

Pengembangan Batik Fraktal Berbasis *Koch Snowflake* (m, n, c) dan *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) Menggunakan *L-System*

Rifkatus Sholeha^a, Kosala Dwidja Purnomo^{b,*}, Abduh Riski^c

^{a,b,c} Jurusan Matematika, Universitas Jember, Jl. Kalimantan 37 Kampus Tegal Boto, Jember 68121, Indonesia

* Alamat Surel: kosala.fmipa@unej.ac.id

Abstrak

Batik merupakan seni menggambar atau melukis dengan corak yang dibuat dengan pola tertentu. Corak batik selalu dikembangkan untuk memperbaiki aspek keindahan. Beberapa macam corak batik memiliki sifat *self-similarity* yang dibangkitkan secara matematis. Pada penelitian ini membangkitkan *Koch Snowflake* (m, n, c) dan *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) menggunakan *L-system* serta memvisualisasi bentuk tersebut untuk dituangkan dalam desain batik dengan pola pengubinan. Metode penelitian ini dibagi menjadi beberapa tahapan. Pertama, menentukan bentuk *Koch Snowflake* (m, n, c) dan *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) yang akan dibangkitkan. Kedua, pembangkitan *Koch Snowflake* (m, n, c) dan *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) menggunakan metode *L-system*. Pembangkitan kurva dengan inisiator segi- m yang digunakan yakni segi 3 dan 4, dan nilai generator segi- n yang bisa menyesuaikan serta nilai c yang dibatasi. Iterasi yang digunakan untuk membangkitkan kurva adalah iterasi ketiga. Ketiga, membuat pola batik dengan menggabungkan *Koch Snowflake* (m, n, c) dan *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) dengan nilai m, n, c dan iterasi yang sama dengan perbandingan nilai kurva 1:1. Keempat, penambahan isen tengah di bagian *Koch Snowflake* (m, n, c) untuk menambah aspek keindahan dari batik ini. Motif batik yang dihasilkan secara garis besar terdiri dari 2 motif dengan nilai $m = 3$ dan $m = 4$ dengan nilai n yang berbeda yakni $n = 3, n = 4, n = 5$ dan $n = 6$ serta nilai c yang dibatasi.

Kata kunci:

Koch Snowflake (m, n, c) , *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) , pola pengubinan, *L-system*.

© 2020 Dipublikasikan oleh Jurusan Matematika, Universitas Negeri Semarang

1. Pendahuluan

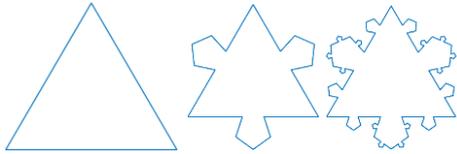
Batik merupakan seni menggambar atau melukis dengan corak yang dibuat menggunakan pola tertentu. Batik berasal dari bahasa Jawa yaitu “amba” berarti menulis, dan “tik” berarti titik. Namun, pada saat ini corak batik tidak hanya bergambar titik saja. Indonesia banyak memiliki corak batik yang ditemukan memiliki sifat *self-similarity* sehingga pembuatan desain batik bisa digunakan dengan perhitungan matematis, yakni dalam bidang fraktal. Batik fraktal merupakan inovasi untuk mengembangkan batik Indonesia dengan menggunakan pemodelan dan perancangan secara matematis.

Fraktal adalah sebuah perulangan berbentuk geometri yang di pecah kedalam bentuk yang lebih sederhana dengan skala dan proporsi tertentu. Fraktal memiliki sifat *self-similarity* yaitu suatu bagian terkecil dalam fraktal yang dapat dipandang sebagai kemiripan dari bentuk keseluruhannya. Beberapa bentuk matematis yang termasuk ke dalam fraktal antara lain: segitiga *Sierpinski*, *Koch Snowflake*, kurva Hilbert dan himpunan Mendelbrot (Romadiastri, 2013).

Salah satu bentuk fraktal yang memiliki aspek keindahan untuk dituangkan dalam batik adalah *Koch Snowflake* (m, n, c) dan *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) yang merupakan bentuk pengembangan dari fraktal *Koch* yang dibangun dari sebuah inisiator (bentuk dasar) segitiga sama sisi kemudian dibangkitkan dengan generator (perulangan) yaitu segitiga sama sisi dengan skala yang lebih kecil. Bentuk fraktal *Koch Snowflake* (m, n, c) dapat dilihat pada Gambar 1 dan *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) pada Gambar 2.

To cite this article:

Sholeha, R., Purnomo, K.D., & Riski, A. (2020). Pengembangan Batik Fraktal Berbasis *Koch Snowflake* (m, n, c) dan *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) Menggunakan *L-System*. *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika* 3, 147-155



Gambar 1. Koch Snowflake (3, 5, 0.164)



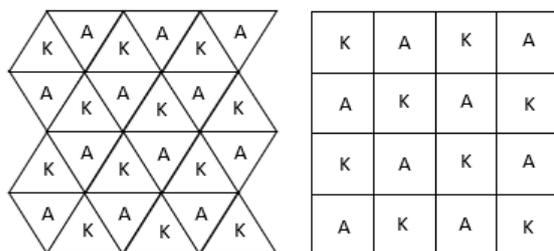
Gambar 2. Koch Anti-snowflake (3, 5, 0.164)

Beberapa objek fraktal dapat dikonstruksikan secara matematis dengan berbagai cara salah satunya menggunakan metode *L-system*. Penelitian tentang *L-system* telah banyak dilakukan salah satunya yaitu dilakukan oleh Sari (2019) tentang pembangkitan kurva *Koch* (n, c) menggunakan *L-system*. Namun pada penelitian ini hanya membuat algoritma untuk membangkitkan kurva *Koch* (n, c) saja. Penelitian lain juga dilakukan oleh Alkhori (2019) tentang pembangkitan fraktal *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) menggunakan metode transformasi Affine. Sehingga saat ini membangkitkan *Koch Snowflake* (m, n, c) dan *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) menggunakan *L-system* serta memvisualisasi bentuk tersebut untuk dituangkan dalam desain pembuatan batik.

Pada penelitian ini penulis akan mengembangkan batik menggunakan geometri fraktal gabungan dari *Koch snowflake* (m, n, c) dan *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) dengan nilai m, n, c dan iterasi yang sama sehingga membentuk pola pengubinan dengan perbandingan kurva keduanya yakni 1:1. Metode pembangkitan yang digunakan ialah metode *L-system* dengan menentukan aturan produksi pada *L-system* sehingga terbentuklah konstruksi variasi *Koch Snowflake* (m, n, c) dan *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) serta memanfaatkan teknik transformasi geometri dengan menggunakan *software* matlab.

2. Metode

Pembangkitan desain batik fraktal gabungan dari *Koch Snowflake* (m, n, c) dan *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) terdiri dari beberapa tahapan. Pertama, menentukan bentuk *Koch Snowflake* (m, n, c) dan *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) yang akan dibangkitkan menjadi sebuah batik fraktal yakni dengan nilai inisiator segi- m yaitu segi 3 dan 4, dan nilai generator segi- n yang bisa menyesuaikan serta nilai c yang dibatasi. Kedua, pembangkitan *Koch Snowflake* (m, n, c) dan *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) menggunakan metode *L-system*. Ketiga, membuat pola batik dengan menggabungkan 2 kurva dengan nilai m, n, c dan iterasi yang sama dengan perbandingan nilai kurva 1:1. Keempat, penambahan isen (isian) tengah di bagian *Koch Snowflake* (m, n, c) untuk menambah aspek keindahan dari batik ini. Isen tengah dibangkitkan menggunakan metode *L-system* dari *Koch Snowflake* (3, 3, 0.3) iterasi ketiga. Perbandingan antara *Koch Snowflake* (m, n, c) dan isen tengah adalah 3:1. Desain batik fraktal yang merupakan penggabungan *Koch Snowflake* (m, n, c) yang disimbolkan dengan huruf K dan *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) yang disimbolkan dengan huruf A dengan pola pengubinan dapat dilihat pada Gambar 3.



Gambar 3. Desain batik pola pengubinan dengan $m = 3$ atau $m = 4$

Keempat, penambahan isen tengah di bagian tengah *Koch Snowflake* (m, n, c) untuk menambah aspek keindahan dari batik ini. Bentuk isen tengah yang akan dibangkitkan adalah *Koch Snowflake* $(3, 3, 0.3)$.

3. Hasil dan Pembahasan

3.1. Menentukan *Koch Snowflake* (m, n, c) dan *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c)

Koch Snowflake (m, n, c) dan *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) yang akan dibangkitkan menjadi sebuah batik fraktal yakni dengan nilai inisiator segi- m yaitu segi 3 dan 4, dan nilai generator segi- n yang bisa menyesuaikan serta nilai c yang dibatasi. Batasan nilai c agar tidak terjadi tumpang-tindih di setiap segmen kurva dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Batasan Nilai c untuk setiap segmen kurva (Kaleti & Paquette, 2010)

| Poligon Segi- n | Batasan Nilai c |
|-------------------|--------------------|
| 3 | $0 < c < 0,5$ |
| 4 | $0 < c < 0,33333$ |
| 5 | $0 < c < 0,19098$ |
| 6 | $0 < c < 0,14286$ |
| 7 | $0 < c < 0,099031$ |
| 8 | $0 < c < 0,079009$ |

3.2. Pembangkitan *Koch Snowflake* (m, n, c) dan *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) menggunakan *L-system* Aturan produksi dalam pembangkitan *Koch Snowflake* (m, n, c) dan *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) menggunakan metode *L-system* dengan himpunan variable dan batasan yang digunakan terdiri dari $V = \{F, D, I, /, +, -, <, >\}$ dimana:

- F : menggambar dengan ukuran panjang segmen sebelumnya
- D : menggambar dengan ukuran panjang segmen diperkecil dengan skala α_D
- I : menggambar dengan ukuran panjang segmen diperbesar dengan skala α_I
- $/$: berputar berlawanan arah jarum jam dengan sudut θ_1
- $+$: berputar berlawanan arah jarum jam dengan sudut θ_2
- $-$: berputar searah jarum jam dengan sudut θ_2
- $<$: berputar berlawanan arah jarum jam dengan sudut α
- $>$: berputar searah jarum jam dengan sudut α

Aksioma untuk pembangkitan *Koch Snowflake* (m, n, c) dan *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) dengan bentuk inisiator segi- m pada iterasi 0 bernilai sama seperti pada Tabel 2.

Tabel 2. Aksioma pembangkitan inisiator segi- m

| Segi- m | Bentuk <i>L-System</i> pada Iterasi 0 |
|-----------|---|
| 3 | $F/F/F$ |
| 4 | $F/F/F/F$ |
| 5 | $F/F/F/F/F$ |
| . | . |
| . | . |
| . | . |
| m | $F/F/F/ \dots /F$ $\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{m \text{ suku}}$ |

Aturan produksi untuk pengembangan setiap variabel pada iterasi 0 berbeda-beda mengikuti bentuk generator segi- n dan kurva yang akan dibangkitkan. Berikut beberapa aturan produksi untuk setiap inisiator segi- n dan kurva yang akan dibangkitkan dapat dilihat pada Table 3 dan Tabel 4.

Tabel 3. Aksioma pembangkitan *Koch Snowflake* (m, n, c)

| Segi- n | Aturan Produksi <i>L-System</i> pada Iterasi 1 |
|-----------|--|
| 3 | $F^{**} > D + F > I$ |
| 4 | $F^{**} > D + F + F > I$ |
| 5 | $F^{**} > D + F + F + F > I$ |
| . | . |
| . | . |
| . | . |
| n | $F^{**} > D + \underbrace{F + F + F + \dots + F}_{(n-2) \text{ suku}} > I$ |

** : variabel yang bisa berubah mengikuti variabel yang akan dikembangkan

Pembangkitan untuk iterasi pertama dan seterusnya *Koch Snowflake* (m, n, c) adalah dengan menambah setiap variabel yang ada dengan aturan produksi yang menyesuaikan segi- n yang akan dikembangkan, apabila nilai $n = 4$ maka setiap variabel yang ada akan ditambahkan $> D + F + F > I$ dengan rincian aturan produksi sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 F &\rightarrow F > D + F + F > I \\
 D &\rightarrow D > D + F + F > I \\
 I &\rightarrow I > D + F + F > I
 \end{aligned}$$

Tabel 4. Aksioma pembangkitan generator *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c)

| Segi- n | Aturan Produksi <i>L-System</i> pada Iterasi 1 |
|-----------|--|
| 3 | $F^{**} < D - F < I$ |
| 4 | $F^{**} < D - F - F < I$ |
| 5 | $F^{**} < D - F - F - F < I$ |
| . | . |
| . | . |
| . | . |
| n | $F^{**} < D - \underbrace{F - F - F - \dots - F}_{(n-2) \text{ suku}} < I$ |

** : variabel yang bisa berubah mengikuti variabel yang akan dikembangkan

Pembangkitan untuk iterasi pertama dan seterusnya *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) adalah dengan menambah setiap variabel yang ada dengan aturan produksi yang menyesuaikan segi- n yang akan dikembangkan, apabila nilai $n = 5$ maka setiap variabel yang ada akan ditambahkan $< D - F - F - F < I$ dengan rincian aturan produksi sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 F &\rightarrow F < D - F - F - F < I \\
 D &\rightarrow D < D - F - F - F < I \\
 I &\rightarrow I < D - F - F - F < I
 \end{aligned}$$

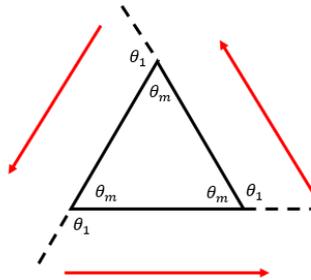
Selanjutnya penentuan ukuran sudut untuk perputaran antara satu segmen dengan segmen lainnya. Nilai sudut yang akan dibentuk berbeda-beda, berdasarkan bentuk inisiator segi- m dan generator segi- n . Penentuan nilai sudut antara inisiator segi- m dan generator segi- n yakni seperti pada penjelasan Tabel 5.

Tabel 5. Ukuran sudut inisiator segi- m dan generator segi- n beraturan

| Segi- m/n (beraturan) | Jumlah Sudut Total | Besar Perubahan Setiap Sudut (θ_m/θ_n) |
|----------------------------|----------------------------------|--|
| 3 | 180° | $\frac{1}{3} \times 180^\circ = 60^\circ$ |
| 4 | $2 \times 180^\circ = 360^\circ$ | $\frac{2}{4} \times 180^\circ = 90^\circ$ |
| 5 | $3 \times 180^\circ = 540^\circ$ | $\frac{3}{5} \times 180^\circ = 108^\circ$ |
| . | . | . |
| . | . | . |
| . | . | . |
| 6 | $(n-2) \times 180^\circ$ | $\frac{n-2}{n} \times 180^\circ$ |

Pembentukan nilai sudut dari *Koch Snowflake* (m, n, c) maupun *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) berbeda-beda bergantung dengan inisiator segi- m dan generator segi- n yang dibangkitkan seperti pada

Tabel 5. Penggambaran dasar untuk membangkitkan kurva pada iterasi ke-nol dengan segi- m dengan nilai m yang dibangkitkan adalah 3.



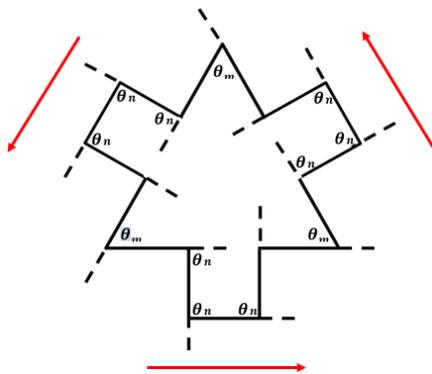
Gambar 4. Penggambaran sudut dengan inisiator segi- m

Gambar 4 dapat dijelaskan bahwa setiap belokan memiliki jumlah sudut, dimana θ_m merupakan pengurangan dari jumlah sudut setengah lingkaran. Nilai θ_m untuk inisiator segi-3 adalah 60° sehingga nilai untuk θ_1 adalah 120° . Persamaan dari penggambaran sudut di atas dapat ditulis seperti di bawah ini:

$$\theta_m = \frac{(n-2)}{n} \times 180^\circ \tag{1}$$

$$\theta_1 = 180 - \theta_m \tag{2}$$

Penggambaran dasar untuk membangkitkan kurva pada iterasi ke-1 dengan generator segi- n dimana $n = 4$.



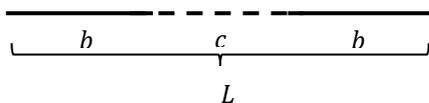
Gambar 5. Penggambaran sudut dengan inisiator segi- m dan generator segi- n

Gambar 5 dapat dijelaskan bahwa setiap belokan memiliki jumlah sudut, dimana θ_m merupakan pengurangan dari jumlah sudut setengah lingkaran. Nilai θ_n untuk generator segi-4 adalah 90° sehingga nilai untuk $\theta_2 = 90^\circ$ dan $\alpha = 90^\circ$. Persamaan dari penggambaran sudut di atas dapat ditulis seperti di bawah ini:

$$\theta_2 = 180 - \theta_n \tag{3}$$

$$\alpha = \theta_n \tag{4}$$

Nilai c yang dapat diubah ubah akan berpengaruh terhadap panjang garis dari kurva yang akan dibangkitkan. Secara umum, panjang garis dari setiap segmen *Koch Snowflake* (m, n, c) maupun *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) pada umumnya adalah sepanjang L atau 1. Panjang setiap segmen kurva (Gambar 6) akan berbeda-beda didasari oleh nilai c yang akan dibangkitkan.



Gambar 6. Panjang segmen kurva

Panjang segmen b

$$b = \frac{L-c}{2} \text{ atau } b = \frac{1-c}{2} \tag{5}$$

Panjang b pada iterasi terakhir yang akan digunakan sebagai segmen awal pada L -system yaitu:

$$p = (b)^{iterasimaks} \text{ atau } p = \left(\frac{1-c}{2}\right)^{iterasimaks} \tag{6}$$

Penentuan skala yang dilatasi untuk mengubah α menjadi c yaitu:

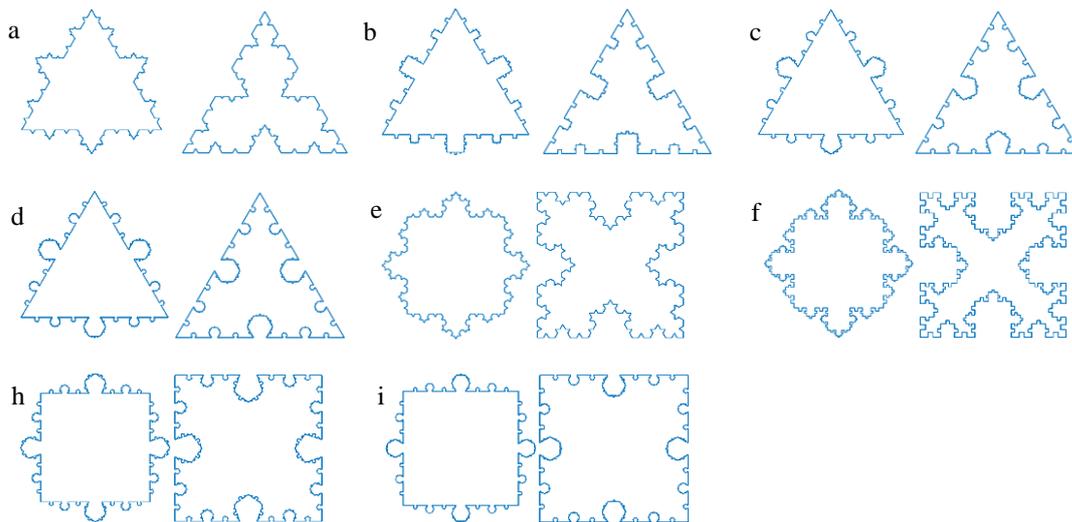
$$a_D = \frac{c}{a}; a_D = \frac{c}{\frac{1-c}{2}}; a_D = \frac{2c}{1-c} \tag{7}$$

Penentuan skala yang dilatasi untuk mengubah c menjadi α yaitu:

$$a_I = \frac{c}{a}; a_I = \frac{1-c}{\frac{2}{c}}; a_I = \frac{1-c}{2c} \tag{8}$$

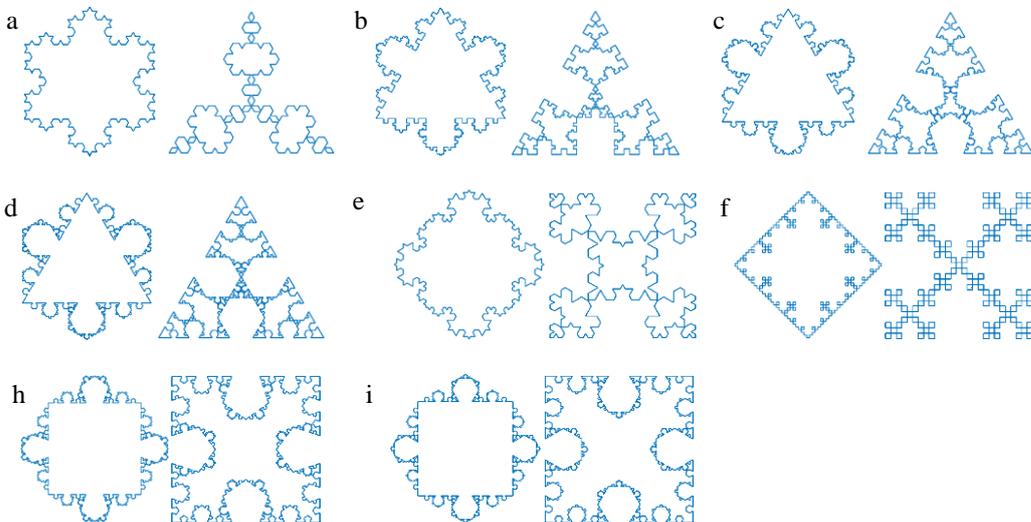
(Sari, 2019)

Hasil pembangkitan *Koch Snowflake* (m, n, c) dan *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) yang tidak berpotongan pada iterasi ketiga dapat dilihat pada Gambar 7.



Gambar 7. Nilai (m, n, c) dan iterasi ketiga (a) (3, 3, 0.2); (b) (3, 4, 0.12); (c) (3, 5, 0.09); (d) (3, 6, 0.075) (e) (4, 3, 0.3); (f) (4, 4, 0.25); (g) (4, 5, 0.12); (h) (4, 6, 0.08)

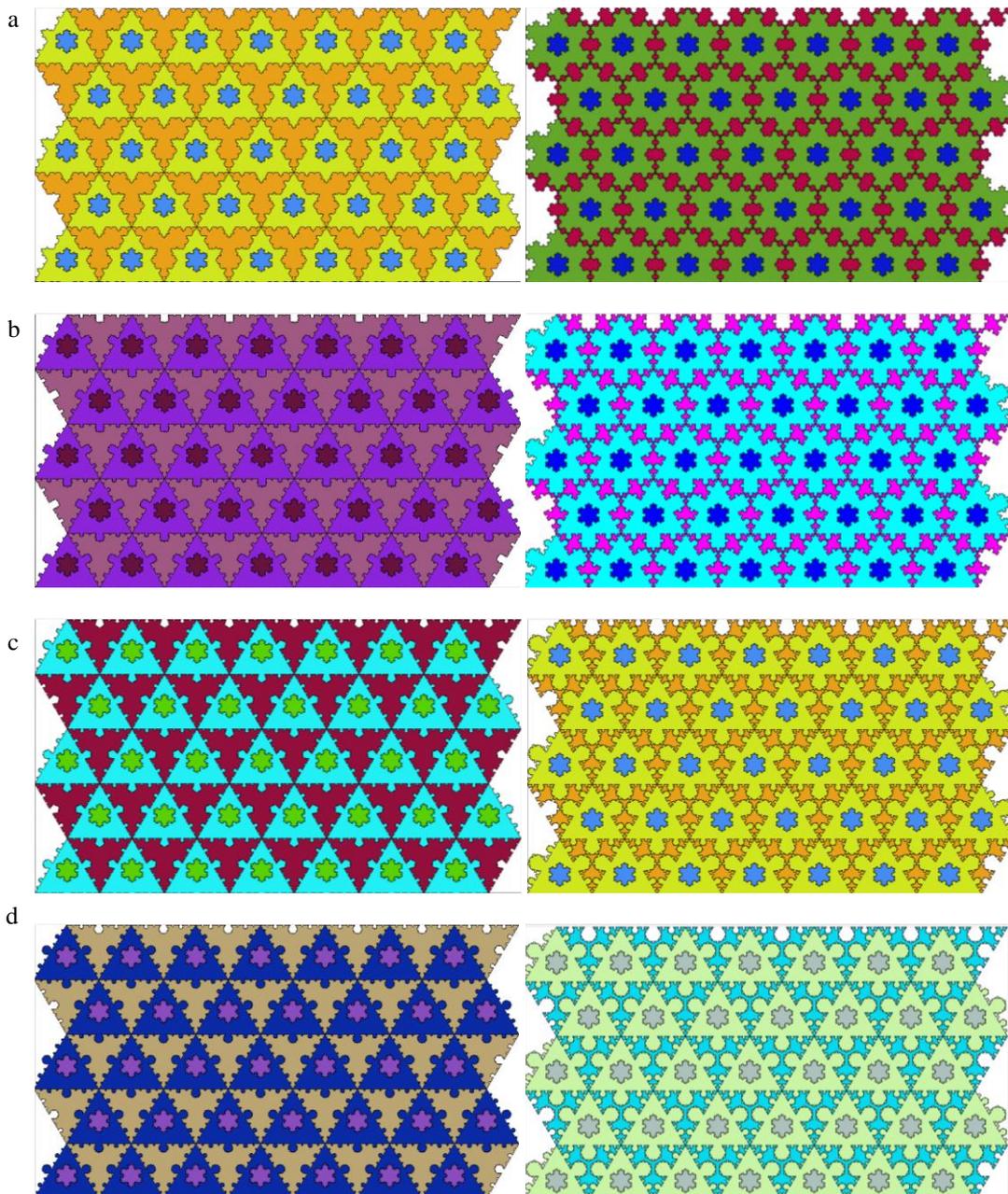
Hasil pembangkitan *Koch Snowflake* (m, n, c) dan *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) yang berimpit pada iterasi ketiga dapat dilihat pada Gambar 8.



Gambar 8. Nilai (m, n, c) dan iterasi ketiga (a) (3, 3, 0.333); (b) (3, 4, 0.22); (c) (3, 5, 0.164); (d) (3, 6, 0.13) (e) (4, 3, 0.4285); (f) (4, 4, 0.333); (g) (4, 5, 0.19098); (h) (4, 6, 0.14285)

3.3. Pembahasan

Penggabungan *Koch Snowflake* (m, n, c) dan *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) dengan perbandingan 1:1 serta penambahan isen tengah di bagian tengah *Koch Snowflake* (m, n, c) untuk menambah aspek keindahan dari batik fraktal. Perbandingan antara *Koch Snowflake* (m, n, c) dan isen tengah adalah 3:1. Isen tengah akan dibangkitkan dari *Koch Snowflake* (m, n, c) dengan nilai $(3, 3, 0,3)$ pada iterasi yang ketiga. Secara garis besar, dihasilkan 2 motif yang berbeda secara spesifik dengan nilai $m = 3$ dan $m = 4$ serta dengan nilai n yang berbeda yakni $n = 3, n = 4, n = 5$ dan $n = 6$. Perbedaan lainnya yakni penggunaan nilai c sehingga menghasilkan *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) yang tidak berpotongan dan berimpit.



Gambar 9. Batik fraktal dengan nilai m, n, c dan iterasi ketiga (a) $m = 3, n = 3, c = 0.2$ & 0.333 ; (b) $m = 3, n = 4, c = 0.12$ & 0.225 ; (c) $m = 3, n = 5, c = 0,009$ & 0.164 ; (d) $m = 3, n = 6, c = 0.075$ & 0.142

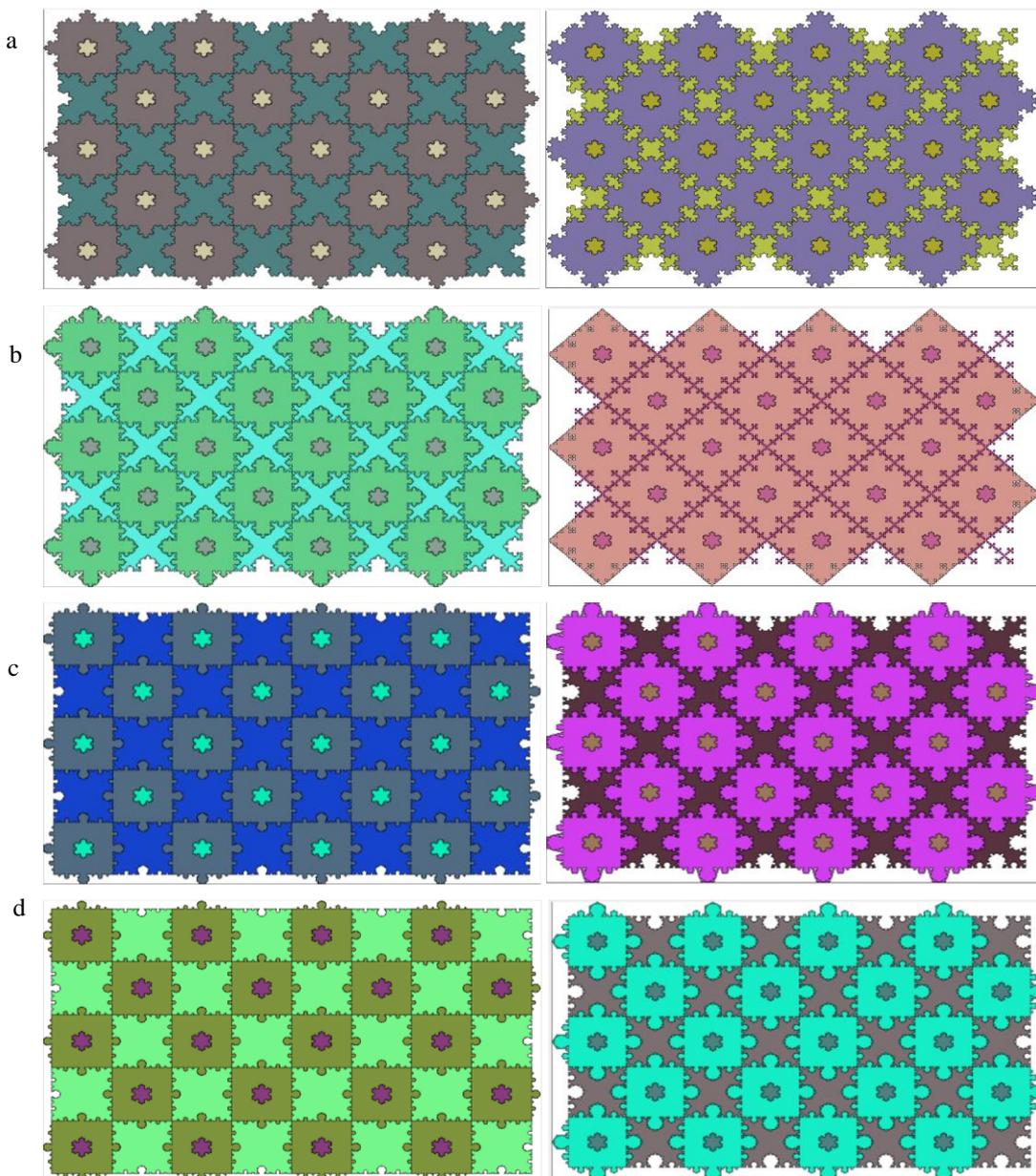
Motif 1

Motif 1 merupakan gabungan *Koch Snowflake* (m, n, c) dan *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) dengan nilai

$m = 3$ dan nilai n yang berbeda yakni $n = 3, n = 4, n = 5$ dan $n = 6$. Pada motif 1 dengan nilai m, n dan iterasi yang sama memiliki nilai c yang berbeda sehingga menghasilkan 2 *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) yang tidak berpotongan dan berimpit. Hasil dari penggabungan *Koch Snowflake* (m, n, c) dan *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) serta penambahan isen tengah yang merupakan *Koch Snowflake* ($3, 3, 0.3$) pada iterasi ketiga yakni pada Gambar 9.

Motif 2

Motif 2 merupakan gabungan *Koch Snowflake* (m, n, c) dan *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) dengan nilai $m = 4$ dan nilai n yang berbeda yakni $n = 3, n = 4, n = 5$ dan $n = 6$. Pada motif 2 dengan nilai m, n dan iterasi yang sama memiliki nilai c yang berbeda sehingga menghasilkan 2 *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) yang tidak berpotongan dan berimpit. Hasil dari penggabungan *Koch Snowflake* (m, n, c) dan *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) serta penambahan isen tengah yang merupakan *Koch Snowflake* ($3, 3, 0.3$) pada iterasi ketiga yakni pada Gambar 10.



Gambar 10. Batik fraktal dengan nilai m, n, c dan iterasi (a) $m = 4, n = 3, c = 0.3$ & 0.426 ; (b) $m = 4, n = 4, c = 0.25$ & 0.33332 ; (c) $m = 4, n = 5, c = 0.12$ & 0.19098 ; (d) $m = 4, n = 6, c = 0.08$ & 0.14285

4. Simpulan

Berdasarkan pembahasan diatas, didapatkan kesimpulan bahwa secara garis besar didapatkan 2 motif batik berbasis *Koch Snowflake* (m, n, c) dan *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) yang berbeda secara spesifik dengan nilai $m = 3$ dan $m = 4$ dengan nilai n yang berbeda yakni $n = 3, n = 4, n = 5$ dan $n = 6$ serta nilai c yang dibatasi.

Daftar Pustaka

- Alkhor, E. (2019). Pembangkitan Fraktal *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) menggunakan Metode Transformasi Affine (The Generation Of Fraktal *Koch Anti-Snowflake*(m, n, c) Using Affine Transformation Method). (*Skripsi*). Universitas Jember. Jember.
- Kaleti, T dan Paquette, E. (2010). The Trouble With Von Koch Curves Built From Gons. *The American Mathematical Monthly*, 117, 124-137.
- Romadiastri. Y. (2013). Batik Fraktal: Pengembangan Aplikasi Geometri Fraktal. *Jurnal Matematika*, 1(1), 2-25.
- Sari, N. P. W. (2019). Pembangkitan Kuva *Koch* (n, c) Menggunakan *L-system* (The Construction Of The Koch Curve (n, c) By Using L-system). (*Skripsi*). Universitas Jember. Jember.