



Perbandingan Analisis Regresi *Robust* Estimasi-S dan Estimasi-M dengan Pembobot Huber dalam Mengatasi *Outlier*

Nikki Ayu Atamia^{a,*}, Yuliana Susanti^b, Sri Sulistijowati Handajani^c

^{a, b, c} Prodi Statistika FMIPA Universitas Sebelas Maret, Surakarta, 57126, Indonesia

* Alamat Surel: nikkiatamia@student.uns.ac.id

Abstrak

Salah satu indikator penting dalam menentukan tingkat kemajuan suatu negara adalah Indeks Pembangunan Manusia (IPM). Oleh karena itu, penting untuk mengetahui pemodelan dari IPM melalui analisis regresi. Metode Kuadrat Terkecil (MKT) dalam analisis regresi kurang tepat dilakukan untuk data yang tidak memenuhi asumsi kenormalan. Asumsi kenormalan tidak dipenuhi disebabkan adanya *outlier* dalam data. Estimasi dalam regresi *robust* yang paling umum digunakan estimasi-M, sedangkan estimasi-S mempunyai nilai breakdown point paling tinggi yaitu 50%. Penelitian ini menggunakan regresi *robust* estimasi-M dan estimasi-S dengan pembobot Huber. Variabel terikat penelitian ini, yaitu IPM dan variabel bebas meliputi angka harapan hidup saat lahir (X_1), rata-rata lama sekolah (X_2) dan pengeluaran perkapita (X_3). Tujuan penelitian ini adalah menunjukkan keefektifan antara metode estimasi-M dan estimasi-S dengan pembobot Huber dalam memodelkan IPM di Indonesia. Kesimpulan yang didapat dari penelitian menunjukkan bahwa pemodelan IPM melalui regresi *robust* estimasi-M lebih efektif dibandingkan estimasi-S dengan pembobot Huber ditinjau dari *adj R-square* paling besar dan *Mean Square Error* (MSE) terkecil.

Kata kunci:

Estimasi-M, estimasi-S, IPM, Huber, *outlier*.

© 2021 Dipublikasikan oleh Jurusan Matematika, Universitas Negeri Semarang

1. Pendahuluan

Salah satu indikator yang digunakan untuk mengetahui tingkat kemajuan negara dilihat dari nilai Indeks Pembangunan Manusia (IPM). Dalam laporan *Human Development Index Ranking* 2019, Indonesia menempati peringkat 111 dari 189 negara dimana Negara Samoa juga menempati peringkat 111 (TEMPO.CO, 2019). Rendahnya peringkat Indonesia menandakan masih jauhnya Indonesia dalam dikategorikan sebagai negara maju, maka pemerintah memerlukan usaha lebih keras untuk meningkatkan nilai IPM. Oleh karena itu diperlukan analisis untuk mengetahui model prediksi dari IPM sebagai acuan pemerintah dalam usaha meningkatkan IPM. Dengan model prediksi IPM yang dihasilkan dapat membantu keefektifan kerja pemerintah untuk terfokus pada faktor yang mempengaruhi nilai IPM.

Analisis regresi linier adalah sebuah metode yang untuk memodelkan hubungan antara variabel terikat terhadap variabel bebas. Model regresi linier seringkali memiliki data *outlier* yaitu data yang mana letaknya jauh dari pola kumpulan data. Data yang mengandung *outlier* melanggar asumsi kenormalan dalam regresi linier. Metode Kuadrat Terkecil (MKT) dalam analisis regresi kurang tepat dilakukan untuk data yang mengandung *outlier* karena akan mempengaruhi nilai koefisien regresi. Untuk menyelesaikan masalah ini diperlukan metode regresi *robust*. *Robust* memiliki beberapa estimasi yaitu estimasi-M, estimasi-S, *Least Median of Squares* (LMS), *Least Trimmed Squares* (LTS), dan estimasi-MM. Hasil penelitian tentang IPM telah dilakukan (Wahyudi & Zain, 2014) yaitu analisis IPM di pulau Jawa dengan analisis regresi kuantil. Didapat kesimpulan IPM di pulau Jawa dipengaruhi 4 variabel bebas. Penelitian IPM dilakukan (Setiawati & Listyani, 2017) dengan metode estimasi-S dan pembobot Welsch dan Tukey *Bisquare* didapat pembobot Welsch memberikan hasil yang lebih efektif.

To cite this article:

Atamia, N. A., Susanti, Y., & Handajani, S. S. (2021). Perbandingan Analisis Regresi *Robust* Estimasi-S dan Estimasi-M dengan Pembobot Huber dalam Mengatasi *Outlier*. *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika* 4, 673-679

Estimasi-M merupakan metode regresi *robust* yang paling umum digunakan, sedangkan estimasi-S mempunyai nilai *breakdown point* paling tinggi yaitu 50%. Penelitian ini menggunakan regresi *robust* estimasi-M dan estimasi-S dengan pembobot Huber. Adapun tujuan dari penelitian ini yaitu untuk mengetahui faktor-faktor yang mempengaruhi IPM serta menentukan model terbaik IPM di Indonesia dengan menggunakan metode estimasi-S dan estimasi-M dengan pembobot Huber ditinjau dari *adj R-square* paling besar dan *Mean Square Error* (MSE) terkecil.

1.1. Analisis Regresi Berganda

Menurut Gujarati & Porter (2010), dalam analisis regresi berganda variabel terikat dipengaruhi dua atau lebih variabel bebas. Model regresi linear berganda dapat dituliskan $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_p X_{ip} + \varepsilon_i$, dengan Y_i adalah variabel terikat untuk pengamatan ke- i , $X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{ip}$ adalah variabel bebas, ε_i adalah residu untuk pengamatan ke- i , $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$ adalah parameter regresi. Salah satu cara untuk mencari estimasi koefisien parameter regresi menggunakan Metode Kuadrat Terkecil (MKT) (Sembiring, 2003). Metode kuadrat terkecil memiliki konsep menduga parameter regresi β dengan meminimumkan jumlah kuadrat residunya.

Menurunkan fungsi kuadrat terkecil dari $L = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \sum_{p=1}^k \beta_p x_{ip})^2$ secara parsial terhadap $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$ didapat matriks bentuk $X'X\hat{\beta} = X'Y$. Dengan estimasi parameter β :

$$(X'X)^{-1}X'X\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y$$

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y$$

Uji asumsi perlu dilakukan dalam analisis regresi linier untuk mengetahui kebaikan dari model dilihat dari asumsi-asumsi dipenuhi atau tidaknya. Asumsi-asumsi regresi linier berganda sebagai berikut:

- Normalitas
Menurut Gujarati & Porter (2010), pada regresi linear diasumsikan bahwa tiap $e_i \sim N(0, \sigma^2)$. Metode yang digunakan untuk uji kenormalan salah satunya uji Anderson-Darling yang mana penyimpangan *empirical distribution function* (EDF) diukur terhadap *cumulative distribution function* (CDF) diasumsikan berdistribusi normal.
- Multikolinearitas
Menurut Gujarati & Porter (2010), multikolinearitas terjadi dikarenakan adanya hubungan linier yang cukup tinggi antar variabel bebas. VIF (*Variance Inflation Factor*) merupakan salah satu cara untuk mengukur besar multikolinearitas. Jika $VIF > 10$ menunjukkan multikolinearitas yang kuat.
- Heterokedastisitas
Uji asumsi selanjutnya adalah uji heterokedastisitas yang mana menguji variansi setiap residu konstan atau tidak. Menurut Gujarati & Porter (2010), pengujian korelasi Spearman merupakan salah satu cara untuk mendeteksi heterokedastisitas.
- Non-autokorelasi
Uji asumsi non-autokorelasi dimana jika residu tidak membentuk pola tertentu maka disimpulkan tidak adanya autokorelasi diantara residu (Draper & Smith, 1998). Pengujian menggunakan statistik uji Durbin-Watson.

1.2. Outlier

Outlier adalah data yang mana letaknya jauh dari pola data. Deteksi *outlier* dengan *difference in fitted value* (DFFITS') (Montgomery *et al.*, 2006). DFFITS mampu mengetahui pengaruh pengamatan ke- i terhadap model regresi ditinjau dari nilai *fit*. Besarnya DFFITS:

$$DFFITS_i = t_i \sqrt{\frac{h_{ii}}{1 - h_{ii}}}$$

$$h_{ii} = x_i'(X'X)^{-1}x_i$$

t_i adalah *R-student* (*studentized deleted residual*) kasus ke- i dan h_{ii} merupakan nilai pengaruh. Pengamatan ke- i dikatakan *outlier* jika $|DFFITS_i| > 2\sqrt{\frac{p}{n}}$ dimana p adalah jumlah parameter dan n banyaknya pengamatan.

1.3. Estimasi-M

Menurut Montgomery *et al.* (2006), estimasi-M adalah suatu kelas dari regresi *robust* yang meminimumkan fungsi ρ berikut:

$$\widehat{\beta}_M = \min_{\beta} \sum_{i=1}^n \rho(e_i)$$

$$\widehat{\beta}_M = \min_{\beta} \sum_{i=1}^n \rho \left(y_i - \sum_{j=0}^k x_{ij}\beta_j \right)$$

Fungsi ρ yang digunakan adalah fungsi objektif Huber dengan persamaan sebagai berikut:

$$\rho(\varepsilon) = \begin{cases} \varepsilon^2 & ; -k \leq \varepsilon \leq k \\ 2k|\varepsilon| - k^2 & ; \varepsilon < -k \text{ atau } \varepsilon > k \end{cases}$$

dengan $k = 1,5 \hat{\sigma}$. Untuk mengestimasi σ , digunakan $\hat{\sigma} = 1,483 \text{ MAD}$, dengan *MAD* (*Median of Absolute Deviation*) merupakan median dari residu $|e_i|$.

1.4. Estimasi-S

Estimasi-S diperkenalkan pertama kali oleh Rousseeuw & Yohai (1984). Estimasi-S dapat mencapai *breakdown point* hingga 50% yang berarti setengah dari *oulier* dapat diatasi serta memberikan pengaruh yang baik bagi pengamatan lainnya.

Estimasi-S didefinisikan $\widehat{\beta}_s = \min_{\beta} \widehat{\sigma}_s(e_1, e_2, \dots, e_n)$, dengan menentukan skala minimum estimasi robust $\widehat{\sigma}_s$:

$$\min \sum \rho \left(\frac{y_i - \sum_{j=0}^k x_{ij}\beta_j}{\widehat{\sigma}_s} \right)$$

$$\text{dengan } \widehat{\sigma}_s = \sqrt{\frac{n \sum_{i=1}^n (e_i)^2 - (\sum_{i=1}^n e_i)^2}{n(n-1)}}.$$

Fungsi objektif pembobot Huber meminimumkan gabungan jumlah kuadrat residu dan jumlah mutlak

$$\text{residu. Fungsi objektif Huber: } \rho(u_i) = \begin{cases} \frac{1}{2} u_i^2 & , |u_i| \leq c \\ c |u_i| - \frac{c^2}{2} & , |u_i| > c \end{cases} \text{ Fungsi pembobot: } w(u_i) = \begin{cases} 1 & , |u_i| \leq c \\ \frac{c}{|u_i|} & , |u_i| > c \end{cases}$$

dengan konstanta $c = 1,345$.

1.5. Pengujian Parameter

Uji *F* bertujuan mengetahui ada tidaknya pengaruh simultan dari keseluruhan variabel bebas terhadap variabel terikat (Lind *et al.*, 2014). H_0 : variabel bebas tidak berpengaruh pada variabel terikat. Statistik uji: $F = \frac{RKR}{RKS}$. Variabel bebas dikatakan berpengaruh terhadap variabel terikat ketika $F_{hitung} > F_{\alpha; (k-1); (n-k)}$ atau $p\text{-value} < 0,05$.

Uji *t* bertujuan menguji pengaruh masing-masing variabel bebas terhadap variabel terikat (Lind *et al.*, 2014). H_0 : variabel bebas X_j tidak berpengaruh pada variabel terikat. Statistik uji: $t_{hitung} = \frac{b_j}{S(b_j)}$. Jika $t_{hitung} > t_{\frac{\alpha}{2}; (n-k)}$ atau $p\text{-value} < 0,05$ maka variabel bebas mempengaruhi variabel terikat.

2. Metode

Metode penelitian ini adalah studi kasus dan studi literatur. Studi literatur dengan mengumpulkan referensi dari jurnal, buku, maupun artikel. Sedangkan studi kasus dengan data sekunder diambil dari Statistik Indonesia 2018 (Badan Pusat Statistik Indonesia, 2018) dengan variabel terikat IPM dan variabel bebas yaitu angka harapan hidup saat lahir (X_1), rata-rata lama sekolah (X_2), dan pengeluaran perkapita (X_3).

Langkah-langkah yang diperlukan setelah menentukan data untuk variabel bebas dan variabel terikat yaitu melakukan estimasi regresi dengan MKT. Langkah kedua melakukan uji asumsi klasik pada model persamaan regresi yang telah diperoleh untuk selanjutnya diidentifikasi *outlier* dengan metode *DFFITs*. Data yang mengandung *outlier* diatasi dengan regresi *robust* estimasi-M dan regresi *robust* estimasi-S.

2.1. Analisis Regresi Robust Estimasi-M

Langkah-langkah analisis regresi *robust* estimasi-M yaitu:

- Menghitung nilai MAD, menghitung nilai $\hat{\sigma}$, kemudian menghitung nilai k .
- Membandingkan dari nilai k dengan nilai residu awal untuk menentukan nilai residu baru.
- Mencari nilai estimasi baru dari menjumlahkan nilai estimasi awal dengan nilai residu baru.
- Melakukan analisis regresi kembali dengan nilai estimasi baru sebagai variabel terikat.
- Melakukan pengulangan sampai iterasi telah konvergen.

2.2. Analisis Regresi Robust Estimasi-S

Langkah-langkah analisis regresi *robust* estimasi-M yaitu :

- Menghitung nilai residu (e_i).
- Menghitung nilai $\hat{\sigma}_s$.
- Menghitung nilai $u_i = \frac{e_i}{\hat{\sigma}_s}$.
- Menghitung nilai fungsi pembobot.
- Menghitung $\hat{\beta}_s$ menggunakan WLS dengan pembobot w_i .
- Mengulangi langkah-langkah untuk mendapatkan nilai yang konvergen dari $\hat{\beta}_s$.

3. Hasil dan Pembahasan

3.1. Metode Kuadrat Terkecil (MKT)

Model regresi linear dengan MKT untuk data Indeks Pembangunan Manusia di Indonesia, yaitu $\hat{Y} = 8,99 + 0,5647 X_1 + 1,619 X_2 + 0,000797 X_3$ dengan X_1 angka harapan hidup saat lahir, X_2 adalah rata-rata lama sekolah, dan X_3 adalah pengeluaran perkapita.

3.2. Uji Asumsi Klasik

Berdasarkan hasil analisis uji kenormalan dengan uji Anderson-Darling diketahui nilai p -value ($0.043 < \alpha$ (0.05), maka H_0 ditolak yang berarti residu tidak berdistribusi normal. Pada uji *non*-multikolinearitas dengan taraf signifikansi $\alpha = 0.05$ diperoleh nilai *VIF* untuk X_1 , X_2 , dan X_3 berturut-turut adalah 1.53, 1.71, dan 2.06. Hasil uji menunjukkan semua nilai *VIF* masing-masing variabel bebas kurang dari 10 yang berarti tidak terdapat multikolinearitas. Berdasarkan hasil uji *non*-heterokedastisitas dengan pengujian korelasi Spearman diketahui nilai *Sig.(2-tailed)* variabel X_1 sebesar 0.284, X_2 sebesar 0.697, dan X_3 sebesar 0.727, kesemuanya lebih besar dari α (0.05) sehingga disimpulkan tidak terdapat gejala heteroskedastisitas. Uji *non* autokorelasi dengan $\alpha = 0.05$ dan $d_U = 1.7277$ diperoleh nilai d_{hitung} sebesar 1.24304 dimana $4 - d_{hitung} = 2.75696 > d_U$ yang berarti tidak terdapat autokorelasi.

3.3. Outlier

Pendeteksian *outlier* dilakukan dengan metode *difference in fitted value (DFFITs)* dimana dikatakan *outlier* jika nilai $|DFFITs_i|$ dari setiap observasi lebih dari $2\sqrt{\frac{p}{n}} = 0.686$. Hasil analisis menunjukkan bahwa observasi ke-11, ke-14, ke-18 dan ke-34 merupakan data *outlier*.

Tabel 1. Hasil identifikasi *outlier*

Observasi	$ DFFITS_i $	$2\sqrt{\frac{\bar{p}}{n}}$
11	3,148	
14	1,238	0.686
18	0,960	
34	1,679	

3.4. Model Regresi Robust Estimasi-M

Kekonvergenan dalam proses analisis regresi *robust* estimasi-M dicapai jika koefisien regresi sudah sama dengan koefisien regresi iterasi sebelumnya. Hasil iterasi diperoleh sebagai berikut.

Tabel 2. Hasil estimasi setiap iterasi

Tahap	β_0	β_1	β_2	β_3
MKT	8,99	0,5647	1,1619	0,000797
Iterasi 1	11,44	0,5266	1,623	0,000814
Iterasi 2	11,97	0,5189	1,618	0,000819
Iterasi 3	12,07	0,5178	1,616	0,000818
Iterasi 4	12,09	0,5176	1,615	0,000818
Iterasi 5	12,09	0,5176	1,615	0,000818

Tabel 2 menunjukkan koefisien regresi konvergen pada iterasi ke-5 dengan model regresi, sebagai berikut: $\hat{Y} = 12,09 + 0,5176 X_1 + 1,615 X_2 + 0,000818 X_3$. Interpretasi dari model regresi tersebut, sebagai berikut:

- Setiap kenaikan satu tahun angka harapan hidup saat lahir (X_1) maka akan meningkatkan IPM sebesar 0,5176 apabila rata-rata lama sekolah (X_2) dan pengeluaran perkapita (X_3) tetap.
- Setiap kenaikan satu tahun rata-rata lama sekolah (X_2) maka akan meningkatkan IPM sebesar 1,615 apabila angka harapan hidup saat lahir (X_1) dan pengeluaran perkapita (X_3) tetap.
- Setiap kenaikan satu rupiah (dalam ribuan) perorang dalam satu tahun pengeluaran perkapita (X_3) maka akan meningkatkan IPM sebesar 0,000818 apabila angka harapan hidup saat lahir (X_1) dan rata-rata lama sekolah (X_2) tetap.

3.5. Model Regresi Robust Estimasi-S

Berdasarkan algoritma analisis regresi estimasi-S dengan pembobot Huber, iterasi berhenti jika sudah dicapai kekonvergenan. Hasil iterasi diperoleh sebagai berikut.

Tabel 3. Hasil estimasi setiap iterasi

Tahap	β_0	β_1	β_2	β_3
MKT	8,99	0,5647	1,1619	0,000797
Iterasi 1	11,56	0,5272	1,604	0,000815
Iterasi 2	12,1	0,5221	1,590	0,000817
Iterasi 3	12,12	0,5212	1,585	0,000816
Iterasi 4	12,15	0,5210	1,583	0,000816
Iterasi 5	12,16	0,5210	1,582	0,000816
Iterasi 6	12,17	0,5210	1,582	0,000815
Iterasi 7	12,17	0,5210	1,582	0,000815

Tabel 3 menunjukkan koefisien regresi konvergen pada iterasi ke-7 dengan model regresi, sebagai berikut: $\hat{Y} = 12,17 + 0,5210 X_1 + 1,582 X_2 + 0,000815 X_3$. Interpretasi dari model regresi sebagai berikut:

- Setiap kenaikan satu tahun angka harapan hidup saat lahir (X_1) maka akan meningkatkan IPM sebesar 0,52 apabila rata-rata lama sekolah (X_2) dan pengeluaran perkapita (X_3) tetap.
- Setiap kenaikan satu tahun rata-rata lama sekolah (X_2) maka akan meningkatkan IPM sebesar 1,582 apabila angka harapan hidup saat lahir (X_1) dan pengeluaran perkapita (X_3) tetap.
- Setiap kenaikan satu rupiah (dalam ribuan) perorang dalam satu tahun pengeluaran perkapita (X_3) maka akan meningkatkan IPM sebesar 0,000815 apabila angka harapan hidup saat lahir (X_1) dan rata-rata lama sekolah (X_2) tetap.

3.6. Perbandingan Metode Terbaik

Berdasarkan hasil estimasi parameter metode estimasi-S dan metode estimasi-M didapatkan nilai *Adj R-Square* dan MSE masing-masing.

Tabel 4. Nilai *Adj R-Square* dan MSE

Estimasi-S	<i>Adj R-Square</i>	95,81%
	MSE	0,509
Estimasi-M	<i>Adj R-Square</i>	98,37%
	MSE	0,255

Nilai *Adj R-Square* dari metode estimasi-M lebih besar dibandingkan metode estimasi-S dan nilai MSE dari metode estimasi-M lebih kecil dibandingkan metode estimasi-S. Maka disimpulkan bahwa analisis regresi *robust* dengan estimasi-M lebih baik dari estimasi-S.

3.7. Uji Parameter

Hasil uji parameter secara simultan (Uji F) diketahui nilai $p_{value} = 0,000 < \alpha$ maka H_0 ditolak. Kesimpulan yang didapat paling tidak terdapat satu variabel bebas yang berpengaruh signifikan terhadap model. Uji parameter secara parsial (uji t) menunjukkan hasil bahwa nilai *Sig.* ($\beta_1(0,000)$, $\beta_2(0,000)$, $\beta_3(0,000)$) $< \alpha(0,05)$ maka H_0 ditolak. Kesimpulan yang didapat yaitu angka harapan hidup saat lahir, rata-rata lama sekolah dan pengeluaran perkapita berpengaruh signifikan terhadap IPM.

4. Simpulan

Berdasarkan hasil pembahasan dapat diambil kesimpulan bahwa angka harapan hidup saat lahir X_1 , rata-rata lama sekolah X_2 , dan pengeluaran perkapita X_3 berpengaruh signifikan terhadap IPM. Pada data Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Indonesia tahun 2017 terdapat *outlier* yaitu pada observasi ke-11, 14, 18, dan 34. Metode terbaik regresi *robust* data IPM adalah menggunakan estimasi-M karena memiliki nilai *Adj R-Square* terbesar dan nilai MSE terkecil. Model persamaan regresi *robust* estimasi-M, yaitu $\hat{Y} = 12,09 + 0,5176 X_1 + 1,615 X_2 + 0,000818 X_3$.

Daftar Pustaka

- Badan Pusat Statistik Indonesia. 2018. *Statistik Indonesia 2018*. (Online). (<https://bps.go.id/>, diakses pada tanggal 3 Desember 2019).
- Draper, N.R., & Smith, H. (1998). *Applied Regression Analysis*. New York: John Wiley and Sons.
- Gujarati, D. N., & Porter, D. C. (2010). *Dasar-dasar Ekonometrika*. Penerbit Salemba Empat, Jakarta.
- Hidayatulloh, F., P., Yuniarti, D., & Wahyuningsih, S. 2015. Regresi Robust Dengan Metode Estimasi-S. *Jurnal Eksponensial*. Vol. 6, No. 2, 163-170.
- Lind, D. A, Marchal W. G., & Wathen S. A. (2014). *Teknik-Teknik Statistika dalam Bisnis dan Ekonomi*, Edisi 15, Buku 1. Jakarta: Salemba Empat.
- Montgomery, D. C., Peck E. A., & Vining, G. G. (2006). *Introduction To Linear Regression Analysis, 5nd Edition*. New York: John Wiley & Sons, Inc.

- Rousseeuw, P., & Yohai, V. (1984). Robust regression by means of S-estimators. In *Robust and nonlinear time series analysis* (pp. 256-272). Springer, New York, NY.
- Sembiring, R. K. (2003). *Analisis Regresi Edisi Kedua*. Bandung: ITB.
- Setiari, Z., & Listyani, E. (2017). Analisis Regresi Robust Estimasi-S Menggunakan Pembobot Welsch dan Tukey Bisquare. *Jurnal Matematika-S1*, 6(1), 48-55.
- TEMPO.CO. 2019. Indeks Pembangunan Manusia 2019: Kualitas Hidup Indonesia ke-111. (*Online*). (<https://dunia.tempo.co/read/1282268/indeks-pembangunan-manusia-2019-kualitas-hidup-indonesia-ke-111/full&view=ok>)
- Wahyudi, V. E., & Zain, I. (2014). Analisis IPM di Pulau Jawa Menggunakan Analisis Regresi Kuantil. *Jurnal Statistika Universitas Muhammadiyah Semarang*, 2(1).