PRISMA 5 (2022): 842-844
PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika
https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/
ISSN 2613-9189

Analisis Kombinatorik pada Hompimpa

Wafiq Fais

Universitas Negeri Semarang, Sekaran Gunungpati, Semarang 50229, Indonesia

**Alamat Surel: wafiqfais@students.unnes.ac.id*

Abstrak

Hompimpa adalah suatu cara yang digunakan oleh minimal tiga orang untuk memilih satu orang dalam permainan yang berkaitan dengan urutan bermain, sebagai contoh petak umpet dan*engklek*. Pada kasus ini, hompimpa memiliki aturan yang tidak keluar dari hompimpa dan kalah dalam *suite* terakhir dianggap kalah, cara mengeluarkan beberapa orang dari hompimpa hingga tersisa dua orang untuk melakukan *suite* adalah dengan memilih beberapa orang yang memperlihatkan telapak tangan atau punggung tangan dengan jumlah paling sedikit, setiap pengeluaran tersebut merupakan kejadian saling bebas, dan hompimpa dikatakan berhasil jika banyaknya orang yang memperlihatkan telapak tangan tidak sama dengan banyaknya orang yang memperlihatkan punggung tangan pada setiap pengeluaran. Analisis ini mengkaji banyaknya cara memilih satu orang yang kalah dalam hompimpa dan estimasi banyaknya hompimpa yang berhasil. Pada kasus ini banyaknya cara memilih satu orang yang kalah dihitung menggunakan konsep kombinasi dan aturan perkalian sehingga diperoleh rumus yang sama dengan permutasi yang melibatkan objek yang sama.Estimasi banyaknya hompimpa yang berhasil dimodelkan dengan melibatkan partisi bilangan, kemungkinan telapak tangan atau punggung tangan yang paling sedikit muncul pada setiap pengeluaran,dan binomial Newton.

Kata kunci:

Hompimpa, kombinasi, estimasi, partisi bilangan

1. Pendahuluan

Menurut Wikipedia, hompimpa adalah suatu cara yang digunakan oleh minimal tiga orang untuk menentukan siapa yang menang dan kalah, menentukan urutan bermain, atau membagi beberapa orang menjadi dua kelompok dengan memperlihatkan telapak tangan atau punggung tangan. Contoh permainan yang diawali dengan hompimpa untuk menentukan siapa yang mendapat giliran pertama atau untuk membagi beberapa orang menjadi dua kelompok adalah petak umpet, *engklek*, bentengan, dan lompat tali.Pada hompimpa terdapat dua aturan dalam penentuan pemenang, yaitu seseorang yang tidak keluar dalam hompimpa dan kalah ketika suite dianggap kalah dalam hompimpa, dan yang pertama kali keluar dari hompimpa dianggap kalah dalam hompimpa. Banyaknya cara memilih satu orang untuk kalah dalam hompimpa dapat dihitung dengan konsep kombinasi yang ada pada cabang ilmu matematika diskrit.

Matematika diskrit merupakan salah satu cabang pada ilmu matematika yang membahas tentang logika, enumerasi, bilangan bulat, kombinatorika, graf, dll (Rosen, 2012).Karena cakupan matematika diskrit sangat luas, matematika diskrit dapat digunakan untukmenghitungpeluangdiperolehnya Royal Flush, Full House, dll pada permainan Pinochle Poker (Wroughton&Nolan, 2012) dan menghitungbanyaknyakonfigurasi 8 *Queen* yang diletakkan pada papancaturberukuran8×8dengansyaratbidak-bidaktersebuttidaksalingmenyerang (White, 2018). Matematika diskrit jugamemilikicabangkajianyang menarik, yaitu*Game Theory*.*Game Theory*dapat digunakan untuk merumuskan strategi menyelesaikanpermainan*Hex Puzzle*(Hayward &Rijswijck, 2006) dan memprediksiseseorang yang akanmemenangkanpermainanNim(Aloklah, 2019).Dengan demikian, rumusan masalah dari penelitian ini adalahbagaimana matematika diskrit khususnya kombinatorika dapat diaplikasikan untuk mengkaji banyaknya cara memilih satu orang yang kalah dalam hompimpa dan estimasi banyaknya hompimpa yang berhasil dengan menggunakan konsep kombinasi, partisi bilangan, dan binomial Newton.

To cite this article:
Fais, W.(2022). Analisis Kombinatorik pada Hompimpa. *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika 5*, 842-844

Pada kajian ini, hompimpa yang berhasil didefinisikan sebagai hompimpa dengan syarat di mana banyaknya orang yang memperlihatkan telapak tangan tidak sama dengan banyaknya orang yang memperlihatkan punggung tangan pada setiap pengeluaran. Pengeluaran didefinisikan sebagai cara untuk memilih beberapa orang dengan memperhatikan banyaknya orang yang memperlihatkan telapak tangan dan punggung tangan. Jika banyaknya orang yang memperlihatkan telapak tangan lebih sedikit dari pada banyaknya orang yang memperlihatkan punggung tangan, maka orang-orang yang memperlihatkan telapak tangan akan dikeluarkan dari hompimpa, dan sebaliknya.Setiap pengeluaran ketika hompimpa sedang berlangsung hingga tersisa dua orang untuk melakukan *suite* merupakan kejadian saling bebas atau independen, sebab masing-masing pengeluaran tidak saling mempengaruhi satu sama lain. Kemudian, dua orang yang melakukan *suite* juga merupakan kejadian independen dan orang yang kalah dalam *suite* mengakibatkan orang tersebut kalah dalam hompimpa. Dari proses berjalannya hompimpa, banyaknya orang yang ikut hompimpa dapat disajikan sebagai partisi bilangan di mana partisi ini menyatakan banyaknya orang yang dikeluarkan di setiap pengeluaran.Estimasi banyaknya hompimpa yang berhasil akan dimodelkan dengan melibatkan kemungkinan telapak tangan atau punggung tangan yang paling sedikit muncul pada setiap pengeluaran. Untuk mempermudah penulisan, munculnya telapak tangan dinotasikan sebagai P (Putih), munculnya punggung tangan dinotasikan sebagai H (Hitam), dan *suite* dinotasikan sebagai S. Sebagai contoh, jika terdapat 5 orang yang akan melakukan hompimpa, maka salah satu partisi hompimpa yang berhasil adalah $2H + 1P + 2S$dan salah satu partisi hompimpa yang gagal adalah $1H + 2H + 2S$. Dengan demikian, tujuan penelitian ini adalah mengetahui banyaknya cara memilih satu orang yang kalah dalam hompimpa dan estimasi banyaknya hompimpa yang berhasil.

2. Pembahasan

Dengan memperhatikan aturan hompimpa yang sudah dipaparkan pada bagian pendahuluan, misalkan diberikan$n$ orang yang akan melakukan hompimpa dan$k_1, k_2, k_3, \dots, k_m$ berturut-turut adalah banyaknya orang yang dikeluarkan pada pengeluaran ke$-1,2,3,\dots,m$ hingga tersisa 2 orang untuk melakukan *suite*. Dengan demikian, $n - (k_1 + k_2 + k_3 + \cdots + k_m) = 2$. Karena memilih orang dalam hompimpa untuk dikeluarkan tidak memperhatikan urutan dan proses pengeluaran terjadi secara bertahap dari pengeluaran ke-1 hingga ke-m, maka banyaknya cara memilih satu orang yang kalah dalam hompimpa adalah

$$\binom{n}{k_1} \cdot \binom{n-k_1}{k_2} \cdot \binom{n-(k_1+k_2)}{k_3} \cdots \binom{n-(k_1+k_2+\cdots+k_{m-1})}{k_m} \cdot \binom{2}{1}.$$

Dengan menyederhanakan hasil di atas, diperoleh

$$\frac{n!}{k_1! \cdot k_2! \cdot k_3! \cdots k_m!}$$

di mana hasil ini sama seperti rumus permutasi yang melibatkan objek yang sama.

Ketika hompimpa sedang berlangsung hingga tersisa 2 orang untuk melakukan *suite*, pada pengeluaran ke$-1,2,3,\dots,m$ berturut-turut terdapat $k_1, k_2, k_3, \dots, k_m$ orang yang dikeluarkan dari hompimpa. Dengan demikian, n dapat disajikan dalam bentuk partisi bilangan

$$n = k_1 + k_2 + k_3 + \cdots + k_m + 2$$

dengan $k_1, k_2, k_3, \dots, k_m \geq 1$. Karena proses pengeluaran pada hompimpa memperhatikan urutan, maka dapat dibuat ilustrasi partisi hompimpa sebagai berikut.

$$n = \underbrace{1 + 1 + 1 + \cdots + 1}_{\text{sebanyak } n-2} + 2$$

$$n = 2 + \underbrace{1 + 1 + 1 + \cdots + 1}_{\text{sebanyak } n-4} + 2$$

$$n = 3 + \underbrace{1 + 1 + 1 + \cdots + 1}_{sebanyak\ n-5} + 2$$

Pada ilustrasi di atas terlihat bahwa setiap partisi hompimpa merupakan kejadian saling lepas dan banyaknya cara menghitung partisi hompimpa sama dengan banyaknya cara memilih tanda +untuk dihapus. Pada kasus ini, banyaknya tanda + sebelum tersisa 2 orang untuk melakukan *suite* paling banyak adalah $n - 3$. Dengan melibatkan kemungkinan setiap orang yang memperlihatkan telapak tangan atau punggung tangan (putih atau hitam), maka terdapat paling banyak 2^{n-2} kemungkinan.Dengan aturan perkalian dan aturan penjumlahan, maka banyaknya semua kemungkinan hompimpa yang terjadi adalah

$$\binom{n-3}{0}2^{n-2}+\binom{n-3}{1}2^{n-3}+\binom{n-3}{2}2^{n-4}+\cdots+\binom{n-3}{n-3}2^{n-2-(n-3)}$$
$$=\binom{n-3}{0}2^{n-2}+\binom{n-3}{1}2^{n-3}+\binom{n-3}{2}2^{n-4}+\cdots+\binom{n-3}{n-3}2$$
$$=2\left[\binom{n-3}{0}2^{n-3}+\binom{n-3}{1}2^{n-4}+\binom{n-3}{2}2^{n-5}+\cdots+\binom{n-3}{n-3}\right]$$
$$=2\sum_{l=0}^{n-3}\binom{n-3}{l}2^{n-3-l}\cdot 1^{l}$$
$$=2(1+2)^{n-3}$$
$$=2\cdot 3^{n-3}.$$

Karena pada hasil di atas terdapat hompimpa yang gagal, yaitu hompimpa pada pengeluaran ke$-i$, $1\le i\le n-2$, banyaknya orang yang memperlihatkan telapak tangan sama dengan banyaknya orang yang memperlihatkan punggung tangan, maka dapat disimpulkan bahwa banyaknya kemungkinan hompimpa yang berhasil tidak lebih dari $2\cdot 3^{n-3}$.

3. Simpulan

Diberikansebanyak $n$orang yang akan melakukan hompimpa. Misalkan $k_1,k_2,\dots,k_m$ berturut-turut adalah banyaknya orang yang dikeluarkan pada pengeluaran ke$-1,2,\dots,m$. Maka banyaknya cara memilih satu orang yang kalah dalam hompimpa dengan melalui pengeluaran $1,2,\dots,m$ adalah $\frac{n!}{k_1!k_2!\cdots k_m!}$.Dengan memperhatikan munculnya telapak tangan dan punggung tangan pada partisi hompimpa, maka banyaknya hompimpa yang berhasil tidak lebih dari $2\cdot 3^{n-3}$. Untuk penelitian berikutnya dapat membahas nilai eksak banyaknya hompimpa yang berhasil dengan memperhatikan batasan masalah pada kajian ini.

Daftar Pustaka

Wroughton, J. & Nolan, J. (2012). Pinochle Poker: an Activity for Counting and Probability. *Journal of Statistics Education*, *20*(2), 1-23.

White, J., C. (2018). A Mathematical Analysis of the Games of Chess. (*Selected Honors Thesis*). Southeastern University. Florida, Amerika Serikat.

Aloklah, K., S. (2019). Predicting the Winner in the Game of Nim. *Journal of Nature, Life, and Applied Sciences*, *3*(4), 103-109.

Rosen, K. H. (2012). *Discrete Mathematics and its Applications*. 7th edition, McGraw-Hill.

Hayward, R., B. &Rijswijck, J., V. (2006). Hex and Combinatorics. *Discrete Mathematics, 306, 2515-2528.*

Wikipedia. 2021. Hompimpa. (*online*). (https://id.wikipedia.org/wiki/Hompimpa, diakses 20 September 2021).