



# Analisis Kemampuan Penalaran Matematika Mahasiswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Materi Limit Fungsi

Yafet Kala Pandu<sup>a,\*</sup>, St. Suwarsono<sup>b</sup>

<sup>a, b</sup> Universitas Sanata Dharma, Yogyakarta 55282, Indonesia

\* Alamat Surel: [panduyafet@gmail.com](mailto:panduyafet@gmail.com)

## Abstrak

Keberhasilan pembelajaran matematika sangat penting ketika ditunjang oleh kemampuan penalaran matematika, hal ini dikarenakan adanya hubungan matematika dan bernalar. Kemendikbud menyatakan bahwa pembelajaran matematika mempunyai tujuan salah satunya adalah diharapkan siswa dapat bernalar dalam belajar matematika. Penelitian ini memiliki tujuan penelitian yakni untuk menganalisis kemampuan penalaran matematika mahasiswa di kelas C semester 2 pendidikan matematika Universitas Sanata Dharma dalam pemecahan masalah. Jenis penelitian yang digunakan adalah kualitatif deskriptif. Perlengkapan yang digunakan sebagai instrumen penelitian adalah instrumen pendukung dan utama. Metode pengumpulan data diperoleh melalui wawancara dan pelaksanaan tes hasil belajar. Untuk menganalisis data menggunakan Teknik reduksi, penyajian dan penarikan kesimpulan. Waktu pelaksanaan penelitian ini pada bulan Maret 2020. Hasil dari penelitian ini (1) mahasiswa dengan kemampuan tinggi menampilkan kemampuan penalaran matematika memenuhi indikator, mengajukan dugaan, melakukan manipulasi matematika, menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran solusi, menarik kesimpulan dari suatu pernyataan, dan memeriksa kesahihan suatu argument, dan (2) kemampuan penalaran matematis yang ditampilkan mahasiswa yang berkemampuan sedang dalam menyelesaikan masalah matematika memenuhi pada indikator mengajukan dugaan dan memberikan kesimpulan.

## Kata kunci:

Penalaran matematis, pemecahan masalah, limit fungsi.

©2021 Dipublikasikan oleh Jurusan Matematika, Universitas Negeri Semarang

## 1. Pendahuluan

Matematika merupakan suatu ilmu yang ditemukan dari hasil filsafat manusia dan berusaha memahami dengan cara bernalar. Penalaran adalah pemikiran yang diangkat untuk menghasilkan pernyataan dan mencapai kesimpulan pada pemecahan masalah dan berdasarkan pada pernyataan yang kebenarannya sudah dibuktikan atau sudah diasumsikan sebelumnya (Lithner, 2008). Penalaran merupakan aktivitas berpikir mengambil konklusi atau membuat suatu penjelasan baru, berdasar benar atau salah dari pernyataan yang diketahui (Shadiq, 2004). Menurut NCTM (2000) menyatakan bahwa penalaran merupakan suatu aktivitas yang sangat penting karena menjadi dasar untuk mengembangkan cara berpikir baru atau wawasan yang baru dan lebih mendalam sehingga dapat memahami pembelajaran yang lanjut. Pengetahuan awal seseorang menjadi landasan kemampuan penalaran. Dari pengetahuan awal, seseorang menunjukkan aturan dalam matematika yang bernilai benar atau salah berdasarkan data-data. Pembelajaran matematika harus menjadi salah satu mata pelajaran yang dapat mendorong pelajar untuk membentuk ketrampilan dan pengetahuan pelajar itu. Dalam proses belajar mengajar matematika dibutuhkan dorongan yang bisa membangkitkan potensi pelajar. Salah satunya bisa kembangkan kemampuan penalaran matematis mereka (Ratnasari, 2016). Bernalar berarti suatu kegiatan yang penting dalam memahami. Semestinya penalaran menjadi bagian yang tetap dalam pengalaman-pengalaman matematis (Rosita, 2014). Ketika kita belajar matematika, pasti akan hadirnya kemampuan penalaran dalam menyelesaikan persoalan yang diberikan. Pemecahan masalah matematika membangun keterampilan penalaran logis yang dapat diterapkan dalam berbagai situasi (Mullis *et al.*, 2012). Ada banyak ahli yang mengklasifikasi kemampuan penalaran berdasarkan proses konklusi. Sumarmo (2010) menyatakan bahwa secara umum kemampuan tersebut dapat dikelompokkan

*To cite this article:*

Pandu, Y. K., & Suwarsono, St. (2021). Analisis Kemampuan Penalaran Matematika Mahasiswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Materi Limit Fungsi. *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika 4*, 436-445

menjadi dua jenis yakni induktif dan deduktif, sedangkan Barrody (1993) menggolongkan penalaran menjadi tiga jenis yaitu induktif, deduktif dan intuitif.

Proses yang melibatkan pengalaman khusus mempunyai tujuan menciptakan perubahan dalam karakter dan gagasan/ide. Untuk mendapatkan pengetahuan tidak dilakukan proses transfer antara yang memberikan informasi dan penerima informasi secara pikiran. Dalam pembelajaran pendidik hanya mempunyai peranan untuk memfasilitasi serta membantu pelajar untuk mendapatkan hasil yang sama atau sesuai walaupun cara yang ditempuh berbeda dengan kemauan pendidik. Kemampuan penalaran bermanfaat dalam membentuk dan menimbang ide dari masalah yang dihadapi, hal ini diharapkan dapat mengambil keputusan yang benar dalam menyelesaikan persoalan hidupnya (Rohana, 2015). Peraturan Dirlitjen Diknas No. 506/C/PP/2004 menyampaikan indikator seorang pelajar memiliki kemampuan penalaran adalah (1) mengajukan dugaan, (2) melakukan manipulasi, (3) menarik kesimpulan, menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap solusi, (4) menarik kesimpulan dari pernyataan, (5) memeriksa kesahihan argument, dan (6) menemukan pola atau sifat untuk membuat generalisasi (Wardhani, 2008). Untuk mata kuliah kalkulus diferensial, tujuannya agar mahasiswa mampu menguasai materi, struktur, dan konsep mengenai limit dan turunan serta penggunaan turunan termasuk limit dan turunan pada fungsi-fungsi khusus, hal ini berarti kemampuan penalaran matematis mahasiswa sangat dibutuhkan dalam perkuliahan kalkulus diferensial. Mata kuliah kalkulus diferensial yang banyak mengandung limit fungsi diharapkan mampu memfokuskan kemampuan penalaran, dengan hadirnya kemampuan penalaran mahasiswa tidak lagi santai dalam belajar.

Penalaran matematika penting juga untuk simpulan dalam suatu sistem kecerdasan buatan. Setiap penyelesaian soal matematika diperlukan kemampuan yang bisa memahami serta menganalisis, kemampuan tersebut adalah kemampuan penalaran. Dengan kemampuan ini diharapkan mahasiswa dapat melihat bahwa matematika merupakan kajian yang logis (Agustin, 2016). Salah satu cara meningkatkan kemampuan penalaran matematika adalah dengan cara pendekatan pemecahan masalah yaitu menyajikan pelajaran dengan mendorong pelajar untuk mencari atau memecahkan suatu persoalan dalam rangka tercapainya tujuan pembelajaran. Pemecahan masalah merupakan suatu proses untuk mengatasi kesulitan-kesulitan yang dihadapi untuk mencapai tujuan yang diharapkan. Yang harus dimiliki pelajar dalam matematika untuk menyelesaikan masalah adalah kemampuannya (Sumartini, 2018). Pemecahan masalah penting dalam proses pengajaran, pelajar diharapkan mendapatkan pengalaman menerapkan ilmu serta keahlian yang pernah dimiliki untuk diterapkan dalam persoalan yang baru (Lahinda & Jailani, 2015). Penelitian yang relevan (Yuntiaji, 2019) menyatakan kalau kesulitan pelajar mengerjakan soal matematika materi limit fungsi.

Beberapa jurusan di universitas mewajibkan mata kuliah matematika, beberapa jurusan misalnya matematika, pendidikan matematika, statistik mewajibkan mata kuliah kalkulus. Dalam mempelajari kalkulus pastinya ada materi limit yang ikut dibahas dalam mata kuliah kalkulus, limit dipelajari tidak hanya menjadi dasar ujian akhir namun bisa membina mahasiswa dalam mengembangkan kompetensi diri untuk menyelesaikan masalah dan bekal untuk aplikasinya di lapangan pekerjaan. Dosen sebagai pengajar dan universitas sebagai ujung tombak Pendidikan tentunya punya strategi untuk menarik minat siswa dalam mempelajari matematika khususnya materi limit. Universitas Sanata Dharma salah satu dari berbagai kampus yang berupaya untuk pencapaian tujuan tersebut. Berbagai cara telah dilakukan oleh universitas sanata dharma yaitu pembelajaran yang dilakukan oleh dosen, mendalami materi tentang limit secara rutin, refleksi ketika mengikuti materi limit, kuis yang dilakukan setelah materi disampaikan, tugas-tugas untuk diskusi di rumah, ujian tengah semester sampai pada ujian akhir semester. Semua upaya ini dilakukan untuk mencapai tujuan Pendidikan secara baik dengan meningkatkan nilai hasil belajar mahasiswa. Namun tidak semua mahasiswa semester 2 pendidikan matematika USD mencapai tujuan pembelajaran pada limit fungsi yang telah ditentukan. Pada hasil observasi selama pembelajaran di kelas tersebut peneliti menemukan beberapa mahasiswa mengalami kesulitan pada materi limit fungsi. Disisi lain peneliti mendapatkan banyak pertanyaan mengenai materi ini setelah dosen melakukan pembelajaran. Ini menunjukkan bahwa kemungkinan rendahnya pemahaman dalam menyelesaikan masalah limit fungsi. Dari uraian diatas, peneliti mengambil keputusan untuk mencari tahu kemampuan penalaran matematika mahasiswa kelas C semester 2 angkatan 2019/2020 dalam menyelesaikan masalah.

---

## 2. Metode

Dalam melakukan penelitian, peneliti menggunakan jenis penelitian deskriptif kualitatif. Penelitian deskriptif merupakan jenis penelitian yang menitikberatkan pada hasil penelitian berupa kata-kata tertulis maupun lisan melalui wawancara subjek atau pengamatan terhadap karakter. Menurut Sudrajat & Moha (2019) pendekatan kualitatif diharapkan mampu memberikan hasil paparan yang lebih terperinci berkaitan dengan perkataan, tulisan serta karakter yang dapat dilihat dari subjek penelitian tersebut. Yang menjadi subjek dalam penelitian ini adalah mahasiswa kelas C semester 2 pendidikan matematika universitas sanata dharma, dalam penelitian ini untuk menentukan subjek diambil dari kemampuan mahasiswa dalam kelas yakni saat merespon pertanyaan lisan maupun tulis yang diberikan oleh dosen. Kemudian dari beberapa mahasiswa tersebut diberikan pertanyaan tentang kesiapan mereka mengikuti penelitian ini sehingga subjek lebih luwes dalam mengerjakan soal yang diberikan. Penelitian ini juga melakukan kegiatan observasi terhadap mahasiswa kelas C semester 2, kegiatan observasi berlangsung selama 2 hari pembelajaran mata kuliah kalkulus diferensial yakni tanggal 9 Maret-10 Maret 2020. Selanjutnya hasil observasi langsung dianalisis, dan dijadikan latar belakang untuk melanjutkan permasalahan yang berkaitan dengan penyelesaian masalah berkaitan dengan materi limit fungsi. Jumlah mahasiswa yang ikut dalam penelitian ini berjumlah 30 mahasiswa dengan rincian gender laki-laki sebanyak 15 mahasiswa serta gender perempuan sebanyak 15 mahasiswa.

Peneliti menggunakan beberapa perlengkapan sebagai instrument penelitian yakni instrument utama (peneliti sendiri) dan instrument pendukung seperti tes pemecahan masalah (TPM), serta pedoman yang digunakan dalam mewawancarai proses bernalar mahasiswa, teknik pengumpulan data yang digunakan dalam mengumpulkan data penelitian ini adalah peneliti melakukan tes pemecahan masalah yang berkaitan dengan penalaran matematis serta melakukan wawancara. Peneliti menggunakan teknik analisis data untuk menganalisis data tersebut adalah melakukan reduksi data, penyajian data serta penarikan kesimpulan. Dalam penelitian ini menggunakan jumlah soal sebanyak 2 soal, yang telah di setujui oleh dosen pembimbing mata kuliah kalkulus diferensial dan soal tersebut ditemukan semua (enam) indikator kemampuan penalaran matematis yang telah diuraikan diatas menurut Peraturan Dirjen Diknasmen.

### 3. Pembahasan

#### 3.1. Hasil

Berdasarkan data hasil kerja mahasiswa serta wawancara yang didapatkan dari instrumen yang digunakan dalam penelitian ini adalah untuk mengetahui representasi berkaitan dengan kemampuan penalaran matematis mahasiswa dikelas C Pendidikan Matematika dalam pemecahan masalah limit fungsi. Tugas pemecahan masalah yang diberikan berjumlah 2 soal, kemudian dari soal tersebut akan Analisis berdasarkan indikator kemampuan penalaran matematis yang telah diapaparkan.

**Tabel 1.** Soal TPM 1 dan TPM 2

Tes Pemecahan Masalah 1 (TPM 1)	Tes Pemecahan Masalah 2 (TPM 2)
Find the limit exercises. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{4}{(x-7)^2}$	Nilai dari $\lim_{x \rightarrow \infty} (3x + 1 - \sqrt{9x^2 + 4x - 7})$

Dalam proses memperoleh data penelitian peneliti menempuh beberapa tahap yakni dimulai dari observasi pemberian tes pemecahan masalah sapaai pada melakukan wawancara terhadap subjek penelitian. Peneliti melakukan observasi terhadap 40 orang mahasiswa si kelastersebut, namun dikarenakan ada factor eksternal dan internal sehingga membuat peneliti harus memilih 30 mahasiswa untuk dijadikan subjek penelitian. Tes pemecahan masalah diberikan petunjuk agar subjek penelitian lebih teliti dan tidak menyontek jawaban teman, subjek juga diminta agar menulis jawaban pada kertas soal yang telah disiapkan. Sedangkan untuk hasil wawancara peneliti sudah membuat suatu transkrip dan dikodekan menggunakan huruf kapital yang menunjukkan inisial subjek penelitian atau pewawancara yang diikuti tiga digit nama. Dari 30 subjek yang ikut dalam penelitian ini peneliti menemukan berberapa kesamaan jawaban sehingga peneliti melakukan pengelompokan jawaban yang sama tersebut guna mempermudah proses analisis data. Adapun ketiga subjek yang dipilih dengan inisial nama yang digunakan dalam penelitian ini yakni DDK, WCB, dan EPM.

### 3.2. Pembahasan

#### Tes Pemecahan Masalah (TPM) 1

Dari TPM 1 Diperoleh 3 jawaban yang berbeda dari 30 subjek yang dipilih dengan rincina jawaban pertama dengan jumlah 15 mahasiswa, jawaban kedua dengan 9 mahasiswa, dan jawaban ketiga dengan jumlah 6 mahasiswa sehingga peneliti memilih untuk menampilkan ketiga jawaban tersebut untuk dianalisis berdasarkan indikator penalaran yang telah di peroleh:

Jawaban pertama

The image shows handwritten mathematical work. At the top, it says "Lim" followed by an arrow pointing to "7". To the right of the arrow is the fraction  $\frac{4}{(x-7)^2}$ . Below this, there is an equals sign followed by "x" and an arrow pointing to the infinity symbol ( $\infty$ ).

**Gambar 1.** Hasil pekerjaan Subjek DDK pada permasalahan 1

Deskripsi tiap Indikator jawaban pertama untuk TPM 1

#### ▪ Tahap Mengajukan Dugaan (Indikator 1)

Peneliti melakukan wawancara untuk memastikan data tertulis yang diperoleh dari tes pemecahan masalah. Adapun wawancara yang dilakukan peneliti dengan subjek DDK sebagai berikut:

P : Dari soal tersebut apakah kau menemukan masalah? Jika ada masalah, apa masalahnya?

DDK : Dari informasi yang diberikan saya mendapatkan masalah yakni menentukan nilai limit fungsi dari soal tersebut.

P : Untuk menyelesaikan soal seperti ini, apa yang pertama kali kamu lakukan?

DDK : Untuk menjawab soal tersebut saya melihat penyebutnya. Karena ketika penyebutnya  $(x-7)^2$  saya substitusikan  $x$  dengan 7 maka hasilnya akan 0 sehingga 4 dibagi 0 maka jawabannya menuju tak hingga.

Dari hasil kerja pada tes pemecahan masalah yang diberikan serta cuplikan wawancara yang ada maka terlihat bahwa subjek DDK mampu mengungkapkan masalah dalam bahasanya sendiri. Hal ini juga terlihat bahwa subjek DDK menyadari betapa pentingnya mengajukan dugaan dan melihat masalah yang ada pada soal tersebut. dengan demikian maka indikator yang pertama terpenuhi.

#### ▪ Tahap Melakukan Manipulasi Matematika (Indikator 2)

Berdasarkan hasil pekerjaan tidak terlihat mahasiswa melakukan manipulasi matematika sehingga peneliti melakukan wawancara untuk mengetahui penjelasan terkait hasil tersebut. Adapun cuplikan wawancara dengan subjek DDK sebagai berikut:

P : Langkah atau metode seperti apa yang dapat kamu gunakan untuk menyelesaikan soal seperti ini?

DDK : Langkah atau metode yang saya gunakan untuk menyelesaikan soal ini yaitu dengan melihat penyebut dari soal tersebut.

P : Apa yang bisa kamu katakan dari penyebutnya?

DDK : Pertama karena ini berkaitan dengan limit tak hingga dan limit titik hingga sehingga saya memperhatikan penyebutnya, kebetulan untuk  $x$  mendekati 7 maka jika di substitusikan akan menghasilkan 0 untuk penyebutnya.

P : Lalu bagaimana cara kamu mendapatkan  $\infty$  dari soal yang diberikan?

DDK : Menurut saya karena 4 dibagi 0 kak.

P : Baik. Apakah ada cara lain untuk menjawab soal tersebut?

DDK : tidak kak.

Dari hasil pekerjaan subjek serta hasil wawancara, terlihat bahwa subjek tidak begitu mampu dalam menjelaskan secara detail manipulasi matematika serta menentukan metode yang harus digunakan dalam penyelesaian soal, DDK juga terlihat bahwa tidak menggunakan penalaran secara baik. sehingga indikator yang kedua tidak terpenuhi.

#### ▪ Tahap Menarik Kesimpulan (Indikator 3)

Berdasarkan gambar tersebut DDK dalam menyelesaikan masalah tidak mampu menampilkan langkah-langkah mengerjakan dengan cukup baik, meskipun hasil akhirnya tepat. Kita dapat melihat

hasil wawancara yang dilakukan oleh peneliti dengan subjek, berikut cuplikan wawancara dengan subjek DDK:

P : Apakah kamu mempunyai kesimpulan yang dapat diberikan setelah menyelesaikan soal ini? Jika ada tolong jelaskan apa kesimpulan anda.

DDK : Kesimpulan yang dapat saya berikan yaitu untuk mengerjakan soal seperti itu perlu dipahami bahwa ada aturan-aturan limit serta penyebutnya yang harus diperhatikan agar tidak salah dalam menjawab.

P : kesimpulan untuk soal ini?

DDK : jadi nilai limitnya menuju positif tak hingga kak.

Berdasarkan hasil wawancara dan hasil pekerjaan diatas menunjukkan bahwa DDK mampu menjawab kesimpulan dengan tepat walaupun hasil pekerjaan tidak menyatakan secara tersurat. Sehingga subjek memenuhi indikator ketiga atau dengan kata lain indikator ketiga terpenuhi.

▪ **Tahap Memeriksa Kesahihan Suatu Argumen (Indikator 4)**

Peneliti cukup mendapatkan informasi setelah melakukan pertanyaan untuk mencari tahu apakah subjek dapat memeriksa kesahihan suatu argumen atau tidak. Dari hasil penjelasan subjek melalui pedoman wawancara memberikan informasi kepada peneliti bahwa subjek mampu menjelaskan cukup baik tentang permasalahan serta alasannya. Sehingga indikator keempat terpenuhi.

P : Apakah kamu sudah yakin jawabannya benar?

DDK : Yakin

P : bisakah kamu memeriksanya kalau jawaban benar?

DDK : baik kak.

Bagaimana kamu dapat membuktikan jawaban kamu itu benar atau salah?

saya telah mengeceknya berulang dan yakin jawabannya benar kak.

apakah kamu bisa ceritakan cara sampai kamu menuliskan positif tak hingga??"

saya lakukan metode substitusi kak.

apa yang kamu ketahui ketiga pembagian limit??"

penyebutnya tidak boleh nol kak.

Baik, terus menurut kamu yang tadi kamu sampaikan bahwa cara pertama melihat menyebut sehingga 4 dibagi 0 hasilnya tak hingga??"

salah kak.

menurut kamu, Langkah agar menuju jawaban yang benar bagaimana?

pembagian dari masalah tersebut harus dibuka, artinya  $(x - 7)^2$  dibuka menjadi  $(x - 7)(x - 7)$  agar penyebutnya tidak 0.

tapi jika kamu substitusikan  $x=7$  ke masalah yang kamu buka akan berubah atau tetap 0??"

berubah pak.  $(x - 7)(x - 7)$  akan menjadi  $x^2 - 14x + 49$ . na dari sini baru boleh disubstitusikan

baiklah.

Berdasarkan hasil wawancara diatas, subjek DDK mampu menjawab permasalahan yang ditanyakan mengenai kebenaran dalam penulisan jawaban pada tes pemecahan masalah 1. Subjek DDK mampu menjelaskan cara pekerjaan cukup baik. Peneliti kemudian meminta untuk subjek Kembali untuk memeriksa jawaban yang diberikan tersebut. Subjek DDK menjelaskan cukup baik namun tidak sesuai dengan yang ia tulis. Mungkin beberapa kendala salah satunya kurangnya pemahaman konsep tentang limit fungsi atau waktu yang cukup singkat. Peneliti dapat menyatakan bahwa subjek memberikan kesahihan tetapi kurang tepat, sehingga peneliti menyimpulkan indikator keempat tidak terpenuhi.

▪ **Tahap Membuat Generalisasi (Indikator 5)**

Berdasarkan hasil pekerjaan subjek terlihat bahwa subjek tidak memberikan pola matematika secara generalisasi. Didukung dengan hasil wawancara peneliti dengan DDK:

P : Setelah kamu mengerjakan soal tersebut, apakah kau menemukan metode atau ide baru dalam mengerjakan soal seperti ini?

DDK : belum dapat kak.

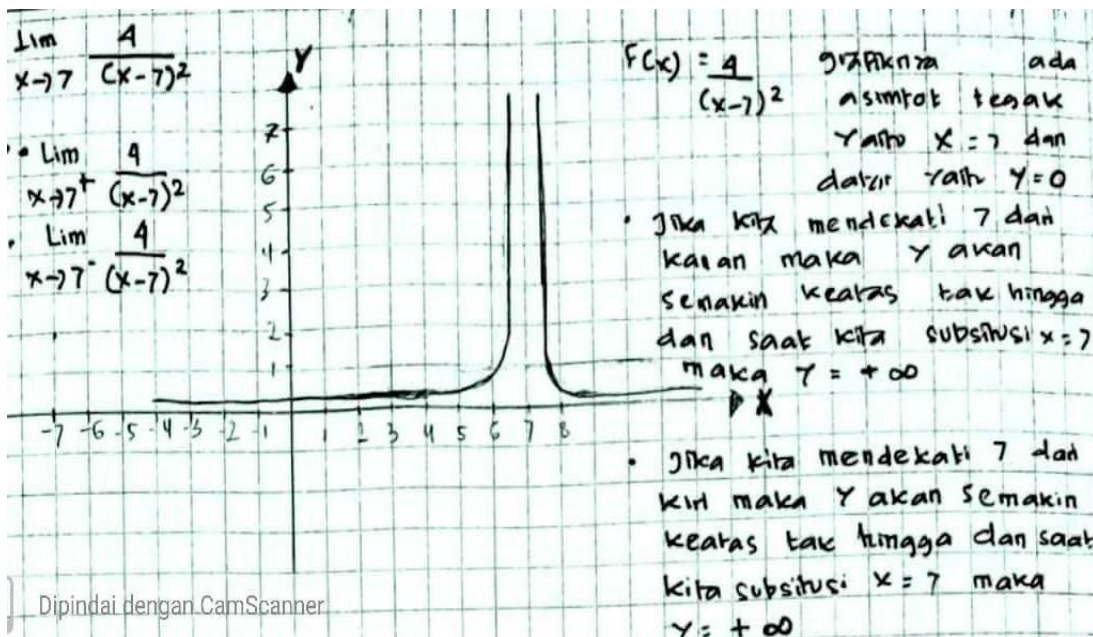
P : baiklah.

Berdasarkan hasil wawancara dapat dikatakan bahwa tahap membuat generalisasi tidak memenuhi atau indikator kelima tidak terpenuhi.

Dari analisis pada hasil pekerjaan TPM 1 dan wawancara dengan subjek DDK, peneliti menyimpulkan subjek DDK ketika menyelesaikan TPM 1, memenuhi indikator kemampuan penalaran matematis

diantaranya mapu mengajukan dugaan, penarikan kesimpulan, sedangkan indikator yang tidak terpenuhi adalah melakukan manipulasi matematika, memeriksa kesahian suatu argumen dan membuat generalisasi.

Jawaban kedua

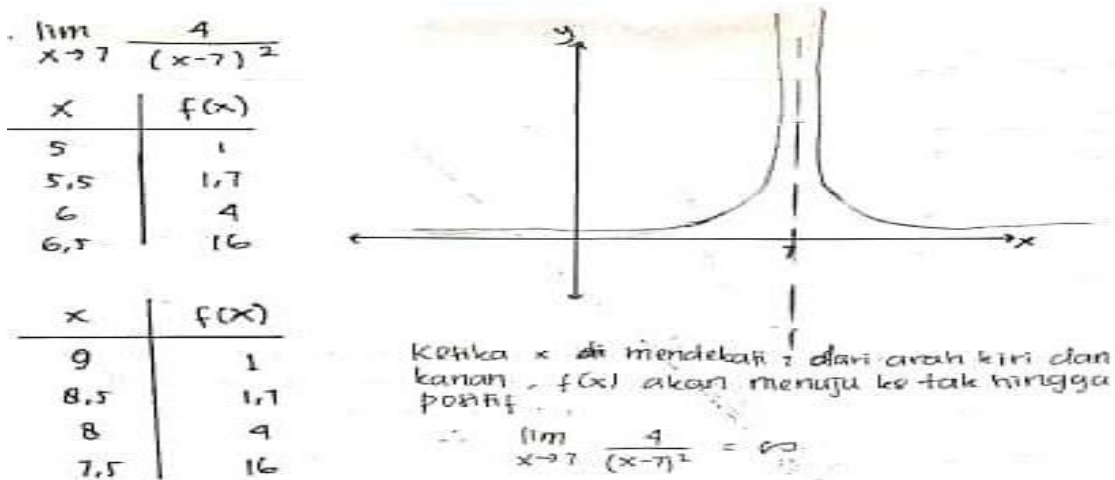


Gambar 2. Hasil pekerjaan subjek WCB pada TPM1

Dari hasil paparan data diatas, subjek WCB dapat mengerjakan tes penyelesaian masalah 1 dengan cara yang benar. Subjek WCB dapat mengaplikasikan strategi dalam mencari nilai limit yang ditanya. Subjek juga menggunakan konsep – konsep yang ada pada limit fungsi dengan menggunakan grafik untuk menentukan arah perubahan limit yang akan dicari.

Pada jawaban kedua penulis melakukan deskripsi jawaban berdasarkan indikator serta melakukan wawancara yang sama seperti jawaban pertama guna mengetahui kemampuan penalaran subjek WCB. Dari uraian data baik hasil pekerjaan pada TPM1 maupun melakukan wawancara kepada subjek WCB, peneliti dapat menyimpulkan bahwa subjek WCB dala mengerjakan TPM 1, memenuhi semua indikator diantaranya indikator mengajukan dugaan, Penarikan Kesimpulan, melakukan manipulasi matematika, memeriksa kesahian suatu argumen dan membuat generalisasi.

Jawaban ketiga



Gambar 3. Hasil pekerjaan Subjek EPM pada permasalahan 1

Berdasarkan data pada gambar diatas serta hasil wawancara peneliti dengan subjek, peneliti mendapatkan hasil bahwa subjek EPM dapat menyelesaikan permasalahan 1 dengan benar dan tepat.



Subjek EPM mampu menerapkan strategi dalam mencari nilai limit yang ditanya. Subjek juga menggunakan konsep-konsep yang ada pada limit fungsi dengan menggunakan grafik serta tabel dalam membantu menentukan arah perubahan limit yang akan dicari. Peneliti kemudian mencari tahu kemampuan penalaran lebih mendalam lewat wawancara dengan EPM dapat disimpulkan bahwa EPM dalam mengerjakan TPM 1, memenuhi semua indikator kemampuan penalaran matematis diantaranya indikator mengajukan dugaan, penarikan kesimpulan, melakukan manipulasi matematika, memeriksa kesahian suatu argument dan membuat generalisasi.

Dari hasil paparan data baik hasil pekerjaan TPM 1 maupun pedoman wawancara peneliti menyatakan bahwa subjek masih dapat mengerjakan secara keseluruhan walaupun ketika melakukan wawancara mahasiswa kadang kebingungan dalam menjawab pertanyaan. Dan peneliti menyatakan bahwa kemampuan penalaran matematis pada TPM 1 cukup baik dilihat berdasarkan hasil deskripsi maupun hasil pekerjaan mahasiswa.

#### Tes Pemecahan Masalah (TPM) 2

Dari tes pemecahan masalah kedua atau TPM 2 yang diberikan peneliti menemukan beberapa jawaban yang bervariasi. Dari 30 mahasiswa yang telah mengikuti terdapat 28 mahasiswa dapat mengerjakan sedangkan 2 mahasiswa tidak dapat menyelesaikan. Sehingga peneliti melakukan pendekatan terhadap dua mahasiswa yang tidak sempat menjawab soal tersebut. Peneliti memastikan apakah soal tersebut dalam kategori sulit atau bagaimana sehingga tidak dapat mengerjakan, Peneliti pun melakukan bimbingan kepada kedua mahasiswa tersebut.

Jawaban pertama

Handwritten solution for the limit problem:

$$b. \lim_{u \rightarrow \infty} (3u+1 - \sqrt{9u^2+4u-7})$$

$$= 3u+1 - \sqrt{(3u+1)^2 - 4u+7}$$

diberlakukan karena  $u$  menuju tak hingga (nilainya dipastikan positif)

Rumus:

$$\lim_{u \rightarrow \infty} (\sqrt{au^2+bu+c} - \sqrt{au^2+pu+q}) = \frac{b-p}{2a}$$

diketahui:

$$a = 9$$

$$b = 4$$

$$p = 1$$

diperoleh:

$$\lim_{u \rightarrow \infty} (3u+1) - \sqrt{9u^2+4u-7} = \frac{4-1}{2 \cdot 9}$$

$$= \frac{1}{3}$$

Jadi nilai limit tersebut  $\frac{1}{3}$

Gambar 4. Hasil penyelesaian EPM pada TPM 2

Dari uraian pekerjaan yang terdapat pada gambar 4 diatas, dapat dikatakan subjek EPM dapat mengerjakan permasalahan 2 dengan baik. Subjek EPM mengamplifikasikan strategi dalam mencari nilai limit yang ditanya. Subjek juga menggunakan konsep-konsep pada limit fungsi dengan cara-cara cepat agar mapu mendapatkan hasil yang optimal. Dari analisis hasil pekerjaan serta pedoman wawancara tersebut peneliti dapat menyimpulkan bahwa subjek EPM ketika mengerjakan TPM 2, memenuhi semua indikator diantaranya mengajukan dugaan, penarikan kesimpulan, melakukan manipulasi matematika, memeriksa kesahian suatu argument dan membuat generalisasi.

#### ▪ Tahap Mengajukan Dugaan (Indikator 1)

Dari gambar serta hasil wawancara yang peneliti dapat pada subjek EPM pada permasalahan kedua, peneliti dapat menyatakan bahwa subjek EPM mampu memahami permasalahan yang diberikan secara baik. Subjek EPM juga menulis informasi yang terdapat pada soal tersebut sehingga kelihatan bahwa subjek EPM sangat paham tentang bunyi soal tersebut. Subjek juga menulis yang diketahui serta ditanyakan dalam soal tersebut.

▪ **Tahap Melakukan Manipulasi Matematika (Indikator 2)**

Berdasarkan gambar hasil kerja subjek EPM dalam menyelesaikan permasalahan yang diberikan, subjek mampu berpikir untuk menggunakan cara atau strategi untuk menyelesaikan permasalahan yang diberikan. Berdasarkan hasil pekerjaannya EPM menerapkan cara yang tepat untuk mendapatkan inti soal yang diberikan yakni nilai limit tak hingga. Sehingga peneliti menyampaikan bahwa subjek EPM memenuhi indikator kedua penalaran matematis.

▪ **Tahap Menarik Kesimpulan (Indikator 3)**

Berdasarkan gambar 4 tersebut EPM mampu menyimpulkan pernyataan dengan baik secara tersirat. EPM mampu menampilkan langkah-langkah mengerjakan dengan sangat baik, sehingga dari hasil pekerjaannya dapat disimpulkan bahwa subjek mampu menyimpulkan suatu pernyataan. Hal ini dilihat dari hasil tes pemecahan masalah serta pedoman wawancara yang dilakukan peneliti dengan subjek EPM

▪ **Tahap Memeriksa Kesahihan Suatu Argumen (Indikator 4)**

Pada indikator ini peneliti tidak menemukan subjek dapat memeriksa kesahihan suatu argumen. Hal ini dikarenakan pada saat peneliti memberikan pertanyaan tentang kebenaran akan jawaban yang diberikan subjek, peneliti tidak menemukan penjelasan berupa alasan yang mendasari jawaban tersebut. Sehingga peneliti dapat menyimpulkan bahwa pada indikator keempat penalaran matematis tidak terpenuhi.

▪ **Tahap Membuat Generalisasi (Indikator 5)**

Berdasarkan hasil pekerjaan dan wawancara subjek terlihat bahwa subjek memberikan pola matematika tidak lengkap. Didukung dengan hasil wawancara peneliti dengan EPM Jawaban kedua

$$\begin{aligned}
 & \text{b. } \lim_{x \rightarrow \infty} (3x+1) - \sqrt{9x^2+4x-7} \\
 & \text{Penyelesaian:} \\
 & \lim_{x \rightarrow \infty} (3x+1) - \sqrt{9x^2+4x-7} = \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{(3x+1)^2} - \sqrt{9x^2+4x-7} \\
 & = \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{9x^2+6x+1} - \sqrt{9x^2+4x-7} \\
 & = \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{9x^2+6x+1} - \sqrt{9x^2+4x-7} \times \frac{\sqrt{9x^2+6x+1} + \sqrt{9x^2+4x-7}}{\sqrt{9x^2+6x+1} + \sqrt{9x^2+4x-7}} \\
 & = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x^2+6x+1 - (9x^2+4x-7)}{\sqrt{9x^2+6x+1} + \sqrt{9x^2+4x-7}} \\
 & = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+8}{\sqrt{9x^2+6x+1} + \sqrt{9x^2+4x-7}} \\
 & = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2x}{x} + \frac{8}{x}}{\sqrt{\frac{9x^2}{x^2} + \frac{6x}{x^2} + \frac{1}{x^2}} + \sqrt{\frac{9x^2}{x^2} + \frac{4x}{x^2} - \frac{7}{x^2}}} \\
 & = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{8}{x}}{\sqrt{9 + \frac{6}{x} + \frac{1}{x^2}} + \sqrt{9 + \frac{4}{x} - \frac{7}{x^2}}} \\
 & = \frac{2 + \frac{8}{\infty}}{\sqrt{9 + \frac{6}{\infty} + \frac{1}{\infty^2}} + \sqrt{9 + \frac{4}{\infty} - \frac{7}{\infty^2}}} \\
 & = \frac{2 + 0}{\sqrt{9+0+0} + \sqrt{9+0+0}} \\
 & = \frac{2}{\sqrt{9} + \sqrt{9}} = \frac{2}{3+3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \\
 & \text{Maka nilai dari } \lim_{x \rightarrow \infty} (3x+1) - \sqrt{9x^2+4x-7} = \frac{1}{3} //
 \end{aligned}$$

Gambar 5. Hasil penyelesaian WCB pada TPM 2



Dari data berupa hasil pekerjaan pada tes pemecahan masalah serta pedoman wawancara yang diberikan, subjek WCB dapat menjawab persoalan 2 atau tes pemecahan masalah 2 dengan cara yang benar dan tepat. Subjek WCB dapat mengaplikasikan strategi dalam mencari nilai limit yang ditanya dari permasalahan tersebut. Subjek juga menggunakan konsep yang ada pada limit fungsi dengan cara cepat agar mendapatkan hasil yang optimal juga. Berdasarkan pekerjaan serta cara menjawab dalam wawancara tersebut maka peneliti menyimpulkan bahwa subjek WCB memenuhi semua indikator kemampuan penalaran matematis diantaranya mampu mengajukan dugaan, menarik kesimpulan, melakukan manipulasi matematika, memeriksa kesahihan suatu argument dan membuat generalisasi.

Secara singkat mengenai berjalannya penelitian sampai akhir, dari data hasil pekerjaan serta hasil wawancara Bersama mahasiswa dapat menunjukkan bahwa mahasiswa Pendidikan matematika di Universitas Sanata Dharma mempunyai kemampuan yang mampu dalam menalar matematis. Hal ini didasarkan pada analisis peneliti menunjukkan Sebagian besar dapat mengerjakan serta berpikir bagaimana cara mahasiswa mendapatkan jawaban dari masalah yang telah diberikan. Sebagian mahasiswa termasuk dalam kemampuan penalaran matematis tingkat tinggi dan sedang.

---

#### 4. Simpulan

Dari hasil analisis data pada pembahasan yang telah disampaikan diatas, maka peneliti mengambil kesimpulan adalah sebagai berikut, (1) kemampuan penalaran matematis yang ditampilkan oleh mahasiswa dengan kemampuan tinggi dalam menyelesaikan masalah yang telah diberikan memenuhi semua indikator kemampuan penalaran yakni kemampuan mengajukan dugaan; kemampuan melakukan manipulasi matematika: menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap beberapa kebenaran solusi; menarik kesimpulan dari suatu pernyataan; dan memeriksa kesahihan suatu argumen. melakukan manipulasi matematika; menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap beberapa kebenaran solusi; menarik kesimpulan dari suatu pernyataan; dan memeriksa kesahihan suatu argument, dan (2) kemampuan penalaran matematis yang ditampilkan oleh mahasiswa dengan kemampuan sedang dalam menyelesaikan masalah matematika yang diberikan memenuhi beberapa indikator kemampuan penalaran yakni kemampuan mengajukan dugaan dan memberikan kesimpulan dari suatu pernyataan. Secara keseluruhan peneliti melihat bahwa kemampuan penalaran matematis yang dimiliki oleh mahasiswa kelas C Pendidikan matematika tergolong baik diukur dari indikator yang ada pada kemampuan tersebut.

---

#### Daftar Pustaka

- Agustin, R. D. (2016). Kemampuan Penalaran Matematika Mahasiswa Melalui Pendekatan Problem Solving. *PEDAGOGIA: Jurnal Pendidikan*, 5(2), 179. <https://doi.org/10.21070/pedagogia.v5i2.249>
- Barrody, A. J. (1993). *Problem Solving, Reasoning, and Communicating, K-8 Helping Children Think Mathematically*. Macmillan Publishing Company.
- Lahinda, Y., & Jailani, J. (2015). Analisis Proses Pemecahan Masalah Matematika Siswa Sekolah Menengah Pertama. *Jurnal Riset Pendidikan Matematika*, 2(1), 148. <https://doi.org/10.21831/jrpm.v2i1.7157>
- Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 67(3), 255–276. <https://doi.org/10.1007/s10649-007-9104-2>
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., & Drucker, K. T. (2012). PIRLS 2011 International Results in Reading. In *TIMSS & PIRLS International Study Center*. <https://doi.org/10.1097/01.tp.0000399132.51747.71>
- National Council Of Teachers Of Mathematics. (2000). Principles and Standards for School Mathematics. *School Science and Mathematics*. <https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2001.tb17957.x>
- Ratnasari, S. (2016). *Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Kelas Vii Ditinjau Dari Gaya Belajar Siswa Pada Setting Pembelajaran Probing Prompting*.
- Rohana, R. (2015). Peningkatan Kemampuan Penalaran Matematis Mahasiswa Calon Guru Melalui Pembelajaran Reflektif. *Infinity Journal*, 4(1), 105. <https://doi.org/10.22460/infinity.v4i1.76>
- Rosita, C. D. (2014). Kemampuan Penalaran Dan Komunikasi Matematis : Apa, Mengapa, Dan Bagaimana Ditingkatkan Pada Mahasiswa. *Euclid*, 1(1), 33–46. <https://doi.org/10.33603/e.v1i1.342>

- Shadiq, F. (2004). Pemecahan Masalah, Penalaran dan Komunikasi. *Widyaiswara PPPG Matematika Yogyakarta*.
- sudrajat, D., & Moha, I. (2019). *Ragam Penelitian Kualitatif*. <https://doi.org/10.31227/osf.io/jaxbf>
- Sumarmo, U. (2010). Berfikir dan Disposisi Matematik: Apa, Mengapa, dan Bagaimana Dikembangkan Pada Peserta Didik. *Fpmipa Upi*.
- Sumartini, T. S. (2018). Peningkatan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa melalui Pembelajaran Berbasis Masalah. *Mosharafa: Jurnal Pendidikan Matematika*, 5(2), 148–158. <https://doi.org/10.31980/mosharafa.v5i2.270>
- Wardhani, S. (2008). Analisis SI dan SKL Mata Pelajaran Matematika SMP/MTS Untuk Optimalisasi Pencapaian Tujuan. *Pusat Pengembangan Dan Pemberdayaan Pendidik Dan Tenaga Kependidikan Matematika*, 9–10.
- Yuntiaji, D. A. (2019). Analisis Kesulitan Siswa dalam Memecahkan Soal Matematika Berdasarkan Ideal Problem Solving pada Materi Limit Fungsi. *MAJAMATH: Jurnal Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 2(2), 102. <https://doi.org/10.36815/majamath.v2i2.396>