PRISMA 4 (2021): 736-742
PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika
https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/
ISSN 2613-9189

Analisis Model *Predator-Prey* dengan *Protection Zone* Menggunakan Fungsi Respon Holling Tipe II

Ayu Puspita Sari[a,*], S. B. Waluya[b]

[a,b] *Jurusan Matematika, Universitas Negeri Semarang, Sekaran Gunungpati, Semarang 50229, Indonesia*

* *Alamat Surel: aay@students.unnes.ac.id*

Abstrak

Fungsi respon adalah hubungan antara tingkat konsumsi pemangsa dan kepadatan populasi mangsanya. Artikel ini membahas tentang model *predator-prey* dengan fungsi respon Holling tipe II dan zona perlindungan bagi *prey*. Zona perlindungan adalah zona yang ditempati oleh *prey* namun *predator* tidak dapat memasukinya, sedangkan *prey* dengan bebas keluar-masuk zona tersebut. Hasil penelitian ini adalah model matematika *predator-prey* dengan *protection zone* menggunakan fungsi respon Holling tipe II yang memiliki enam titik kesetimbangan yaitu E_1, E_2, E_3, E_4, E_5, dan E_6. Model matematika ini memiliki tiga titik kesetimbangan non-negatif; titik $E_1 = (0,0,0)$ merupakan titik *saddle*; titik E_2, E_3, dan E_4 bersifat tidak stabil; dan titik E_5 dan E_6 akan bersifat stabil jika memenuhi syarat kestabilan dari masing-masing titik.

Kata kunci:

Predator-prey, *protection zone*, persamaan diferensial, fungsi respon Holling tipe II.

1. Pendahuluan

Matematika bukanlah pengetahuan menyendiri yang dapat sempurna karena dirinya sendiri, tetapi adanya matematika dapat membantu manusia dalam memahami dan menguasai permasalahan sosial, ekonomi, dan alam (Nasir, 2018). Banyak permasalahan-permasalahan di kehidupan yang telah disajikan dalam bentuk model matematika sehingga lebih mudah untuk dipahami. Salah satunya adalah pemodelan dalam bidang Biologi.

Istilah ekosistem sudah lama dikenal dalam bidang Biologi. Pada ekosistem darat, interaksi yang paling sering ditemukan antara dua populasi biologis tentu saja tipe *predator-prey*. *Predator-prey* dalam interaksinya memunculkaan banyak fenomena yang menarik untuk diteliti. Salah satu contohnya adalah model *predator-prey* dengan memperhatikan adanya perlindungan terhadap *prey* yang terinfeksi mengakibatkan *prey* bergerak lebih lamban dan lebih mudah dimangsa daripada *prey* rentan (Pal & Samanta, 2010).

Model populasi matematis dari sistem *predator-prey* oleh Lotka-Volterra dibangun berdasarkan asumsi biologis yang lebih realistis dan implisit (Ashine & Gebru, 2017). Sistem *predator-prey* prototipe dituliskan sebagai berikut: $\frac{dx}{dt} = \alpha x - \beta xy$ dan $\frac{dy}{dt} = \gamma xy - \delta y$, dengan x dan y masing-masing merupakan populasi *prey* dan *predator*, sedangkan β dan δ, α, γ, berturut-turut merupakan laju interaksi *predator-prey*, laju pertumbuhan *prey*, serta laju kematian *predator*.

Peristiwa makan dan dimakan memang hal umum yang terjadi dalam sebuah pola rantai makanan. Namun beberapa fakta yang terjadi di kehidupan adalah setiap populasi memiliki wilayahnya sendiri. Ketika populasi *prey* berada dalam suatu wilayah, maka secara alami alam akan menempatkan beberapa musuh alaminya di sana. Ketika populasi *predator* meningkat terlalu tinggi maka populasi *prey* akan musnah. Dalam beberapa kasus, campur tangan dari manusia sangat diperlukan untuk menyelamatkan spesies *prey* yang terancam punah, dan salah satu caranya adalah dengan membuatkan *protection zone* atau

To cite this article:
Sari, A. P., & Waluya, S. B. (2021). Analisis Model *Predator-Prey* dengan *Protection Zone* Menggunakan Fungsi Respon Holling Tipe II . *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika 4*, 736-742

zona perlindungan bagi *prey*. *Protection zone* ini akan melindungi *prey* dari pemangsanya, dimana *prey* dapat keluar masuk dengan leluasa, namun *predator* tetap berada di luar *protection zone.* Dalam model *predator spasial* – pemangsa, zona perlindungan untuk satu spesies berarti bahwa spesies yang dilindungi dapat tinggal di, masuk ke, dan keluar dari zona perlindungan secara bebas tetapi spesies lain hanya dapat hidup di luar zona perlindungan (Cui *et al.*, 2014).

Penelitian sebelumnya yang dilakukan oleh Dubey (2007) kemudian menghasilkan model *predator-prey* dengan zona perlindungan yang memperhitungkan adanya migrasi dan laju pertumbuhan *prey* yang dibatasi oleh *carrying capacity*. Penelitian lainnya oleh Wang *et al. (*2020) menjelaskan tentang pertimbangan perilaku dinamis dari sistem *predator-prey* tertentu dengan fungsi respon Holling tipe II dalam percabangan trankritis dan Hopf. Mereka berhasil menunjukkan bahwa perilaku dinamis dari sistem *predator-prey* bergantung pada beberapa parameter kritis. Penelitian Wang *et al. (*2020) ini memperlihatkan persamaan kuadrat dalam persamaan diferensial *predator* yang mana menunjukkan penurunan intrinsik dari predator.

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah menentukan solusi titik kesetimbangan dari model matematika *predator-prey* dengan *protection zone* menggunakan fungsi respon Holling tipe II dan keefektifannya terhadap populasi *prey* yang terancam punah.

2. Metode

Penelitian ini merupakan penelitian dasar (teoritis), dengan menganalisis teori-teori yang relevan dengan permasalahan yang diangkat.

Langkah-langkah yang dilakukan adalah menentukan rumusan masalah, mengkaji sumber-sumber pustaka yang telah diperoleh, membuat pemodelan matematika, mencari solusi dan menentukan titik kesetimbangan, dan terakhir menganalisis titik kesetimbangan yang telah diperoleh.

2.1. Sistem Persamaan Differensial

Persamaan diferensial adalah persamaan yang melibatkan variabel-variabel tak bebas dan derivatif-derivatifnya terhadap variabel-variabel bebas. Sebagai contohnya adalah model *predator-prey* yang dikemukakan oleh Lotka, yaitu $\frac{dx}{dt} = \alpha x - \beta xy$ dan $\frac{dy}{dt} = \gamma xy - \delta y$, dengan x dan y masing-masing merupakan populasi *prey* dan *predator*, sedangkan β dan δ, α, γ, berturut-turut merupakan laju interaksi *predator-prey*, laju pertumbuhan *prey*, serta laju kematian *predator*.

Persamaan diferensial sangat penting di dalam matematika untuk rekayasa sebab banyak hukum dan hubungan fisik muncul secara matematis dalam bentuk persamaan diferensial. Persamaan diferensial dibagi dalam dua kelas yaitu persamaan diferensial biasa dan persamaan diferensial parsial. Secara matematis, persamaan diferensial ada jika terdapat konstanta sembarang dieliminasikan dari suatu fungsi tertentu yang diberikan (Kusmaryanto, 2013).

2.2. Model Matematika

Perkembangan ilmu pengetahuan dan komputerisasi memudahan manusia untuk melakukan simulasi-simulasi permasalahan yang terjadi di kehidupan sehari-hari. Namun sebelum dilakukan simulasi-simulasi tersebut, diperlukan adanya model (matematika) yang merupakan representasi dari permasalahan tersebut (Ndii, 2018).

Pemodelan matematika merupakan salah satu cara untuk merepresentasikan permasalahan kompleks ke dalam bentuk matematika. Model matematika merupakan abstraksi, penyederhanaan, dan konstruksi matematika terkait bagian dari kenyataan dan didesain untuk tujuan khusus. Dengan demikian, model matematika harus merepresentasikan situasi dari permasalahan yang diteliti.

Model matematika dikarakterisasi dengan asumsi tentang variable (*things that change*), parameter (*things that not change*), dan bentuk fungsi (relasi antara variabel dan parameter) (Ndii, 2018).

2.3. Model Predator-Prey

Biasanya, langkah pertama dalam menganalisis model Lotka-Volterra adalah dengan non-dimensi sistem dengan menulis $u(\tau) = \frac{cN(t)}{d}$, $v(\tau) = \frac{bP(t)}{a}$, $\tau = \alpha t$, $\alpha = \frac{d}{a}$ untuk memperoleh $\frac{du}{dr} = u(1 - v)$ dan $\frac{dv}{dr} = \alpha v(u - 1)$.

Pada bidang fase (u, v), kita dapatkan $\frac{dv}{du} = \alpha \cdot \frac{v(u-1)}{u \cdot (1-v)}$ yang memiliki titik tunggal pada $u = 0 = v$ dan $u = v = 1$. Dengan mengintegrasi persamaan di atas kemudian diperoleh lintasan fase $\alpha \cdot u + v - \ln u^{\alpha} \cdot v = H$, dimana $H > H_{min}$ adalah konstanta: $H_{min} = 1 + \alpha$ adalah minimum dari H atas semua titik (u, v) dan terjadi pada $u = v = 1$ (Swishchuk & Wu, 2013).

2.4. Fungsi Respon Holling

Fungsi respon dalam ekologi adalah jumlah makanan yang dimakan oleh predator sebagai fungsi kepadatan makanan (Hunsicker & Jhonson, 2011). Dalam hal ini, fungsi respon holling dibagi menjadi tiga yaitu, Holling tipe I, Holling tipe II, dan Holling tipe III.

2.4.1. Fungsi Respon Holling tipe II

Tipe ini menggambarkan rata-rata tingkat konsumsi *predator*, ketika *predator* menghabiskan waktu untuk mencari prey (Murray *et al*., 2013). Fungsi respon Holling tipe II terjadi pada predator dengan karakteristik aktif dalam mencari mangsanya. Fungsi ini akan meningkat jika konsumsinya mengalami penurunan dan konstan jika mencapai titik jenuh (half saturation) (Murray *et al.*, 2013). Fungsi respon Holling tipe II diberikan oleh persamaan:

$$F^{(II)}(N) = \frac{mN}{1 + bN}$$

dengan

N : kepadatan *prey* $(N \geq 0)$

m : laju interaksi kedua populasi $(m \geq 0)$

b : titik jenuh predator $(b \geq 0)$

2.5. Titik Ekuilibrium Fungsi Respon Holling

Titik ekuilibrium merupakan salah satu kunci konsep dalam sistem tak linear yang menentukan semua hasil dinamik. Sistem yang lebih umum dapat dinyatakan dalam bentuk berikut.

$$x' = F(x, y, t)$$

$$y' = G(x, y, t)$$

dengan $F(x, y, t)$ dan $G(x, y, t)$ adalah suatu fungsi umum dari x, y, dan waktu t.

Sistem tersebut dapat disederhanakan lagi menjadi sistem fungsi yang tak bergantung dengan waktu (sistem autonomous) seperti bentuk berikut.

$$x' = F(x, y)$$

$$y' = G(x, y)$$

dengan F dan G adalah fungsi yang tak tergantung secara exsplisit dari waktu t.

Kemudian sistem tersebut dianalisis dengan memikirkan konsep tentang ekuilibrium. Ekuilibrium akan terjadi apabila tidak ada gerakan dalam sistem tersebut, artinya $x' = 0$ dan $y' = 0$. Titik ekuilibrium akan memenuhi

$$F(x_0, y_0) = 0$$

$$G(x_0, y_0) = 0$$

Karena $x' = 0$ dan $y' = 0$. Hal ini akan menghasilkan titik ekuilibrium yang mungkin dapat ditemukan lebih dari satu titik ekuilibrium dengan mudah. Apabila titik ekuilibrium tersebut telah diperoleh, perilaku dari sistem dapat ditentukan dengan menentukan kestabilan dari titik-titik kritiknya (Waluya, 2006).

Definisi
Titik $x_0 \in R^n$ disebut titik ekuilibrium dari $\dot{x} = f(x)$ jika $f(x_0) = 0$ (Jannah, 2016).

2.6. Nilai Eigen dan Vektor Eigen

Definisi
Misalkan $A_{n\times n}$ dan $\bar{x} \in R^n$. Jika $A\bar{x} = \lambda\bar{x}$, maka λ disebut nilai eigen dari A dan $\bar{x}$ disebut vektor eigen terkait dengan λ.

Dari persamaan $A\bar{x} = \lambda\bar{x}$, diperoleh

$$A\bar{x} = \lambda\bar{I}\bar{x}$$
$$\Leftrightarrow A\bar{x} - \lambda\bar{I}\bar{x} = 0$$
$$\Leftrightarrow (A - \lambda I)\bar{x} = 0$$

Agar λ dapat menjadi nilai eigen, maka paling tidak ada satu solusi tak nol dari persamaan $(A - \lambda I)\bar{x} = 0$. Persamaan $(A - \lambda I)\bar{x} = 0$ mempunyai solusi tak nol jika dan hanya jika $\det(A - \lambda I)\bar{x} = 0$ atau $\det(\lambda I - A)\bar{x} = 0$ (Andari, 2017).

Teorema
Untuk menentukan titik ekuilibrium menggunakan nilai eigen.

(1) Titik ekuilibrium $\bar{x}$ dari sistem disebut *node* jika nilai-nilai eigen A adalah real dan berbeda dengan tanda sama. Jika semua nilai eigen bernilai positif, maka nilai ekuilibrium $\bar{x}$ merupakan *node* stabil. Jika semua nilai eigen bernilai negatif, maka nilai ekuilibrium $\bar{x}$ merupakan node tidak stabil.
(2) Titik ekuilibrium $\bar{x}$ dari sistem disebut *saddle* jika nilai-nilai eigen dari A adalah real dan berbeda tanda. Titik ekuilibrium $\bar{x}$ *saddle* pasti tidak stabil.
(3) Titik ekuilibrium $\bar{x}$ disebut *star* jika nilai-nilai eigen dari A real dan sama. Jika semua nilai eigen bernilai positif, maka nilai ekuilibrium $\bar{x}$ merupakan *star* stabil. Jika semua nilai eigen bernilai negatif, maka nilai ekuilibrium $\bar{x}$ merupakan *star* tidak stabil.
(4) Titik ekuilibrium $\bar{x}$ dari sistem disebut *focus* jika nilai-nilai eigen dari A bernilai kompleks ($\lambda_j = \alpha \pm i\beta$) dengan $\alpha \neq 0$ dan $j = 1, 2, ...$
(5) Titik ekuilibrium $\bar{x}$ dari sistem disebut *center* jika nilai-nilai eigen dari A bernilai imajiner ($\lambda_j = \pm i\beta$) untuk setiap $j = 1, 2, ...$

Titik ekuilibrium *center* merupakan titik kesetimbangan yang stabil (Adriana, 2012).

3. Hasil dan Pembahasan

Model matematika ini adalah bentuk modifikasi terhadap model *predator-prey* dengan menambahkan beberapa asumsi.

Terdapat tiga variabel dalam pembentukan model *predator-prey* sebagai berikut:

x : kepadatan populasi *prey* di zona bebas
y : kepadatan populasi *prey* di dalam *protection zone*
z : kepadatan populasi *predator* di zona bebas

dan beberapa parameter yang digunakan adalah sebagai berikut:

a : *half saturation*
d : *intra-specific competition coefficient*
r : tingkat pertumbuhan *prey* di zona bebas
s : tingkat pertumbuhan *prey* di dalam *protection zone*
K, L : *carrying capacities*
σ_1 : tingkat migrasi *prey* dari zona bebas ke *protection zone*
σ_2 : tingkat migrasi *prey* dari *protection zone* ke zona bebas
β_0 : *natural death predator*
β_1 : koefisien pengurangan *prey* akibat pemangsaan oleh *predator*
β_2 : *search efficiency of predator for prey*

Adapun asumsi-asumsi yang digunakan dalam pembentukan model ini adalah sebagai berikut:

- Laju pertumbuhan *prey* mengikuti dinamika pertumbuhan logistik.
- Interaksi kedua populasi mengikuti fungsi respon Holling tipe II.
- *Prey* dapat bergerak bebas keluar-masuk *protection zone*.

- *Predator* tidak dapat memasuki *protection zone*.
- Persediaan makanan untuk *prey* memiliki jumlah yang terbatas sehingga terjadi kompetisi dalam perebutan makanan.
- Hanya ada satu jenis *predator*.
- Persediaan makanan *predator* bergantung pada populasi *prey*.
- Dalam interaksinya *predator* hanya bisa memangsa *prey* yang berada di zona bebas.

Diperoleh model *predator-prey* berdasarkan asumsi-asumsi yang digunakan sebagai berikut:

$$\frac{dx}{dt} = rx\left(1-\frac{x}{K}\right) - \sigma_1 x + \sigma_2 y - \frac{\beta_1 xz}{a+x}$$

$$\frac{dy}{dt} = sy\left(1-\frac{y}{L}\right) + \sigma_1 x - \sigma_2 y$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\beta_2 xz}{a+x} - dz^2 - \beta_0 z$$

Dengan menganalisis model di atas diperoleh enam titik kesetimbangan model. Titik kesetimbangan pertama, yaitu $E_1 = (0,0,0)$ dimana tidak ada kedua spesies pada sistem. Titik $E_2 = \left(\frac{K}{r}(r-\sigma_1), 0,0\right)$ dimana *prey* di zona bebas ada sedangkan *prey* di *protection zone* dan *predator* di zona bebas tidak ada. Titik $E_3 = \left(0, \frac{L}{s}(s-\sigma_2), 0\right)$ dimana *prey* di *protection zone* ada sedangkan *prey* dan *predator* di zona bebas tidak ada.

Titik $E_4 = (\hat{x}, 0, \hat{z})$ yang menyatakan tidak ada satupun *prey* di dalam *protection zone*, dimana

$$\hat{x} = \frac{(K(r-\sigma_1) - ra) - \sqrt{(-(K(r-\sigma_1) - ra)^2 - 4r(K\beta_1\hat{z} - Ka(r-\sigma_1))}}{2r}$$

$$\hat{z} = \frac{1}{d}\left(\frac{\beta_2\hat{x}}{a+\hat{x}} - \beta_0\right)$$

Titik $E_5 = (\hat{x}, \hat{y}, 0)$ yang menyatakan tidak ada spesies *predator* dalam sistem, dimana

$$\hat{x} = \frac{1}{\sigma_1}\left(\frac{s\hat{y}^2}{L} - (s-\sigma_2)\hat{y}\right)$$

$$\hat{y} = \frac{1}{\sigma_2}\left(\frac{r\hat{x}^2}{K} - (r-\sigma_1)\hat{x}\right)$$

Titik $E_6 = (x^*, y^*, z^*)$ yang menunjukkan bahwa *prey* di zona bebas maupun di dalam *protection zone* dan *predator* hidup berdampingan, dimana

$$y^* = \frac{L}{2s}\left((s-\sigma_2) + \sqrt{(s-\sigma_2) + \frac{4s\sigma_1 x^*}{L}}\right)$$

$$z^* = \frac{1}{d}\left(\frac{\beta_2 x^*}{a+x^*} - \beta_0\right)$$

$$x^* = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$$

dengan

$$A = -2ds\sigma_1$$

$$B = 2s\beta_0\beta_1 - 2s\beta_1\beta_2 - 4ads\sigma_1 + 2x\left(\frac{K-x}{K}\right)drs + Lds\sigma_2 - Ld\sigma_2^2 + L\sqrt{\frac{L\sigma_2^2 - 2Ls\sigma_2 + Ls^2 + 4s\sigma_1 x}{L}}d\sigma_2$$

$$C = 2as\beta_0\beta_1 - 2a^2d\sigma_1 s + 4x\left(\frac{K-x}{K}\right)adrs + 2Lads\sigma_2 - 2Lad\sigma_2^2 + 2L\sqrt{\frac{L\sigma_2^2 - 2Ls\sigma_2 + Ls^2 + 4s\sigma_1 x}{L}}ad\sigma_2$$

$$D = 2x\left(\frac{K-x}{K}\right)a^2drs - La^2ds\sigma_2 - La^2d\sigma_2^2 + L\sqrt{\frac{L\sigma_2^2 - 2Ls\sigma_2 + Ls^2 + 4s\sigma_1 x}{L}}a^2d\sigma_2$$

Kriteria Routh-Hurwitz juga digunakan dalam menganalisis kestabilan dari titik kesetimbangan yang telah diperoleh. Dalam penelitiannya mengenai model dinamik *predator-prey* dengan sistem S-I-P, Ni'mah *et al.* (2016) memperoleh enam titik kesetimbangan dimana selalu ada dua titik kesetimbangan yang tidak stabil dalam keadaan apapun.

Merujuk pada penelitian yang dilakukan Naji & Jawad (2016), model matematika *predator-prey* dengan *protection zone* memiliki tiga titik kesetimbangan non-negatif. Titik kesetimbangan trivial $E_1 = (0,0,0)$ selalu ada dan merupakan titik *saddle*. Untuk titik kesetimbangan E_2, E_3, dan E_4 bersifat tidak stabil. Titik E_5 dan E_6 akan bersifat stabil jika memenuhi syarat kestabilan dari masing-masing titik kesetimbangan tersebut.

4. Simpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah dilakukan diperoleh kesimpulan, yaitu, (1) model matematika *predator-prey* dengan *protection zone* menggunakan fungsi respon Holling tipe II yaitu $\frac{dx}{dt} = rx\left(1-\frac{x}{K}\right) - \sigma_1 x + \sigma_2 y - \frac{\beta_1 xz}{a+x}$, $\frac{dy}{dt} = sy\left(1-\frac{y}{L}\right) + \sigma_1 x - \sigma_2 y$, dan $\frac{dz}{dt} = \frac{\beta_2 xz}{a+x} - dz^2 - \beta_0 z$, dan (2) model matematika *predator-prey* dengan *protection zone* meggunakan fungsi respon Holling tipe II yang telah diperoleh memiliki enam titik kesetimbangan, yaitu E_1, E_2, E_3, E_4, E_5, dan E_6.

Daftar Pustaka

Adriana. (2012). Analisis Kestabilan Dinamika Interaksi Patogen-Imun. *Delta-Pi, 1(1).*

Andari, A. (2017). *Aljabar Linear Elementer.* Malang: Universitas Brawijaya Press.

Ashine, A. B. & Gebru, D. M. (2017). Mathematical Modeling of a Predator-Prey Model with Modified Leslie-Gower and Holling-type II Schemes. *Global Journal of Science Frontier Research: F Mathematics and Desicion Sciences, 17(3).*

Cui, R., Shi, J., & Wu, B. (2014). Strong Allee Effect In A Diffusive Predator-Prey System With A Protection Zone. *Journal od Differential Equations, 256,* 108-129.

Dubey, B. (2007). A Prey-Predator Model with A Reserved Area. *Nonlinear Analysis: Modeling and Control, 12(4),* 479-494.

Hunsicker, M. E. & Jhonson, D. W. (2011). Functional Ressponses and Scaling in Predator-Prey Interactions of Marine Fishes: Contemporary Issues and Emerging Concepts. *Ecology Letters, 14,* 1288-1299.

Jannah, Z. Z. (2016). Aplikasi Pemodelan Prey Predator terhadap Cash Flow Keuangan di Bank BRI Pamekasan. *Zeta-Math Journal, 2(1).*

Kusmaryanto, S. (2013). *Matematika Teknik I.* Malang: Universitas Brawijaya Press.

Murray, G. P. D., Stillman, R. A., Gozlan, R. E., & Britton, J. R. (2013). Experimental Predictions of The Functional Response of A Freshwater Fish. *Ethology, 119,* 751-761.

Naji, R. K., & Jawad, S. R. (2016). The Dynamics of Prey-Predator Model with A Reserved Zone. *World Journal of Modelling and Simulation, 12(3),* 175-188.

Nasir, A. M. (2018). *Matematika Farmasi dan Ilmu-Ilmu Yang Sejenis*. Jakarta Timur: Kencana.

Ndii, M. Z. (2018). *Pemodelan Matematika Dinamika Populasi dan Penyebaran Penyakit Teori, Aplikasi, dan Numerik.* Yogyakarta: Deepublish.

Ni'mah, K., Waluya, S. B., & Kharis, M. (2016). A Dynamic SIP Model with Disease in The Prey Population and Holling Type II Functional Response. *Far East Journal of Mathematical Sciences, 100(5),* 727.

Pal, A. K., & Samanta, G. P. (2010). Stability Analysis of an Eco-Epidemiological Model Incorporating a Prey Refuge. *Nonlinear Analysis: Modelling and Control, 4,* 473-491.

Swishchuk, A., & Wu, J. (2013). Evolution of Biological Systems in Random media: Limit Theorems and Stability. *Mathematical Modelling, 18.*

Wang, S., Yu, H., Dai, C., & Zhao, M. (2020). The Dynamical Behavior of a Certain Predator-Prey System with Holling Type II Functional Response. *Journal of Applied Mathematics and Physics*, *8*(03), 527.

Waluya, S. B. (2006). *Diferensial Equation.* Yogyakarta: Graha Ilmu.