PRISMA 4 (2021): 657-666
PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika
https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/
ISSN 2613-9189

Analisis Penentuan Proporsi Portofolio Optimal pada Program Kuadratik dengan Menggunakan Metode Wolfe

R. H. Putri[a*], Sudarwanto[b], E. D. Wiraningsih[a,b]

[a,b] *Universitas Negeri Jakarta, Jl. R.Mangun Muka Raya No.11, Kec. Pulo Gadung, Kota Jakarta Timur, Daerah Khusus Ibukota Jakarta 13220, Indonesia*

**Alamat Surel:* *RidhaHastiPutri_3125153116@mhs.unj.ac.id* , *sudarwanto@unj.ac.id*, , *eti_dwi@unj.ac.id*

Abstrak

Investasi saham merupakan salah satu investasi yang tengah banyak diminati. Pembentukan portofolio saham merupakan sesuatu yang dilakukan untuk meningkatkan nilai return serta meminimumkan risiko. Pembentukan portofolio saham mem- butuhkan teori Markowitz. Teori Markowitz berkaitan dengan nilai return, expected return dan varians yang diproses dari dari data harga penutupan saham mingguan. Dalam penelitian ini, data yang diambil merupakan dua sampel saham yang memiliki nilai expected return terbaik yang tergabung dalam indeks INFOBANK15, yakni saham Bank Pan Indonesia (PNBN) dan Bank Central Asia Tbk (BBCA) untuk periode 1 Januari 2019 sampai dengan 31 Desember 2019. Selanjutnya, nilai return, expected return dan varians yang diperoleh dibentuk menjadi permasalahan pemrograman kuadratik menggunakan teori portofolio optimal. Pemrograman kuadratik yang berbentuk fungsi tujuan dan fungsi kendala selanjutnya disesuaikan dengan kondisi Karush Kuhn Tucker. Sehingga, dapat dibentuk kondisi baru dengan menambahkan artifcial variable kemudian diselesaikan dengan menggunakan metode Wolfe. Hasil akhir yang didapat berbentuk desimal yang merupakan presentase bagian saham yang diinvestasikan, yakni sebesar 23,57% untuk saham Bank Pan Indonesia (PNBN) dan 76,4% untuk saham bank Bank Central Asia Tbk (BBCA) dengan ekspektasi nilai pengembalian dana investasi selama satu tahun sebesar 52%.

Kata kunci:
Teori Markowitz, Portofolio saham, Portofolio optimal, Program Kuadratik, Kondisi Karush Kuhn Tucker, Metode Wolfe.

1. Pendahuluan

Investasi saham merupakan salah satu jenis investasi yang dapat memberikan pengembalian cukup tinggi dengan sejumlah risiko tertentu. Investor yang melakukan investasi saham biasanya tidak akan menginvestasikan modalnya hanya pada satu saham tertentu , melainkan dalam beberapa saham yang memiliki kriteria tertentu dan diprediksi akan memberikan keuntungan. Gabungan dari beberapa saham yang dimiliki oleh investor biasa disebut dengan portofolio saham. Pemilihan portofolio saham harus dilakukan dengan optimal agar mendapatkan jumlah *return* maksimum, namun dengan mempertimbangan risiko seminim mungkin. Salah satu bidang matematika yang dapat dipakai untuk memodelkan pembentukan portofolio saham ialah metode pemrograman kuadratik. Adapun penelitian sebelumnya yang telah membahas mengenai pemilihan portofolio saham dengan menggunakan metode pemrograman kuadratik ialah (Novena, 2014) yang membahas mengenai ”*Aplikasi Metode Kuhn-Tucker untuk Menentukan Portofolio Optimal.* Berangkat dari hal tersebut, maka selanjutnya akan dibahas lebih detail dengan memberikan contoh serta studi kasus mengenai aplikasi metode *Wolfe* yang merupakan salah satu metode optimasi nonlinear pada model permasalahan pemrograman kuadratik untuk diterapkan sebagai model pemilihan portofolio optimal.

2. Metode

2.1. Return

Return atau pendapatan maksimum dari sebuah investasi merupakan tujuan setiap investor. Menurut Mamduh M. Hanafi, *return* atau pendapatan saham merupakan perubahan nilai harga saham periode sekarang (t) dengan periode sebelumnya ($t-1$), dimana perubahan harga saham berbanding lurus

To cite this article:
Putri, R. H., Sudarwanto, & Wiraningsih, E.D. (2022). Analisis Penentuan Proporsi Portofolio Optimal pada Program Kuadratik dengan Menggunakan Metode Wolfe. *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika* , 657-666

dengan *return* saham yang dihasilkan. *Return* terbagi menjadi dua jenis yaitu realisasi pengembalian (*realized return*) dan ekspektasi pengembalian (*expected return*). *Realized return* sendiriadalah *return* yang telah terjadi dan dihitung berdasarkan data historis. Nilai *Realized return* biasa dipakai sebagai dasar pengukuran kinerja perusahaan, serta sebagai dasar penentuan *expected return* dan risiko di masa mendatang. Sedangkan *expected return* merupakan nilai *return* yang diharapkan terjadi dimasa mendatang dan bersifat tidak pasti (belum terjadi).

Return dan *expected return* saham biasa dihitung berdasarkan data historis harga penutupannya dengan bentuk sebagai berikut (Jogiyanto, 2017):

$$\mathrm{R_i} = \frac{P_{i(t+1)} - P_{i(t)}}{P_{i(t)}}$$

$$\mathrm{E(R_i)} = \frac{\sum_{\mathrm{t=1}}^{\mathrm{n}} \mathrm{R_{i(t)}}}{n}$$

R_i : *Return* saham i
$P_{i(t)}$: Harga penutupan saham i pada periode t (sebelumnya)
$P_{i(t+1)}$: Harga penutupan saham i pada periode t+1 (sekarang)
$E(R_i)$: *Expected return* saham i
$R_{i(t)}$:*Return* saham i pada periode t
n : Banyaknya periode *return*
i : Index saham
t : Periode saham

2.2. Risiko

Risiko adalah konsekuensi yang mungkin terjadi akibat sebuah proses yang sedang berlangsung maupun kejadian yang akan datang. Risiko cukup erat kaitannya dengan ketidakpastian. Ketidakpastian yang mengarah pada keuntungan biasa disebut dengan peluang (*opportunity*), sedangkan yang sifatnya dapat menimbulkan kerugian dikenal dengan risiko (*risk*). Menurut Husnan (2003) ukuran penyebaran distribusi dapat dipakai untuk mengetahui ukuran risiko dengan mengukur seberapa jauh kemungkinan nilai yang diperoleh akan menyimpang dari nilai yang diharapkan. Dengan demikian, risiko portofolio akan dipengaruhi oleh rata-rata tertimbang atas masing-masing risiko aset individual, nilai kekuatan serta arah hubungan linier antar aset (varians dan kovarian) yang membentuk portofolio tersebut. Jika jumlah aset ditambah, maka varians akan semakin kecil dan nilainya akan menjadi nol bila jumlah aset pembentuk portofolio berjumlah tak terhingga.

Varians dan kovarian saham dapat dirumuskan sebagai berikut (Jogiyanto, 2017):

$$\sigma_{\mathrm{i}}^2 = \frac{\sum_{t=1}^{n}[R_{it} - E(R_i)]^2}{n-1}$$

$$\sigma_{ij} = \frac{\sum_{\mathrm{t=1}}^{\mathrm{n}}[R_{it} - E(R_i)][R_{jt} - E(R_j)]}{n-1}$$

σ_i^2 : Nilai varians saham i
σ_{ij} : Nilai kovarian saham i dan j
R_j : *Return* saham j pada periode t
$E(R_j)$: *Expected return* saham j

2.3. Portofolio Optimal

Sebuah portofolio akan dapat dikatakan optimal ketika memiliki kombinasi nilai *expected return* maksimum dan risiko seminimum mungkin. Apabila mengacu pada model Frederick yang menyatakan bahwa portofolio optimal merupakan portofolio yang bertujuan untuk memaksimumkan *expected return* dengan tingkat risiko tertentu, maka akan didapat model sebagai berikut (Hillier, Gerald, & Lieberman, 2001):

$$\text{Maksimum } \mathrm{E(Rp)} - \alpha\sigma_{\mathrm{p}}^2$$

dengan kendala:

$$\sum_{i=1}^{m} x_i \leq 1$$
$$x \geq 0$$

dengan nilai α sebagai suatu parameter konstanta tak negatif yang dapat menunjukkan tingkat ukuran risiko yang diinginkan investor terhadap jumlah *expected return* nya dimana $0 \leq \alpha \leq 1$ Untuk nilai $\alpha = 0$ artinya risiko diabaikan dan apabila nilai α bertambah besar maka tingkat risiko juga semakin dipertimbangkan.

2.4. Pemrograman Kuadratik

Pemrograman kuadratik (*Quadratic Programming*) merupakan salah satu metode pendekatan untuk menyelesaikan permasalahan pemrograman nonlinear berkendala. Dalam pemrograman kuadratik, fungsi tujuan akan berbentuk nonlinear yang melibatkan variabel kuadrat sedangkan fungsi kendalanya akan berbentuk pertidaksamaan linear. Bentuk umum dari pemrograman kuadratikadalah sebagai berikut (Peressini, Sullivan, & Uhl, 1988):

$$f(x) = c^T x + \frac{1}{2} x^T Q x + d$$

dengan kendala:

$$Ax \leq b$$
$$x \geq 0$$

2.5. Kondisi Karush Kuhn Tucker

Kondisi *Karush Kuhn Tucker* (KKT) merupakan suatu kondisi yang diperlukan untuk menyelesaikan permasalahan pemrograman nonlinear dan menjadi syarat cukup bagi permasalahan pemrograman kuadratik. Pada tahun 2001, Hillier pernah menyatakan bahwa dalam permasalahan berkendala, maka kon-disi *Karush Kuhn Tucker* merupakan syarat perlu keoptimalan, dan akan men-jadi syarat cukup jika fungsi tujuannya merupakan fungsi konkaf dan fungsi kendalanya berupa fungsi konveks. Pada kasus permasalahan pemrograman kuadratik, kondisi ini akan menghasilkan fungsi linear baru yang merupakan hasil derivatif dari fungsi kuadrat. Sehingga, apabila kondisi *Karush Kuhn Tucker* (KKT) terpenuhi maka metode ini akan menghasilkan solusi optimal untuk setiap nilai x dengan cara mengubah permasalahan nonlinear menjadi permasalahan linear.

Terpenuhi kondisi KKT dari suatu permasalahan pemrograman nonlinear akan terjadi apabila masalah tersebut memenuhi beberapa syarat berikut (Hillier, Gerald, & Lieberman, 2001):

- $\frac{\partial f(x)}{\partial x_i} - \sum_{j=1}^{m} \lambda_j \frac{\partial g_j(x)}{\partial x_i} + s_i = 0$
- $\lambda_j \left[b_j - g_j(x) \right] = 0$
- $x_i \left[\frac{\partial f(x)}{\partial x_i} - \sum_{j=1}^{m} \lambda_j \frac{\partial g_j(x)}{\partial x_i} \right] = 0$
- $\lambda_j \geq 0$
- $s_i \geq 0$

dimana s_i merupakan variabel *slack*.

2.6. Metode Wolfe

Metode *Wolfe* merupakan sebuah metode yang dapat menyelesaikan permasalahan pemrograman kuadratik. Metode ini memerlukan kondisi *Karush Kuhn Tucker* sebagai syarat untuk membentuk fungsi tujuan baru yang linear kemudian diminimumkan dengan menggunakan fase 1 pada metode simpleks dua fase. Proses metode *Wolfe* akan dimulai dengan menambahkan variabel buatan(*artificial variable*) w_i pada hasil persamaan yang didapatkan dari kondisi*Karush Kuhn Tucker*. Selanjutnya variabel buatan (*artificial variabel*) tersebut akan diminimumkan sebagai fungsi tujuan baru, sebagai berikut (Mitradjieva, 2007):

$$\text{Minimum} \quad W = w_1 + w_2 + \ldots + w_n$$

Sedangkan fungsi kendalanya merupakan hasil persamaan yang telah didapatkan dari persamaan pada kondisi *Karush Kuhn Tucker*. Sehingga nantinya permasalahan tersebut dapat dibentuk ke dalam tabel simpleks :

Tabel 1. Tabel metode *Wolfe*

	c_i	c_1	c_2	c_3	c_4	c_n		
c_j^*	v_j^*/v_i	x_i	λ_j	s_j	s'_j	w_i	b_j	r_j
c_1^*	x_1^*	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{1n}	b_1	r1
c_2^*	x_2^*	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{24}	a_{2n}	b_2	r_2
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
c_m^*	x_m^*	a_{m1}	a_{m2}	a_{m3}	a_{m4}	a_{mn}	b_m	r_m
	z_i	z_1	z_2	z_3	z_4	z_n		
	$z_i - c_i$	$z_1 - c_1$	$z_2 - c_2$	$z_3 - c_3$	$z_4 - c_4$	$z_n - c_n$		
	ψ_i	ψ_1	ψ_2	ψ_3	ψ_4	ψ_n		

dimana pemilihan kolom kuncinya akan berbeda dari fase 1 pada metode simpleks dua fase karena pada metode ini, kolom yang akan dipilih ialah yang memiliki nilai ψ terbesar. Sedangkan untuk pemilihan baris kunci, variabel kunci dan iterasi tabelnya akan sama dengan fase 1 pada metode simpleks duafase.

Untuk menjamin bahwa solusi akhir (dengan variabel buatan sama dengan nol) memenuhi kondisi *complementary slackness*, maka metode *Wolfe* memodifikasi pilihan variabel simpleks yang masuk, dengan cara:

1. Tidak diperbolehkan e_j dari kendala ke-j dan x_i kedua-duanya sebagai variabel basis;
2. Tidak diperbolehkan variabel *slack* atau *excess* dari kendala ke-j dan λ_j kedua-duanya sebagai variabel basis

Syarat basis di atas bersesuaian dengan *complementary slackness* dari pem- rograman kuadartik. Jadi, apabila simpleks dikerjakan dengan cara biasa tan-pa menggunakan syarat basis di atas, maka pada hasil tabel optimal akan ada *complementary slackness* yang tidak terpenuhi.

3. Hasil dan Pembahasan

Pembentukan model portofolio selanjutnya akan menggunakan teori portofolio Harry M. Markowitz dengan mencari nilai *return*, *expected return* serta nilai varians dan kovarian dari data harga penutupan saham mingguan yang tergabung dalam indeks INFOBANK15. Data harga penutupan saham mingguan yang akan dipakai dimulai dari periode 1 Januari 2019 sampai dengan 31 Desember 2019 yang diambil dari situs https://finance.yahoo.com. Indeks ini dipilih karena bidang perbankan merupakan salah satu bidang yang potensial dan sering dipilih oleh investor sebagai tempat menanamkan modal serta memiliki faktor fundamental yang baik dengan likuiditas perdagangan yang tinggi dan stabil.

Selanjutnya sesuai dengan subbab 2.1, maka nilai *return* dan *expected return* akan didapat sebagai berikut:

Tabel 2. Tabel *return* dan *expected return* saham-saham yang tergabung dalam indeks INFOBANK15 periode 1 Januari 2019 sampai 31 Desember 2019

Return	AGRO	BBCA	BBNI	BMRI	BBRI	BBTN	BDMN	BJBR	BJTM	BNGA	BSIM	BTPN	MCOR	NISP	PNBN
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0.006289	-0.00857	0	0.036986	0.035371	0.037553	0.015373	0.014134	0.00761	-0.01381	-0.00909	0.033994	0.0965517	0.016949	0.162679
3	0.065625	0.066347	0.03946	0.013006	0.002733	0.011194	0.012063	0.02887	0.013595	0.036415	0.009174	0.008219	0.0062893	0.016667	0.037037
4	-0.03812	-0.009019	-0.01354	-0.08008	-0.00518	-0.04354	0.0928	0.036768	0.020864	-0.00811	-0.01818	0.029891	0.05625	-0.01639	0.051587
5	0.021341	0.000884	0.002701	0.024317	0.031781	0.041667	0	-0.01773	0	0.021798	0.055556	0	-0.0118343	0.038889	0.083019
6	0.047761	-0.000884	-0.00819	0.037505	-0.0077	-0.04	0.002782	-0.03183	0.020438	0.073778	-0.07018	0.023747	-0.005988	-0.01604	-0.05226
7	-0.04558	-0.002727	-0.00837	-0.0459	-0.00776	-0.03395	0.002775	-0.0422	-0.04006	0.024007	0.056604	-0.04639	-0.0240964	-0.03261	0.150735
8	0.023881	0.00181	-0.0194	-0.00355	0.031284	-0.01158	-0.00277	0.029201	-0.00745	-0.02344	0.053571	0	0.0123457	0.011236	0.019169
9	-0.02915	0.008187	0.016989	-0.02065	-0.0204	-0.05535	-0.1475	-0.03285	-0.02703	-0.0207	0	-0.02432	-0.0060976	0.016667	-0.04389
10	-0.01201	-0.005414	-0.03078	-0.03519	-0.00507	-0.05004	-0.03216	-0.01956	-0.05093	-0.0448	-0.01695	0.01385	-0.0184049	-0.01639	-0.01967
11	-0.0152	0.008165	0.077913	0.036473	0.036222	0.061684	0.036454	0.019948	-0.01463	-0.03451	-0.0431	-0.0082	0	0	-0.02341

12	0	-0.01711	-0.0161	0.010615	0.002589	0	0.140688	-0.02007	-0.00825	-0.01375	0	0.016529	-0.03125	-0.01111	-0.03425
13	-0.02469	0.00824	0.027159	0.045324	0.034866	-0.01272	0.053135	0.010504	0.008319	-0.02695	0.009009	-0.02168	0	0.016854	-0.02837
14	-0.00633	-0.003608	0.002709	0	0.024208	-0.02105	0.01599	-0.00104	0.029703	0.018147	-0.03571	0.00277	-0.0129032	-0.01105	-0.03285
15	0.038217	0.004544	0.01848	-0.0201	0.023392	0.047389	0.04211	0.020812	0.008013	-0.03189	0.027778	0.013812	-0.0065359	0.005587	-0.0566
16	0	0.02181	0.002547	0.054502	0.020714	0.065354	-0.1352	-0.01937	0	0.00969	0.009009	-0.00272	0	-0.01667	0.04
17	-0.01227	0.010654	-0.00519	0.003197	-0.02239	-0.02674	0.058997	-0.00988	0.014308	-0.0144	0.026786	0.019126	-0.0065789	0.011299	0.003846
18	-0.01242	-0.002386	-0.07788	-0.03213	-0.02553	-0.05939	-0.38719	-0.05039	-0.02194	0.00779	-0.01739	-0.0134	-0.0198675	-0.00559	-0.03448
19	-0.07547	-0.001785	-0.04223	0	-0.03061	-0.02921	-0.08636	-0.0785	-0.08974	0.014493	-0.00885	-0.00272	-0.0337838	-0.01685	-0.02381
20	-0.09524	-0.040986	-0.00891	-0.03992	-0.08538	0.008407	-0.0408	-0.05519	0.073944	-0.05238	0.008929	-0.0327	-0.1538462	-0.04571	-0.04878
21	0.045113	0.056685	0.032697	0.069306	0.045291	0.055726	-0.00415	0.11746	0.032787	-0.01508	0	0.022535	0.231405	0.065868	0.008547
22	0.014388	0.023752	-0.0113	0.025658	0.083223	0.004156	-0.03542	-0.09375	-0.01587	-0.02551	-0.00885	0.011019	0.0201342	0.005618	0.059322
23	0.014184	0.010308	0.032738	0.022801	0.031707	0.067881	0.032397	0.018809	0.008065	0.015707	-0.00893	-0.0109	0	0	-0.004
24	-0.02797	-0.014468	-0.02594	-0.00637	-0.00709	0	-0.11088	0.630769	-0.016	0.092784	0.018018	-0.00826	-0.0197368	-0.03352	-0.02811
25	0.05036	0.013814	0.050296	0.022436	0.02619	0.042636	0.108235	-0.00566	0	0.061321	0.044248	-0.00278	-0.0067114	0.028902	0.008264
26	0.006849	0.019568	0.056338	0.003135	0.025522	-0.0632	0.012739	-0.35674	0.04065	0	0.042373	0.002786	-0.027027	0	0.040984
27	0.027211	-0.018355	-0.04267	-0.01563	-0.00452	-0.03968	-0.03145	-0.00885	0	-0.04889	0.00813	0	-0.0138889	0	0.023622
28	0.033113	0.03825	0.022284	0.034921	0.029545	0.020661	-0.00216	-0.0119	0.007813	0.023364	-0.02419	-0.01667	0.0070423	0.005618	0.1
29	-0.05769	0.030301	-0.03542	-0.04601	-0.00662	-0.01215	0.100868	-0.01205	-0.02326	0.041096	0	-0.0678	-0.027972	-0.01676	-0.03846
30	-0.04762	-0.015885	-0.0565	0.003215	-0.00889	-0.02049	0.009852	-0.02439	0	-0.05702	-0.01653	0.00303	-0.0071942	-0.00568	0
31	-0.04286	-0.030695	-0.0509	-0.04808	-0.0426	-0.05858	-0.06537	-0.05625	-0.00794	-0.03256	0.07563	-0.03625	0	-0.01143	-0.00364
32	0.007463	0.006654	0	-0.00337	0.007026	0.022222	0.043841	0.006623	-0.008	0.033654	-0.04688	-0.00313	-0.0434783	0.011561	0
33	-0.06667	-0.013254	-0.00631	-0.00676	-0.02791	0.004348	0.035	0	0.008065	0.004651	-0.0082	0.084906	0.3181818	-0.00571	0.043796
34	0.02381	0.00505	-0.04762	-0.04082	-0.02632	-0.06926	-0.02899	0	0.016	0	-0.06612	-0.02029	-0.1666667	0.005747	0.048951
35	-0.0155	0.001675	0.016667	0.01773	0.036855	-0.06512	-0.04677	0.006579	0	-0.05093	0.061947	-0.02663	-0.0482759	-0.02857	-0.1
36	-0.04724	0.005818	-0.00984	-0.02787	-0.01185	0.034826	-0.02923	0.039216	0	-0.02927	0.016667	-0.00304	0.0362319	0.011765	0.022222
37	-0.00826	-0.004954	0.016556	0.003584	0.004796	0.033654	0.012903	0.028302	0.023622	0.025126	-0.04098	0.006098	-0.006993	-0.01744	-0.03623
38	-0.01667	0.003308	-0.01303	0	-0.00239	0.046512	-0.00637	-0.01835	-0.00769	-0.01471	-0.01709	-0.00303	-0.0211268	0.011834	0.007519
39	-0.07627	0.007493	-0.0297	-0.00357	-0.01435	-0.12889	0.014957	-0.02181	-0.0155	0	0.052174	-0.01216	-0.0359712	-0.0117	-0.00373
40	-0.05505	0	-0.09184	-0.08961	-0.0534	-0.07398	-0.03579	0.079618	0	-0.0398	-0.01653	-0.04	0	0	-0.12734
41	0	0.021419	0.037453	0.03937	0.005128	0.049587	-0.00437	-0.02655	0.007874	0.005181	-0.02521	0.022436	-0.0298507	0	0.081545
42	0.058252	0.003204	0.064982	0.030303	0.05102	0.007874	0.008772	0.115152	0.054688	0.025773	-0.05172	-0.01881	0.1538462	0	0.007937
43	0.027523	-0.002387	0.054237	0.029412	0.026699	0.039063	-0.03913	0.008152	0.014815	0.01005	0.009091	0.038339	-0.0666667	0	0.003937
44	-0.07143	0.011285	-0.01929	-0.01786	-0.01655	-0.09273	-0.02941	0.008086	0	-0.01493	0.036036	-0.02154	-0.0285714	-0.00592	0.039216
45	-0.08654	0.003165	-0.00984	0.025455	-0.03846	0.030387	-0.0373	-0.16578	0.036496	-0.0303	-0.03478	0.006289	-0.0147059	-0.00595	-0.01887
46	0.005263	-0.003155	-0.01656	-0.01064	0.03	0.029491	-0.04358	0.022436	-0.00704	-0.32813	-0.01802	0	-0.0074627	-0.01198	-0.07308
47	-0.17801	0	0.010101	0	0.002427	0.083333	-0.03544	-0.02508	-0.03546	0.44186	0.055046	-0.01875	0.0150376	-0.01212	-0.00415
48	-0.07643	0.023884	0.006667	0.017921	0.01937	0.043269	-0.01312	0.012862	-0.02206	0.021505	0.026087	0.006369	-0.0444444	0.06135	0.0125
49	0.158621	-0.004653	0.003311	0.021127	-0.00713	0.009217	0.007979	-0.05397	0.022556	-0.01053	-0.0678	0.025316	0.0077519	-0.02312	-0.01646
50	0.017857	-0.002322	0.016502	0.013793	0.035885	-0.0137	0.118734	-0.07718	0	0.026596	0.009091	-0.02469	0.0076923	0	0.079498
51	0.204678	0.04717	0.029221	0.05102	0.027714	-0.01852	-0.0283	-0.01455	0	-0.00518	-0.04505	0.044304	0	0.011834	0.011628
52	-0.03883	0.003754	-0.00946	-0.00647	-0.01124	0	-0.04126	-0.12546	0.007353	0.005208	0.103774	-0.01515	-0.0152672	-0.0117	0.022989
53	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
TOTAL	**-0.38174**	**0.264584**	**-0.06879**	**0.092551**	**0.242234**	**-0.14179**	**-0.52101**	**-0.22261**	**0.058721**	**0.052435**	**0.098399**	**-0.06665**	**0.0055618**	**-0.03577**	**0.318105**
E(Ri)	**-0.0072**	**0.004992**	**-0.0013**	**0.001746**	**0.00457**	**-0.00268**	**-0.00983**	**-0.0042**	**0.001108**	**0.000989**	**0.001857**	**-0.00126**	**0.0001049**	**-0.00067**	**0.006002**

Pada perhitungan selanjutnya, yakni pada metode *Wolfe* akan digunakan metode manual. Sehingga, hanya akan diambil 2 sample saham yang memiliki nilai *expected return* tertinggi, yakni saham Bank Pan Indonesia (PNBN) dengan nilai $E(R_{PNBN})$ = 0,006002 dan Bank Central Asia Tbk (BBCA) dengan nilai $E(R_{BBCA})$ = 0, 004992 yang selanjutnya akan ditentukan nilai proporsinya.

Selanjutnya, sesuai dengan subbab 2.2, maka akan didapatkan nilai varians dan kovarian dari saham bank PNBN ialah sebesar 0,00285 dan nilai resiko untuk saham bank BCA ialah 0,000356 dengan nilai kovarian antara saham bank PNBN dan BCA ialah sebesar 0,000193 dimana hal tersebut menyatakan bahwa kedua saham bergerak secara positif secara bersamaan.

Pembentukan model portofolio akan sesuai dengan subbab 2.3, yakni dengan menggunakan model Frederick S. (2001), dengan x^* sebagai variable keputusan. Maka dari itu, akan dinyatakan bahwa variable x_1 adalah besarnya proporsi saham yang akan diinvestasikan pada saham Bank Pan Indonesia (PNBN), sedangkan variable x_2 akan dinyatakan sebagai besarnya proporsi saham yang akan diinvestasikan pada Bank Central Asia Tbk (BBCA). Sehingg, akan didapatkan bentuk model sebagai berikut:

$$\text{Maksimum } f(x) = \mathrm{E(R_p)} - \alpha\sigma_p^2$$

dimana

$$f(x) = -0{,}00285x_1^2 - 0{,}00356x_2^2 - 0{,}000386x_1x_2 + 0{,}006002x_1 + 0{,}004992x_2$$

dan fungsi kendala:

$$x_1 + x_2 \leq 1$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

dengan pertimbangan bahwa α=1 karena investor merupakan seorang pemula yang sangat mempertimbangkan faktor risiko.

Model yang telah didapat sebelumnya telah sesuai dengan bentuk model pemrograman kuadratik dan akan disesuaikan dengan kondisi *Karush Kuhn Tucker* yang merupakan syarat dari metode *Wolfe.* Sehingga, didapatkan bentuk:

1. $\frac{\partial f(x)}{\partial x_i} - \sum_{j=1}^{m} \lambda_j \frac{\partial g_j(x)}{\partial x_i} + s_i = 0$
   Untuk i = 1, $-0{,}0057x_1 - 0{,}000386x_2 + 0{,}006002 - \lambda_1 + s_1$
   Untuk i = 2, $-0{,}000712x_2 - 0{,}000386x_1 + 0{,}004992 - \lambda_1 + s_2$

2. $\lambda_j[b_j - g_j(x)] = 0$
   $\lambda_1[1 - (x_1 + x_2)] = 0$

3. $x_i\left[\frac{\partial f(x)}{\partial x_i} - \sum_{j=1}^{m} \lambda_j \frac{\partial g_j(x)}{\partial x_i}\right] = 0$
   Untuk i = 1, $x_1[-0{,}0057x_1 - 0{,}000386x_2 + 0{,}006002 - \lambda_1]$
   Untuk i = 2, $x_2[-0{,}000712x_2 - 0{,}000386x_1 + 0{,}004992 - \lambda_1]$

4. $\lambda_j \geq 0$
   $\lambda_1 \geq 0$

5. $s_i \geq 0$
   $s_1, s_2 \geq 0$

Selanjutnya, berdasarkan kondisi 1 dan 3 *Karush Kuhn Tucker* akan didapatkan kondisi *complementary slackness*

$$s_1x_1 = 0$$
$$s_2x_2 = 0$$

dan dari kondisi 2 akan didapatkan bentuk lain, yakni

$$x_1 + x_2 + s_1' = 1$$

Sehingga, didapat kondisi *complementary slackness*

$$\lambda_1 s_1' = 0$$

Proses metode *Wolfe* akan dimulai dengan menambahkan variabel buatan (*artificial variable*) w_i pada hasil persamaan yang didapatkan dari kondisi *Karush Kuhn Tuck* . Namun, sebelum membentuk fungsi tujuan baru, terlebih dahulu akan ditambahkan *artificial variable* w_i untuk setiap kondisi *Karush Kuhn Tucker* yang belum memiliki varibel basis.

$$-0{,}0057x_1 - 0{,}000386x_2 + 0{,}006002 - \lambda_1 + s_1 + w_1 = 0$$
$$-0{,}000712x_2 - 0{,}000386x_1 + 0{,}004992 - \lambda_1 + s_2 + w_2 = 0$$

Maka, akan dibentuk fungsi linear baru dengan fungsi tujuan:

$$Minimum\ w_1 + w_2$$

dengan kendala:

$$0{,}0057x_1 + 0{,}000386x_2 + \lambda_1 - s_1 - w_1 = 0{,}006002$$
$$0{,}000712x_2 + 0{,}000386x_1 + \lambda_1 - s_2 - w_2 = 0{,}004992$$
$$x_1 + x_2 + s_1' = 1$$

dan semua variable non negatif.

Selanjutnya, permasalahan di atas akan dibentuk ke dalam tabel simpleks (metode *Wolfe*), sebagai berikut:

Tabel 3. Tabel Wolfe awal

	c_i	0	0	0	0	0	1	1	0	
c_j	v_j^*/v_i	x_1	x_2	λ_1	s_1	s_2	w_1	w_2	s_1'	b_j
1	w_1^*	0,0057	0,000386	1	-1	0	1	0	0	0,006002
1	w_2^*	0,000386	0,000712	1	0	-1	0	1	0	0,004992
0	$s_1'^*$	1	1	0	0	0	0	0	1	1
	z_i	0,006086	0,001098	2	-1	-1	1	1	0	
	$z_i - c_i$	0,006086	0,001098	2	-1	-1	0	0	0	
	Ψ_i	1,006086	1,001098	2	-1	-1	1	1	0	

Pada tabel ini kolom λ_1 akan menjadi kolom kunci dan selanjutnya akan dicari baris kunci dengan cara mencari nilai ratio (nilai kolom b_i dibagi oleh nilai kolom kunci tiap baris) dari masing-masing baris. Sehingga didapat tabel berikutnya ialah:

Tabel 4. Tabel Wolfe awal dengan variabel basis

	c_i	0	0	0	0	0	1	1	0		
c_j	v_j^*/v_i	x_1	x_2	λ_1	s_1	s_2	w_1	w_2	s_1'	b_j	r_j
1	w_1^*	0,0057	0,000386	1	-1	0	1	0	0	0,006002	0,006002
1	w_2^*	0,000386	0,000712	**1**	0	-1	0	1	0	0,004992	0,004992
0	$s_1'^*$	1	1	0	0	0	0	0	1	1	
	z_i	0,006086	0,001098	2	-1	-1	1	1	0		
	$z_i - c_i$	0,006086	0,001098	2	-1	-1	0	0	0		
	Ψ_i	1,006086	1,001098	2	-1	-1	1	1	0		

Setelah kolom λ_1 terpilih menjadi kolom kunci, selanjutnya baris w_2^* akan menjadi baris kunci karena memiliki nilai ratio positif terkecil. Sehingga meng-akibatkan nilai yang ada pada perpotongan antara λ_1 dan w_2^* akan menjadi variabel basis. Selanjutnya akan dilakukan iterasi, sehingga didapatkan tabel sebagai berikut :

Tabel 5. Tabel Wolfe hasil iterasi pertama

	c_i	0	0	0	0	0	1	1	0	
c_j	v_j^*/v_i	x_1	x_2	λ_1	s_1	s_2	w_1	w_2	s_1'	b_j
1	w_1^*	0,005314	-0,000326	0	-1	1	1	-1	0	0,00101
0	λ_1	0,000386	0,000712	1	0	-1	0	1	0	0,004992
0	$s_1'^*$	1	1	0	0	0	0	0	1	1
	z_i	0,005314	-0,000326	0	-1	1	1	-1	0	
	$z_i - c_i$	0,005314	-0,000326	0	-1	1	0	-2	0	
	Ψ_i	1,0057	1,000386	1	-1	0	1	0	0	

Kolom x_1 akan menjadi kolom kunci karena memiliki nilai psi_j terbesar. Selanjutnya akan ditentukan baris kunci dengan mencari nilai ratio tiap baris. Sehingga didapatkan tabel sebagai berikut:

Tabel 6. Tabel Wolfe hasil iterasi pertama dengan variable basis

	c_i	0	0	0	0	0	1	1	0		
c_j	v_j^*/v_i	x_1	x_2	λ_1	s_1	s_2	w_1	w_2	s_1'	b_j	r_j
1	w_1^*	**0,005314**	-0,000326	0	-1	1	1	-1	0	0,00101	0,19
0	λ_1	0,000386	0,000712	1	0	-1	0	1	0	0,004992	12,932
0	$s_1'^*$	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1
	z_i	0,005314	-0,000326	0	-1	1	1	-1	0		
	$z_i - c_i$	0,005314	-0,000326	0	-1	1	0	-2	0		
	Ψ_i	1,0057	1,000386	1	-1	0	1	0	0		

Setelah kolom x_1 terpilih menjadi kolom kunci, selanjutnya baris w_1^* akan menjadi baris kunci karena memiliki nilai ratio positif terkecil. Sehingga meng-akibatkan nilai yang ada pada perpotongan antara x_1 dan w_1^* akan menjadi variabel basis. Selanjutnya akan dilakukan iterasi, sehingga didapatkan tabelsebagai berikut:

Tabel 7. Tabel Wolfe hasil iterasi kedua

	c_i	0	0	0	0	0	1	1	0	
c_j	v_j^*/v_i	x_1	x_2	λ_1	s_1	s_2	w_1	w_2	s_1'	b_j
0	x_1	1	-0,06	0	-188,1	188,1	-188,1	188,1	0	0,19
0	λ_1	0	0,000735	1	0,0726	-1,0726	-0,0726	1,0726	0	0,00491
0	$s_1'^*$	0	1,06	0	188,1	-188,1	188,1	-188,1	1	0,809
	z_i	0	0	0	0	0	0	0	0	
	$z_i - c_i$	0	0	0	0	0	-1	-1	0	
	Ψ_i	1	1,000735	1	0,0726	-1,0726	-0,0726	1,0726	0	

Walaupun $z_j - c_j \leq 0$, tetapi nilai x_2 belum mencapai hasil optimal, maka proses iterasi masih akan dilakukan dengan kolom x_2 terpilih menjadi kolom kunci karena memiliki nilai psi_j terbesar. Selanjutnya akan ditentukan barIskunci dengan mencari nilai ratio tiap baris. Sehingga didapatkan tabel sebagaiberikut:

Tabel 8. Tabel Wolfe hasil iterasi kedua dengan variabel basis

	c_i	0	0	0	0	0	1	1	0		
c_j	v_j^*/v_i	x_1	x_2	λ_1	s_1	s_2	w_1	w_2	s_1'	b_j	r_j
0	x_1	1	-0,06	0	-188,1	188,1	-188,1	188,1	0	0,19	-3,16
0	λ_1	0	0,000735	1	0,0726	-1,0726	-0,0726	1,0726	0	0,00491	6,68
0	$s_1'^*$	0	**1,06**	0	188,1	-188,1	188,1	-188,1	1	0,809	0,764
	z_i	0	0	0	0	0	0	0	0		
	$z_i - c_i$	0	0	0	0	0	-1	-1	0		
	Ψ_i	1	1,000735	1	0,0726	-1,0726	-0,0726	1,0726	0		

Setelah kolom x_2 terpilih menjadi kolom kunci, selanjutnya baris s'_1 akan menjadi baris kunci karena memiliki nilai ratio positif terkecil. Sehingga mengakibatkan nilai yang ada pada perpotongan antara x_2 dan s'_1 akan men jadi variabel basis. Selanjutnya akan dilakukan iterasi, sehingga didapatkantabel sebagai berikut :

Tabel 9. Tabel Wolfe hasil iterasi ketiga

	c_i	0	0	0	0	0	1	1	0	
c_j	v_j^*/v_i	x_1	x_2	λ_1	s_1	s_2	w_1	w_2	s_1'	b_j
0	x_1	1	0	0	-177,45	198,747	177,45	-198,747	0,0566	0,2357
0	λ_1	0	0	1	0,856	-1,203	-0.856	1.203	-0,0000694	0,00434
0	x_2	0	1	0	177,45	-177,45	177,45	-177,45	0,943	0,764
	z_i	0	0	0	0	0	0	0	0	
	$z_i - c_i$	0	0	0	0	0	-1	-1	0	

Setelah dilakukan iterasi ketiga, maka didapatkan tabel di atas memenuhi kondisi $z_i - c_i \leq 0$ dan memiliki nilai x_1 dan x_2 optimal, yakni: $x_1 = 0{,}2357$ dan $x_2 = 0{,}764$.

Setelah mendapatkan nilai x_1 dan x_2 yang optimal, maka selanjutnya nilai tersebut akan disubtitusikan kedalam fungsi tujuan awal. Sehingga, didapatkan bahwa nilai proporsi optimal untuk saham Bank Pan Indonesia (PNBN) adalah sebesar 23,57% dan nilai proporsi optimal untuk Bank Central Asia Tbk (BBCA) adalah sebesar 76,4%. Hal tersebut menyatakan bahwa Bank Central Asia Tbk (BBCA) memiliki porsi lebih besar dan lebih potensial untuk memberikan keuntungan bagi investor. Selanjutnya, dari hasil analisis juga didapatkan bahwa nilai ekspektasi pengembalian untuk investasi selama satu tahun bagi investor ialahsebesar 52%.

4. Simpulan

(1) Bentuk model matematika portofolio saham optimal yang dipakai merupakan bentuk dari Frederick S. dengan memakai 2 sampel saham, yakni Bank Pan Indonesia (PNBN) dan Bank

Central Asia Tbk (BBCA) untuk periode 1 Januari 2019 sampai dengan 31 Desember 2019 dimana nilai proporsi sahamnya ditunjukkan dengan variabel x_1 dan x_2. Nilai *return*, *expected return* dan risiko dari kedua bank tersebut dicari menggunakan teori portofolio *Markowitz* melalui data penutupan hargasaham mingguan, sehingga diperoleh model optimal sebagai berikut:

$$f(x) \;=\; -0,00285x_1^2 - 0,00356x_2 2 - 0,000386x_1x_2 + 0,006002x_1 + 0,004992x_2$$

dengan kendala:

$$x_1 + x_2 \leq 1$$
$$x_1, x_2 \geq 0.$$

(2) Proses analisis metode *Wolfe* dengan bentuk model di atas menghasilkan nilai proporsi optimal untuk Bank Pan Indonesia (PNBN) sebesar 23,57% dan nilai proporsi optimal untuk Bank Central Asia Tbk (BBCA) sebesar 76,4%. Hal tersebut menunjukkan bahwa nilai proporsi saham Bank Central Asia Tbk (BBCA) lebih besar dan lebih akan memberikan keuntungan bagi investor. Selanjutnya apabila nilai proporsi tersebut dimasukkan ke dalam fungsi tujuan, maka didapatkan nilai ekspektasi pengembalian untuk periode investasi selama satu tahun sebesar 52%.

Daftar Pustaka

Dias, F. S. (2001). *Quadratic Programming Applied to Modern Porfolio Selection.* Brazil: Universidade de Sao Paulo.

Eduardus, T. (2001). *Analisis Investasi dan Manajemen Portofolio. Edisi kesatu.* Yogyakarta: BPFE-Yogyakarta.

Ghadle, K. P., & Pawar, T. S. (2015). New Approach for Wolfe's Modified Simplex Method to Solve Quadratic Programming Problems. *International Journal of Research in Engineering and Technology* , Volume 04.

Halim, A. (2005). *Analisis Investasi. Edisi kedua.* Jakarta: Alfabeta.

Hanafi, M. M., & Halim, A. (2003). *Analisis Laporan Keuangan.* Yogyakarta: UPP AMP YKPN.

Herjanto, E. (2007). *Manajemen Operasi.* Jakarta: Grasindo.

Hillier, F. S., Gerald, J., & Lieberman. (2001). *Introduction to operations Research. Seventh edition.* New York: The McGraw-Hill Companies.

Jogiyanto, H. (2017). *Teori Portofolio dan Analisis Investasi. Edisi ke-11.* Yogyakarta: BPFE-Yogyakarta.

Jones, C. P. (2007). *Investment Analysis and Management. 12th edition.* Hoboken, NJ : John Wiley & Sons.

Larita, A., Helmi, & Yudhi. (2018). Optimasi Rata-rata Produksi Padi Kalimantan Barat Menggunakan Pemrograman Kuadratik Metode Wolfe. *Buletin Ilmiah Math. Stat. dan Terapannya (Bimaster)* , 199-208.

Lewis, F. L. (1995). *Optimal Control. Third edition.* Toronto: John Wiley and Sons, Inc.

Listiowati, M. (2013). *Pengaruh Kinerja Keuangan Terhadap Harga Saham Perusahaan Pada Sektor Perbankan Yang Terdaftar Di Bursa Efek Indonesia Periode 2008-2012.* Yogyakarta: Universitas Widyatama.

Lokhande, K., Khot, P. G., & Khobragade, N. W. (2017). Optimum Solution of Quadratic Programming Problem : by Wolfe's Modified Simplex Method. *International Journal of Latest Technology in Engineering, Management & Applied Science (IJLTEMAS)* , Page 11.

Markowitz, H. M. (1991). Foundations of Portfolio Theory. *Journal of Finance volume 46* .

Mitradjieva, M. (2007). *Feasible direction methods for constrained non linear optimization.* Lincoping University.

Novena, N. C. (2014). *Aplikasi Metode Kuhn-Tucker untuk Menentukan Portofolio Optimal.* Sleman: Universitas Sanata Dharma.

Peressini, A. L., Sullivan, F. E., & Uhl, J. J. (1988). *The Mathematics of Nonlinear Programming. First edition.* New York: Springer New York.

Ruminta. (2009). *Matriks Persamaan Linear dan Pemrograman Linear.* Bandung: Rekayasa Sains.

Suad, H. (2003). *Dasar-dasar Teori Portofolio dan Analisis Sekuritas* . Yogyakarta': UPP AMP YKPN.

Sunariyah. (2004). *Pengantar Pengetahuan Pasar Modal.* Yogyakarta: UPP AMP YKPN.

Wideman, R. M. (1994). *Project and Program Risk Management A Guide to Managing Project Risk and Opportunities.* PMI.

Winston, W. L. (2004). *Operations Research: Applications and Algorithms. 4th edition.* USA: Thomson Learning Resource Center.

Yahoo! Finance. (n.d.). Retrieved January 20, 2020, from Weekly Historical Price of Bank Pan Indonesia (PNBN.JK): https://finance.yahoo.com/quote/PNBN.JK/history?period1=1546300800&period2=1577750400&interval=1wk&filter=history&frequency=1wk&includeAdjustedClose=true

Yahoo! Finance. (n.d.). Retrieved January 20, 2020, from Weekly Historical Price of Bank Central Asia (BBCA.JK): https://finance.yahoo.com/quote/BBCA.JK/history?period1=1546300800&period2=1577750400&interval=1wk&filter=history&frequency=1wk&includeAdjustedClose=true