



Teka-Teki Klasik Filsafat Matematika

Erina Siskawati^{a,*}, Rochmad^b, Isnarto^c

^a Mahasiswa Program Pascasarjana Universitas Negeri Semarang, Jalan Kelud Utara III, Semarang 50237, Indonesia

^{b,c} Universitas Negeri Semarang, Jalan Kelud Utara III, Semarang 50237, Indonesia

*Alamat surel: erinasiskawati@students.unnes.ac.id

Abstrak

Tujuan dari makalah ini adalah membahas empat teka-teki klasik filsafat matematika. Empat teka-teki itu adalah matematika dibuat atau ditemukan, matematika itu objek atau proses, matematika itu ada atau tidak ada, dan matematika itu terbatas atau tak terbatas. Matematika dibuat atau ditemukan; Platonis berpendapat matematika tidak dapat diciptakan. Matematika sudah ada, apakah kita mengetahuinya atau tidak. Kita bisa menemukannya, tapi kita tidak bisa menciptakan apa yang sudah ada di sana. Sebaliknya, para formalis dan intuisi mengetahui bahwa matematika diciptakan oleh orang-orang (terutama ahli matematika). Itu tidak dapat ditemukan, karena tidak ada yang dapat ditemukan sampai kita membuatnya. Matematika itu objek atau proses; Arti terkait dari "objek" adalah, segala sesuatu yang dapat mempengaruhi. Definisi seperti itu digunakan oleh Paul Benacerraf dalam makalah yang dirujuk secara luas. Makna lain lagi adalah dengan menentang "proses". "'Objek' adalah kata benda, 'proses' adalah kata kerja. Objek bertindak atau ditindak lanjuti. Matematika itu ada atau tidak ada; Euclid membuktikan bahwa tidak ada bilangan prima terbesar, tidak ada bilangan prima yang lebih besar dari semua bilangan prima lainnya. Pernyataan yang biasa dari fakta ini adalah: "Ada banyak bilangan prima yang tak terhingga. Matematika itu terbatas atau tak terbatas; Semua angka yang dihitung terbatas, namun matematika penuh dengan ketidakterbatasan.

Kata kunci:

Teka-teki klasik, filsafat. matematika, objek matematika.

© 2021 Dipublikasikan oleh Jurusan Matematika, Universitas Negeri Semarang

1. Pendahuluan

Filsafat matematika harus dipahami sebagai aktivitas manusia, fenomena sosial, bagian budaya manusia, berkembang secara historis, dan hanya dapat dipahami dalam konteks sosial. Sudut pandang ini humanis, untuk memasukkan semua filosofi yang melihat matematika sebagai aktivitas manusia, produk, dan karakteristik budaya manusia dan masyarakat. Radikalismenya berlaku untuk filsafat matematika, bukan pada matematika itu sendiri. Matematika didahulukan, lalu berfilsafat tentangnya, bukan sebaliknya. Platonisme dan formalisme dan neo-Fregeanisme, melakukan matematika seperti yang kita lakukan. Pengamatan sederhana ini biasanya dianggap tidak relevan dengan pertanyaan filosofis, apa itu matematika? Tetapi tanpa konteks sejarah sosial, masalah-masalah filosofi matematika itu sulit. Dalam konteks itu, mereka tunduk pada akal sehat deskripsi dan analisis.

Ada paralel sugestif antara filsafat matematika dan filsafat sains di tahun 1930-an. Filsafat ilmu kemudian didominasi oleh "empiris logis" atau "positivis". Filsafat ilmu ditransformasikan. Revolusi ini membuat filsafat matematika tidak tergores. "Neo-Fregeanisme" adalah nama yang digunakan Philip Kitcher. Neo-Fregeanisme mengatakan teori himpunan adalah satu-satunya bagian dari matematika itu layak mendapat pertimbangan filosofis. Ini adalah peninggalan Frege-Russell-Brouwer- Filsafat yayasan Hilbert yang mendominasi filsafat matematika dari sekitar tahun 1890 sampai sekitar tahun 1930. Sikap negatif terhadap kontribusi yang dapat diberikan oleh sejarah matematika terhadap filosofi matematika tidak hanya ditemukan di Frege dan di antara filsuf analitis, tetapi juga merupakan sesuatu yang juga mewarnai pemikiran Brouwer dan Hilbert (Siegmond-schultze, 2008). Neo-Fregeanisme tidak didasarkan pada pandangan atau praktik matematikawan.

To cite this article:

Siskawati, E., Rochmad, & Isnarto. (2021). Teka-Teki Klasik Filsafat Matematika. *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika 4*, 189-193

Metode terkenal Rene Descartes dalam Geometri Rene Descartes. Descartes mengklaim, misalnya, bahwa terlepas dari keberadaan fisik dari setiap sosok geometris yang sempurna (seperti segitiga), bentuk segitiga yang tidak dapat diubah dan kekal, dan tidak diciptakan (Sepkoski, 2005). Ide-ide aneh tentang aritmatika dan geometri dipegang erat oleh George Berkeley dan David Hume. Sejarah diceritakan dalam dua cerita terpisah. Pertama, dimulai dengan Pythagoras dan Plato, yang mengikuti idealis dan absolut, melihat matematika sebagai manusia luar biasa atau tidak manusiawi. Aristoteles, mengikuti para pemikir yang memandang matematika sebagai aktifitas manusia. Gödel mengatakan solusi dari masalah matematika menggunakan metode aksiomatik (Cellucci, 2013).

Pemikiran-pemikiran para ahli filsafat tentang matematika, muncullah teka-teki klasik yang membahas tentang matematika. Ada empat teka-teki klasik yang membahas tentang matematika. Yang pertama adalah apakah matematika itu dibuat atau ditemukan. Kedua, apakah matematika itu proses atau objek. Ketiga, apakah matematika itu ada atau tidak ada. Keempat, apakah matematika itu terbatas dan tidak terbatas.

2. Pembahasan

2.1. Matematika: Diciptakan atau Ditemukan

Apakah matematika diciptakan atau ditemukan? Platonis berpikir entitas matematika tidak dapat dibuat. Entitas matematika sudah ada, apakah kita mengetahuinya atau tidak. Kita bisa menemukannya, tapi kita tidak bisa menciptakan apa yang sudah ada di sana. Sebaliknya, para formalis dan intuisi tahu bahwa matematika diciptakan oleh orang-orang (terutama ahli matematika). Itu tidak dapat ditemukan, karena tidak ada yang dapat ditemukan sampai kita membuatnya.

Kesalahan ditemukan dan diperbaiki (dan kesalahan baru yang dibuat dalam proses koreksi juga diperbaiki) adalah pengalaman kanonik, paradigmatik, fundamental dari pemecahan masalah matematika. Tetapi memecahkan masalah yang dinyatakan dengan baik bukanlah satu-satunya cara matematika maju. Kita juga harus menemukan konsep dan teori. Sungguh, pujian terbesar kami ditujukan kepada orang-orang seperti Gauss, Riemann, Euler, yang menciptakan bidang matematika baru. Klasifikasi matematikawan yang terkenal adalah pemecah masalah dan teori pembangun. Ketika berbicara teori Galois tentang bidang bilangan aljabar, Teori himpunan tak hingga, teori analisis non-standar Robinson, teori fungsi-fungsi umum Schwartz, kami tidak mengatakan itu "ditemukan". Teori ini sebagian ditentukan oleh pengetahuan yang ada, dan sebagian lagi merupakan ciptaan bebas dari penemunya.

Pada tahun 1930-an dan 1940-an kebutuhan telah diakui untuk kalkulus umum yang akan mencakup fungsi tunggal seperti fungsi delta Dirac. Teori fungsi umum diciptakan oleh Solomon Bochner, Sobolev, dan Kurt Friedrichs. Dimaksudkan untuk melayani tujuan yang sama, mereka tidak identik dalam cara jawaban yang berbeda untuk masalah kalkulus adalah identik. Ruang Sobolev dan "teori distribusi" Laurent Schwartz memenangkan penerimaan umum. Ketika beberapa ahli matematika memecahkan masalah yang dinyatakan dengan baik, jawaban mereka identik. Mereka semua menemukan jawabannya. Tetapi ketika mereka membuat teori untuk memenuhi beberapa kebutuhan, teori mereka tidak sama. Mereka menciptakan teori yang berbeda. Begitulah kasus dengan analisis vektor Gibbs versus quaternions Hamilton. Perbedaan antara menciptakan dan menemukan adalah perbedaan antara dua jenis kemajuan matematika. Penemuan tampaknya sepenuhnya ditentukan. Penemuan tampaknya berasal dari sebuah ide yang tidak ada sebelum memikirkan penemunya. Jadi, menemukan mengarah pada penemuan.

Penemuan tidak hanya terjadi dalam pembangunan teori. Dalam masalah yang dinyatakan dengan baik, jawabannya harus sama, tetapi metode pemecah masalah yang berbeda mungkin berbeda. Misalnya, Fourier menemukan analisis Fourier untuk menyelesaikan persamaan linear panas dan getaran. Kebutuhan analisis Fourier (dan bagian lain dari matematika) menyebabkan tak terhingga ruang linier berdimensi (ruang Hilbert dan ruang fungsi umum).

Apakah bilangan asli 1, 2, 3, . . . ditemukan atau diciptakan? Seseorang tidak dapat tidak mengingat diktat Ludwig Kronecker: "Bilangan bulat itu diciptakan oleh Tuhan; yang lainnya adalah pekerjaan manusia." Karena Kronecker adalah seorang yang percaya, mungkin saja dia memaksudkannya secara harfiah. Tapi ketika ahli matematika mengutipnya sekarang, "Tuhan" adalah kiasan dari pidato. Kami menafsirkannya sebagai: "Bilangan bulat ditemukan, yang lainnya ditemukan." Pernyataan seperti itu adalah pengakuan Platonisme, setidaknya mengenai bilangan bulat atau bilangan asli. Menghitung angka ditemukan. Bilangan murni diciptakan. Apakah matematika diciptakan atau ditemukan? Keduanya, dalam interaksi dialektis dan pergantian. Ini bukan kompromi; itu adalah reinterpretasi dan sintesis.

2.2 Matematika: Objek atau Proses

Bagian ini menyimpang jauh dari filosofi matematika. Frege mengatakan angka adalah objek abstrak. Ide-ide Plato, termasuk angka, adalah objek dari beberapa jenis. Berbeda dengan masing-masing posisi ini, klaim pusat konseptualisme adalah bahwa matematika menyangkut objek (misalnya angka) yang hanya ada sebagai produk pemikiran manusia (Adams, 2016). Tetapi para intuisi dan formalis menyangkal bahwa angka adalah objek. Kreisel dan Putnam mengatakan yang dibutuhkan bukanlah objek, tetapi objektivitas: Angka adalah objektif. Kita tidak perlu repot apakah itu benda. Dalam polemik besarnya tentang dasar-dasar aritmatika, Frege bersikeras bahwa aritmatika adalah pengetahuan tentang angka sebagai objek dan bahwa pengetahuan (Tiles, 2009). Frege menahan diri untuk tidak menjelaskan arti "ada" atau arti "objek". Apakah "objek" berarti "sesuatu seperti batu"? Sesuatu dengan bentuk dan volume yang pasti? Maka hanya benda padat yang menjadi objek. Lelehkan sepotong es, dan Anda mengubah benda menjadi bukan benda. Begitu ketatnya suatu objektivitas terlalu istimewa, terlalu sementara, terlalu bersyarat untuk filsafat.

Dalam polemik besarnya tentang dasar-dasar aritmatika, Frege menahan diri untuk tidak menjelaskan arti "ada" atau arti "objek". Objek ala Frege, atau sekadar "sesuatu yang objektif" ala Kreisel-Putnam? Apakah "objek" berarti "sesuatu seperti batu"? Sesuatu dengan bentuk pasti dan volume yang? Maka hanya benda padat yang akan menjadi objek. Kadang-kadang "objek" tampaknya berarti entitas fisik apa pun, dengan volume dan bentuk atau tanpa. Kemudian atom adalah benda. Begitu juga elektron, foton, dan kuark. Tetapi pada tingkat ini, perbedaan antara objek dan proses lenyap. Bergantung pada bagaimana mereka diamati, elektron, proton, dan foton memiliki seperti partikel perilaku (objek) atau gelombang (proses).

Arti yang lebih luas dari "objek" adalah "terlepas dari kesadaran". Mungkin inilah yang dimaksud Kreisel-Putnam dengan tujuan. Apakah itu berarti terlepas dari kesadaran siapa pun? Arti terkait dari "objek" adalah, "segala sesuatu yang dapat mempengaruhi saya." Definisi seperti itu digunakan oleh Paul Benacerraf dalam makalah yang dirujuk secara luas. Makna lain lagi adalah dengan menentang "proses". "Objek" adalah kata benda, 'proses' adalah kata kerja. Objek bertindak atau ditindak lanjuti. Proses adalah tindakan." Dalam semua penjelasan ini, objek tidak bergantung pada kesadaran individu. Mereka memiliki kualitas yang relatif permanen. Mereka dapat diamati atau dialami oleh siapa saja dengan organ indera yang sesuai, pelatihan mata dan otak yang sesuai, instrumen ilmiah yang sesuai.

Dalam domain sosial-budaya-historis, kontinuitas antara objek dan proses terlihat jelas, meskipun beberapa institusi, kepercayaan, dan praktik tampak abadi. Semua institusi berubah. Jika mereka berubah perlahan, selama berabad-abad perbudakan, pembajakan, royalti, kepemilikan pribadi, ketundukan perempuan, mereka dianggap sebagai objek. Jika berubah setiap hari, mode pakaian, harga pasar saham, jajak pendapat, semua itu dianggap sebagai proses.

Sebelum Galileo mengarahkan teleskopnya ke matahari, filosofi menganggap bumi adalah perubahan dan proses, dan matahari adalah benda yang tidak berubah. Dalam persamaan Einstein di mana m adalah massa: benda, dan E adalah energi: proses; dan c adalah kecepatan cahaya dalam ruang hampa. Persamaan ini menjelaskan bagaimana bom benda-massa di Hiroshima dan Nagasaki berubah menjadi bencana besar proses energi. Dalam bintang seperti dalam ledakan nuklir, massa diubah menjadi energi. Sama-sama masuk akal atau tidak masuk akal untuk mengatakan bahwa bintang adalah objek atau proses.

Dari Pythagoras hingga Frege, filsafat memberi objek-objek matematika idilis keberadaan yang, bebas dari cacat seperti kesementaraan, ketidakkekalan, dan ketidaktentuan. Mereka dianggap benar-benar diam, bebas dari properti proses apa pun. Ide Plato adalah objek murni. Objek abstrak abad kesembilan belas adalah Ide Plato versi. Contoh angka dan segitiga seharusnya membuktikan bahwa "abstrak benda" itu ada. Di sisi lain, teka-teki tentang cara keberadaan angka dan segitiga seharusnya diselesaikan dengan menyebutnya "objek abstrak". Apa artinya "abstrak"? Objek abstrak bukanlah mental, bukan fisik, bukan historis, bukan sosial atau intersubjektif.

2.3 Matematika: Tidak Ada/Ada

Dalam matematika, ketiadaan biasanya merupakan masalah kemustahilan. Fenomena seperti fakta bahwa $\sqrt{2}$ "tidak ada" di dunia angka rasional (Geometry *et al.*, 2017). Euclid membuktikan bahwa tidak ada bilangan prima terbesar dan tidak ada bilangan prima yang lebih besar dari semua bilangan prima lainnya. Pernyataan yang biasa dari fakta ini adalah: "Ada banyak bilangan prima yang tak terhingga." Keberadaan tak terbatas!

Kembali ke zaman batu awal ketika kita tidak bisa menghitung melewati 20, 20 adalah batas atas sistem bilangan. Beberapa pertanyaan mudah sulit. Suka, $15 + 15 = ?$ Kami mengatasi kesulitan ini dan memperbesar sistem angka. Kami mencapai sistem bilangan asli, yang tidak memiliki batas atas. Masalah muncul yang tidak bisa dibayangkan dalam sistem-sistem dibatasi oleh 20. Kami memiliki sistem bilangan yang pada akhirnya tidak dapat diketahui. Dua dugaan lama yang tidak dapat kami buktikan atau sangkal adalah: "Bagian bilangan genap adalah jumlah dari dua bilangan prima"; dan "Ada banyak pasangan prima yang tak terhingga" (Cellucci, 2013). Kami memperbesar sistem matematika untuk membuatnya lebih sederhana dalam arti tertentu, dan dengan demikian kami menciptakan komplikasi yang lebih buruk dalam beberapa pengertian lainnya. Komplikasi baru menghasilkan masalah baru, yang mendorong kami untuk memperbesar sistem lebih jauh.

2.4 Matematika: Terbatas atau Tak Terbatas

Semua angka yang dihitung terbatas (Bostock, 2009). Namun matematika penuh dengan ketidakterbatasan. Garis R1 tidak terbatas; ruang R3 tidak terbatas; N, himpunan bilangan asli, tidak terbatas. Ada banyak deret tak hingga. Ada titik-titik "pada tak terhingga" pada garis riil, dalam bidang kompleks, dalam ruang proyektif, dan, tentu saja, hierarki himpunan tak hingga, bilangan ordinal tak hingga, bilangan kardinal tak hingga. Poincare mengatakan aritmatika didasarkan pada keyakinan "pikiran" bahwa apa yang telah dilakukannya sekali, ia dapat melakukannya lagi.

Otak adalah objek yang terbatas. Itu tidak bisa berisi apa pun yang tidak terbatas. Tetapi kami memiliki gagasan tentang ketidakterbatasan. Konsepsi positif dari yang tak terbatas sebagai dasar yang diperlukan untuk penyebaran perbedaan terbatas-tak terbatas, dan, seperti yang dilakukan Cantor, untuk keseluruhan tak terbatas yang sebenarnya selesai sebagai dasar yang diperlukan untuk berpikir konsep potensial tak terbatas untuk memiliki aplikasi apapun (Tiles, 2009). Logika tidak memaksa kita untuk membawa ketidakterbatasan ke dalam matematika. Tidak ada logika penemuan, tetapi hanya logika pembenaran berdasarkan logika deduktif (Cellucci, 2013).

Euclid memiliki segmen garis terbatas, tidak pernah memiliki garis tak terbatas. Dalam teori himpunan, aksioma tak hingga yang memberikan himpunan tak hingga. Tanpa mengadopsi aksioma itu, Frege dan Russell hanya akan memiliki himpunan yang terbatas. Terkadang kita secara sadar mengecualikan yang tak terbatas. Akun empiris untuk keyakinan kita bahwa ada banyak angka yang tak terbatas (Bostock, 2009). Deret tak hingga konvergen diartikan sebagai urutan jumlah parsial hingga. Kami masih menyisihkan seri tanpa batas, tetapi kami sangat tertarik dengan jumlah parsial hingga. Namun intuisi yang "tidak berarti" untuk menjumlahkan banyak istilah secara tak hingga masih merupakan makna inti dari "deret tak hingga".

Ahli logika Hungaria Rosza Peter menulis survei matematika berjudul *Playing with Infinity*. Baginya, bermain dengan infinity adalah inti dari matematika. Donald Knuth adalah matematikawan ulung dan juara dunia ilmuwan komputer. *Art of Computer Programmingnya* disebut "*bible*." Knuth membuat poin yang jelas sering dinilai melawan konstruktivis atau intuitionist. Dari Brouwer hingga Bishop, mereka tidak bisa menerima set yang tak terbatas sebagai objek yang sudah jadi, namun mereka menolak set yang terbatas, tidak peduli seberapa besar. Knuth menunjukkan kepada kita kumpulan terbatas yang begitu luas sehingga mereka sama tidak jelasnya dengan yang tidak terbatas.

Jika Anda ingin semua matematika menjadi konkret dan intuitif, tetap gunakan angka dan terbatas kecil set kecil hingga. Seberapa kecil? Sulit dikatakan, karena jika n kecil, maka $n + 1$. Tidak ada tajam garis antara kecil dan besar, tidak ada bilangan besar terkecil atau bilangan kecil terbesar. Misteri besar ketidakterbatasan adalah artefak Platonisme. Di beberapa transendental alam, apakah himpunan tak hingga ada? Ini pertanyaan yang salah. Sistem angka diciptakan untuk kenyamanan manusia. Pertanyaan yang tepat tentang ketidakterbatasan adalah: Apakah itu baik untuk sesuatu? Apakah itu menarik? Matematikawan sudah lama menjawab, ya!

3. Simpulan

Kesimpulan dari pembahasan teka-teki klasik filsafat matematika yaitu, (1) matematika dibuat atau ditemukan; Platonis berpendapat matematika tidak dapat diciptakan. Matematika sudah ada, apakah kita mengetahuinya atau tidak. Kita bisa menemukannya, tapi kita tidak bisa menciptakan apa yang sudah ada di sana. Sebaliknya, para formalis dan intuisi mengetahui bahwa matematika diciptakan oleh orang-orang

(terutama ahli matematika). Itu tidak dapat ditemukan, karena tidak ada yang dapat ditemukan sampai kita membuatnya, (2) matematika itu objek atau proses; Arti terkait dari “objek” adalah, segala sesuatu yang dapat mempengaruhi. Definisi seperti itu digunakan oleh Paul Benacerraf dalam makalah yang dirujuk secara luas. Makna lain lagi adalah dengan menentang "proses". "'Objek' adalah kata benda, 'proses' adalah kata kerja. Objek bertindak atau ditindak lanjuti, (3) matematika itu ada atau tidak ada; Euclid membuktikan bahwa tidak ada bilangan prima terbesar, tidak ada bilangan prima yang lebih besar dari semua bilangan prima lainnya. Pernyataan yang biasa dari fakta ini adalah: "Ada banyak bilangan prima yang tak terhingga, dan (4) matematika itu terbatas atau tak terbatas; Semua angka yang dihitung terbatas, namun matematika penuh dengan ketidakbatasan.

Daftar Pustaka

- Adams, M. P. (2016). Hobbes on natural philosophy as “True Physics” and mixed mathematics. *Studies in History and Philosophy of Science Part A*, 56, 43–51. <https://doi.org/10.1016/j.shpsa.2015.10.010>
- Bostock, D. (2009). Empiricism in the Philosophy of Mathematics. In *Philosophy of Mathematics*. Elsevier B.V. <https://doi.org/10.1016/B978-0-444-51555-1.50008-0>
- Cellucci, C. (2013). Philosophy of mathematics: Making a fresh start. *Studies in History and Philosophy of Science Part A*, 44(1), 32–42. <https://doi.org/10.1016/j.shpsa.2012.09.002>
- Geometry, I., Greek, T., & Euclid, L. (2017). The classical basis of 17th-century philosophy of mathematics. In *Transcendental Curves in the Leibnizian Calculus*. <https://doi.org/10.1016/b978-0-12-813237-1.50003-x>
- Sepkoski, D. (2005). Nominalism and constructivism in seventeenth-century mathematical philosophy. *Historia Mathematica*, 32(1), 33–59. <https://doi.org/10.1016/j.hm.2003.09.002>
- Siegmund-schultze, R. (2008). The architecture of modern mathematics: Essays in history and philosophy. *History and Philosophy of Logic*, 29(2), 197–198. <https://doi.org/10.1080/01445340601099469>
- Tiles, M. (2009). A Kantian Perspective on the Philosophy of Mathematics. In *Philosophy of Mathematics*. Elsevier B.V. <https://doi.org/10.1016/B978-0-444-51555-1.50009-2>