



PENERAPAN ALGORITMA KRUSKAL PADA JARINGAN LISTRIK PERUMAHAN KAMPOENG HARMONI DI UNGARAN BARAT

Angreswari Ayu Damayanti ✉, Rochmad, Riza Arifudin

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Semarang, Indonesia
Gedung D7 lantai 1 Kampus Sekaran, Gunungpati, Semarang, 50229

Info Artikel

Sejarah Artikel:
Diterima Maret 2013
Disetujui April 2013
Dipublikasikan Mei 2013

Keywords:
Algoritma Kruskal
Minimum spanning tree
Graf terhubung
Graf tak berarah
Graf berbobot

Abstrak

Salah satu permasalahan dalam graf adalah menentukan pohon rentang minimum atau minimum spanning tree. Salah satu cara untuk menentukan *minimum spanning tree* dari suatu graf terhubung adalah dengan menggunakan Algoritma Kruskal. Dalam artikel ini akan dijelaskan tentang penerapan Algoritma Kruskal pada jaringan listrik Perumahan Kampoeng Harmoni di Ungaran Barat, sehingga listrik dapat mengalir ke seluruh rumah dengan panjang kabel yang minimum. Graf pada jaringan listrik perumahan merupakan graf terhubung, tak berarah, dan berbobot. Penentuan *minimum spanning tree* dilakukan dengan mendaftar sisi-sisi dari graf mulai dari sisi terpendek ke sisi terbesar, dengan syarat tidak ada sisi yang membentuk siklus. Dari pembahasan, diperoleh hasil total sisi *minimum spanning tree* adalah 322 sisi dan total panjang kabel listrik yang terpasang di Perumahan Kampoeng Harmoni menggunakan Algoritma Kruskal adalah sepanjang 3488 meter. Banyaknya sisi *minimum spanning tree* pada tiang listrik adalah 31 sisi, sedangkan panjang kabel listrik yang terpasang pada tiang listrik adalah sepanjang 1305,5 meter.

Abstract

One of the problems in graph is determining the minimum spanning tree. One of the methods to determine a minimum spanning tree from a connected graph is by using Kruskal's Algorithm. This article attempts to explain about the application of Kruskal's Algorithm in electric networks of Kampoeng Harmoni Residence Ungaran Barat, so that the electric power could be flowed to each house with the minimum length of cable. The graph of the residence electric networks is a connected, undirected, and weighted graph. The determination of minimum spanning tree was started by listing the sides of graph from the shortest to the longest, in condition there is no side that make a cycle. Based on the research, it was found that the count of edges was 322 edges and total minimum length of cable that was used to supply electric power to the Kampoeng Harmoni Residence was about 3.488 meters. The count of edges minimum spanning tree for the utility pole was 31 edges, while the minimum spanning tree length was about 1305,5 meters.

Pendahuluan

Seiring dengan perkembangan zaman saat ini, ilmu pengetahuan juga berkembang semakin pesat pula. Hal ini ditandai dengan munculnya permasalahan dibidang ilmu pengetahuan. Misalnya banyaknya wirausahawan yang membangun kompleks perumahan dengan unit yang cukup besar, hal ini menimbulkan masalah bagaimana harus meminimumkan suatu bahan tanpa mengurangi fungsinya. Salah satu contohnya adalah pemasangan jaringan listrik di suatu perumahan. Kabel jaringan listrik yang akan dipasang haruslah optimal, dalam arti panjang kabel yang terpasang haruslah minimal dan dapat mengalirkan listrik keseluruh rumah yang dibangun.

Perumahan yang diteliti adalah Perumahan Kampoeng Harmoni yang terletak di Ungaran Barat. Pembangunan Perumahan

Kampoeng Harmoni oleh PT Putra Kinasih Prakarsa dimulai sejak tahun 2007 di atas tanah seluas 5,3 *ha* dengan 291 *unit* rumah yang terbangun di atasnya. Dalam hal ini dapat digunakan salah satu cabang ilmu matematika yaitu teori graf untuk menghitung panjang kabel yang optimal. Jaringan kabel listrik yang terpasang di Perumahan Kampoeng Harmoni dapat direpresentasikan ke dalam bentuk graf terhubung, tidak berarah, dan berbobot (*connected, undirected, and weighted graph*). Dalam hal ini rumah dan tiang listrik direpresentasikan dengan titik, sedangkan jalur kabel tiang listrik yang terpasang untuk mengalirkan listrik direpresentasikan dengan sisi. Agar lebih jelas mengenai gambaran perumahan tersebut, denah Perumahan Kampoeng Harmoni dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Denah Perumahan Kampoeng Harmoni

Salah satu metode meminimumkan panjang kabel yang terpasang di Perumahan Kampoeng Harmoni adalah dengan pohon rentang minimum (*minimum spanning tree*). Ada beberapa algoritma yang digunakan untuk menentukan *minimum spanning tree*, salah satunya adalah dengan menggunakan Algoritma Kruskal. Pada setiap langkah dipilih sisi pada graf G yang memiliki bobot minimum tapi yang terhubung dengan dengan spanning tree T yang telah terbentuk dari langkah awalnya. Sehingga akan terbentuk *minimum spanning tree* dengan masing-masing sisi berbobot minimum.

Sebuah graf G adalah himpunan tak kosong berhingga dari objek yang disebut titik atau *vertex* bersama dengan himpunan pasangan tak terurut (mungkin kosong) dari titik-titik yang berbeda di G yang disebut dengan edge atau sisi. Himpunan titik dari G dinotasikan dengan $V(G)$ sedangkan himpunan sisi dinotasikan dengan $E(G)$ (Chartrand & Lesniak, 1996). Graf memiliki banyak konsep, salah satu diantaranya adalah konsep pohon (*tree*). Konsep pohon merupakan konsep yang paling penting dan populer karena konsep ini mampu mendukung penerapan graf dalam berbagai bidang ilmu. Di dalam konsep pohon sendiri,

terdapat banyak jenis pohon yang dapat digunakan untuk mencari solusi dari masalah-masalah real. Salah satunya adalah pohon rentang minimum atau yang lebih dikenal *minimum spanning tree*. *Minimum spanning tree* dari graf tak berarah adalah sebuah graf asiklik dengan bobot minimal yang terhubung semua titik-titik dari graf tersebut (Khanam & Mathew, 2012).

Berdasarkan latar belakang di atas, dirumuskan beberapa masalah yang akan dijadikan objek penelitian. Adapun rumusan masalah yang diangkat dalam penelitian ini adalah (1) bagaimana menerapkan Algoritma Kruskal ke dalam aplikasi jaringan listrik untuk menghitung panjang kabel minimum dan (2) bagaimana menerapkan aplikasi *Visual Basic 6.0* berdasarkan Algoritma Kruskal untuk menghitung panjang kabel minimum.

Sejalan dengan rumusan masalah, tujuan penelitian ini adalah (1) mengetahui bagaimana menerapkan Algoritma Kruskal ke dalam aplikasi jaringan listrik untuk menghitung panjang kabel minimum dan (2) mengetahui bagaimana menerapkan aplikasi *Visual Basic 6.0* berdasarkan Algoritma Kruskal untuk menghitung panjang kabel minimum.

Metode Penelitian

Metode penelitian memegang peranan yang sangat penting dalam pencapaian tujuan penelitian yang telah ditetapkan agar penelitian dapat berjalan lancar. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi kasus. Lokasi penelitian di Perumahan Kampoeng Harmoni di Ungaran Barat. Dalam penelitian ini, pokok bahasan yang ditelaah adalah mengenai *minimum spanning tree* dalam pemodelan jaringan listrik. Algoritma pemodelan arus listrik dengan Algoritma Kruskal, yaitu: (1) merepresentasikan tiang listrik dan rumah sebagai titik dan kabel sebagai sisi; (2) penentuan *minimum spanning tree* dilakukan dalam tiga tahap, yaitu antara tiang listrik dengan tiang listrik, dilanjutkan tiang listrik dengan rumah, dan yang terakhir antara rumah dengan rumah; (3) melakukan hitungan manual dengan cara mengurutkan sisi-sisi pada graf G , mulai dari sisi terpendek ke sisi terpanjang; (4) menggagalkan sisi yang membentuk siklus dan

melewati atap rumah, sehingga tersisa $(n-1)$ sisi dengan n merupakan jumlah titik; (5) melakukan perhitungan dengan bantuan *Visual Basic 6.0*.

Pembahasan

Hasil pengukuran panjang kabel dari jaringan listrik yang terpasang di Perumahan Kampoeng Harmoni dapat direpresentasikan sebagai graf terhubung, tak berarah, dan berbobot (*connected, undirected, and weighted graph*). Suatu *undigraph* G dengan himpunan titik V dan sisi E dinotasikan dengan $G=\{V, E\}$, dengan rumah dan tiang listrik direpresentasikan sebagai titik yang dinotasikan dengan $v \in V$. sedangkan jalur-jalur kabel tiang listrik yang terpasang untuk mengalirkan listrik di Perumahan Kampoeng Harmoni direpresentasikan dengan sisi yang dinotasikan dengan $e \in E$. Pada proses pemasangan jaringan listrik tidak diperbolehkan adanya *loop*, sisi rangkap, siklus, dan sisi yang melewati atap rumah. *Loop* adalah sisi yang menghubungkan sebuah simpul dengan dirinya sendiri (Kodirun, 2009). Sisi rangkap graf dimungkinkan adanya lebih dari satu sisi yang dikaitkan dengan sepasang titik (Sutarno et al., 2003). Jalan tertutup yang semua titik dan sisinya berbeda disebut dengan siklus (Wilson & Watkins, 1976).

Pembuatan langkah-langkah untuk menentukan minimum spanning tree dari graf yang diambil di Perumahan Kampoeng Harmoni, yaitu:

- 1) Mengetahui jumlah titik yang termuat pada graf G , yaitu sebanyak 323 titik. Kemudian merepresentasikan rumah dan tiang listrik dalam bentuk titik
- 2) Mengetahui seluruh sisi yang termuat pada graf G , yaitu sebanyak 344 sisi (dalam satuan meter) yang masing-masing bobotnya dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Tabel sisi dan bobot graf G

Sisi	Bobot	Sisi	Bobot	Sisi	Bobot	Sisi	Bobot	Sisi	Bobot	Sisi	Bobot	Sisi	Bobot
1	43.75	51	15.75	101	6	151	6	201	7	251	6	301	6
2	46.25	52	17.5	102	6	152	6	202	7	252	6	302	6
3	49	53	17.5	103	6	153	6	203	7	253	6	303	6
4	52.5	54	21	104	6	154	6	204	6	254	6	304	6
5	45.5	55	10.5	105	6	155	6	205	6	255	6	305	6
6	43.75	56	14	106	6	156	6	206	6	256	6	306	6
7	40.25	57	17.5	107	6	157	6	207	6	257	6	307	6
8	50.75	58	15.75	108	6	158	6	208	6	258	6	308	6
9	35	59	15.75	109	6	159	6	209	6	259	6	309	6
10	31.5	60	8.75	110	6	160	6	210	6	260	6	310	6
11	47.25	61	15.75	111	6	161	6	211	6	261	6	311	6
12	38.5	62	14	112	6	162	6	212	6	262	6	312	6
13	40.25	63	14	113	6	163	6	213	6	263	6	313	6
14	43.75	64	10.5	114	6	164	6	214	6	264	6	314	6
15	35	65	17.5	115	6	165	6	215	6	265	6	315	6
16	52.5	66	28	116	6	166	6	216	6	266	6	316	6
17	43.75	67	12.25	117	6	167	6	217	6	267	6	317	6
18	52.5	68	14	118	6	168	7	218	6	268	6	318	6
19	52.5	69	10.5	119	6	169	7	219	6	269	6	319	6
20	52.5	70	7	120	6	170	7	220	6	270	6	320	6
21	40.25	71	8.75	121	6	171	7	221	6	271	6	321	6
22	31.5	72	10.5	122	6	172	7	222	6	272	6	322	6
23	43.75	73	42	123	6	173	7	223	6	273	6	323	12.25
24	38.5	74	15.75	124	6	174	6	224	6	274	6	324	6
25	50.75	75	15.75	125	6	175	6	225	6	275	6	325	6
26	52.5	76	14	126	6	176	6	226	6	276	6	326	6
27	52.5	77	14	127	6	177	6	227	6	277	6	327	6
28	35	78	15.75	128	6	178	6	228	6	278	6	328	6
29	35	79	12.25	129	6	179	6	229	6	279	6	329	6
30	26.25	80	14	130	6	180	6	230	6	280	6	330	6
31	40.25	81	12.25	131	6	181	6	231	6	281	6	331	6
32	31.5	82	12.25	132	6	182	6	232	6	282	6	332	6
33	43.75	83	14	133	6	183	6	233	6	283	6	333	6
34	15.75	84	10.5	134	6	184	6	234	6	284	6	334	6
35	15.75	85	8.75	135	6	185	7	235	6	285	6	335	6
36	17.5	86	10.5	136	6	186	7	236	6	286	6	336	6
37	12.25	87	19.25	137	6	187	7	237	6	287	6	337	6
38	8.75	88	10.5	138	6	188	7	238	6	288	6	338	6
39	14	89	10.5	139	7	189	7	239	6	289	6	339	6
40	15.75	90	8.75	140	7	190	7	240	6	290	6	340	6
41	15.75	91	21	141	7	191	7	241	6	291	6	341	6
42	17.5	92	17.5	142	7	192	7	242	6	292	6	342	6
43	10.5	93	15.75	143	7	193	7	243	6	293	6	343	53.25
44	8.75	94	14	144	6	194	7	244	6	294	6	344	65
45	12.25	95	12.25	145	6	195	7	245	6	295	6		
46	10.5	96	7	146	6	196	7	246	6	296	6		
47	12.25	97	7	147	6	197	7	247	6	297	6		
48	8.75	98	7	148	6	198	7	248	6	298	6		
49	8.75	99	12.25	149	6	199	7	249	6	299	6		
50	8.75	100	12.25	150	6	200	7	250	6	300	6		

Penentuan *minimum spanning tree* dilakukan dalam tiga tahap, yaitu:

- menentukan *minimum spanning tree* dari tiang listrik ke tiang listrik lain,
- menentukan *minimum spanning tree* dari tiang listrik ke salah satu rumah yang jaraknya paling dekat, dan
- menentukan *minimum spanning tree* dari rumah yang terdekat dengan tiang listrik ke rumah-rumah di sekitarnya.

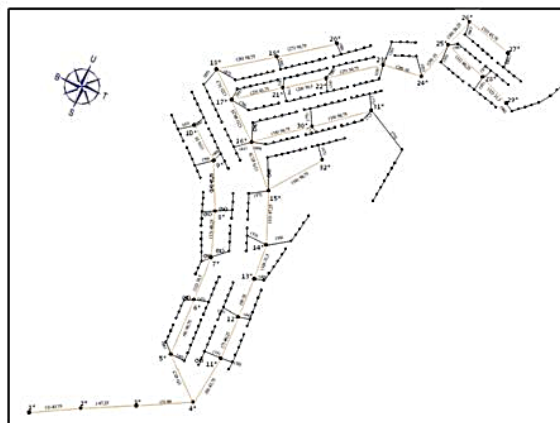
Pada tahap (a) yaitu menentukan *minimum spanning tree* pada tiang-tiang listriknya, sisi-sisi pada tahap pertama dapat

dilihat pada Tabel 1 yaitu sisi 1-33, 343, dan 344. Pada tahap (b) yaitu menentukan *minimum spanning tree* pada tiang listrik ke rumah terdekat dapat dilihat pada Tabel 1 yaitu sisi 34-100. Pada tahap (c) yaitu menentukan *minimum spanning tree* dari rumah yang terdekat pada tiang listrik ke rumah lainnya dapat dilihat pada Tabel 1 yaitu sisi 101-342.

- Langkah-langkah menemukan *minimum spanning tree* pada graf yang merepresentasikan jaringan listrik di Perumahan Kampoeng Harmoni dengan menggunakan Algoritma Kruskal, yaitu dengan mendata seluruh sisi

kemudian mengurutkan dari sisi terkecil ke sisi terbesar. Langkah pertama dimulai dari sisi yang memuat bobot terkecil, kemudian dilanjutkan oleh sisi yang lebih besar. Apabila sisi yang dipilih membentuk siklus atau melewati atap rumah, maka proses dibatalkan. Proses ini akan berulang hingga sebanyak $(n-1)$ sisi dengan n merupakan banyaknya titik. Diperoleh panjang kabel pada tiang utama menggunakan Algoritma Kruskal adalah 1305,5 meter, sedangkan total panjang kabel listrik yang diperlukan Perumahan Kampoeng Harmoni menggunakan Algoritma Kruskal adalah

sepanjang 3488 meter. Namun demikian, pada kenyataannya kabel listrik yang terpasang tidaklah lurus, tetapi melengkung. Oleh karena itu, penulis mengasumsikan penambahan sisi sebesar 1 meter pada tiap sisi pada *minimum spanning tree*. Diperoleh perhitungan untuk total panjang kabel listrik yang diperlukan adalah sebesar $3488 + 322 = 3810$ meter, sedangkan panjang kabel yang diperlukan pada tiang listrik adalah sebesar $1305,5 + 31 = 1336,5$ meter. Hasil perhitungan secara manual dengan menggunakan Algoritma Kruskal dapat dilihat pada Gambar 2.

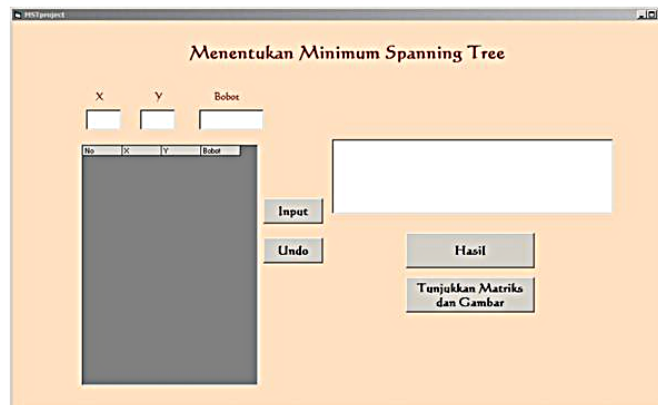


Gambar 2. *Minimum spanning tree* pada jaringan listrik perumahan dengan menggunakan Algoritma Kruskal

Gambar 2 merupakan *minimum spanning tree* yang terbentuk dengan menggunakan Algoritma Kruskal. Garis berwarna orange merupakan *minimum spanning tree* yang terbentuk dari titik-titik tiang listrik, yaitu sebanyak 32 titik. Sehingga banyaknya sisi *minimum spanning tree* yang terbentuk adalah sebanyak 31 sisi. Secara keseluruhan, graf di atas memiliki 323 titik dengan jumlah sisi sebanyak 344 sisi. Setelah menerapkan Algoritma Kruskal diperoleh banyaknya sisi *minimum spanning tree* total adalah 322 sisi.

4) Menerapkan Algoritma Kruskal pada *Visual Basic 6.0* untuk menghitung *minimum spanning tree*. Perhitungan *minimum spanning tree* dengan menggunakan *Visual Basic 6.0* dapat

mempermudah perhitungan panjang kabel pada graf G . Perhitungan *minimum spanning tree* dilakukan pada tiang listrik utama saja, sedangkan dari tiang listrik ke rumah dan rumah ke rumah tidak dihitung karena jarak antar rumah cenderung sama. Sehingga tidak diperlukan perhitungan dengan menggunakan program karena dapat diamati secara langsung. Tampilan program yang telah dibuat dapat dilihat pada Gambar 3.

Gambar 3. *User interface* atau tampilan awal program ketika dijalankan

Dengan memisalkan titik awal dan titik akhir dari sebuah sisi dengan menggunakan variabel X dan Y , serta memasukkan bobot dari sisi tersebut, sehingga ketika tombol “Input” ditekan program akan memindahkan data yang

telah dimasukkan ke dalam kolom *flexgrid*. Ulangi langkah tersebut hingga semua sisi selesai di-input-kan. Dalam kasus ini, isian yang harus diisi pada kolom teks dapat dilihat pada Tabel 2.

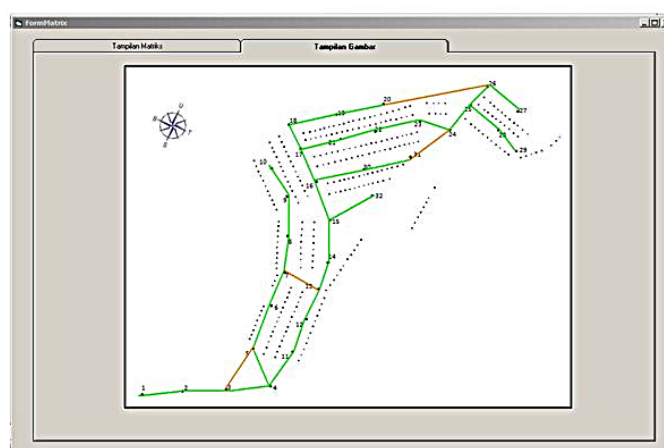
Tabel 2. Tabel isian X , Y , dan Bobot

X	Y	Bobot	X	Y	Bobot
1	2	43,75	16	17	40,25
2	3	47,25	16	30	50,75
3	4	49	17	18	31,5
3	5	52,5	17	21	43,75
4	5	45,5	18	19	50,75
4	11	43,75	19	20	50,75
5	6	50,75	20	26	65
6	7	38,5	21	22	38,5
7	8	40,25	22	23	50,75
7	13	53,25	23	24	35
8	9	43,75	24	25	35
9	10	35	24	31	52,5
11	12	40,25	25	26	26,25
12	13	35	25	28	40,25
13	14	31,5	26	27	43,75
14	15	47,25	28	29	31,5
15	16	43,75	30	31	50,75
15	32	50,75			

Apabila semua sisi telah dimasukkan ke kolom *flexgrid*, tekan tombol “Hasil”, akan tampak hasil dari perhitungan meliputi “Jumlah sisi dari Graf G =”, “Jumlah bobot dari Graf G =”, “Jumlah sisi *minimum spanning tree*=”, dan “Jumlah bobot *minimum spanning tree*=”. Penulis menyajikan tampilan hasil perhitungan dengan menggunakan *Visual Basic 6.0* dalam dua tampilan, yaitu dalam bentuk matriks dan dalam bentuk gambar. Jika pengguna menekan tombol “Tunjukkan Matriks dan Gambar”, maka akan muncul tampilan *multitab* yang berisi

tampilan matriks dan gambar. Pada tab “Tampilan Matriks” akan muncul tampilan matriks persegi (n, n) dengan n merupakan jumlah titik. Sehingga dalam kasus ini tampilan matriks akan berordo 32×32 atau $(32, 32)$. Hasil tampilan *minimum spanning tree* dalam matriks dapat dilihat pada Gambar 4. Apabila pengguna memindahkan pada tab “Tampilan Gambar”, akan muncul gambar dari *minimum spanning tree* antar tiang listrik menggunakan Algoritma Kruskal. Hasil program dapat dilihat pada Gambar 5.

The screenshot shows a software window titled "Tampilan Matriks" with two tabs: "Tab 0" and "Tab 1". Both tabs display a 32x32 matrix of numerical values, representing the adjacency matrix for the minimum spanning tree calculation. The values are small, likely representing distances between nodes.

Gambar 4. Tampilan matriks (32, 32) dari *minimum spanning tree*Gambar 5. Tampilan gambar *minimum spanning tree* antar tiang listrik

Dari Gambar 5 terlihat bahwa sisi berwarna hijau merupakan jaringan listrik yang diperoleh menggunakan Algoritma Kruskal, sedangkan sisi berwarna *orange* merupakan sisi yang tidak terpilih karena membentuk siklus.

Simpulan

Dari uraian di atas dapat disimpulkan bahwa diperoleh hasil total sisi *minimum spanning tree* adalah 322 sisi dan total panjang kabel listrik yang terpasang di Perumahan Kampoeng Harmoni menggunakan Algoritma Kruskal adalah sepanjang 3488 meter. Banyaknya sisi *minimum spanning tree* pada tiang listrik adalah 31 sisi, sedangkan panjang kabel listrik yang terpasang pada tiang listrik adalah sepanjang 1305,5 meter. Namun demikian, pada kenyataannya kabel listrik yang terpasang tidaklah lurus, tetapi melengkung. Oleh karena itu, penulis mengasumsikan penambahan sisi sebesar 1 meter pada tiap sisi pada *minimum*

spanning tree. Diperoleh perhitungan untuk total panjang kabel listrik yang diperlukan adalah sebesar $3488 + 322 = 3810$ meter, sedangkan panjang kabel yang diperlukan pada tiang listrik adalah sebesar $1305,5 + 31 = 1336,5$ meter. Ini berarti Algoritma Kruskal dapat diterapkan untuk menentukan *minimum spanning tree* pada pemasangan jaringan listrik perumahan. Dalam perhitungan dengan menggunakan *Visual Basic 6.0* diperoleh hasil yang sama dengan perhitungan secara manual, sehingga perhitungan dengan menggunakan *Visual Basic 6.0* dapat dianjurkan untuk dipergunakan.

Ucapan Terimakasih

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah ikut membantu dalam penyelesaian artikel ini, terlebih kepada PT. Putra Kinasih Prakarsa selaku *developer* dari Perumahan Kampoeng Harmoni.

Daftar Pustaka

- Chartrand, G. & Lesniak, L. 1996. *Graphs & Digraphs* (3rd ed). New York: Chapman & Hall/CRC, inc.
- Khanam, A. & Mathew, M. 2012. Minimum Spanning Tree of Undirected Graphs. *International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT)*, 1(10): 1-4. Tersedia di <http://www.ijert.org> [diakses 22-1-2013].
- Kodirun. 2009. Perbandingan Algoritma Prim dan Kruskal Dalam Menentukan Pohon Rentang Minimum. *Jurnal MIPA*, 6(2): 19-27. Tersedia di <http://jurnal.untad.ac.id> [diakses 25-10-2012].
- Sutarno, H.E., Priatna, N., & Nurjanah. 2003. *Common Text Book Matematika Diskrit*. Jakarta: Universitas Pendidikan Indonesia-Press.
- Wilson, R.J. & Watkins, J.J. 1976. *Graphs An Introductory Approach*. New York: Published simultaneously in Canada.