UJM 5 (2) (2016)

UNNES Journal of Mathematics

http://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/ujm

ANALISIS KESTABILAN TITIK KESETIMBANGAN MODEL MATEMATIKA PROSES TRANSMISI VIRUS DENGUE DI DALAM TUBUH MANUSIA DENGAN TERAPI OBAT HERBAL

Intan Juliah ✉, **Supriyono**

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Semarang, Indonesia
Gedung D7 lantai 1 Kampus Sekaran, Gunungpati, Semarang, 50229

Info Artikel

Sejarah Artikel:
Diterima Juni 2015
Disetujui Juni 2015
Dipublikasikan Nopember 2015

Keywords :
Dengue Viruses;
T - Cell;
Nedicinal Plants;
Equilibrium Point;
Stable;

Abstrak

Demam Berdarah Dengue merupakan penyakit infeksi yang disebabkan oleh virus dengue. Virus dengue masuk ke dalam tubuh manusia melalui perantara gigitan nyamuk A. aegypti. Di dalam tubuh manusia, virus menggunakan sel sebagai media untuk berkembang biak dan mempertahankan hidup. Keberadaan virus di dalam tubuh manusia akan mengaktifkan respon imun yaitu sel T. Untuk menghambat perkembangbiakkan virus dengue dibutuhkan juga terapi obat herbal. Dalam artikel ini, transmisi virus dengue di dalam tubuh manusia dimodelkan secara matematika, selanjutnya akan ditentukan kestabilan titik kesetimbangan dari model tersebut. Hasil analisis yang dilakukan menunjukkan bahwa kestabilan titik kesetimbangan virus dengue tergantung dari rasio reproduksi dasar (R_0). Jika $R_0 < 1$ maka titik kesetimbangan bebas virus stabil asimtotik lokal, sedangkan jika $R_0 > 1$ maka titik kesetimbangan endemik akan stabil asimtotik lokal.

Abstract

Dengue fever is an infectious diseese caused by the dengue virus. Dengue virus in to the human body through the intermediary of A. Aegypti mosquito bites. In the human body, the virus uses the cell as a medium to poliferate and survive. The presence of viruses in the human body activates the immune respone is T – cell to inhibit the breeding of dengue virus takes too medicinal plants. In this article, the transmission of dengue virus in the human body modeled mathematically, the next will be determined the stability of the equilibrium point of the model. Result of analysis showed that the stability of the equilibrium point of dengue virus depends on the basic reproduction ratio (R_0). If $R_0 < 1$ then the equlibrium point is virus free local asymptotically stable, whereas if $R_0 > 1$ then the equilibrium point is endemic will be asymptotically stable local.

✉ Alamat korespondensi:
E-mail: ijull4869@gmail.com

p-ISSN 2252-6943
e-ISSN 2460-5859

PENDAHULUAN

Perkembangan ilmu pengetahuan di bidang matematika memberikan peranan dalam membantu menganalisa permasalahan yang timbul di bidang kesehatan, kimia, biologi, dan bidang lainnya. Misalnya permasalahan di bidang kesehatan. Banyak kejadian - kejadian di sekitar kita yang dapat diamati dan dianalisa dalam bentuk model matematika.

Model matematika merupakan salah satu alat yang dapat membantu mempermudah penyelesaian masalah dalam kehidupan nyata. Masalah - masalah tersebut dapat dibawa ke dalam model matematis dengan menggunakan asumsi - asumsi tertentu (Hardiningsih & Wardhani, 2010). Misalnya penyebaran penyakit demam berdarah dengue yang disebabkan oleh virus dengue.

Demam Berdarah Dengue merupakan salah satu penyakit yang menular dan berbahaya. Menurut Kementerian Kesehatan RI (2010), angka kematian yang ditimbulkan oleh DBD sejak tahun 1968 mencapai 41,3% dari jumlah keseluruhan penderita. Tapi, sejak tahun 1991 angka kematian itu stabil di bawah 3%. Data dari Depkes RI menunjukkan bahwa pada tahun 2007 jumlah penderita DBD telah mencapai 16.803 orang dan 267 orang diantaranya meninggal dunia.

Penyakit DBD disebabkan oleh virus dengue dari genus *flavivirus*, famili *Flaviviridae*. Virus dengue terdiri dari 4 serotip yaitu DEN-1, DEN-2, DEN-3, dan DEN-4 (WHO, 2009). Virus itu dapat terus tumbuh dan berkembang dalam tubuh manusia dan nyamuk.

DBD tidak menular melalui kontak manusia dengan manusia melainkan ditularkan melalui gigitan nyamuk *Aedes spp* yang terinfeksi virus dengue. Salah satu yang membawa virus dengue yaitu *Aedes aegypt*i (*A. Aegypti*). Nyamuk betina menyimpan virus tersebut pada telurnya. Sedangkan nyamuk jantan akan menyimpan virus itu pada nyamuk betina saat melakukan kontak seksual.

Virus dengue masuk ke dalam tubuh manusia saat nyamuk *Aedes* betina mengeluarkan air liurnya. Begitu virus memasuki tubuh, virus dengue ikut dalam sirkulasi sistematik dan berusaha menemukan sel target. Makrofag merupakan sel target utama infeksi virus dengue. Sebelum mencapai makrofag, virus dengue akan dihadang oleh respon imun. Respon imun berusaha membatasi virus dengue mencapai sel target. Virus juga mampu berkembang biak di dalam tubuh (Candra, 2010).

Sampai saat ini belum ada vaksin atau perawatan anti viral yang efektif untuk DBD. Untuk itu, banyak komponen anti viral yang diuji untuk melawan virus dengue, namun masih membutuhkan pengembangan yang efisien, efek rendah, dan vaksin aman yang bisa menargetkan semua empat serotip dari virus dengue. Tanaman tradisional biasanya digunakan untuk menyembuhkan penyakit manusia. Sampai saat ini, banyak obat tanaman telah diuji terhadap virus dengue dan beberapa dari tanaman tersebut menunjukkan efek penghambatan yang signifikan dalam siklus replikasi virus dengue. Teapi memang belum ada tanaman yang dapat menargetkan semua serotip virus dengue (Idrees & Ashfaq, 2012).

Nuraini, Soewono, & Sidatol (2007) membangun sebuah model matematika untuk proses transmisi virus dengue di dalam tubuh manusia dimana dalam model tersebut tidak ada terapi atau pengobatan. Oleh karena itu, penulis membangun model matematika untuk proses transmisi virus dengue di dalam tubuh manusia denga terapi obat herbal karena terapi obat herbal dalam hal ini diperlukan untuk menghambat proses replikasi virus dengue yang berada di dalam tubuh manusia yang ternfeksi virus dengue.

Berdasarkan hal tersebut, rumusan masalah dalam penelitian ini adalah bagaimana model matematika dan analisis kestabilan titik kesetimbangannya untuk proses transmisi virus dengue di dalam tubuh manusia dengan obat tanaman serta bagaimana simulasi kestabilan titik kesetimbangan tersebut yang dibuat menggunakan maple12. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui, mengkaji, menganalisis model matematika untuk proses transmisi virus dengue di dalam tubuh manusia dengan obat tanaman dan mengetahui simulasi kestabilan titik kesetimbangan model matematika tersebut.

METODE

Metode yang digunakan dalam penelitian ini terdiri dari beberapa tahap yaitu menentukan masalah, perumusan masalah, studi pustaka, analisis dan pemecahan masalah, dan penarikan kesimpulan.

Menentukan masalah dilakukan untuk pencarian sumber pustaka dan memilih bagian dalam sumber pustaka tersebut yang dapat dijadikan sebagai permasalahan yang akan dikaji. Selanjutnya perumusan masalah diperlukan untuk membatasi permasalahan sehingga diperoleh bahan kajian yang jelas. Studi pustaka adalah penelaahan sumber pustaka yang relevan, digunakan untuk mengumpulkan data informasi yang diperlukan dalam penelitian. Tahap berikutnya yaitu analisis dan pemecahan masalah, langkah pertama yaitu membuat model matematika, selanjutnya mencari titik kesetimbangan dari model matematika tersebut. Berikutnya menentukan rasio reproduksi dasar. Angka reproduksi dasar ini akan digunakan untuk menganalisis kestabilan titik kesetimbangan dari model matematika tersebut. Setelah itu membuat simulasi model matematika itu. Tahap terakhir dalam penelitian ini yaitu penarikan kesimpulan, penarikan simpulan didasarkan pada studi pustaka dan pembahasan permasalahan.

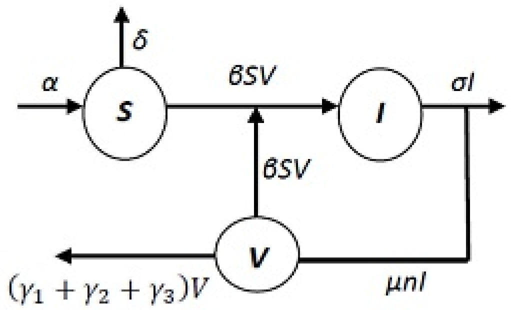
HASIL DAN PEMBAHASAN

Menurut Nowak & May (2000) dan Wodarz (2007) menyatakan bahwa untuk menganalisis penyebaran dan kontrol dari infeksi virus dapat menggunakan model matematika. Dalam memodelakan transmisi virus dengue di dalam tubuh manusia harus memperhatikan fakta dan asumsi.

Pada artikel ini akan dibahas dinamika transmisi virus dengue di dalam tubuh manusia dengan terapi obat herbal yang terdiri dari populasi sel rentan (*S*), populasi sel terinfeksi (*I*), dan virus dengue (*V*).

Asumsi – asumsi yang digunakan dalam pembentukan model matematika transmisi virus dengue di dalam tubuh manusia dengan terapi obat herbal sebagi berikut. (1) Infeksi virus dengue terjadi secara internal yaitu di dalam tubuh manusia. (2) Tidak ada mikroorganisme lain yang menyerang tubuh. (3) Hanya ada satu serotip virus yang menyerang tubuh. (4) Kepadatan sel rentan bertambah dengan laju konstan sebesar α . (5) Suatu sel rentan S akan terinfeksi dengan laju sebesar β jika terjadi kontak dengan virus V. (6) Jika sel sudah terinfeksi, maka sel akan tetap berada pada kelas I dan akhirnya mati. (7) Virus berkembangbiak dari sel yang terinfeksi dengan laju sebesar μn . (8) Sel T mampu membunuh virus dengue. (9) Obat herbal dapat menghambat proses replikasi virus dengue.

Berdasarkan asumsi – asumsi yang diberikan, maka dapat dibuat diagram alur dari transmisi virus dengue di dalam tubuh manusia pada Gambar 1.



Gambar1. Diagram Alir Proses Transmisi Virus Dengue di dalam Tubuh Manusia dengan Terapi Obat Herbal

Berdasarkan pada Gambar 1, diperoleh formula dinamika virus dengue yang disajikan dalam model matematika sebagi berikut:

$$
\begin{aligned}
&(1)\ \frac{dS(t)}{dt} = \alpha - \beta SV - \delta S \\
&(2)\ \frac{dI(t)}{dt} = \beta SV - \sigma I \qquad (1) \\
&(3)\ \frac{dV(t)}{dt} = \mu n I - \gamma_1 V - \gamma_2 V - \gamma_3 V - \beta SV
\end{aligned}
$$

dengan $\alpha,\ \beta,\ \delta,\ \sigma,\ n,\ \mu,\ \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3 > 0$ dan $S(t) \geq 0,\ I(t) \geq 0,\ V(t) \geq 0.$

Titik kesetimbangan dapat diperoleh dengan membuat ruas kiri dari sistem persamaan (1) sama dengan nol. Sehingga diperoleh 2 titik kesetimbangan dari sistem persamaan (1) yakni:

1. Titik kesetimbangan pertama

$$E_1 = (S, I, V) = \left(\frac{\alpha}{\delta}, 0, 0\right)$$

2. Titik kesetimbangan kedua $E_2 = (S^*, I^*, V^*)$ dengan

$$S^* = \frac{\sigma(\gamma_1+\gamma_2+\gamma_3)}{\beta(\mu n - \sigma)}$$

$$I^* = \frac{\alpha\beta(\mu n - \sigma) - \delta\sigma(\gamma_1+\gamma_2+\gamma_3)}{\sigma\beta(\mu n - \sigma)}$$

$$V^* = \frac{\alpha\beta(\mu n - \sigma) - \delta\sigma(\gamma_1+\gamma_2+\gamma_3)}{\beta\sigma(\gamma_1+\gamma_2+\gamma_3)}$$

Titik E_1 disebut titik kesetimbangan bebas virus karena tidak ada lagi virus yang berada dalam tubuh. Sedangkan titik E_2 disebut titik kesetimbangan endemik karena masih ada virus yang menginfeksi sel – sel dalam tubuh.

Rasio reproduksi dasar (R_0) didefinisikan sebagai nilai harapan banyaknya populasi rentan yang menjadi terinfeksi selama masa infeksi berlangsung (Driessche & Watmough, 2008).

Teorema

Diberikan $R_0 = \frac{\alpha\beta\,(\mu n - \sigma)}{\delta\sigma\,(\gamma_1+\gamma_2+\gamma_3)}$

Berdasarkan nilai R_0 tersebut,

(1) Jika $R_0 \leq 1$ maka sistem persamaan (4.1) mempunyai satu titik kesetimbangan yaitu titik kesetimbangan bebas virus

$$E_1 = (S, I, V) = \left(\frac{\alpha}{\delta}, 0, 0\right)$$

(2) jika $R_0 > 1$ maka sistem persamaan (4.1) mempunyai dua titik kesetimbangan yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit E_1 dan titik kesetimbangan yang terdapat virus bebas $E_2 = (S^*, I^*, V^*)$ dengan

$$S^* = \frac{\sigma(\gamma_1+\gamma_2+\gamma_3)}{\beta\,(\mu n - \sigma)}$$

$$I^* = \frac{\alpha\beta\,(\mu n - \sigma) - \delta\sigma\,(\gamma_1+\gamma_2+\gamma_3)}{\sigma\beta\,(\mu n - \sigma)}$$

$$V^* = \frac{\alpha\beta\,(\mu n - \sigma) - \delta\sigma\,(\gamma_1+\gamma_2+\gamma_3)}{\beta\sigma\,(\gamma_1+\gamma_2+\gamma_3)}$$

Setelah diperoleh titik kesetimbangan bebas virus (E_1) dan endemik (E_2), maka selanjutnya akan menganalisis kestabilan titik kesetimbangan tersebut. Oleh karena persamaan model (1) merupakan persamaan non linear, maka untuk mengetahui kestabilan titik kesetimbangan model, dapat memanfaatkan sistem yang telah dilinearkan. Pelinearan tersebut menggunakan matriks jacobian (J) yang berordo 3 x 3 karena sesuai dengan sistem persamaan (1).

$$\frac{dS(t)}{dt} = \alpha - \beta SV - \delta S = f_1(t)$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = \beta SV - \sigma I = f_2(t)$$

$$\frac{dV(t)}{dt} = \mu nI - \gamma_1 V - \gamma_2 V - \gamma_3 V - \beta SV = f_3(t)$$

Sehinggan diperoleh matriks jacobian untuk titik kesetimbangan bebas virus

$E_1 = (S, I, V) = \left(\frac{\alpha}{\delta}, 0, 0\right)$ yakni:

$$J = \begin{pmatrix} -\delta & 0 & -\frac{\alpha\beta}{\delta} \\ 0 & -\sigma & \frac{\alpha\beta}{\delta} \\ 0 & \mu n & -(\gamma_1+\gamma_2+\gamma_3) - \frac{\alpha\beta}{\delta} \end{pmatrix}$$

Nilai eigen diperoleh dari

$$\det(\lambda I\text{-}J)=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} \lambda+\delta & 0 & \frac{\alpha\beta}{\delta} \\ 0 & \lambda+\sigma & -\frac{\alpha\beta}{\delta} \\ 0 & -\mu n & \lambda + (\gamma_1+\gamma_2+\gamma_3) + \frac{\alpha\beta}{\delta} \end{vmatrix} = 0$$

didapatkan persamaan sebagai berikut

$$(\lambda+\delta)\left[\lambda^2 + \left(\sigma + \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 \frac{\alpha\beta}{\delta}\right)\lambda + (\gamma_1+\gamma_2+\gamma_3)\sigma + \frac{\alpha\beta\,(\sigma - \mu n)}{\delta}\right] = 0 \quad (2)$$

Dari persamaan (2), terlihat bahwa nilai eigen yang pertama adalah $\lambda_1 = -\delta$. Karena $\delta > 0$ maka bagian real dari nilai eigen pertama adalah negatif.

Untuk melihat bagian real dari nilai eigen lainnya, maka persamaan karakteristik dari (2) adalah

$$a_0\lambda^2 + a_1\lambda + a_2 = 0$$

dengan

$$a_0 = 1 > 0$$

$$a_1 = \sigma + \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \frac{\alpha\beta}{\delta} > 0$$

$$a_2 = (\gamma_1+\gamma_2+\gamma_3)\sigma + \frac{\alpha\beta\,(\sigma - \mu n)}{\delta} > 0$$

Jadi nilai eigennya adalah

dan $\lambda_2 = \frac{-a_1 - \sqrt{a_1^2 - 4a_2}}{2}$

$$\lambda_3 = \frac{-a_1 + \sqrt{a_1^2 - 4a_2}}{2}$$

Jelas $a_1^2 - 4a_2 < a_1^2$

Tulis $D = a_1^2 - 4a_2$

Jelas saat $D < 0$ maka λ_2 dan λ_3 mempunyai bagian real negatif.

Saat $D > 0$

Jelas $D < a_1^2$

$$\Leftrightarrow \sqrt{D} < a_1$$

$$\Leftrightarrow -a_1 + \sqrt{D} < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-a_1+\sqrt{D}}{2} < 0$$

$$\Leftrightarrow \lambda_3 < 0$$

Jelas $\frac{-a_1-\sqrt{D}}{2} < 0$

$$\Leftrightarrow \lambda_2 < 0$$

Jadi saat $D > 0$ maka λ_2 dan λ_3 mempunyai bagian real negatif.

Dengan demikian persamaan (2) mempunyai akar – akar yang bagian realnya bernilai negatif. Sehingga dapat disimpulkan bahwa E_1 merupakan stabil asimtotik lokal.

Pada titik kesetimbangan endemik $E_2 = (S^*, I^*, V^*)$, diperoleh matriks jacobiannya sebagai berikut:

$$J = \begin{pmatrix} -\delta R_0 & 0 & -\frac{\alpha\beta}{\delta R_0} \\ \delta(R_0-1) & -\sigma & \frac{\alpha\beta}{\delta R_0} \\ -\delta(R_0-1) & \mu n & -(\gamma_1+\gamma_2+\gamma_3)-\frac{\alpha\beta}{\delta R_0} \end{pmatrix}$$

$$\det(\lambda I\text{-}J)=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} \lambda+\delta R_0 & 0 & \frac{\alpha\beta}{\delta R_0} \\ -\delta(R_0-1) & \lambda+\sigma & -\frac{\alpha\beta}{\delta R_0} \\ \delta(R_0-1) & -\mu n & \lambda+(\gamma_1+\gamma_2+\gamma_3)+\frac{\alpha\beta}{\delta R_0} \end{vmatrix} = 0$$

Diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\lambda^3 + \left((\gamma_1+\gamma_2+\gamma_3) + \frac{\alpha\beta}{\delta R_0} + \sigma + \delta R_0\right)\lambda^2 + \left((\gamma_1+\gamma_2+\gamma_3)\sigma + \frac{\alpha\beta\sigma}{\delta R_0} + \delta R_0(\gamma_1+\gamma_2+\gamma_3) + \delta R_0\sigma + \frac{\alpha\beta}{R_0} - \frac{\alpha\beta\mu n}{\delta R_0}\right)\lambda + \left((\gamma_1+\gamma_2+\gamma_3)\sigma\delta R_0 - \frac{\alpha\beta\mu n}{R_0} + \frac{\alpha\beta\sigma}{R_0}\right) = 0 \quad (3)$$

Persamaan karakteristik dari persamaan (3) adalah

$$\lambda^3 + b_1\lambda^2 + b_2\lambda + b_3 = 0 \quad (4)$$

Dengan

$$b_0 = 1 > 0$$

$$b_1 = (\gamma_1+\gamma_2+\gamma_3) + \frac{\alpha\beta}{\delta R_0} + \sigma + \delta R_0 > 0$$

$$b_2 = (\gamma_1+\gamma_2+\gamma_3)\sigma + \frac{\alpha\beta\sigma}{\delta R_0} + \delta R_0(\gamma_1+\gamma_2+\gamma_3) + \delta R_0\sigma + \frac{\alpha\beta}{R_0} - \frac{\alpha\beta\mu n}{\delta R_0} > 0$$

$$b_3 = (\gamma_1+\gamma_2+\gamma_3)\sigma\delta R_0 - \frac{\alpha\beta\mu n}{R_0} + \frac{\alpha\beta\sigma}{R_0} > 0$$

Untuk mengetahui nilai eigen yang bagian realnya bernilai negatif dari persamaan (4) maka menurut Edelstein-Keshet (1988) menggunakan kriteria Routh-Hurwitz yang memenuhi syarat - syarat sebagai berikut:

i. $b_1 > 0$, $b_2 > 0$, $b_3 > 0$.

ii. $b_1.b_2 - b_3 > 0$.

Dengan demikian persamaan (3) mempunyai akar – akar yang bagian realnya bernilai negatif. Sehingga dapat disimpulkan bahwa E_2 merupakan stabil asimtotik lokal.

Teorema

1. Jika $R_0 < 1$ maka titik kesetimbangan E_1 stabil asimtotik lokal.
2. Jika $R_0 > 1$ maka titik kesetimbangan E_1 tidak stabil dan titik kesetimbangan E_2 stabil asimtotik lokal.

Simulasi

Simulasi dilakukan dengan memberikan nilai – nilai untuk masing – masing parameter sesuai kondisi R_0 dengan teorema yang telah diberikan di atas. Simulasi ini diberikan untuk memberikan gambaran geometris dari teorema eksistensi dan kestabilan dari titik – titik kesetimbangan model tersebut. Simulasi model ada 2 yaitu simulasi model untuk titik kesetimbangan bebas virus dan titik kesetimbangan endemik.

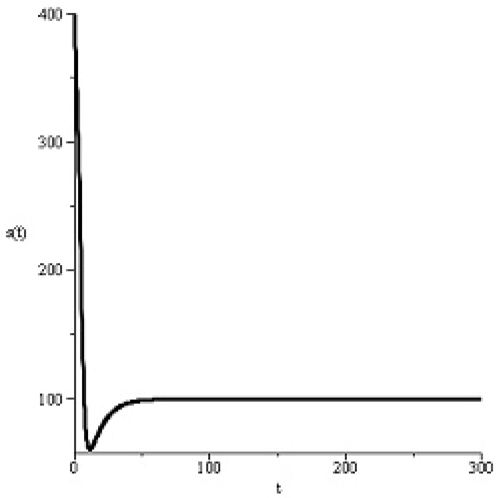
Nilai – nilai parameter yang digunakan untuk simulasi di titik kesetimbangan bebas virus $E_1 = (S, I, V)$ disajikan pada Tabel 1.

Tabel1. Nilai Parameter untuk Simulasi Model

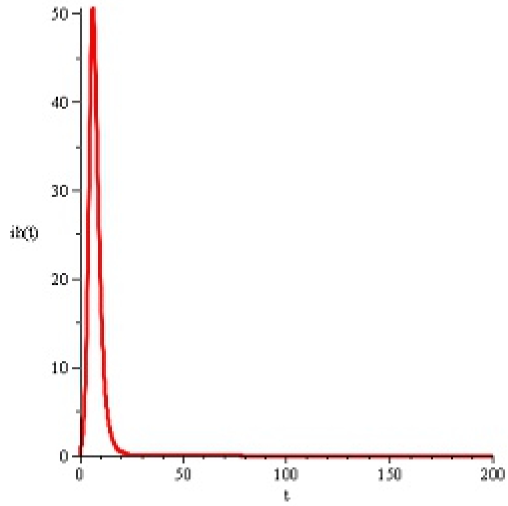
Parameter	Nilai
α	10
β	0,005
δ	0,1
σ	0,8
μ	0,25
n	75
γ_1	3
γ_2	5
γ_3	7

Dari nillai - nilai parameter pada Tabel 1, diperoleh nilai R_0 = 0,7479166667.

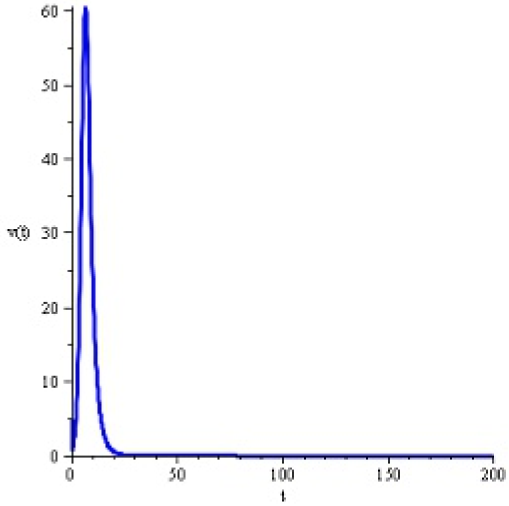
Hasil simulasi dapat dilihat pada Gambar 2 berikut ini.



(a) Grafik $s(t)$ terhadap t



(b) Grafik $ih(t)$ terhadap t



(c) Grafik $v(t)$ terhadap t

Gambar2. Grafik Dinamika dari (a) Sel Rentan (*Susceptible*), (b) Sel Terinfeksi (*Infectious*), dan Virus Dengue (*Viruses*) saat $R_0 < 1$

Dalam simulasi pada Gambar 2 digunakan nilai awal $S(0) = 400$, $I(0) = 0$, $V(0) = 5$. sehingga di dapat titik Setimbang E_1 = (100, 0, 0).

Berdasarkan hasil simulasi yang ditunjukkan pada Gambar 2 terlihat bahwa titik kesetimbangan bebas viru E_1 yakni stabil asimtotik lokal jika $R_0 < 1$. Artinya pada model matematika dari sistem persamaan (1) untuk proses transmisi virus dengue di dalam tubuh manusia dengan terapi obat herbal, setelah beberapa waktu sel yang terinfeksi (*infectious*) akan habis. Pada Gambar 2 terlihat sel terinfeksi akan menuju nol pada waktu *t* tertentu sehingga menyebabkan populasi virus dengue akan menghilang juga pada waktu *t* tertentu. Oleh karena itu, virus akan menghilang di dalam tubuh manusia. Akibatnya tidak terjadi penyebaran virus pada sel rentan.

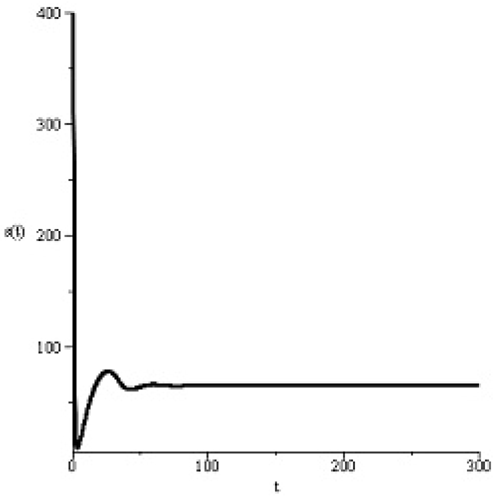
Nilai – nilai parameter yang digunakan untuk simulasi di titik kesetimbangan bebas virus $E_2 = (S^*, I^*, V^*)$ disajikan pada Tabel 2.

Tabel2. Nilai Parameter untuk Simulasi

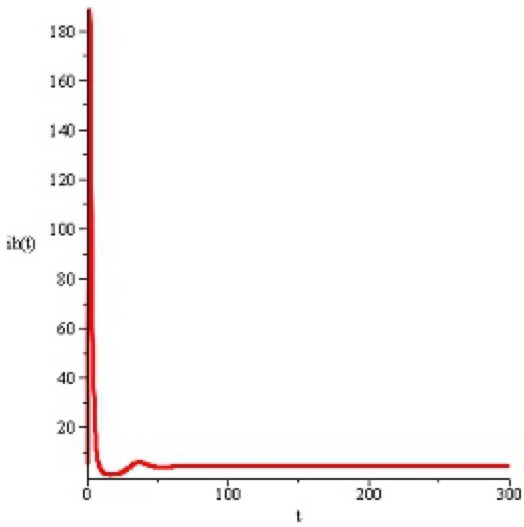
Parameter	Nilai
α	10
β	0.01
δ	0,1
σ	0,8
μ	0,5
n	75
γ_1	5
γ_2	10
γ_3	15

Dari nilai – nilai parameter pada Tabel 2, diperoleh nilai R_0=1,5291666667.

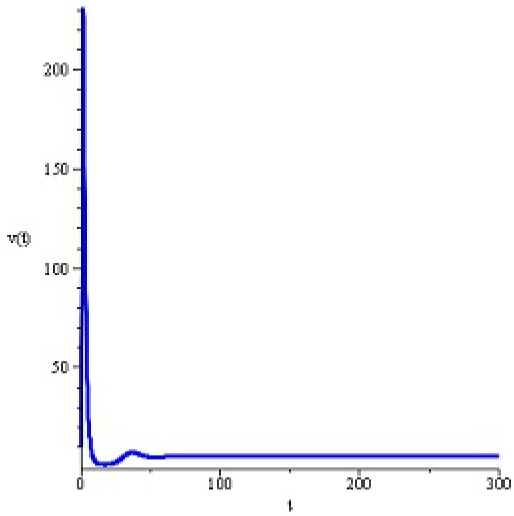
Hasil simulasi dapat dilihat pada Gambar 3 berikut ini.



(a) Grafik *s*(*t*) terhadap *t*



(b) Grafik *ih*(*t*) terhadap *t*



(c) Grafik *v*(*t*) terhadap *t*

Gambar3. Grafik Dinamika untuk (a) Sel Rentan (Susceptible), (b) Sel Terinfeksi (Infectious), (c) Virus Dengue (Viruses) saat $R_0 > 1$

Dalam simulasi pada Gambar 2 digunakan nilai awal $S(0) = 400$, $I(0) = 5$, $V(0) = 10$. sehingga di dapat titik Setimbang E_2 = (65.39509537, 4.325613078, 5.291666667).

Berdasarkan hasil simulasi yang ditunjukkan Gambar 3 terlihat bahwa titik kesetimbangn E2 yakni stabil asimtotik lokal jika R0 > 1. Artinya pada model matematika dari sistem persamaan (1) untuk proses transmisi virus dengue dengan terapi obat herbal, populasi sel yang terinfeksi meningkat sehingga mengakibatkan populasi virus dengue meningkat pula. Pada Gambar 3 terlihat masih terdapat virus dengue di dalam tubuh manusia. Akibatnya terjadi penyebaran virus pada sel rentan.

SIMPULAN DAN SARAN

Dari hasil penelitian, dapat disimpulkan bahwa model matematika untuk proses transmisi virus dengue di dalam tubuh manusia dengan terapi obat herbal mempunyai dua titik kesetimbangan yaitu titik kesetimbangan bebas virus dan titik kesetimbangan terdapat virus (endemik). Analisis yang dilakukan menghasilkan angka rasio reproduksi dasar.

$$R_0 = \frac{\alpha\beta\,(\mu n - \sigma)}{\delta\sigma(\gamma_1+\gamma_2+\gamma_3)}$$

Setelah menganalisis titik kesetimbangan maka dapat disimpulkan bahwa titik kesetimbangan bebas virus akan stabil asimtotik lokal jika $R_0 < 1$. Sedangkan titik kesetimbangan yang terdapat virus (endemik) akan stabil asimtotik lokal jika $R_0 > 1$. Berdasarkan hasil simulasi juga memberikan hasil yang sama dengan hasil analisis. Peneliti menyarankan untuk perlu dilakukan pengembangan model dengan memperhatikan transmisi virus dengue secara eksternal.

DAFTAR PUSTAKA

Candra, A. 2010. Demam Berdarah Dengue: Epidemilogi, Pathogenesis, dan Faktor Risiko Penularan. *Aspirator.* Vol. 2. No. 2: 110 – 119.

Driessche, P.V.D. & Watmough, J. 2002. Reproduction Number and Subtreshold Endemic Equilibria for Compartmental of Disease Transmission. *Mathematical Biosciences*. 180: 29 – 48.

Edelstein-Keshet, L. 1988. *Mathematical Models in Biology*. New York: Random House.

Hardiningsih, A.Y. & Wardhani, L.P. 2010. *Kajian Model Epidemik SIR Deterministik dan Stokastik pada Waktu Diskrit*. Surabaya: Jurusan Matematika FMIPA Institusi Teknologi Sepuluh Nopember.

Idrees, S & Ashfaq, U.A. 2012. A Brief Review on Dengue Molecular Virology, Diagnosis, Treatment and Prevalence in Pakistan. *Genetic Vaccines and Therapy*. 10(6): 1 – 10.

Kementerian Kesehatan RI. 2010. *Buletin Jakarta Epidemilogi: Demam Berdarah Dengue, Volume 2*. Jakarta: Pusat Data dan Surveilans Epidemiologi.

Nowak, M.A & May, R. M. 2000. *Virus Dynamics*. New York: Oxford University Press, Inc.

Nuraini, N., Soewono, E., & Sidarto, K.A. 2007. A Mathematical Model of Dengue Internal Transmission Process. *J. Indones. Math. Soc. (MIHMI)*. 13(1): 123 - 132.

Wodarz, D. 2007. *Killer Cell Dynamics, Mathematical and Computational Approaches to Immunology*. New York: Springer - Verlag.

World Health Organization (WHO). 2009. *Dengue: Guidelines for Diagnosis, Treatment, Prevention and Control – New Edition*. Switzerland: Avenue Appia.