PRISMA 5 (2022): 8-13
PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika
https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/
ISSN 2613-9189

Matematika dan Dialog: Tinjauan Filsafat Matematika dan Implikasinya dalam Pembelajaran Matematika

MM. Yunika Nugraheni[a], Gustin Hendra Wati[b]

[a] *Mahasiswa Magister Pendidikan Matematika, Universitas Sanata Dharma, Daerah Istimewa Yogyakarta, 55281, Indonesia dan Guru Matematika SMAK PENABUR Summarecon Bekasi, Jawa Barat, 17142, Indonesia*
[b] *Mahasiswa Magister Pendidikan Matematika, Universitas Sanata Dharma, Daerah Istimewa Yogyakarta, 55281, Indonesia*

** Alamat Surel: mm.yunika.nugraheni@gmail.com*

Abstrak

Dialog dalam pembelajaran matematika merupakan salah satu cara untuk meningkatkan kemampuan berpikir kritis. Kemampuan berpikir kritis sangat penting untuk dimiliki siswa karena merupakan salah satu kecakapan abad 21, namun ironisnya kemampuan berpikir kritis siswa di Indonesia saat ini masih sangat kurang. Kajian ini bertujuan untuk mendeskripsikan matematika dan dialog dari Lakatos, dan mengimplementasikan pada pembelajaran matematika terkait materi fungsi kuadrat. Jenis kajian yang digunakan adalah kualitatif dengan menggunakan metode studi literatur. Hasil dari kajian ini adalah mendeskripsikan matematika dan dialog dari Lakatos yaitu dengan metode bukti dan sanggahan dengan aturan 1: Jika mempunyai dugaan maka harus bersiap untuk membuktikan dugaan tersebut dan memberikan bantahan; aturan 2: Jika mempunyai contoh-tandingan global maka dugaan harus dibuang dan menambahkan analisis bukti; aturan 3: Jika mempunyai contoh-tandingan lokal maka perlu diperiksa untuk melihat hal tersebut merupakan contoh-tandingan global. Prinsip metode bukti dan sanggahan ini diimplementasikan dalam pembelajaran matematika terkait materi fungsi kuadrat yang melibatkan dialog.

Kata kunci:

Dialog, berpikir kritis, filsafat matematika, pembelajaran matematika, Lakatos

© 2022 Dipublikasikan oleh Jurusan Matematika, Universitas Negeri Semarang

1. Pendahuluan

1.1. Latar Belakang

Kemampuan berpikir kritis merupakan salah satu kecakapan hidup yang harus dimiliki untuk menghadapi era digital saat ini. Namun ironisnya, kemampuan berpikir kritis siswa di Indonesia saat ini sangat memprihatinkan. Hal ini dapat dilihat dari hasil *Programme for International Student Assessment* (PISA) 2018 (OECD, 2018), Indonesia menempati posisi 7 terbawah di antara 72 negara lainnya pada kategori matematika. Tes PISA tersebut memetakan kemampuan berpikir kritis matematis siswa dari berbagai belahan dunia.

Salah satu hal yang menyebabkan rendahnya berpikir kritis adalah pembelajaran di sekolah khususnya pembelajaran matematika masih bersifat satu arah. Guru lebih banyak ceramah dan menjelaskan, sehingga tidak terjadi interaksi dan tanya jawab. Terlebih di era pembelajaran secara daring saat ini, pembelajaran di kelas cenderung pasif dan berjalan hanya satu arah saja. Proses dialog sangat diperlukan untuk mengembangkan kemampuan berpikir kritis. Dalam dialog terjadi proses interaksi yang memungkinkan siswa untuk mengkritik dan mengkonstruksi pengetahuannya.

Dalam perkembangan matematika, proses dialog ini telah terjadi sejak lama. Di era Yunani kuno hal ini telah dimulai, terbukti pada era tersebut Socrates menggunakan metode metode dialektika (dialog) untuk membuktikan suatu kebenaran. Praktek dialog ini juga berlangsung di era Lakatos, Lakatos mengemukakan bahwa pengetahuan matematika lahir melalui proses konstruksi bersama bukan melalui konstruksi individu (Rudhito, 2020).

Praktek-praktek dialog di era Lakatos masih sangat relevan dipergunakan dalam pembelajaran matematika di era digital ini. Praktek-praktek dialog dalam pembelajaran matematika tersebut memungkinkan siswa dapat bertukar pikiran dan berpendapat sehingga menciptakan kemampuan berpikir kritis pada siswa.

To cite this article:
MM. Yunika Nugraheni & Gustin Hendra Wati (2022). Matematika dan Dialog: Tinjauan Filsafat Matematika dan Implikasinya dalam Pembelajaran Matematika. *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika 5*, 8-13

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, rumusan masalah dalam kajian ini adalah bagaimana deskripsi matematika dan dialog menurut Lakatos dan implikasi dari dialog terhadap pembelajaran matematika terkait materi fungsi kuadrat. Kajian ini bertujuan untuk mendeskripsikan matematika dan dialog dari Lakatos dan mengimplementasikan pada pembelajaran matematika terkait materi fungsi kuadrat. Manfaat yang diharapkan oleh peneliti dalam kajian ini adalah guru dapat mengimplementasikan pada pembelajaran matematika terkait materi fungsi kuadrat dengan mengkaitkan matematika dan dialog menurut Lakatos.

2. Pembahasan

Langkah pertama dari kajian ini akan dilihat antara keterkaitan antara dialog dalam pembelajaran jarak jauh, keterkaitan antara dialog dengan kemampuan berpikir kritis. Pada tahapan selanjutnya akan dikaji Matematika dan dialog Lakatos dan bagaimana metode dialog Lakatos serta implementasinya dalam pembelajaran jarak jauh. Secara lebih dalam dikaji implementasi dalam kegiatan guru, siswa, dan dalam langkah-langkah pembelajaran.

2.1 Kaitan antara berpikir kritis, dialog, dan pembelajaran jarak jauh

Berpikir kritis merupakan sebuah cara dalam mengimplementasikan keterampilan berpikir secara efektif untuk membantu siswa dalam membuat sesuatu, mengevaluasi, dan mengaplikasikan keputusan sesuai dengan apa yang dilakukan (Siswono, 2016). Proses berpikir kritis meliputi: (1) mendalami suatu keadaan; (2) mempertimbangkan argumentasi sesuai dengan bukti, data, atau asumsi; (3) memberikan pendapat; (4) melaporkan dan mendukung kesimpulan; serta (5) menarik kesimpulan.

Menurut Helle Alro dan Ole Skovsmose, dialog terjadi antara dua orang atau lebih, bukan jumlah orangnya melainkan sifat percakapannya dan hubungan antar orang. Secara etimologis kata "dialog" berasal dari bahasa Yunani "dia" yang berarti "melalui" dan "logos" yang berarti "makna" (Bohm, 1996). John Stewart mengemukakan bahwa etimologis dapat digunakan sebagai inspirasi untuk klarifikasi lebih lanjut. Jadi dapat disimpulkan dialog adalah "memaknai melalui" atau proses membantu makna mengalir melalui orang-orang yang terlibat dalam pembangunan bersama (Alro, Helle and Skovsmose, 2003). William Isaacs menyatakan bahwa selama proses dialog, orang belajar bagaimana berpikir bersama tidak hanya menganalisis masalah tetapi dalam perasaan menempati kepekaan kolektif, dimana pikiran, emosi, dan tindakan yang dihasilkan bukan milik satu individu melainkan milik semua (Alro, Helle and Skovsmose, 2003). Sedangkan David Bohm menekankan bahwa dalam sebuah dialog peserta "membuat sesuatu yang sama, yaitu yang diciptakan secara bersama" (Bohm, 1996). Judith Lindfors menyatakan bahwa "dialog" yang benar-benar dialogis adalah interaksi yang eksploratif, tentatif, dan undangan (Lindfors, 1999). Dengan ide-ide dari (Bohm, 1996), Isaacs mengacu pada empat ideal prinsip-prinsip dialog meliputi : (1) partisipasi; (2) koherensi; (3) kesadaran; dan (4) pengungkapan yang terletak di balik praktik komunikatif mendengarkan, menghormati, menangguhkan, dan menyuarakan.

Dalam masa pandemic covid-19 pembelajaran disajikan kepada siswa dalam bentuk pembelajaran jarak jauh atau sering dikenal sebagai PJJ. Pembelajaran jarak jauh membutuhkan komunikasi yang baik antara siswa, guru, dan orang tua. Media yang digunakan diantaranya adalah *WhatsApp*, *Google Meet*, *Zoom*. Pembelajaran jarak jauh biasanya diselenggarakan secara *online* melalui *internet* (Sari et al., 2020). Dalam pembelajaran jarak jauh ini memungkinkan terjadinya partisipasi, koherensi, kesadaran, dan pengungkapan ide atau gagasan antara siswa dan guru sehingga memungkinkan terciptanya kemampuan berpikir kritis siswa. Namun pembelajaran jarak jauh mempunyai kerumitan yang harus disiasati oleh guru, dalam hal ini diperlukan kreativitas guru dalam merancang pembelajaran sehingga guru harus keluar dari gaya mengajar yang lama yaitu gaya ceramah. Guru harus berinovasi untuk membuat materi dan kegiatan pembelajaran yang memungkinkan siswa aktif dan kritis. Hal ini erat kaitannya dengan pemanfaatan teknologi dalam pembelajaran (Siahaan & Meilani, 2019).

Dari pendapat diatas dapat disimpulkan bahwa, dalam pembelajaran jarak jauh terjadi prinsip dialog yang disampaikan oleh Bohm. Prinsip dialog yang disampaikan oleh Bohm memberikan kesempatan kepada siswa untuk dapat berpartisipasi secara aktif. Dengan mengajak siswa untuk berpartisipasi dalam pembelajaran di kelas dengan menjawab pertanyaan dari guru atau menyampaikan pendapat memungkinkan siswa mampu membuat sesuatu, mengevaluasi, serta mengaplikasikan apa yang telah dibuat atau dilakukan oleh siswa. Hal tersebut dapat membangun kemampuan berpikir kritis siswa.

2.2 Matematika dan dialog menurut Lakatos

Menurut Imre Lakatos matematika lahir melalui konstruksi bersama, bukan hanya melalui konstruksi individu (Rudhito, 2020). Filosofi matematika Lakatos (Alro, Helle and Skovsmose, 2003)berpusat pada

proses interaksi antara bukti dan sanggahan sehingga memungkinkan terjadi dialog. Lakatos menerjemahkan ulang ide Karl R. Popper. Pemikiran Lakatos selaras dengan pemikiran Popper tentang dengan proses perkembangan ilmu pengetahuan, namun pemikiran Lakatos lebih fokus pada perkembangan pengetahuan matematika. Dalam dialog Pembuktian dan Sanggahan Lakatos, proses dialog inilah yang penting untuk perkembangan pengetahuan.

Lakatos mengemukakan bahwa logika penemuan adalah proses interaktif dalam komunitas matematika, berseberangan dengan positivisme logis milik Popper. Lakatos juga mengubah fokusnya ke konteks penemuan yang awalnya dari konteks pembenaran. Dengan cara ini skeptisisme dan falibilisme menjadi fokus (Rudhito, 2020).

Dalam bukunya yang berjudul *Proofs and Refutations*, Lakatos menuliskan dialog fiksi dalam kelas matematika tujuan dialog tersebut adalah adalah membuktikan perumusan karakteristik Euler mengenai teorema sifat *polyhedra*. Tujuan dialog itu adalah menampilkan rangkaian pembuktian yang dilaksanakan para ahli matematik dalam sejarah perkembangan ilmu matematika (Lakatos, 1976). Lakatos menggunakan hubungan komplementer dengan bentuk dialog untuk mengungkapkan pentingnya kritik dalam dialektika pengetahuan. Dialektika yang dibentuk dari dialog ini bermaksud untuk merekonstruksi pengetahuan. Karya Lakatos tersebut merupakan sumbangsihnya terhadap filsafat matematika. Karya ini setara dengan dialog Plato yang terkenal.

2.3 Metode Bukti dan Sanggahan Lakatos

Dalam metode Bukti dan Sanggahan yang dicetuskan oleh Lakatos terdapat beberapa langkah yaitu (Rudhito, 2020):

Aturan 1: Jika mempunyai dugaan maka harus bersiap untuk membuktikan dugaan tersebut dan memberikan bantahan

Tahap ini sering kali disebut dengan analisis bukti, dalam tahap ini perlu memeriksa bukti dengan hati-hati dengan mempersiapkan daftar lemma atau proposisi non-trivial kemudian menemukan contoh-tandingan (*counterexample*) baik dalam dugaan (contoh-tandingan global) maupun untuk mencurigai lemma (contoh-tandingan lokal).

Aturan 2: Jika mempunyai contoh-tandingan global maka dugaan harus dibuang dan menambahkan analisis bukti

Dalam tahap ini jika memiliki contoh-tandingan global,dugaan harus dibuang dan harus menambahkan pada analisis bukti suatu lemma atau proposisi yang cocok yang hendak ditolak oleh sampel tandingan, dan ganti dugaan yang dibuang dengan perbaikan yang menyertakan lemma itu dengan syarat. Jangan biarkan sanggahan diabaikan sebagai monster. Cobalah untuk membuat semua "lemma tersembunyi" eksplisit.

Aturan 3: Jika mempunyai contoh-tandingan lokal maka perlu diperiksa untuk melihat hal tersebut merupakan contoh-tandingan global.

Jika memiliki contoh-tandingan lokal, periksa untuk melihat apakah itu juga contoh contoh-tandingan global. Jika demikian dapat dengan mudah menerapkan.

Gambar 1. di bawah ini menjelaskan secara sederhana proses metode dugaan dan sanggahan yang dikembangakan oleh Lakatos. Dalam diagram nampak alur dialog metode Lakatos, perlu dibuat dugaan yang kemudian dicoba untuk dibuktikan. Pembuktian dugaan dihadapkan dengan sanggahan atas dugaan atau bukti, dan memperbaiki dengan mengatasi sanggahan.

Gambar 1. Diagram konseptualisasi pembuktian dan sanggahan

2.4 Implikasi Metode Bukti dan Sanggahan terhadap Pembelajaran Matematika Jarak Jauh

Dari metode bukti dan sanggahan di atas dapat diimplementasikan dalam pembelajaran matematika jarak jauh. Dalam hal ini guru mengajak siswa untuk terlibat dalam dialektika pada saat pembelajaran matematika dengan langkah kegiatan yang sudah dirancang oleh guru. Berikut paparan mengenai implikasi metode bukti dan sanggahan terhadap kegiatan guru, kegiatan siswa dan pada langkah pembelajaran.

2.4.1 Implikasi pada Kegiatan Guru

Metode Imre Lakatos tentunya mempunyai pengaruh yang sangat signifikan terhadap kegiatan guru di dalam kelas terutama kelas pembelajaran jarak jauh. Guru harus mengubah cara mengajarnya, tidak cukup menyampaikan materi, namun guru perlu merancang proses dialog untuk membantu siswa mengkonstruksi pengetahuannya. Guru harus mempersiapkan masalah yang bisa dijadikan dugaan yang akan disanggah dan dibuktikan oleh siswa. Selain itu guru juga perlu mempersiapkan media yang akan digunakan untuk memfasilitasi proses dialog dengan siswa, sehingga siswa bisa dengan mudah menganalisisnya. Dalam hal ini guru bisa menggunakan aplikasi-aplikasi yang memungkinkan terjadi diskusi antar siswa juga dengan guru. Untuk memenuhi tantangan ini guru harus memastikan siswa memahami konsep yang digunakan, guru mendampingi siswa untuk menyusun dan menyajikan bukti sedemikian rupa sehingga jelas dan meyakinkan, dan guru harus membekali siswa dengan alat yang akan memungkinkan mereka untuk memahami bukti (Hanna, 1995). Hal tersebut tentunya memberikan dampak kepada kegiatan guru yang awalnya nyaman dengan metode yang konvensional kemudian harus bersahabat dengan berbagai metode yang memungkinkan proses dialog tersebut. Dengan menerapkan metode bukti dan sanggahan dalam pembelajaran, guru dapat menemukan metode pembelajaran yang tepat, efektif dan menyenangkan (Hanna, 1995).

2.4.2 Implikasi pada Kegiatan Siswa

Pengaruh metode Lakatos tentunya sangat besar pada kegiatan siswa. Dalam metode ini siswa diajak untuk aktif membuat contoh tandingan dan berdialog untuk membuat pernyataan atau bukti untuk membuktikan dugaan yang diberikan guru. Hasil diskusi siswa dalam kelompok disampaikan di kelas untuk dikritisi dan disanggah oleh kelompok yang lain. Hal ini tentunya memerlukan partisipasi aktif dari siswa. Siswa akan banyak berdiskusi baik dengan guru maupun dengan siswa yang lain untuk mengkonstruksi pengetahuannya. Siswa juga belajar untuk menghargai pendapat teman serta kritis terhadap jawaban siswa yang lain. Para siswa dalam mampu terlibat secara aktif dalam aktivitas matematis pembuktian dan sanggahan dengan membuat dan membuktikan dugaan, siswa menghasilkan dugaan untuk diteliti apakah dugaan mereka selalu benar. Siswa membuat contoh tandingan dari dugaan mereka, mereka memodifikasi penilaian mereka dengan membuktikan bahwa dugaan itu masih benar atau tidak (Komatsu & Jones, 2017). Proses siswa membuat bukti dan sanggahan mempengaruhi cara siswa menafsirkan dunia matematikanya (Cirillo, 2009). Atkins (1997) menjelaskan bahwa lingkungan belajar yang diciptakan dalam metode bukti dan sanggahan Lakatos memungkinkan siswa dapat mengekspresikan perasaan mereka, mendiskusikan pendapat mereka dan berdebat dengan guru dan teman sebaya tentang perasaan dan pandangan mereka (KARAKUS, F.; BÜTÜN, 2013). Mereka membuktikan dugaan itu, membantahnya dan mendiskusikannya bukti mereka, pendapat dan contoh. Partisipasi siswa dalam menyampaikan bukti dan sanggahan tersebut berdampak pada kemampuan berpikir kritis siswa karena siswa diajak untuk menganalisis suatu masalah dan mengambil kesimpulan yang tepat dari setiap contoh tandingan dan sanggahan yang dibuat.

2.4.3 Langkah umum pelaksanaan Metode Bukti dan Sanggahan

Dalam merancang aktivitas siswa dalam pembuktian dan sanggahan, perlu mengembangkan prinsip-prinsip desain masalah untuk mendorong aktivitas siswa: 1) Menggunakan masalah yang kondisinya secara sengaja ambigu dan dengan demikian memungkinkan terjadinya contoh tandingan; 2) Menyediakan alat yang meningkatkan produksi contoh tandingan; dan 3) Meningkatkan pengenalan siswa terhadap kontradiksi yang memfasilitasi mereka untuk merevisi dugaan/pernyataan dan/atau bukti (Komatsu & Jones, 2017)

Ketiga langkah tersebut dapat diwujudkan dalam langkah pembelajaran jarak jauh dengan menggunakan *zoom meeting* pada materi fungsi kuadrat sebagai berikut:

a) Mempersiapkan kelas

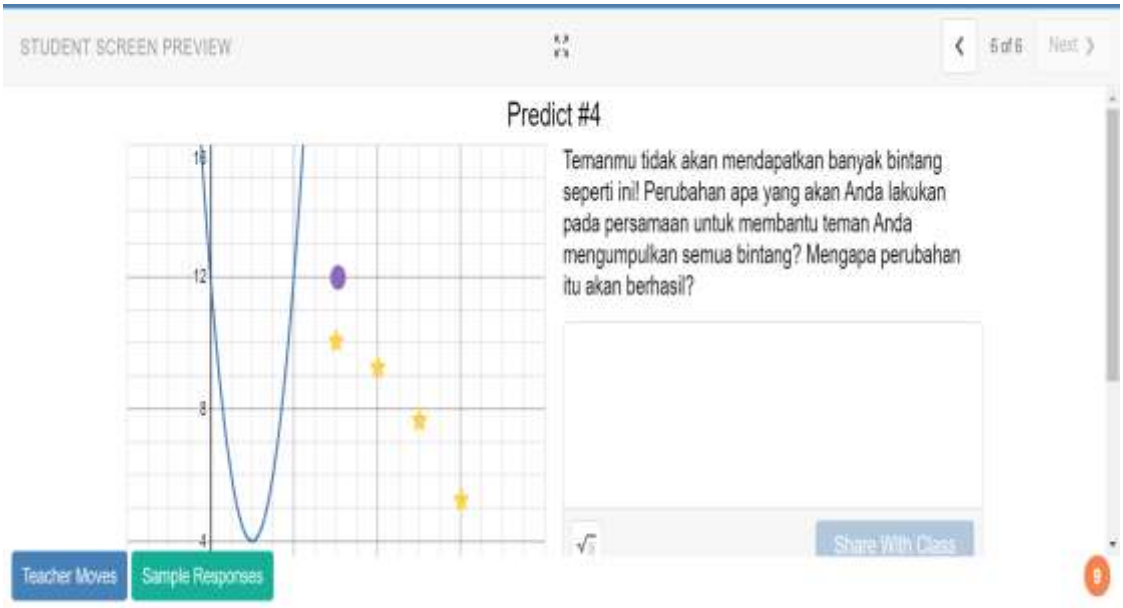
Guru mempersiapkan sarana dan prasarana pembelajaran yang diperlukan, misalnya buku siswa, LKS yang dibuat di *desmos*, alat peraga dan lain sebagainya.

Guru mempersiapkan pembagian kelompok diskusi, siswa dibagi dalam *breakout room*.

Guru menyampaikan kompetensi dasar yang akan dicapai dan metode belajar yang akan dilaksanakan.

b) Kegiatan pembelajaran.

Guru memberikan masalah tentang grafik fungsi kuadrat yang kondisinya secara sengaja *ambigu* dan dengan demikian memungkinkan terjadinya contoh tandingan. Masalah tersebut bisa diupload di LMS. Gambar. 2 merupakan salah satu contoh masalah ambigu yang disajikan dalam *desmos*. Masalah tersebut berupa *marbleslide*, siswa diminta untuk menentukan bentuk grafik fungsi kuadrat yang sesuai untuk mendapatkan bintang yang terbanyak.



Gambar 2. Contoh masalah yang diberikan guru

Guru memberi penjelasan secara singkat apabila ada siswa yang belum memahami masalah fungsi kuadrat yang diberikan. Guru tidak boleh menunjukkan penyelesaiaan, hanya boleh mengajukan pertanyaan pancingan.

Siswa secara kelompok dalam *breakout room* mendiskusikan masalah fungsi kuadrat tersebut. Siswa diberi waktu untuk diskusi dalam kelompok dan mencoba di tools di *desmos*.

Guru memberi kesempatan siswa untuk menyampaikan hasil diskusi di kelompok dan meminta kelompok lain untuk mengkritisi dan memberi sanggahan beserta bukti yang telah dibuat.

Guru membuat kesimpulan dari penyelesaian masalah tersebut bersama dengan siswa.

Metode bukti dan sanggahan yang dikembangkan oleh Lakatos ini dapat diterapkan dalam materi yang lain seperti materi geometri. Dalam materi geometri, metode bukti dan sanggahan dapat digunakan untuk membuktikan suatu permasalahan tertentu. Metode Lakatos ini sangat baik jika diterapkan dalam pembelajaran karena situasi di kelas akan aktif dan semua siswa dapat mengemukakan pendapatnya untuk mengkritisi masalah yang disajikan oleh guru.

3. Simpulan

Berdasarkan uraian diatas, Filosofi Matematika Imre Lakatos berpusat pada proses interaksi antara bukti dan sanggahan sehingga memungkinkan terjadi dialog. Penerapan metode bukti dan sanggahan yang dikemukakan oleh Imre Lakatos dalam pembelajaran memfasilitasi siswa untuk mengemukakan pendapat dan mengkritisi pendapat yang disampaikan oleh siswa lain. Hal ini juga memungkinkan siswa untuk mampu mengkonstruksi konsep matematika seperti yang disampaikan oleh Cirillo. Pembelajaran yang dirancang dengan proses dialog dan diskusi memungkinkan suasana pembelajaran yang menyenangkan sehingga siswa lebih bersemangat dalam belajar matematika. Dan ini juga bisa diterapkan atau

diimplementasikan dalam pembelajaran jarak jauh dengan menggunakan media, seperti *WhatsApp*, *Google Meet*, dan *Zoom* yang dilakukan secara *online*.

Daftar Pustaka

Alro, Helle and Skovsmose, O. (2003). *In, Learning Education, Mathematics*. KLUWER ACADEMIC PUBLISHERS.

Bohm, D. (1996). On Dialogue. In L. Nichol (Ed.), *On Dialogue*. Routledge. https://doi.org/10.4324/9780203180372

Cirillo, M. (2009). Challenges to Teaching Authentic Mathematical Proof in School Mathematics. *ICMI Study 19, 2007*, 130–135. http://udspace.udel.edu/handle/19716/17350

Hanna, G. (1995). Challenges to the Importance of Proof. *For the Learning of Mathematics*, *15*(3), 42–49.

KARAKUS, F.; BÜTÜN, M. (2013). Examining the Method of Proofs and Refutations in Pre-Service Teachers Education Examinando o Método de Provas e refutações na Educação de Professores Pré-serviço. *Bolema*, *27*(45), 215–232.

Komatsu, K., & Jones, K. (2017). Proofs and refutations in school mathematics: A task design in dynamic geometry environments. *Cerme 10, February*.

Lindfors, J. W. (1999). Children's inquiry: using language to make sense of the world. In *Choice Reviews Online* (Vol. 37, Issue 03). Teachers College Press. https://doi.org/10.5860/choice.37-1689

OECD. (2018). *PISA 2018 Results (Volume I): Vol. I*. PISA. https://doi.org/10.1787/5f07c754-en

Rudhito, M. A. (2020). *Filsafat Pendidikan Matematika Abad ke-21*. Deepublish.

Sari, W., Rifki, A. M., & Karmila, M. (2020). Pembelajaran Jarak Jauh Pada Masa Darurat Covid 19. *Jurnal MAPPESONA*, *1*, 12.

Siahaan, Y. L. O., & Meilani, R. I. (2019). Sistem Kompensasi dan Kepuasan Kerja Guru Tidak Tetap di Sebuah SMK Swasta di Indonesia. *Jurnal Pendidikan Manajemen Perkantoran*, *4*(2), 141. https://doi.org/10.17509/jpm.v4i2.18008

Siswono, T. Y. E. (2016). Berpikir Kritis dan Berpikir Kreatif sebagai Fokus Pembelajaran Matematika. *Seminar Nasional Matematika Dan Pendidikan Matematika (Senatik 1)*, 11–26.