



Simulasi Pengaruh Program Vaksinasi dalam Penyebaran Penyakit Difteri di Indonesia

Purnami Widyaningsih^{a,*}, Almercyan Jasaputra^b, Dewi Retno Sari Saputro^c, Pangadi^d

^{a,b,c,d} Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Sebelas Maret, Jl. Ir. Sutami No. 36A Kentingan, Surakarta 57126, Indonesia

* Alamat Surel: purnami_w@staff.uns.ac.id

Abstrak

Penyakit difteri disebabkan oleh bakteri *Corynebacterium diphtheria* yang menyerang sistem pernapasan bagian atas yaitu hidung dan tenggorokan. Indonesia merupakan negara ketiga terbanyak kasus difteri. Tahun 2016 terjadi 342 kasus difteri di Indonesia. Difteri menular secara langsung melalui cairan dari mulut atau hidung orang yang terinfeksi, dari jari-jari atau handuk dan dari ASI penderita. Vaksinasi difteri, pertusis, tetanus (DPT) digunakan untuk mencegah penyebaran penyakit tersebut. Dengan demikian, penyebaran penyakit difteri dengan memperhatikan vaksinasi DPT dapat digambarkan dengan model *susceptible vaccinated infected recovered (SVIR)*. Dalam artikel ini model *SVIR* diformulasikan. Selanjutnya model ini diterapkan pada penyakit difteri di Indonesia dan dilakukan simulasi bagaimana pengaruh vaksinasi terhadap penyebaran penyakit tersebut. Model *SVIR* berupa sistem persamaan diferensial nonlinear orde satu. Model diterapkan pada kasus difteri di Indonesia dengan data sekunder tahunan dari Kemenkes RI tahun 2007-2016. Bedasar terapan model ini, simulasi menunjukkan program vaksinasi mampu menurunkan penderita difteri. Namun tahun 2030 Indonesia belum mencapai bebas penyakit difteri. Simulasi juga menunjukkan dengan menaikkan nilai laju vaksinasi dari 0.019614 menjadi 0.084579 diestimasikan Indonesia bebas difteri tahun 2030.

Kata kunci:

Difteri, model *SVIR*, vaksin DPT, simulasi, bebas penyakit.

© 2020 Dipublikasikan oleh Jurusan Matematika, Universitas Negeri Semarang

1. Pendahuluan

Penyakit difteri merupakan penyakit yang disebabkan oleh bakteri *Corynebacterium diphtheria* yang menyerang sistem pernapasan bagian atas, yaitu hidung dan tenggorokan. Penyakit ini merupakan penyakit kuno dan sudah ada sejak zaman Hippocrates. Menurut WHO (1994), Indonesia merupakan negara ketiga terbanyak kasus difteri. Tahun 2016 terjadi 342 kasus difteri di Indonesia. Jumlah ini lebih sedikit dari negara India dan Madagaskar. Penyakit difteri menular melalui kontak langsung antara lain cairan dari mulut atau hidung orang yang terinfeksi, dari jari-jari atau handuk dan dari ASI penderita.

Menurut Johnston et al. (2008), pemodelan matematika dapat menjadi alat yang kuat untuk memahami fenomena biologi yang sukar dipahami dengan penjelasan verbal, contohnya masalah epidemiologi. Banyak peneliti yang telah mengembangkan model matematika untuk menjelaskan fenomena dalam epidemiologi khususnya penyebaran penyakit menular dari campak (Tudor, 1985; London & Yorke, 1973; Schenzle, 1984), rubela (Hethcote, 1983), HIV (Lin et al., 1993; Jacquez et al., 1988), tuberkulosis (Widyaningsih et al., 2018; Widyaningsih et al., 2019) sampai penyakit ebola (Azizah et al., 2017) dan zika (Bonyah & Okosum, 2016). Dalam perkembangan berikutnya, model matematika tidak hanya digunakan untuk menjelaskan pola penyebaran penyakit menular, tetapi juga untuk penyakit tidak menular seperti diabetes (Boutayeb et al., 2004; Widyaningsih et al., 2018), tetanus (Widyaningsih et al., 2019). Bahkan untuk penyakit masyarakat seperti penggunaan narkoba (Sutanto et al., 2017).

Hethcote (1989) dan Hethcote (2000) memperkenalkan model susceptible infected recovered (SIR). Pada model ini populasi dibagi menjadi tiga kelompok yaitu kelompok individu yang rentan (susceptible),

To cite this article:

Widyaningsih, P., Jasaputra, A., Saputro, D. R. S., & Pangadi. (2019). Simulasi Pengaruh Program Vaksinasi dalam Penyebaran Penyakit Difteri di Indonesia. *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika* 3, 173-178

kelompok individu yang terinfeksi (infected), dan kelompok individu yang telah sembuh (recovered). Individu terinfeksi dapat sembuh dan mendapat kekebalan. Oleh karena itu, penyebaran penyakit difteri dapat disajikan dalam model SIR ini.

Vaksinasi merupakan faktor yang mempengaruhi penyebaran penyakit, termasuk difteri. Vaksinasi Difteri Pertusis Tetanus (DPT) digunakan untuk mencegah penyebaran penyakit difteri. Gao et al. (2007) dan Shulgin et al. (1998) telah memformulasikan model SIR dengan memperhatikan strategi vaksinasi. Dalam model Gao et al. (2007) dan Shulgin et al. (1998), sejumlah individu susceptible secara konstan memperoleh vaksinasi setiap tahunnya.

Berbeda dengan Gao et al. (2007) dan Shulgin et al. (1998), dikarenakan setelah proses vaksinasi tidak semua individu berhasil mencapai imunitas, kelompok S dibagi menjadi dua yaitu kelompok individu rentan belum tervaksinasi (S atau susceptible) dan kelompok individu rentan tervaksinasi (V atau vaccinated). Dengan demikian pada penelitian ini model SIR dikembangkan menjadi model susceptible vaccinated infected recovered (SVIR). Lebih lanjut, karena tidak semua individu tervaksinasi mencapai imunitas di sini diperhatikan kemungkinan kegagalan vaksin. Faktor lain yang mempengaruhi penyebaran penyakit seperti faktor kematian akibat difteri juga diperhatikan. Model SVIR diterapkan untuk kasus difteri di Indonesia. Data yang digunakan bersumber dari Kemenkes RI (2016) tahun 2007 sampai 2016.

Pada tahun 2015, PBB mencanangkan Sustainable Development Goals (SDG) 2030 yang mencakup berbagai bidang termasuk bidang kesehatan. Target untuk bidang kesehatan salah satunya mengeliminasi atau bebas communicable disease yang diantaranya penyakit difteri. Oleh karena itu, di sini diperhatikan apakah Indonesia mencapai bebas penyakit difteri pada 2030.

2. Metode

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi literature. Hasil yang diperoleh diterapkan berdasarkan data sekunder tahunan penyakit difteri di Indonesia 2007-2016 yang bersumber dari Profil Kesehatan Indonesia. Selanjutnya ditentukan penyelesaian hasil terapan tersebut. Langkah tersebut dilakukan untuk mendapatkan gambaran nyata bagaimana pola penyebaran penyakit difteri di Indonesia. Terakhir dilakukan simulasi dengan mengubah nilai parameter, terutama yang terkait dengan program vaksinasi, dan diperhatikan banyaknya individu yang terinfeksi.

3. Hasil dan Pembahasan

3.1. Model SVIR

Penurunan model SVIR berdasarkan pada model SIR oleh Hethcote (1989), Shulgin et al. (1998), dan Gao et al. (2007). Individu yang telah divaksin dikategorikan dalam kelompok individu V. Banyaknya individu kelompok S, V, I, dan R pada waktu t berturut-turut adalah $S(t)$, $V(t)$, $I(t)$, dan $R(t)$ sehingga banyaknya populasi pada waktu t adalah $N(t)=S(t)+V(t)+I(t)+R(t)$. Karena diasumsikan populasi tidak konstan dan tidak ada migrasi, laju kelahiran berbeda dengan laju kematian. Di sini kematian dibedakan, yaitu kematian akibat difteri dan kematian bukan akibat difteri (kematian alami). Dimisalkan laju kelahiran adalah θ , laju kematian alami adalah μ , dan laju kematian akibat difteri adalah η . Karena laju kelahiran adalah θ , banyaknya kelahiran adalah θN . Individu yang lahir diasumsikan rentan terhadap penyakit. Laju kematian alami adalah μ sehingga banyaknya individu S yang meninggal adalah μS . Untuk menambah kekebalan, individu S diberikan vaksin DPT. Jika α adalah laju vaksinasi maka banyaknya individu S berkurang sebesar αS . Jika dimisalkan laju kontak adalah β sehingga banyaknya individu S berkurang sebanyak $\beta SI/N$. Perubahan sesaat banyaknya individu kelompok S dinyatakan sebagai

$$\frac{dS}{dt} = \theta N - \mu S - \beta \frac{SI}{N} - \alpha S. \quad (1)$$

Banyaknya individu kelompok V bertambah sebesar αS karena adanya individu S yang divaksin. Tidak semua vaksinasi berhasil. Dimungkinkan individu yang belum mencapai imunitas dapat terinfeksi akibat kontak langsung dengan individu I. Ini dinamakan kegagalan vaksin. Jika laju kegagalan vaksin adalah δ maka kelompok individu vaccinated berkurang sebesar $\delta VI/N$. Keberhasilan vaksin akan

membuat individu memperoleh imunitas sehingga kebal terhadap difteri. Jika laju individu yang memperoleh imunitas setelah divaksin adalah δI maka banyak individu dari vaccinated menjadi recovered sebesar $\delta_1 V$. Pada model ini, diasumsikan individu dalam kelompok V akan menjadi individu R ketika memperoleh imunitas. Karena laju kematian alami adalah μ sehingga banyaknya individu yang meninggal pada kelompok V adalah μV . Perubahan sesaat banyaknya individu kelompok vaccinated dapat dinyatakan sebagai

$$\frac{dV}{dt} = \alpha S - \delta \frac{VI}{N} - \delta_1 V - \mu V. \quad (2)$$

Banyaknya individu infected bertambah karena adanya individu susceptible dan vaccinated yang terinfeksi. Banyaknya individu ini bertambah sebesar $\beta SI/N$ dan $\delta VI/N$. Selain itu terdapat juga individu yang sembuh setelah terinfeksi. Dimisalkan laju kesembuhan adalah γ sehingga banyaknya individu yang sembuh adalah γI . Laju kematian akibat difteri sebesar η sehingga banyaknya individu I berkurang sebesar ηI . Perubahan sesaat banyaknya individu kelompok infected adalah

$$\frac{dI}{dt} = \beta \frac{SI}{N} + \delta \frac{VI}{N} - \gamma I - \eta I. \quad (3)$$

Banyaknya individu recovered bertambah karena adanya keberhasilan vaksin dan kesembuhan individu yang terinfeksi sehingga banyaknya kelompok ini bertambah sebesar $\delta_1 V$ dan γI . Laju kematian alami adalah μ sehingga banyaknya individu yang meninggal pada kelompok ini adalah μR . Perubahan sesaat banyaknya individu kelompok recovered dapat dinyatakan sebagai

$$\frac{dR}{dt} = \delta_1 V + \gamma I - \mu R. \quad (4)$$

Dengan demikian, berdasar (1), (2), (3), dan (4) secara lengkap model *susceptible vaccinated infected recovered (SVIR)* adalah

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= \theta N - \mu S - \beta \frac{SI}{N} - \alpha S, \\ \frac{dV}{dt} &= \alpha S - \delta \frac{VI}{N} - \delta_1 V - \mu V, \\ \frac{dI}{dt} &= \beta \frac{SI}{N} + \delta \frac{VI}{N} - \gamma I - \eta I, \\ \frac{dR}{dt} &= \delta_1 V + \gamma I - \mu R \end{aligned} \quad (5)$$

Dengan delapan parameter θ , μ , β , α , δ , δ_1 , γ , dan η secara berturut-turut adalah laju kelahiran, laju kematian, laju kontak, laju vaksinasi, laju kegagalan vaksin, laju imunitas, laju kesembuhan, dan laju kematian akibat difteri. Model (5) adalah sistem persamaan diferensial nonlinear order satu.

3.2. Penerapan

Model SVIR (5) diterapkan pada penyakit difteri di Indonesia. Dalam penelitian ini digunakan data sekunder tahunan yang bersumber dari Kemenkes RI (2016) dari tahun 2007 hingga 2016. Dari data yang tersedia dapat diestimasi kedelapan parameter dalam model (5) sebagaimana tampak dalam Tabel 1.

Tabel 1. Hasil estimasi 8 parameter model (5)

| Parameter | Nilai |
|---|----------|
| Laju kelahiran (θ) | 0.019600 |
| Laju kematian (μ) | 0.007121 |
| Laju kontak (β) | 0.589275 |
| Laju vaksinasi (α) | 0.019614 |
| Laju kegagalan vaksin (δ) | 0.000060 |
| Laju imunitas (δ_1) | 0.999940 |
| Laju kesembuhan (γ) | 0.507084 |
| Laju kematian akibat difteri (η) | 0.037312 |

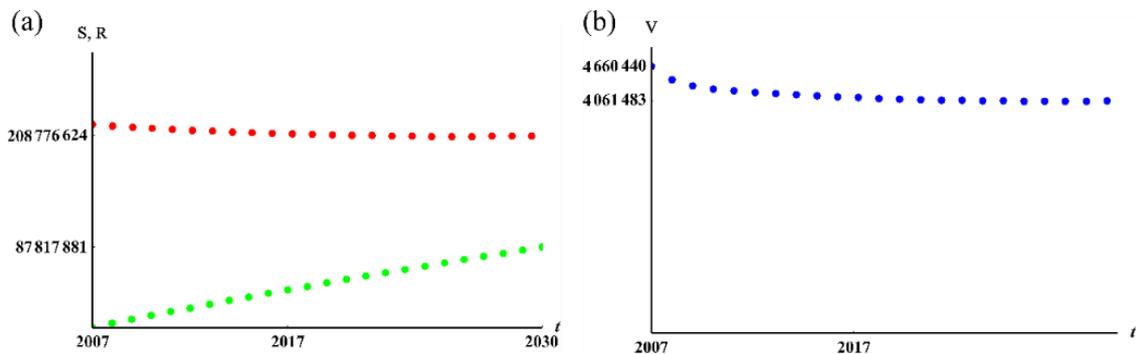
Dengan menggunakan nilai masing-masing 8 parameter, sebagaimana tertulis dalam Tabel 1 dan model (5) diperoleh model SVIR pada penyebaran penyakit difteri di Indonesia. Model tersebut adalah

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= 0.019600N - 0.007121S - 0.589275 \frac{SI}{N} - 0.019614S, \\ \frac{dV}{dt} &= 0.019614S - 0.000060 \frac{VI}{N} - 0.999940V - 0.007121V, \\ \frac{dI}{dt} &= 0.589275 \frac{SI}{N} + 0.000060 \frac{VI}{N} - 0.507084I - 0.037312I, \\ \frac{dR}{dt} &= 0.999940V + 0.507084I - 0.007121R. \end{aligned} \tag{6}$$

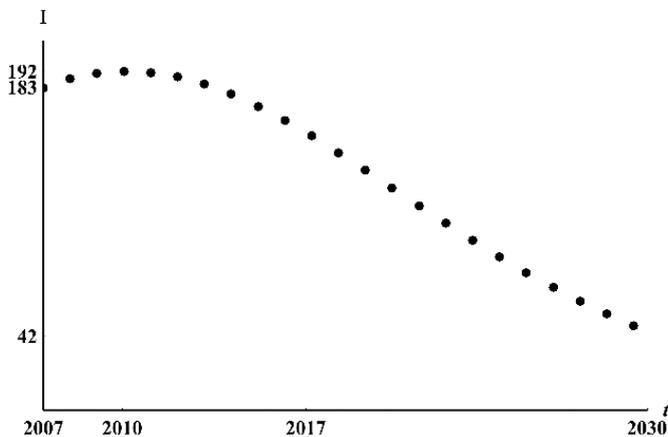
Penyelesaian model (6) ditentukan secara numerik. Untuk itu digunakan nilai awal yang diambil dari data tahun 2007. Nilai awal tersebut adalah

$$S(0) = 220981501, V(0) = 4660440, I(0) = 183, R(0) = 0. \tag{7}$$

Penyelesaian model (6) dengan nilai awal (7) ditentukan dengan algoritme Runge-Kutta order empat. Grafik penyelesaian tahun 2007-2030 yang diperoleh tampak dalam Gambar 1 dan Gambar 2.



Gambar 1. (a) banyaknya individu S (merah) dan R (hijau); (b) banyaknya individu V tahun 2007-2030.



Gambar 2. Banyaknya individu I tahun 2007-2030.

Berdasarkan Gambar 1(a), dalam kurun waktu 23 tahun banyaknya individu S mengalami penurunan sebesar 12204877 dari 220981501 individu tahun 2007 menjadi 208776624 individu tahun 2030. Ini dikarenakan adanya program vaksinasi, individu S yang sudah divaksin dikategorikan sebagai individu kelompok V. Selain itu ada pula individu S yang terinfeksi dan kategorinya menjadi individu kelompok I. Bahkan seiring berjalannya waktu, individu S yang sudah berpindah kategori menjadi kelompok V atau I juga sudah ada yang menjadi imun (kategori kelompok R) ataupun meninggal. Artinya banyak individu S menurun karena sudah tersebar ke kelompok individu lain ataupun meninggal. Sebaliknya banyaknya individu R meningkat, sebesar 87817881, dalam kurun waktu tersebut. Dari Gambar 1(b) tampak banyaknya individu yang divaksin menurun dari tahun ke tahun. Gambar 2 menunjukkan banyaknya individu yang terinfeksi difteri di Indonesia naik dan mencapai puncak sebesar 192 orang tahun 2010. Selanjutnya turun tetapi tidak signifikan, hanya 141 individu, dalam kurun waktu 23 tahun. Ini berarti berdasar model (6) dan syarat awal (7) tahun 2030 Indonesia belum bebas penyakit difteri. Tahun tersebut di Indonesia diestimasikan masih terdapat penderita difteri sebanyak 42 jiwa.

3.3. Simulasi

Berdasar model (6) dan nilai awal (7), simulasi dilakukan untuk mengetahui bagaimana pengaruh program vaksinasi terhadap penyebaran penyakit difteri di Indonesia. Hal ini diperoleh dengan mengubah nilai parameter yang berkaitan dengan vaksinasi yaitu laju vaksinasi (α).

Pertama nilai $\alpha=0.019614$ diubah dengan $\alpha=0$, sementara nilai tujuh parameter lainnya tetap sama. Banyaknya individu I untuk tahun 2017-2030 diperhatikan. Enam data banyaknya individu untuk 6 tahun darinya tampak dalam Tabel 2 kolom 3 dan 2. Dari data ini tampak jelas bahwa program vaksinasi mampu menurunkan penyebaran penyakit difteri. Banyaknya penderita difteri akan naik dan mencapai 410 jiwa jika tidak ada program vaksinasi. Dengan adanya program tersebut, penyebaran penyakit ini menjadi lebih terkendali dan diestimasikan ada 42 jiwa yang terinfeksi difteri. Namun demikian, program vaksinasi belum mampu menghantarkan Indonesia menjadi negara bebas penyakit difteri tahun 2030.

Tabel 2. Banyaknya individu terinfeksi difteri tahun 2017-2030 dengan 6 variasi nilai α

| Tahun | $\alpha=0$ | $\alpha=0.019614$ | $\alpha=0.09$ | $\alpha=0.085$ | $\alpha=0.0846$ | $\alpha=0.08458$ | $\alpha=0.84579$ |
|-------|------------|-------------------|---------------|----------------|-----------------|------------------|------------------|
| 2017 | 287 | 156 | 43 | 43 | 43 | 43 | 43 |
| 2022 | 306 | 106 | 8 | 9 | 9 | 9 | 9 |
| 2024 | 329 | 87 | 4 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 2026 | 354 | 70 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 2028 | 381 | 55 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2030 | 410 | 42 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Kedua nilai $\alpha=0.019614$ dinaikkan sedemikian hingga diperoleh hasil tahun 2030 tidak ada lagi penderita difteri. Besarnya nilai α , dalam 2-6 digit dibelakang koma, tampak dalam Tabel 2 kolom 4-8. Dari tabel ini tampak bahwa apabila laju vaksinasi dinaikkan dari 0.019614 menjadi 0.084579, berdasar model (6) dan nilai awal (7) diestimasikan Indonesia bebas difteri tahun 2030. Dengan demikian, program Sustainable Development Goals (SDG) 2030 yang dicanangkan PBB untuk penyakit difteri dapat dicapai Indonesia.

4. Simpulan

Model SVIR yang diperoleh adalah (5) yang merupakan sistem persamaan diferensial nonlinear order satu. Model penyebaran penyakit difteri di Indonesia direpresentasikan dengan model (6). Dengan model (6) dan nilai awal (7), simulasi menunjukkan program vaksinasi mampu menurunkan penderita difteri. Namun tahun 2030 Indonesia belum mencapai bebas penyakit difteri. Simulasi juga menunjukkan dengan menaikkan nilai laju vaksinasi dari 0.019614 menjadi 0.084579, diestimasikan Indonesia bebas difteri tahun 2030.

Daftar Pustaka

- Azizah, A., Widyaningsih, P., & Saputro, D. (2017). Spread of Ebola Disease with Susceptible Exposed Infected Isolated Recover (SEIIR) Model. *Journal of Physics Conference Series*, 855, 012008-1-6.
- Bonyah, E., & Okosun, K. O. (2016). Mathematical Modeling of Zika Virus. *Asian Pacific Journal of Tropical Disease*, 6, 673-679.
- Boutayeb, A., Twizell, E. H., Achouayb, K., & Chetouani, A. (2004). A Mathematical Model for The Burden of Diabetes and Its Complication. *BioMedical Engineering Online*, 3, no. 20.
- Gao, S., Zhidong T., Juan, J. N., & Angela, T. (2007). Analysis of An SIR Epidemic Model with Pulse Vaccination and Distributed Time Delay. *Journal of Biomedicine and Biotechnology*, 1-9.
- Hethcote, H. W. (1983). Measles and Rubella in the United States. *Am. J. Epidemiol.*, 117, 2-13.
- Hethcote, H. W. (1989). Three Basic Epidemiological Models. *Applied Mathematical Ecology*, 18, 119-144.
- Hethcote, H. W. (2000). The Mathematics of Infectious Diseases. *SIAM Review*, 42, 599-653.
- Jacquez, J. A., Simon, C. P., Koopman, J. S., Sattenspiel, L., & Perry, T. (1988). Modeling and Analyzing HIV Transmission: The effect of Contact Patterns. *Math. Biosci.*, 92, 119-199.
- Johnston, Matthew, D., Carina, M. E., Walter, F. B., Philip, K. M., & Jonathan, C. (2008). Examples of Mathematical Modeling, Tales from the Crypt. *Cell Cycle*, 17, 2106-2112.
- Lin, X., Hethcote, H. W., Van den Driessche, P. (1993). An epidemiological model for HIV/AIDS with proportional recruitment. *Math. Biosci.*, 118, 181-195.
- London, W. P., & Yorke, J. A. (1973). Recurrent Outbreaks of Measles, Chickenpox and Mumps I: Seasonal Variation in Contact Rates. *Am. J. Epidemiology*, 98, 453-468.
- Schenzle, D. (1984). An Age-structured Model of Pre- and Post-vaccination Measles Transmission. *IMA J. Math. Appl. Med. Biology*, 1, 169-191.
- Shulgin, B., Lewi S., & Zvia, A. (1998). Pulse Vaccination Strategy in the SIR Epidemic Model. *Buletin of Mathematical Biology*, 60, 1123-1148.
- Sutanto, Azizah, A., Widyaningsih, P., & Saputro, D. (2017). SEIIR: Drug Abuse Model with Rehabilitation. *AIP Conference Proceedings*, 1847, 020018-1-6.
- Tim Sekretariat Jenderal Kementerian Kesehatan RI. (2016). *Profil Kesehatan Indonesia Tahun 2015*. Jakarta: Kementerian Kesehatan Republik Indonesia.
- Tudor, D. W. (1985). An Age-dependent Epidemic Model with Application to Measles. *Math. Bioscience*, 73, 131-147.
- Widyaningsih, P., Affan, R. C., & Saputro, D. R. S. (2018). A Mathematical Model for The Epidemiology of Diabetes Mellitus with Lifestyle and Genetic Factors. *Journal of Phys: Conf. Ser.*, 1028, 012110 1-6.
- Widyaningsih, P., Nugroho, A. A., & Saputro, D. R. S. (2018). Susceptible Infected Recovered Model with Vaccination, Immunity loss, and Relapse to Study Tuberculosis Transmission in Indonesia. *AIP Conference Proceedings*, 2014, 012002 1-6.
- Widyaningsih, P., Nugroho, A. A., Saputro, D. R. S., & Sutanto. (2019). Tuberculosis Transmission with Relapse in Indonesia: Susceptible Vaccinated Infected Recovered Model. *Journal of Phys: Conf. Ser.*, 1217, 012071 1-6.
- Widyaningsih, P., Candrawati, P., Sutanto, & Saputro, D. R. S. (2019). Maternal Antibody Susceptible Vaccinated Infected Recovered (MSVIR) Model for Tetanus Disease and Its Applications in Indonesia. *Journal of Phys: Conf. Ser.*, 1306, 012002 1-7.
- Witbooi, Peter, J., Muller, G. E., & Van Schalkwyk, G. J. (2015). Vaccination Control in A Stochastic SVIR Epidemic Model. *Journal of Computational and Mathematical Methods in Medicine*, 1-9.
- World Health Organization (WHO). (1994). *Manual for the Management and Control of Diphtheria in the European Region*. Copenhagen Denmark: World Health Organization.