised Library. (Online). (<https://realized.oxford-man.ox.ac.uk/data/download>).
- Tung, H. K. K., Lai, D. C. F., & Wong, Mi. C. S. (2010). *Professional financial computing using Excel and VBA*. Singapura: John Wiley & Sons.