

Pemodelan Banyaknya Penumpang Kereta Api di Pulau Jawa dengan *Nonlinear Autoregressive Neural Network*

Ismarani^{a,*}, Dewi Retno Sari Saputro^b, Ririn Setiyowati^c

^{a,b,c} Program Studi Matematika FMIPA Universitas Sebelas Maret, Jl. Ir. Sutami 36A, Surakarta, Indonesia

* Alamat Surel: ismarani@student.uns.ac.id

Abstrak

Model *Autoregressive* (AR) adalah model regresi yang menghubungkan nilai amatan dengan nilai sebelumnya pada *lag* tertentu. Pada model AR terkadang diperoleh struktur nonlinear sehingga dikembangkan model *nonlinear* AR (NAR). Untuk keperluan evaluasi model dikembangkan model NAR dengan *neural network* (NN) dengan arsitektur *input*, *hidden layer*, dan *output*. Model tersebut dikenal dengan model *Nonlinear Autoregressive Neural Network* (NAR-NN). Model NAR-NN dapat diterapkan pada data banyaknya penumpang kereta api di Pulau Jawa. Data banyaknya penumpang kereta api merupakan data runtun waktu. Data banyaknya penumpang kereta api pada tahun 2006-2019 mengalami *trend* naik dan mengikuti pola *nonlinear*. Pada penelitian ini dilakukan pemodelan banyaknya penumpang kereta api di Pulau Jawa dengan NAR-NN yang menggunakan fungsi aktivasi sigmoid biner dan algoritme *training* Levenberg-Marquadt *Backpropagation* (LMBP). Adapun evaluasi model yang digunakan pada penelitian ini adalah *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE). Hasil penelitian dengan percobaan *hidden neuron*, diperoleh bahwa model terbaik pada saat *delay* 2 dan *hidden neuron* 12 dengan nilai MAPE sebesar 3,75%.

Kata kunci:

model NAR-NN, *sigmoid biner*, LMBP, penumpang kereta api, MAPE.

© 2021 Dipublikasikan oleh Jurusan Matematika, Universitas Negeri Semarang

1. Pendahuluan

Konsep matematis data runtun waktu diperlukan pada berbagai ilmu pengetahuan yang berhubungan dengan data amatan. Data runtun waktu adalah sekumpulan data yang diambil secara bersamaan dalam interval waktu tertentu dan salah satu tujuan mempelajari data runtun waktu untuk meramalkan (Wei, 2006). Model runtun waktu yang pada umumnya digunakan untuk meramal adalah model *autoregressive* (AR). Model AR adalah model regresi yang menghubungkan nilai amatan dengan nilai-nilai sebelumnya pada selang waktu tertentu. Pada model AR harus dipenuhi asumsi linearitas. Pada kenyataannya asumsi tersebut tidak selalu dapat terpenuhi atau terdapat kecenderungan *nonlinear*. Oleh karena itu, untuk mengatasi hal tersebut dikembangkan model *nonlinear* dari model AR yang disebut *nonlinear autoregressive* (NAR).

Model NAR adalah model AR yang menggunakan fungsi *nonlinear* sebagai fungsi autoregresinya (Sebastian, 2010). Fungsi *nonlinear* yang dimaksud dapat didekati oleh model yang bersifat *nonlinear*. Salah satu model yang bersifat *nonlinear* adalah *neural network* (NN). NN adalah model yang mempunyai karakteristik menyerupai jaringan saraf biologis yang terdiri dari *neuron-neuron* dan penghubung *neuron* (Siang, 2005). Penghubung *neuron* dalam NN disebut bobot. Bobot optimal diperoleh dengan metode yang disebut metode *training*. Menurut Wutsqa *et al.* (2006) model NN dapat menghasilkan peramalan yang baik. Oleh karena itu diharapkan penggabungan model *nonlinear* dalam hal ini model NAR dengan NN yang kemudian disebut model NAR-NN menjadi model dengan peramalan yang lebih baik.

Model NAR-NN dapat diterapkan pada berbagai bidang salah satunya bidang transportasi umum. Kereta api adalah alat transportasi umum yang banyak digunakan oleh masyarakat Indonesia. Penggunaan kereta api sebagai alat transportasi semakin bertambah seiring meningkatnya jumlah penduduk Indonesia

To cite this article:

Ismarani, Saputro, D. R. S., & Setiyowati, R. (2021). Pemodelan Banyaknya Penumpang Kereta Api di Pulau Jawa dengan *Nonlinear Autoregressive Neural Network*. *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika 4*, 645-651

terutama di Pulau Jawa yang merupakan pulau dengan penduduk terbanyak di Indonesia. Data banyaknya penumpang kereta api merupakan data runtun waktu. Berdasarkan data dari Badan Pusat Statistik (2020), banyaknya penumpang kereta api di Pulau Jawa pada tahun 2006-2019 cenderung meningkat. Data banyaknya penumpang termasuk dalam data yang bersifat *nonlinear* (Irhamah & Andalita, 2015). Dengan demikian pada penelitian ini dilakukan pemodelan banyaknya penumpang kereta api di Pulau Jawa dengan NAR-NN.

2. Metode

Metode dibagi menjadi tiga bagian. Bagian pertama adalah data penelitian, bagian kedua adalah langkah penelitian, dan bagian ketiga validasi model.

1.1. Data Penelitian

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik (2020) berupa data bulanan banyaknya penumpang kereta api di Pulau Jawa pada tahun 2006-2019. Data dibagi menjadi dua bagian yaitu data *in sample* dan data *out sample*. Adapun data *in sample* sebanyak 156 data yaitu data pada tahun 2006-2018, sedangkan data *out sample* sebanyak 12 data yaitu data pada tahun 2019.

1.2. Langkah Penelitian

Langkah dalam penelitian ini diuraikan sebagai berikut.

- Mengeksplorasi data untuk mengetahui dugaan data berpola *trend* dan *nonlinear*.
- Menguji stasioneritas data untuk mengetahui apakah data memenuhi asumsi stasioneritas atau tidak.
- Menguji nonlinearitas data untuk mengetahui apakah data berpola *nonlinear*.
- Menentukan *delay* pada *input* model NAR-NN.
- Melakukan *training* dengan metode LMBP untuk memperoleh bobot optimal pada model NAR-NN.
- Menentukan arsitektur model NAR-NN terbaik.
- Melakukan validasi model dengan menghitung nilai MAPE.

1.3. Stasioneritas Data

Stasioneritas data merupakan asumsi yang harus dipenuhi oleh data runtun waktu. Stasioneritas data runtun waktu dibedakan menjadi dua yaitu stasioneritas dalam variansi dan stasioneritas dalam rata-rata. Data dikatakan stasioner dalam variansi apabila data tersebut memiliki variansi yang konstan dari waktu ke waktu. Jika data runtun waktu tidak stasioner dalam variansi maka dapat dilakukan transformasi Box-Cox (Wei, 2006). Bentuk umum transformasi Box-Cox adalah $T(Y_t) = \begin{cases} Y_t^\lambda, \lambda \neq 0 \\ \ln Y_t, \lambda = 0 \end{cases}$, dengan $T(Y_t)$ adalah hasil transformasi data ke- t , Y_t adalah data amatan ke- t , dan λ adalah parameter transformasi. Sementara itu data runtun waktu dikatakan stasioner dalam rata-rata apabila data tersebut berfluktuasi di sekitar rata-rata dari waktu ke waktu. Pengujian stasioneritas dalam rata-rata dapat dilakukan dengan uji akar *Augmented Dickey Fuller* (ADF) (Rosyidah *et al.*, 2017). Jika data tidak stasioner dalam rata-rata maka dilakukan *differencing* dengan bentuk umum $\nabla^d Y_t = Y_t - Y_{t-d}$, dengan ∇^d adalah *differencing* ke- d dan Y_{t-d} adalah data amatan ke- $(t-d)$.

1.4. Model Nonlinear Autoregressive Neural Network (NAR-NN)

Model NAR-NN merupakan model NAR yang fungsi autoregresinya menggunakan pendekatan model NN. Model NAR secara umum ditulis sebagai

$$Y_t = F(Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-q}) + \epsilon_t \quad (1)$$

dengan Y_{t-i} adalah data amatan ke- $(t-i)$ untuk $i = 1, 2, \dots, q$, $F(\cdot)$ adalah fungsi autoregresi yang bersifat *nonlinear*, q adalah orde model NAR, dan ϵ_t adalah eror pendekatan pada waktu ke- t .

Model NN yang digunakan pada penelitian ini adalah NN dengan tiga lapisan yaitu lapisan *input*, lapisan tersembunyi, dan lapisan *output*. Metode *training* yang digunakan pada penelitian ini adalah metode Levenberg-Marquardt *Backpropagation* yang merupakan salah satu variasi metode *training backpropagation* yang bersifat cepat dan memiliki konvergensi yang stabil (Hagan & Menhaj, 1994). Secara umum, menurut Suhartono & Endharta (2009), persamaan NN yang menggunakan metode *training backpropagation* dengan satu lapisan tersembunyi ditulis sebagai

$$\hat{Y}_t = f^0 \left(b_2 + \sum_{j=1}^r w_j f_j^h (b_{1,j} + \sum_{i=1}^q w_{i,j} Z_{t,i}) \right) \tag{2}$$

dengan \hat{Y}_t adalah *output* pada waktu ke- t , f^0 adalah fungsi aktivasi neuron pada lapisan *output*, b_2 adalah bobot bias antara lapisan tersembunyi ke lapisan *output*, w_j adalah bobot penghubung *neuron* pada lapisan tersembunyi dengan *neuron* pada lapisan *output*, f_j^h adalah fungsi aktivasi *neuron* ke- j pada lapisan tersembunyi, $b_{1,j}$ adalah bobot bias antara lapisan *input* dengan *hidden neuron* ke- j , $w_{i,j}$ adalah bobot yang menghubungkan *neuron* ke- i pada lapisan *input* dengan *hidden neuron* ke- j , $Z_{t,i}$ adalah *input* ke- t , r adalah banyaknya *hidden neuron*, dan q adalah banyaknya *input*.

Persamaan (1) dapat juga ditulis sebagai

$$Y_t = \hat{Y}_t + \epsilon_t \tag{3}$$

Misalkan $Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-q}$ adalah *input* pada NN sehingga $Z_{t,i}$ menjadi Y_{t-i} untuk $i = 1, 2, \dots, q$, selanjutnya q disebut sebagai *delay* pada NN sehingga persamaan (2) disubstitusikan ke persamaan (3).

$$Y_t = f^0 \left(b_2 + \sum_{j=1}^r w_j f_j^h (b_{1,j} + \sum_{i=1}^q w_{i,j} Y_{t-i}) \right) + \epsilon_t \tag{4}$$

Menurut Julpan *et al.* (2018) fungsi aktivasi yang digunakan pada lapisan tersembunyi untuk NN yang dilatih metode *backpropagation* salah satunya fungsi aktivasi *sigmoid biner* yang ditulis sebagai

$$f_j^h(x) = \frac{1}{1 + \exp(-x)} \tag{5}$$

Fungsi aktivasi yang digunakan pada lapisan *output* adalah fungsi linear

$$f^0(x) = x \tag{6}$$

Persamaan (5) dan (6) disubstitusikan pada persamaan (4) sehingga diperoleh model NAR-NN yang ditulis sebagai $Y_t = b_2 + \sum_{j=1}^r w_j \left(\frac{1}{1 + \exp(-b_{1,j} - \sum_{i=1}^q w_{i,j} Y_{t-i})} \right) + \epsilon_t$.

1.5. Validasi Model

Validasi model digunakan untuk mengukur ketepatan model. Menurut Wheelwright *et al.* (1998) Salah satu ukuran statistik yang digunakan untuk mengukur ketepatan model adalah *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE). Nilai MAPE ditulis sebagai $MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{Y_t - \hat{Y}_t}{Y_t} \right| \times 100\%$, dengan \hat{Y}_t adalah data pendekatan ke- t , dan n adalah banyaknya data. Menurut Chang *et al.* (2007) Kriteria MAPE ditunjukkan pada Tabel 1.

Tabel 1. Kriteria nilai MAPE

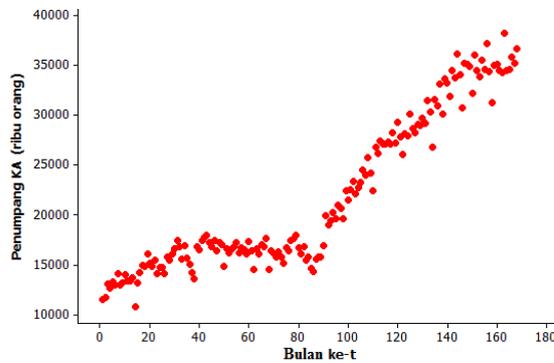
Nilai MAPE	Kriteria
MAPE < 10%	Sangat baik
10% < MAPE < 20%	Baik
20% < MAPE < 50%	Cukup
MAPE > 50%	Buruk

3. Hasil dan Pembahasan

Pada bagian ini dibagi menjadi tiga bagian. Bagian pertama adalah deskripsi data, bagian kedua adalah Model NAR-NN, dan bagian ketiga adalah validasi model.

3.1 Deskripsi Data

Scatter plot data penelitian ditunjukkan pada Gambar 1.



Gambar 1. scatter plot data banyaknya penumpang kereta api di Pulau Jawa periode Januari 2006-Desember 2019

Berdasarkan Gambar 1 nampak bahwa data penelitian cenderung mengalami kenaikan seiring dengan bertambahnya waktu. Oleh karena itu, data mengalami *trend* naik. Dengan demikian data dapat dimodelkan dengan AR. Data cenderung *nonlinear* sehingga dapat dimodelkan dengan *nonlinear* AR (NAR). Fungsi autoregresi dalam model NAR dapat didekati oleh model NN sehingga data dapat dimodelkan dengan NAR-NN.

3.2 Model NAR-NN

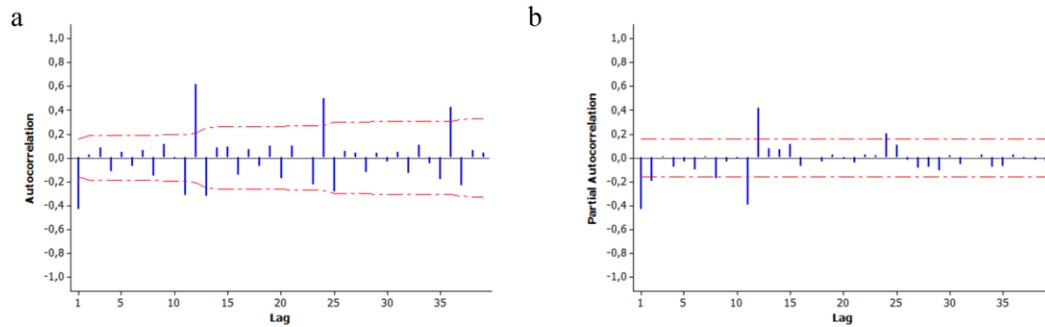
3.2.1 Stasioneritas Data

Pengujian stasioneritas dalam variansi pada data penelitian dilakukan menggunakan plot Box-Cox dengan mempertimbangkan nilai λ . Hasil pengujian stasioneritas terhadap variansi ditunjukkan pada Tabel 2.

Tabel 2. Hasil pengujian stasioneritas terhadap variansi

Langkah pengujian	Nilai λ	Keterangan
Sebelum transformasi	0	Tidak stasioner
Transformasi pertama	3	Tidak stasioner
Transformasi kedua	1	Stasioner

Berdasarkan Tabel 1 data penelitian sebelum transformasi tidak stasioner dalam variansi dengan nilai λ sebesar 0 sehingga harus dilakukan transformasi dalam hal ini transformasi yang sesuai adalah transformasi $\ln Y_t$. Setelah dilakukan transformasi $\ln Y_t$ ternyata data masih tidak stasioner dalam variansi dengan nilai λ sebesar 3 sehingga harus dilakukan transformasi lagi dengan transformasi Y_t^3 . Setelah dilakukan transformasi Y_t^3 diperoleh nilai λ sebesar 1 yang berarti data sudah stasioner dalam variansi. Selanjutnya dilakukan pengujian stasioneritas dalam rata-rata. Pengujian stasioneritas dalam rata-rata dilakukan dengan uji akar unit ADF. Diperoleh nilai ADF sebesar 0.37456834 yang lebih besar dari nilai kritis MacKinnon sebesar -3.43922369 sehingga disimpulkan bahwa data tidak stasioner dalam rata-rata. Oleh karena itu, dilakukan *differencing* 1 dan uji akar unit ADF lagi. Diperoleh nilai ADF sebesar -19.35177453 yang lebih kecil dari nilai kritis MacKinnon sebesar -3.439400208 sehingga disimpulkan bahwa data sudah stasioner dalam rata-rata. Langkah berikutnya dibuat plot ACF dan PACF. Plot tersebut ditunjukkan pada Gambar 2.



Gambar 2. (a) plot nilai ACF; (b) plot nilai PACF

Berdasarkan Gambar 2(a) nampak bahwa plot ACF turun secara eksponensial yang menandakan bahwa data sudah stasioner. Berdasarkan Gambar 2(b) nampak bahwa plot PACF terputus pada lag ke-2. Hal ini mengindikasikan bahwa data dapat dimodelkan dengan AR berorde 2 (AR(2)).

3.2.2 *Nonlinearitas Data*

Pengujian nonlinearitas data dilakukan menggunakan uji nonlinearitas Terasvirta yaitu uji F. Pengujian ini dilakukan untuk mengetahui apakah data berpola linear atau *nonlinear*. Diperoleh nilai F_{hitung} sebesar 4.86 yang lebih besar dari $E_{(0,05,7,146)}$ sebesar 2.07 sehingga dapat disimpulkan bahwa data berpola *nonlinear*. Dengan demikian model yang lebih tepat untuk data adalah model NAR.

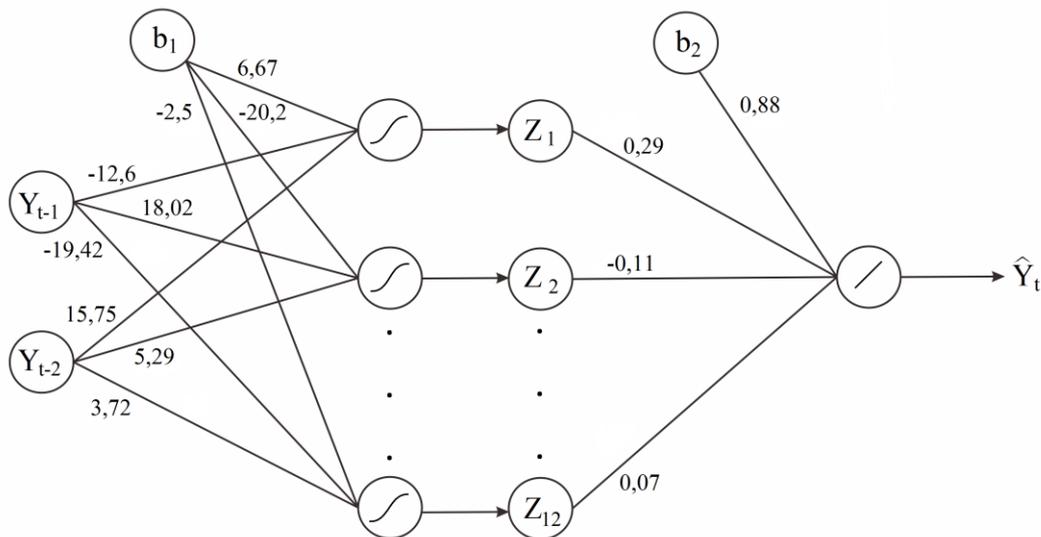
3.2.3 *Arsitektur Model NAR-NN*

Berdasarkan Gambar 2(b) plot nilai PACF terputus pada lag 2 sehingga orde untuk model NAR adalah 2. Dengan demikian *delay* pada model NN adalah 2. Data yang sudah stasioner dalam variansi dan rata-rata selanjutnya ditransformasi ke dalam *range* (0,1). Data hasil transformasi kemudian dilatih dengan metode LMBP. Dilakukan percobaan dengan banyaknya *hidden neuron* diperoleh model NAR-NN terbaik. Arsitektur model NAR-NN terbaik dipilih dari MSE terkecil. Tabel 2 menunjukkan MSE dari model NAR-NN.

Tabel 3. MSE model NAR-NN

<i>Hidden Neuron</i>	MSE	<i>Hidden Neuron</i>	MSE
1	0,0215	9	0,0203
2	0,0217	10	0,0180
3	0,0230	11	0,0186
4	0,0210	12	0,0173
5	0,0209	13	0,0224
6	0,0187	14	0,0179
7	0,0205	15	0,0207
8	0,0192		

Berdasarkan Tabel 3 nampak bahwa MSE terkecil dimiliki model NN dengan *hidden neuron* 12 yaitu 0,0173. Dengan demikian arsitektur model NAR-NN terdiri atas 2 *neuron* pada lapisan *input*, 1 lapisan tersembunyi dengan 12 *neuron*, dan 1 *neuron* pada lapisan *output*. Arsitektur model NAR-NN terbaik ditunjukkan pada Gambar 3.



Gambar 3. arsitektur model NAR-NN terbaik

3.2.4 Validasi Model

Validasi model NAR-NN dilakukan dengan menghitung nilai MAPE. Digunakan data *out sample* seperti yang telah diuraikan pada metode untuk menghitung nilai MAPE. Diperoleh nilai MAPE model NAR-NN untuk data banyaknya penumpang kereta api di pulau Jawa sebesar 3,75%. Berdasarkan nilai MAPE, model NAR-NN untuk data banyaknya penumpang kereta api di pulau Jawa memiliki kriteria sangat baik.

4. Simpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan diperoleh model NAR-NN terbaik untuk data banyaknya penumpang kereta api di pulau Jawa diperoleh pada saat *delay* 2 dan 12 *hidden neuron*. Model ini menunjukkan bahwa data tersebut mengikuti pola *nonlinear* dan dipengaruhi oleh data dua periode sebelumnya. Diperoleh nilai MAPE sebesar 3,75% dengan kriteria sangat baik pada model NAR-NN untuk data banyaknya penumpang kereta api di pulau Jawa.

Daftar Pustaka

Badan Pusat Statistik. (2020). Tabel Dinamis Jumlah Penumpang Kereta Api. (*Online*). (<https://ww.bps.go.id/dynamictable/2015/03/10/815/jumlah-penumpang-kereta-api-2006-2019-ribu-orang-.html>, diakses 20 Februari 2020).

Chang, P. C., Wang, Y. W., & Liu, C. H. (2007). The development of a weighted evolving fuzzy neural network for PCB sales forecasting. *Expert Systems with Applications*, 32(1), 86-96.

Hagan, M. T., & Menhaj, M. B. (1994). Training feedforward networks with the Marquardt algorithm. *IEEE transactions on Neural Networks*, 5(6), 989-993.

Irhamah, I., & Andalita, I. (2015). Peramalan Jumlah Penumpang Kereta Api Kelas Ekonomi Kertajaya Menggunakan ARIMA dan ANFIS. *Jurnal Sains dan Seni ITS*, 4(2), 15724.

Julpan, J., Nababan, E. B., & Zarlis, M. (2018). Analisis Fungsi Aktivasi Sigmoid Biner dan Sigmoid Bipolar dalam Algoritma Backpropagation pada Prediksi Kemampuan Siswa. *Jurnal Teknovasi: Jurnal Teknik dan Inovasi*, 2(1), 103-116.

Rosyidah, H., Rahmawati, R., & Prahutama, A. (2018). Pemodelan Vector Autoregressive X (VARX) untuk Meramalkan Jumlah Uang Beredar di Indonesia. *Jurnal Gaussian*, 6(3), 333-343.

Siang, J.J. (2005). Jaringan Syaraf Tiruan dan Pemrogramannya Menggunakan Matlab. Andi Offset, Yogyakarta.

- Sebastian, D. (2010). Autoregressive Neural Network Process. Universitas Passau, Jerman.
- Suhartono, S., & Endharta, A. J. (2009). Peramalan Konsumsi Listrik Jangka Pendek Dengan Arima Musiman Ganda Dan Elman-recurrent Neural Network. *JUTI: Jurnal Ilmiah Teknologi Informasi*, 7(4), 183-190.
- Wei, W. W. S. (2006). Time Series Analysis: *Univariate and Multivariate Method*. Ed 2. Pearson Prentice Hall's, New Jersey.
- Wheelwright, S., Makridakis, S., & Hyndman, R. J. (1998). *Forecasting: methods and applications*. John Wiley & Sons.
- Wutsqa, D. U., Subanar, S. G., & Sujuti, Z. (2006). Forecasting performance of VAR-NN and VARMA models. In *Proceedings of the 2nd IMT-GT Regional Conference on Mathematics* (p. 29).