

OPTIMASI PENJADWALAN PRODUKSI DAN PERENCANAAN PERSEDIAAN BAHAN BAKU MENGGUNAKAN RANTAI MARKOV (STUDI KASUS KINKEN CAKE & BAKERY KUTOARJO)

Oktaviyani[✉], Dwijanto, dan Supriyono

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Semarang, Indonesia
Gedung D7 Lt. 1, Kampus Sekaran Gunungpati, Semarang 50229

Info Artikel

Sejarah Artikel:
Diterima April 2017
Disetujui Mei 2017
Dipublikasikan November 2018

Keywords:
scheduling, production, raw materials supply, Markov chains.

Abstrak

Permasalahannya bagaimana penggunaan rantai Markov dalam penjadwalan produksi dan perencanaan bahan baku roti, bagaimana kebijakan yang optimal dalam perencanaan persediaan bahan baku dengan mempertimbangkan penjadwalan produksinya. Hasil penelitian diperoleh market share jumlah permintaan produk setiap periode dua mingguan mendatang, kondisi ekuilibrium *market share* pada periode minggu ke-97 didapatkan persentase permintaan produksi roti brownies 0,7%, roti gulung nastro 12,5%, roti gulung spc 62,2%, roti gulung bansom 2,5%, dan roti bolu setengah lingkaran 22,2%. Terlebih, terdapat kebijakan yang optimal untuk perencanaan persediaan bahan baku dalam kebutuhan masing-masing jenis roti. Pertama, untuk roti gulung spc terdapat tepung terigu 1089,9 kg, gula pasir 1089,9 kg, dan telur 4360 butir. Kedua, untuk roti bolu setengah lingkaran tepung terigu 233,4 kg, gula pasir 233,4 kg, dan telur 1556 butir. Ketiga untuk roti gulung nastro tepung terigu 219,0 kg, gula pasir 219,0 kg, dan telur 876 butir. Keempat untuk roti gulung bansom tepung terigu 43,8 kg, gula pasir 43,8 kg, dan telur 175 butir. Kelima untuk roti brownies tepung terigu 9,8 kg, gula pasir 9,8 kg, dan telur 98 butir.

Abstract

The problem was how to use Markov chains in production scheduling and planning of bread raw materials, how was the optimal policy in planning raw materials supply by considering its scheduling production. Results showed that a market share of total demand products every the upcoming two weeks period, the equilibrium market share in the 97th week period got production demand 0,7% of bread brownies, 12,5% of Nastro rolls bread, 62,2% of Spc rolls bread, 2,5% Bansos rolls bread, and 22,2% of semicircle spongecake. Moreover, there are optimal policies for planning raw materials supply for each bread production. First, for spc rolls there were 1089,9 kg of flour, 1089,9 kg of sugar, and 4360 eggs. Second, for the semicircle spongecake there were 233,4 kg of flour, 233,4 kg of sugar, and 1556 eggs. Third, for nastro rolls there were 219,0 kg of flour, 219,0 sugar, and 876 eggs. Fourth, for bansom rolls there were 43,8 kg of flour, 43,8 kg of sugar, and 1556 eggs. Fifth, for brownies there were 9,8 kg of flour, 9,8 kg of sugar, and 98 eggs.

How to Cite

Oktaviyani, Dwijanto, & Supriyono. (2018). Optimasi Penjadwalan Produksi dan Perencanaan Persediaan Bahan Baku Menggunakan Rantai Markov (Studi Kasus Kinken Cake & Bakery Kutoarjo). *UNNES Journal of Mathematics* 7(2): 165- 180.

© 2018 Universitas Negeri Semarang

[✉]Alamat korespondensi:
E-mail: octayeepo29@gmail.com

p - ISSN 2252-6943
e - ISSN 2460-5859

PENDAHULUAN

Pertumbuhan ekonomi saat ini menyebabkan persaingan pasar yang semakin ketat, ditambah lagi dengan sistem pasar bebas aktif tahun 2020 mendatang. Setiap pelaku bisnis berlomba-lomba untuk meningkatkan kualitas terbaiknya, khususnya pada sektor industri. Persaingan di sektor industri sekarang ini mempengaruhi perusahaan-perusahaan untuk melakukan peningkatan produktivitas dalam kegiatan produksinya, seperti peningkatan kualitas produk dengan mendapatkan suatu hasil yang optimal. Agar mendapatkan suatu hasil yang optimal, maka seluruh aktivitas-aktivitas produksi terlebih dahulu direncanakan dengan baik, efektif, dan efisien. Perencanaan aktivitas-aktivitas ini disebut juga dengan penjadwalan.

Suatu penjadwalan produksi terdiri atas berbagai aspek, yakni banyak produksi, waktu produksi, biaya produksi, banyak mesin produksi, dan ketersediaan bahan baku produksi. Pada aspek ketersediaan bahan baku produksi dikatakan optimal dengan meminimalkan biaya produksi. Semua aspek produksi saling mempengaruhi, sehingga perencanaan penjadwalan dibuat semakin kompleks. Selain produksi, hal lain yang perlu diperhatikan oleh perusahaan antara lain kebutuhan bahan baku, karena untuk dapat memproduksi suatu produk, maka bahan baku yang dibutuhkan harus sudah tersedia sebelum proses produksi dimulai. Oleh karena itu, jumlah persediaan bahan baku juga harus diperhitungkan.

Penjadwalan produksi dan persediaan bahan baku merupakan hal penting yang saling berkaitan dalam suatu proses produksi untuk mengetahui jumlah produksi dan jenis produk yang akan diproduksi serta waktu pemesanan, dan jumlah pemesanan bahan baku (Nadia, et al 2010:179). Beberapa penelitian tentang penjadwalan telah banyak dilakukan dengan berbagai macam pendekatan.

Mushi (2006) juga melakukan penelitian tentang masalah penjadwalan tetapi penjadwalan kelas, penjadwalan ini menggunakan algoritma Tabu Search. Tujuan penelitian ini, yakni memperkirakan dan mengoptimalkan keterbatasan ruang kelas, tenaga pengajar, waktu kuliah dengan mahasiswa yang ada. Sehingga tidak terjadi tumbukan dalam perkuliahanya.

Masruroh (2006) juga melakukan penelitian tentang masalah penjadwalan produksi yakni analisa penjadwalan produksi dengan menggunakan metode Campbell

Dudeck Smith, Palmer, dan Dannenbring di PT. Loka Refraktoris Surabaya, tujuan penelitian ini untuk menganalisa keefektifan dan optimalisasi dari ketiga metode tersebut.

Fitri & Hamidah (2010) juga melakukan penelitian masalah perencanaan kebutuhan staf akademik dan karyawan menggunakan rantai markov dan peramalan (studi kasus: Fakultas Teknik, Universitas Trunojoyo). Tujuan penelitian ini memprediksi jumlah dosen dan karyawan yang tersedia setiap golongan dan yang akan pensiun dapat diperkirakan dengan menggunakan rantai Markov.

Nadia, et al (2010) juga melakukan penelitian masalah penjadwalan produksi dan perencanaan persediaan bahan baku dengan menggunakan metode CDS, Johnson, dan EOI di PT. Wahana Lentera Raya. Tujuan penelitian ini adalah untuk mencari metode penjadwalan produksi yang optimal dengan membandingkan dengan jadwal perusahaan yang ada dan juga membuat perkiraan perencanaan persediaan bahan baku produksi yang tepat.

Selanjutnya, Amelia dan Aprianto (2011) juga melakukan penelitian tentang masalah penjadwalan, yakni penjadwalan produksi dengan metode algoritma genetika di PT. Progress Diecast, tujuan dari penelitian ini adalah untuk mencari metode penjadwalan produksi yang tepat, dengan membandingkan antara metode Campbell, Dudekand Smith, dan metode Algoritma Genetika. Luaran dari penelitian berupa suatu rancangan program aplikasi penjadwalan dengan metode Algoritma Genetika menggunakan *software* MATLAB.

Penelitian sebelumnya yang dilakukan oleh Astuti, A. P. (2011) berjudul "Kebijakan Optimal Persediaan Barang Menggunakan *Markov Decision Process* (Studi Kasus PT. Jadi Sentra Pangan)" berisi tentang bagaimana penggunaan *Markov Decision Process* dalam menentukan jumlah pemesanan yang optimal mengenai persediaan barang, berapakah kebijakan jumlah pemesanan yang optimal mengenai persediaan barang pada PT. Jadi Sentra Pangan. Tujuan dari penelitian ini adalah mengetahui penggunaan *Markov Decision Process* dan menentukan kebijakan optimal mengenai jumlah pemesanan pada PT. Jadi Sentra Pangan. Metode yang digunakan adalah studi pustaka, pengumpulan data, dan analisis data dengan Algoritma Perbaikan Kebijakan menggunakan alat bantu SPSS dan MATLAB.

Penelitian sebelumnya yang dilakukan oleh Sarjono,H, et al (2011) berjudul "Analisis Markov Chain terhadap Persediaan Bahan

Baku Studi Kasus pada CV Sinar Bahagia Group" berisi tentang pengoptimalan persediaan bahan baku dengan menggunakan rantai Markov. Tujuannya untuk meneliti apakah terjadi pergeseran terhadap persediaan dan faktor apakah yang memicu pergeseran tersebut, berapakah persediaan yang harus dimiliki oleh perusahaan, dan berapakah biaya yang harus dikeluarkan persediaan untuk memenuhi persediaan tersebut. Dengan demikian, perusahaan dapat memperhitungkan berapakah persediaan yang harus dipunyai untuk memenuhi permintaan untuk periode mendatang. Aplikasi yang digunakan peneliti menggunakan Software *QM for Windows*.

Selanjutnya penelitian sebelumnya yang dilakukan oleh Yusof dan Mahbar (2012) yang berjudul "Malaysian National Car Market Share: A MarkovChain Analysis" berisi tentang penjadwalan produksi perpindahan konsumen untuk membeli mobil keluaran Honda, Toyota, Proton, dan lain-lain dengan menggunakan analisis rantai Markov yang bertujuan untuk meramalkan tingkat dimana suatu merek akan mendapatkan atau kehilangan *market share*-nya dan dapat menunjukkan kemungkinan *market share* ekuilibrium di waktu yang akan datang sehingga manajemen dapat mengarahkan usaha-usaha pemasarannya.

Penelitian sebelumnya dilakukan oleh S, Syafruddin, et al (2014) berjudul "Aplikasi Analisis Rantai Markov untuk Memprediksi Status Pasien Rumah Sakit Umum Kabupaten Barru" berisi tentang perancangan aplikasi rantai Markov yang bertujuan untuk memprediksi status pasien pada RSUD Barru dengan menggunakan proses stokastik. Selanjutnya dilakukan analisis data dengan menggunakan rantai Markov untuk *forecasting* status pasien. Data yang digunakan merupakan data sekunder. Proses perhitungan dilakukan dengan membuat program basis data untuk melengkapi sistem informasi manajemen (SIM) pasien pada rumah sakit, data status pasien terlebih dahulu diubah menjadi data probabilitas selanjutnya dibentuk kedalam matriks probabilitas transisi. Software untuk merancang program yakni *Visual Basic 6.0*.

Berbeda dengan penelitian sebelumnya, skripsi ini akan meneliti tentang masalah penjadwalan produksi dan penjadwalan perencanaan persediaan bahan baku menggunakan rantai Markov.

Ide pertama kali model Rantai Markov ditemukan oleh seorang ahli Rusia yang bernama A.A. Markov pada tahun 1906.

Rantai Markov (Markov *Chains*) adalah suatu teknik matematika yang biasa digunakan untuk melakukan pemodelan (*modelling*) bermacam-macam sistem dan proses bisnis. Teknik ini dapat digunakan untuk memperkirakan perubahan-perubahan di waktu yang akan datang dalam variabel-variabel dinamis atas dasar perubahan-perubahan dari variabel-variabel dinamis tersebut di waktu yang lalu. Teknik ini dapat digunakan juga untuk menganalisis kejadian-kejadian di waktu-waktu mendatang secara matematis (Dwijanto 2008:87).

Dalam suatu penelitian mengenai penentuan luas produksi menggunakan rantai Markov, diperoleh taraf kesalahan untuk tiap-tiap jenis sebesar 0,75%. Sedangkan menurut analisis perusahaan diperoleh taraf kesalahan sebesar 5,38%. Hal ini menunjukkan bahwa menggunakan rantai Markov lebih efisien dan lebih baik (taraf kesalahan rantai Markov lebih kecil) (Fitriana 2004).

Penjadwalan produksi memang sangat penting dalam sebuah industri, tetapi untuk menunjang kelangsungan produksi perlu juga untuk tetap menjaga persediaan bahan baku agar tidak mengalami *stockout* (kosong). Maka perlu juga melakukan penjadwalan untuk mengatur persediaan bahan baku agar tidak kurang ataupun lebih sehingga tidak merugikan perusahaan. Seperti yang telah diteliti oleh Nadia, et al (2010) penjadwalan persediaan bahan baku di PT. Wahana Lentera Raya dengan menggunakan metode *Economic Order Interval* (EOI) cukup efektif dalam menentukan jumlah pesanan bahan baku di PT. tersebut.

Saat ini tepatnya di toko roti Kinken Cake & Bakery Kutoarjo permintaan konsumen didominasi oleh lima jenis roti, yakni roti brownies, roti gulung nastro, roti gulung spc, roti gulung bansos, dan roti bolu setengah lingkaran. Dikarenakan tingginya permintaan konsumen terhadap lima jenis roti tersebut, toko roti Kinken Cake & Bakery yang baru berkembang dengan sistem penjadwalan produksinya masih secara otodidak sehingga cenderung kesulitan untuk perencanaan persediaan bahan baku dan produksi.

Oleh karena hal ini, peneliti tertarik untuk melakukan penelitian di toko roti Kinken Cake & Bakery. Diharapkan dengan penelitian yang dilakukan oleh peneliti dapat membantu toko roti Kinken Cake & Bakery untuk menentukan jumlah persediaan bahan baku dan produksi dalam beberapa waktu, sehingga toko roti Kinken Cake & Bakery mempunyai sistem produksi yang lebih baik lagi dan lebih memuaskan konsumen.

Dengan demikian, penulis mengambil topik tentang masalah penjadwalan produksi dan perencanaan persediaan bahan baku menggunakan rantai Markov dengan studi kasus di Kinken Cake & Bakery Kutoarjo.

Berdasarkan latar belakang yang telah dipaparkan di atas, dapat dijabarkan rumusan masalah antara lain: Bagaimana penggunaan rantai Markov dalam penjadwalan produksi dan perencanaan bahan baku roti di Kinken Cake & Bakery Kutoarjo dan Bagaimana kebijakan yang optimal dalam perencanaan persediaan bahan baku dengan mempertimbangkan penjadwalan produksi menggunakan rantai Markov di Kinken Cake & Bakery Kutoarjo.

Adapun tujuan dilakukannya penelitian ini sebagai berikut.

- (1) Mengimplementasikan penggunaan rantai Markov dalam penjadwalan produksi dan perencanaan produksi di Kinken Cake & Bakery.
- (2) Menghasilkan solusi yang optimal dalam perencanaan persediaan bahan baku dengan mempertimbangkan penjadwalan produksi menggunakan rantai Markov.
- (3) Membandingkan solusi terbaik untuk menghasilkan persediaan bahan baku menggunakan rantai Markov dengan metode perusahaan saat ini.

Riset Operasi

Riset operasi adalah pendekatan dan pengambilan keputusan yang ditandai dengan penggunaan pengetahuan ilmiah usaha kelompok antardisiplin yang bertujuan menentukan penggunaan terbaik sumber daya yang teratur (Mulyono 2004:3).

Riset operasi merupakan suatu metode untuk memecahkan masalah optimasi. Bahasan mengenai riset operasi ini mencakup program dinamik, analisis jaringan, rantai Markov, program linear, program non-linear, teori persediaan, model transportasi, penugasan, perencanaan dan pengendalian proyek dengan PERT-CPM, program bilangan bulat, teori antrian, teori permainan, dan lain-lain.

Penerapan riset operasi di bidang perencanaan dan pengendalian produksi, dapat digunakan untuk menentukan kuantitas masing-masing produk yang akan dihasilkan oleh perusahaan manufaktur, sehingga dapat menghasilkan biaya operasional yang paling minimum. Riset operasi juga dapat digunakan untuk menentukan jumlah masing-masing produk dalam proses produksi yang yang

menghasilkan beberapa jenis produk dengan menggunakan bahan-bahan yang sama, sehingga dapat memaksimumkan keuntungan (Agustini & Rahmadi 2004:3-7).

Menurut (Agustini & Rahmadi 2004:7-12) jika riset operasi akan digunakan langkah-langkah sebagai berikut.

- (1) Mendefinisikan masalah, ada tiga aspek utama yang harus diperhatikan dalam mendefinisikan masalah, yakni deskripsi tujuan pemecahan masalah, identifikasi alternatif-alternatif keputusan, dan mengenali keterbatasan-keterbatasan ataupun kendala-kendala yang ada di dalam mencapai penyelesaian masalah.
- (2) Membentuk model, model merupakan penyederhanaan dari situasi nyata dan harus merupakan pernyataan kuantitatif dari tujuan dan kendala masalah. Tujuan pembentukan model adalah untuk menggambarkan kesimpulan situasi nyata dengan mempelajari dan menganalisis model.
- (3) Mempersiapkan data, kumpulan dari nilai-nilai dari variabel-variabel atau parameter yang ada di dalam model.
- (4) Menyelesaikan model, mengidentifikasi nilai-nilai variabel atau parameter yang dapat memberikan output terbaik.
- (5) Membuat laporan, laporan ini harus mengandung keputusan yang disarankan dan informasi-informasi yang terkait dengan hasil yang diperoleh dari model agar nantinya berguna bagi pembuat keputusan.

Permasalahan Optimasi

Persoalan optimasi merupakan persoalan mencari nilai numerik terbesar (maksimasi) atau nilai numerik terkecil (minimasi) yang mungkin dari sebuah fungsi dari sejumlah variabel tertentu (Sutawidjaja 2004:1). Selain itu, menurut (Bronson 1993:1) permasalahan optimasi merupakan permasalahan untuk memaksimumkan atau meminimumkan sebuah besaran tertentu, yang disebut tujuan objektif (*objective*), yang bergantung pada sejumlah berhingga variabel masukan (*input variables*). Variabel-variabel ini dapat tidak saling bergantungan, atau saling bergantungan melalui satu atau lebih kendala (*constraints*).

Contoh untuk permasalahan yang dimaksimumkan adalah masalah keuntungan sedangkan contoh untuk permasalahan yang diminimumkan adalah masalah biaya,

persediaan, dan lain-lain. Kendala-kendala yang sering dijumpai adalah keterbatasan bahan mentah, tenaga kerja dan sebagainya. Kendala-kendala ini dapat diekspresikan dalam bentuk sejumlah persamaan atau pertidaksamaan linear dalam variabel atau peubahnya. Jadi, fungsi yang akan dioptimalkan merupakan suatu penyelesaian yang mempunyai nilai fungsi tujuan yang dikehendaki. Nilai yang dikehendaki dapat berupa nilai terbesar yakni fungsi tujuan berupa nilai maksimum sedangkan nilai terkecil yakni fungsi tujuan berupa nilai minimum.

Penjadwalan

Penjadwalan adalah pengalokasian sumber daya pada objek-objek yang ada pada ruang waktu dan bergantung pada kendala-kendala yang sedemikian sehingga sedapat mungkin memenuhi sekumpulan sasaran yang diinginkan. Secara sederhana, penjadwalan dapat diartikan sebagai pengalokasian sumber-sumber daya yang tersedia pada ruang waktu yangada sehingga memenuhi kondisi-kondisi tertentu. Tujuannya adalah untuk memaksimalkan suatu proses dengan tetap menjaga agar tidak melanggar *constraint* yang berlaku pada proses yang bersangkutan menurut Ginting (2009). Sedangkan, menurut (Trisnawati, et al 2011: 39) Penjadwalan merupakan kegiatan untuk mengalokasikan sejumlah sumber daya yang tersedia. Kegiatan ini dilakukan untuk memastikan bahwa perencanaan dapat berjalan dengan baik dengan waktu dan tenaga yang digunakan secara efisien.

Teori Persediaan

Teori Persediaan (*inventory theory*) merupakan teori untuk memperkirakan kebutuhan persediaan barang-barang suatu toko agar mampu memenuhi permintaan barang berlebih pada waktu mendatang. Hampir setiap perusahaan harus memiliki persediaan barang untuk memastikan kelancaran dan efisiensi jalannya operasional perusahaan. Proses pengambilan keputusan harus memperhatikan berapa banyak dan kapan untuk memesan jenis-jenis produk dalam setiap permasalahan persediaan. Tujuan pokok suatu model persediaan produksi, yakni:

- 1) Berapa banyak jumlah produk yang diproduksi
- 2) Kapan produk diproduksi

Jumlah produk yang diproduksi menunjukkan jumlah optimal produk yang

harus diproduksi setiap waktu dan bisa berubah sewaktu-waktu bergantung pada situasinya. Jika sistem persediaan produksi membutuhkan suatu pemeriksaan berkala pada interval waktu yang sama (seperti harian, mingguan, bulanan dan sebagainya), maka waktu untuk menyediakan produk baru (*restock*) kembali pada awal interval waktu mendatang (Taha 1982:492-493).

Rantai Markov

Rantai Markov (*Markov Chains*) adalah suatu teknik matematika yang biasa digunakan untuk melakukan pemodelan (*modelling*) bermacam-macam sistem dan proses bisnis. Teknik ini dapat digunakan untuk memperkirakan perubahan-perubahan di waktu yang akan datang dalam variabel-variabel dinamis atas dasar perubahan-perubahan dari variabel-variabel dinamis tersebut di waktu yang lalu. Teknik ini dapat digunakan juga untuk menganalisis kejadian-kejadian di waktu-waktu mendatang secara matematis (Dwijanto 2008:87).

Menurut Markov (dalam Dwijanto 2008:87) Model Rantai Markov yakni:

“Untuk setiap waktu t , ketika kejadian adalah K_t dan seluruh kejadian sebelumnya adalah $K_t(j), \dots, K_t(j-n)$ yang terjadi dari proses yang diketahui, probabilitas seluruh kejadian yang akan datang $K_t(j)$ hanya bergantung pada kejadian $K_t(j-1)$ dan tidak bergantung pada kejadian-kejadian sebelumnya yakni $K_t(j-2), K_t(j-3), \dots, K_t(j-n)$.”

Penerapan rantai Markov mula-mula dalam ilmu-ilmu pengetahuan fisika dan meteorologi. Teknik ini mula-mula digunakan untuk menganalisis dan memperkirakan perilaku partikel-partikel gas dalam suatu wadah (*container*) tertutup serta meramalkan keadaan cuaca. Sebagai suatu peramalan riset operasi dalam pengambilan keputusan manajerial, rantai Markov telah banyak diterapkan untuk menganalisis perpindahan merek (*brand switching*) dalam pemasaran, perhitungan rekening-rekening, jasa-jasa penyewaan mobil, perencanaan penjualan, pemeliharaan mesin, antrian, perubahan harga pasar saham, administrasi rumah sakit, masalah perencanaan persediaan, dan sebagainya.

Asumsi-asumsi Keberlakuan Rantai Markov

Rantai Markov memiliki beberapa asumsi-asumsi atau anggapan dasar yang harus diketahui. Adapun asumsi-asumsi dalam rantai Markov sebagai berikut.

- (1) Jumlah probabilitas transisi keadaan adalah 1.

- (2) Probabilitas transisi tidak berubah selamanya.
- (3) Probabilitas transisi hanya bergantung pada periode sekarang, bukan pada periode sebelumnya.

(Dimyati, et al 2004)

Proses Model Rantai Markov

a. Penentuan State

Langkah awal dalam proses Markov adalah menentukan *state-state* apa saja yang ada dalam sistem tersebut. Penentuan *state* ini terdiri atas dua langkah, yakni :

- 1) Pengelompokan dan pendefinisian *state* yang ada dalam sistem.
- 2) Interaksi antar*state*

b. Menyusun Matrik Probabilitas Transisi

Matriks Probabilitas Transisi merupakan suatu matriks dimana elemen-elemenya adalah nilai probabilitas transisi dari suatu *state* ke *state* lain atau ke *state* itu sendiri dalam suatu sistem tertentu. Elemen-elemen MPT didekati dengan menggunakan proporsi perpindahan antar *state* pada seluruh periode pengamatan. Proporsi perpindahan dari *state* *i* ke *state* *j* dinotasikan dengan P_{ij} , yang didekati dengan hasil bagi antara jumlah individu yang mengalami perpindahan dari *state* *i* ke *state* *j* untuk seluruh pengamatan dengan jumlah individu *state* *i*. Seluruh matematis dapat ditulis sebagai berikut.

$$P_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^T n_{ij}(t)}{\sum_{i=1}^T n_i(t)} \dots \dots \dots (2-9)$$

$$n_i(t) = \sum_{j=1}^m n_{ij}(t) \dots \dots \dots (2-10)$$

dimana:

P_{ij} = probabilitas perpindahan dari *state* *i* ke *state* *j*

T = jumlah periode pengamatan

$n_{ij}(t)$ = jumlah individu yang mengalami perpindahan dari *state* *i* ke *state* *j* selama periode *t*.

$n_i(t)$ = jumlah individu di *state* *i* pada awal periode *t*.

Persamaan di atas merupakan probabilitas transisi dari *state* *i* pada saat *t* ke *state* *j* pada saat *t+1*, dan diasumsikan bahwa probabilitas ini tetap sepanjang waktu. Probabilitas transisi dari *state* *i* ke *state* *j* ini akan lebih mudah jika disusun dalam bentuk matriks yang kemudian disebut sebagai matriks transisi. Ilustrasi dari matriks transisi satu langkah adalah sebagai berikut.

$$P = \begin{bmatrix} P_{00} & P_{01} & \dots \\ P_{10} & P_{11} & \dots \\ P_{20} & P_{21} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \dots \dots \dots (2-11)$$

Matriks P ini disebut sebagai probabilitas transisi stasioner atau matriks stokastik karena seluruh probabilitas transisi P_{ij} berharga tetap dan *independen* terhadap waktu.

Probabilitas P_{ij} ini harus memenuhi kondisi berikut.

1. $P_{ij}^{(n)} > 0$
untuk semua *i* dan *j*; $n = 0, 1, 2, \dots$
2. $\sum_{j=0}^M P_{ij}^{(n)} = 1$,
untuk semua *i*; $n = 0, 1, 2, \dots$,
..... (2-12)

(Hiller & Lieberman 2008:165)

Pada matriks di atas digambarkan mengenai probabilitas terjadinya perubahan *state* untuk satu periode mendatang.

c. Menentukan Peluang *Steady State*

Sebuah matriks peralihan adalah reguler jika suatu pangkat bulat dari matriks itu mempunyai entri yang semuanya positif.

$$P = \{P_{ij}\} = \begin{bmatrix} P_{00} & P_{01} & \dots \\ P_{10} & P_{11} & \dots \\ P_{20} & P_{21} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \dots \dots \dots (2-13)$$

Jika P adalah matriks regular maka:

1. Untuk $n \rightarrow \infty$. P^n akan menuju suatu matriks.

$$\pi = \begin{pmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \dots \pi_{1n} \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \dots \pi_{2n} \\ \dots & \dots & \vdots \\ \pi_{n1} & \pi_{n2} & \dots \pi_{nn} \end{pmatrix} \dots \dots \dots (2-14)$$

2. $\pi = \begin{pmatrix} \pi_1 \\ \pi_2 \\ \pi_3 \\ \pi_4 \\ \vdots \\ \pi_n \end{pmatrix}$ setiap kolom merupakan

bilangan-bilangan positif dan $\pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \dots + \pi_n = 1$ (2-15)

3. Jika $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$ adalah sebarang vektor

peluang dan juga, karena $P^n \rightarrow \pi$ untuk $n \rightarrow \infty$, maka $(P)^n x \rightarrow \pi x$.

Sehingga,

$$\pi x = \begin{pmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \dots \pi_{1n} \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \dots \pi_{2n} \\ \dots & \dots & \vdots \\ \pi_{n1} & \pi_{n2} & \dots \pi_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$$

$$\delta x = \begin{pmatrix} \delta_{11}x_1 & \delta_{12}x_2 & \dots & \delta_{1n}x_n \\ \delta_{21}x_1 & \delta_{22}x_2 & \dots & \delta_{2n}x_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{n1}x_1 & \delta_{n2}x_2 & \dots & \delta_{nn} \end{pmatrix} \dots \quad (2-16)$$

$$P_x = (\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 + \mathfrak{d}_3 + \cdots + \mathfrak{d}_n) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ \cdots \\ x_n \end{pmatrix} = 1\mathfrak{d} = \mathfrak{d},$$

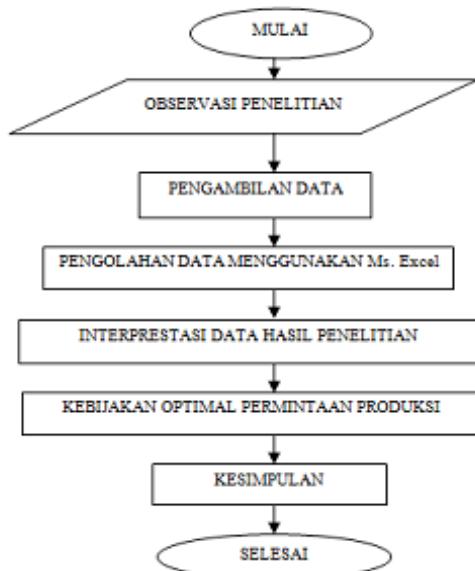
dimana p_i adalah peluang sistem saat berada pada state i, $i=1, \dots, n$.

4. Jika $P^n \rightarrow \emptyset$ maka $P^{n+1} \rightarrow \emptyset P^{n+1} = PP^n$,
 jadi $P^{n+1} \rightarrow P\emptyset$ karena $P\emptyset = \emptyset = (\emptyset_1 \emptyset_2 \emptyset_3 \dots \emptyset_n)$.

Sehingga, dapat diperoleh peluang *steady state*, sehingga diperoleh *market share* yang sudah stabil dan optimal.

METODE

Penelitian ini menggunakan metode penelitian studi kasus. Studi kasus yang diambil di Kinken Cake & Bakery Kutoarjo. Adapun langkah-langkah untuk melakukan penelitian studi kasus seperti diagram alur di bawah ini.



Gambar 1. Diagram Alur Pelaksanaan Penelitian

Proses memperoleh jawaban dari masalah yang diangkat dalam penelitian ini dilakukan langkah-langkah analisis sebagai berikut:



Gambar 2 Pengolahan Data Menggunakan Rantai Markov

HASIL PENELITIAN DAN

PEMBAHASAN

HASIL PENELITIAN

Pengolahan Data Menggunakan Rantai Markov

Pengolahan data yang dilakukan dalam penelitian ini menggunakan bantuan *Microsoft Excel* 2010. Langkah-langkah yang dilakukan sebagai berikut.

Proses Markov:

- ### (1) Penentuan *State*

Penentuan *state* dalam kasus ini, yakni periode waktu pertama dan periode waktu kedua. Periode waktu pertama diperoleh dari minggu-I dan minggu-II, sedangkan periode waktu kedua diperoleh dari minggu-III dan minggu-IV.

Selanjutnya, dapat disajikan dalam Tabel 1.

Tabel 1. Perubahan Permintaan Produk Bulan September 2016

Produk	Periode Pertama	Perpindahan					Periode Kedua
		A1	A2	A3	A4	A5	
A1	351	300	25	0	0	0	325
A2	3228	0	2838	50	0	0	2888
A3	2060	51	266	2010	113	0	2440
A4	737	0	0	0	530	20	550
A5	633	0	99	0	94	613	806

(2) Penyusunan Matriks Probabilitas Transisi

Penyusunan matriks probabilitas transisi diberikan pada Tabel 2.

Tabel 2. Perhitungan Tahap Awal Matriks Probabilitas Transisi

Selanjutnya, pada tahapan ini bentuk probabilitas transisi dan matriksnya. Sebelum membentuk matriks probabilitas transisinya, ada beberapa asumsi-asumsi yang digunakan dalam penelitian ini, yakni:

- Semua pelanggan setia membeli roti diKinken Cake & Bakery Kutoarjo.
- Tidak ada penambahan produk roti lain, hanya roti brownies, roti gulung nastro, roti gulung spc, roti gulung bansos, dan roti bolu setengah lingkaran.

Perhitungan tahap awal matriks probabilitas transisinya didapatkan dari perubahan permintaan produk dibagi dengan permintaan produk pada periode pertama. Sebagai contoh, produk A1 dari data penelitian untuk perubahan permintaan produk A1 yakni 300 pcs dan seluruh permintaan produk A1 pada periode pertama yakni 351. Jadi diperoleh probabilitas transisinya adalah $300/351 = 0,8547$. Selanjutnya, untuk perpindahan permintaan produk A1 ke produk A2 yakni 0 dan seluruh permintaan produk A1 pada periode pertama yakni 351. Jadi diperoleh probabilitas transisinya adalah $0/351 = 0$. Berlaku untuk perubahan permintaan produk yang lainnya sehingga diperoleh matriks probabilitas transisinya.

$$\begin{pmatrix} 0,8547 & 0,0077 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,8792 & 0,0243 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,1453 & 0,0824 & 0,9757 & 0,1533 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,7191 & 0,0316 \\ 0,0000 & 0,0307 & 0,0000 & 0,1276 & 0,9684 \end{pmatrix}$$

Sehingga diperoleh matriks probabilitas transisi pada Tabel 3.

Tabel 3. Perubahan Permintaan Produk

	A1	A2	A3	A4	A5
A1	300	25	0	0	0
A2	0	2838	50	0	0
A3	51	266	2010	113	0
A4	0	0	0	530	20
A5	0	99	0	94	613

Dari Tabel 3. telah dibentuk matriks probabilitas transisinya seperti ini.

$$\begin{pmatrix} 0,8547 & 0,0077 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,8792 & 0,0243 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,1453 & 0,0824 & 0,9757 & 0,1533 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,7191 & 0,0316 \\ 0,0000 & 0,0307 & 0,0000 & 0,1276 & 0,9684 \end{pmatrix}$$

Produk	Periode Pertama	Perpindahan					Periode Kedua
		A1	A2	A3	A4	A5	
A1	351	300	25	0	0	0	325
A2	3228	0	2833	50	0	0	2888
A3	2060	51	266	2010	113	0	2440
A4	737	0	0	0	530	20	550
A5	633	0	99	0	94	613	806
		351	3228	2060	737	633	

Setelah didapatkan matriks probabilitas transisinya, diperoleh *market share* untuk beberapa periode waktu-n , disajikan *market share* tersebut kedalam bentuk Tabel 4.

Tabel 4. Probabilitas *Market Share* Permintaan Produksi Roti pada Periode ke-n

Market Share	Jenis Produk Roti					
	Periode Ke-	A1	A2	A3	A4	A5
Awal		0,050	0,461	0,294	0,105	0,090
1		0,046	0,412	0,348	0,078	0,115
2		0,043	0,371	0,392	0,060	0,134
3		0,039	0,335	0,429	0,047	0,149
4		0,036	0,305	0,459	0,039	0,160
5		0,033	0,280	0,484	0,033	0,170
6		0,031	0,258	0,506	0,029	0,177
7		0,028	0,239	0,523	0,027	0,183
8		0,026	0,223	0,539	0,025	0,188
9		0,024	0,209	0,5521	0,024	0,192
10		0,022	0,197	0,562	0,023	0,195
:		:	:	:	:	:
45		0,007	0,125	0,622	0,025	0,221
46		0,007	0,125	0,622	0,025	0,221
47		0,007	0,125	0,622	0,025	0,221
48		0,007	0,125	0,622	0,025	0,221
49		0,007	0,125	0,622	0,025	0,222
50		0,007	0,125	0,622	0,025	0,222
51		0,007	0,125	0,622	0,025	0,222
52		0,007	0,125	0,622	0,025	0,222
53		0,007	0,125	0,622	0,025	0,222
54		0,007	0,125	0,622	0,025	0,222

55	0,007	0,125	0,622	0,025	0,222
56	0,007	0,125	0,622	0,025	0,222
57	0,007	0,125	0,622	0,025	0,222
58	0,007	0,125	0,622	0,025	0,222
59	0,007	0,125	0,622	0,025	0,222
60	0,007	0,125	0,622	0,025	0,222

Setelah didapatkan probabilitas *market share* permintaan produksi roti pada periode ke-n, diperoleh permintaan produksi roti pada periode ke-n, disajikan permintaan produksi roti pada periode ke-n tersebut kedalam bentuk Tabel 5.

Tabel 5 Permintaan Produksi Roti pada Periode ke-n

Minggu Ke-	Permintaan Produksi Roti				
	A1	A2	A3	A4	A5
0	350	3231	2061	736	631
1	322	2888	2439	547	806
3	301	2600	2748	421	939
5	273	2348	3007	329	1044
7	252	2138	3217	273	1121
9	231	1963	3392	231	1192
11	217	1808	3547	203	1241
13	196	1675	3666	189	1283
15	182	1563	3778	175	1318
17	168	1465	3870	168	1346
19	154	1381	3939	161	1367
:	:	:	:	:	:
89	49	876	4360	175	1549
91	49	876	4360	175	1549
93	49	876	4360	175	1549
95	49	876	4360	175	1549
97	49	876	4360	175	1556
99	49	876	4360	175	1556
101	49	876	4360	175	1556
103	49	876	4360	175	1556
105	49	876	4360	175	1556
107	49	876	4360	175	1556
109	49	876	4360	175	1556
111	49	876	4360	175	1556
113	49	876	4360	175	1556
115	49	876	4360	175	1556

117	49	876	4360	175	1556
119	49	876	4360	175	1556

Selanjutnya, setelah didapatkan permintaan produksi roti pada periode ke-n, diperoleh jumlah kebutuhan bahan baku tepung terigu (kg) pada periode ke-n minggu mendatang, disajikan jumlah kebutuhan bahan baku tepung terigu (kg) pada periode ke-n minggu mendatang tersebut kedalam bentuk Tabel 6.

Tabel 6. Jumlah Kebutuhan Bahan Baku Tepung Terigu (kg) pada Periode ke-n Minggu Mendatang

Minggu Ke-	kebutuhan bahan baku produksi tepung terigu(kg)				
	A1	A2	A3	A4	A5
0	70,1	808	515,2	184,0	94,6
1	64,5	722	609,8	136,7	120,9
3	60,3	650	686,9	105,1	140,9
5	54,7	587	751,7	82,4	156,7
7	50,5	534	804,3	68,3	168,2
9	46,3	491	848,1	57,8	178,7
11	43,5	452	886,6	50,8	186,1
13	39,3	419	916,4	47,3	192,4
15	36,4	391	944,5	43,8	197,7
17	33,6	366	967,4	42,1	201,9
19	30,8	345	984,8	40,3	205,0
:	:	:	:	:	:
89	9,8	219	1089,9	43,8	232,3
91	9,8	219	1089,9	43,8	232,3
93	9,8	219	1089,9	43,8	232,3
95	9,8	219	1089,9	43,8	232,3
97	9,8	219	1089,9	43,8	233,4
99	9,8	219	1089,9	43,8	233,4
101	9,8	219	1089,9	43,8	233,4
103	9,8	219	1089,9	43,8	233,4
105	9,8	219	1089,9	43,8	233,4
107	9,8	219	1089,9	43,8	233,4
109	9,8	219	1089,9	43,8	233,4
111	9,8	219	1089,9	43,8	233,4
113	9,8	219	1089,9	43,8	233,4
115	9,8	219	1089,9	43,8	233,4

117	9,8	219	1089,9	43,8	233,4
-----	-----	-----	--------	------	-------

Selanjutnya, setelah didapatkan permintaan produksi roti pada periode ke-n, diperoleh pula jumlah kebutuhan bahan baku gula pasir (kg) pada periode ke-n minggu mendatang, disajikan kedalam Tabel 7.

Tabel 7. Jumlah Kebutuhan Bahan Baku Gula Pasir (kg) pada Periode ke-n Minggu Mendatang

Minggu Ke-	kebutuhan bahan baku produksi				
	tepung terigu(kg)				
	A1	A2	A3	A4	A5
0	70,1	808	515,2	184,0	94,6
1	64,5	722	609,8	136,7	120,9
3	60,3	650	686,9	105,1	140,9
5	54,7	587	751,7	82,4	156,7
7	50,5	534	804,3	68,3	168,2
9	46,3	491	848,1	57,8	178,7
11	43,5	452	886,6	50,8	186,1
13	39,3	419	916,4	47,3	192,4
15	36,4	391	944,5	43,8	197,7
17	33,6	366	967,4	42,1	201,9
19	30,8	345	984,8	40,3	205,0
:	:	:	:	:	:
89	9,8	219	1089,9	43,8	232,3
91	9,8	219	1089,9	43,8	232,3
93	9,8	219	1089,9	43,8	232,3
95	9,8	219	1089,9	43,8	232,3
97	9,8	219	1089,9	43,8	233,4
99	9,8	219	1089,9	43,8	233,4
101	9,8	219	1089,9	43,8	233,4
103	9,8	219	1089,9	43,8	233,4
105	9,8	219	1089,9	43,8	233,4
107	9,8	219	1089,9	43,8	233,4
109	9,8	219	1089,9	43,8	233,4
111	9,8	219	1089,9	43,8	233,4
113	9,8	219	1089,9	43,8	233,4
115	9,8	219	1089,9	43,8	233,4
117	9,8	219	1089,9	43,8	233,4

Selanjutnya, setelah didapatkan permintaan produksi roti pada periode ke-n,

diperoleh pula jumlah kebutuhan bahan baku telur (butir) pada periode ke-n minggu mendatang, disajikan kedalam Tabel 8.

Tabel 8. Jumlah Kebutuhan Bahan Baku Telur (butir) pada Periode ke-n Minggu Mendatang

Minggu Ke-	kebutuhan bahan baku produksi				
	telur(butir)				
	A1	A2	A3	A4	A5
0	701	3231	2061	736	631
1	645	2888	2439	547	806
3	603	2600	2748	421	939
5	547	2348	3007	329	1044
7	505	2138	3217	273	1121
9	463	1963	3392	231	1192
11	435	1808	3547	203	1241
13	393	1675	3666	189	1283
15	364	1563	3778	175	1318
17	336	1465	3870	168	1346
19	308	1381	3939	161	1367
:	:	:	:	:	:
89	98	876	4360	175	1549
91	98	876	4360	175	1549
93	98	876	4360	175	1549
95	98	876	4360	175	1549
97	98	876	4360	175	1556
99	98	876	4360	175	1556
101	98	876	4360	175	1556
103	98	876	4360	175	1556
105	98	876	4360	175	1556
107	98	876	4360	175	1556
109	98	876	4360	175	1556
111	98	876	4360	175	1556
113	98	876	4360	175	1556
115	98	876	4360	175	1556
117	98	876	4360	175	1556

PEMBAHASAN

Analisis n Waktu yang Akan Datang

Keadaan dari sistem bergantung dengan waktu dapat ditentukan menggunakan variabel matriks probabilitas transisi dan matriks keadaan awal. Jika $P^{(n)}$ sebagai matriks

berukuran $m \times m$ dengan elemen $P_{ij}^{(n)}$, maka $P^{(n)} = P^n$, $n=1,2,\dots$

Misal $P^{(n)}$ merupakan matriks berukuran $m \times 1$ dengan elemen $P_j^{(n)}$, untuk P_0 adalah probabilitas awal dari keadaan sistem, maka $P^{(n)} = P_0 P^n$, $n=1,2,\dots$

Hal di atas berarti bahwa probabilitas keadaan sistem pada n -waktu didapatkan dengan mengalikan matriks probabilitas awal dengan matriks transisi n -waktu. Probabilitas awal didapatkan dari jumlah permintaan yang berawal dari suatu produk dibagi dengan jumlah keseluruhan permintaan. Nilai 0,050 adalah probabilitas awal dari produk A1, yang didapatkan dari jumlah permintaan yang berawal dari permintaan produk A1 sebesar 351 dibagi jumlah keseluruhan permintaan produk pada periode pertama sebesar 7009. Probabilitas awal dari produk A2 adalah 0,461 yang didapatkan dari jumlah permintaan yang berawal dari permintaan produk A2 sebesar 3228 dibagi jumlah keseluruhan permintaan produk pada periode pertama sebesar 7009. Probabilitas awal dari produk A3 adalah 0,294 yang didapatkan dari jumlah permintaan yang berawal dari permintaan produk A3 sebesar 2060 dibagi jumlah keseluruhan permintaan produk pada periode pertama sebesar 7009. Demikian juga nilai probabilitas awal produk untuk jenis roti yang lain. Pada kasus dalam penelitian ini dapat diketahui matriks probabilitas awalnya, yakni. $P_0 = [0,050 \ 0,461 \ 0,294 \ 0,105 \ 0,090]$

Dengan kata lain, matriks probabilitas awal dapat dikatakan *market share* awal. Jelas P_0 adalah *market share* pada periode awal. Perhitungan *market share* yang mungkin untuk produk roti A1, A2, A3, A4, dan A5 pada periode kedua dapat diperoleh dengan cara mengalikan matriks probabilitas transisi dengan *market share* pada periode pertama.

$$\begin{pmatrix} 0,8547 & 0,0077 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,8792 & 0,0243 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,1453 & 0,0824 & 0,9757 & 0,1533 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,7191 & 0,0316 \\ 0,0000 & 0,0307 & 0,0000 & 0,1276 & 0,9684 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,050 \\ 0,461 \\ 0,294 \\ 0,105 \\ 0,090 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,046 \\ 0,412 \\ 0,348 \\ 0,079 \\ 0,115 \end{pmatrix}$$

Berdasarkan perkalian matriks di atas, diperoleh nilai probabilitas *market share* untuk periode kedua, yakni produk jenis roti A1 sebesar 0,046, jenis roti A2 sebesar 0,412, jenis roti A3 sebesar 0,348, jenis roti A4 sebesar 0,079, dan jenis roti A5 sebesar 0,115.

Dari hasil perhitungan tersebut terlihat bahwa pada periode kedua jenis roti A2 menempati *market share* tertinggi dengan persentase sebesar 41,2%, diposisi kedua

diikuti oleh jenis roti A3 34,8%, posisi ketiga ditempati oleh jenis roti A5 sebesar 11,5%, posisi keempat ditempati oleh jenis roti A4 sebesar 7,9%, dan posisi kelima ditempati oleh jenis roti A1 sebesar 4,6%.

Setelah pemecahan untuk periode kedua, periode ketiga dapat ditentukan dengan dua cara. Metode pertama adalah kelanjutan pendekatan perhitungan terdahulu, mengalikan matriks probabilitas transisi mulai dengan *market share* periode kedua yang akan menghasilkan *market share* periode ketiga. Metode kedua adalah mengkuadratkan matriks probabilitas transisi untuk jumlah periode yang diinginkan kemudian mengalikan matriks yang dihasilkan dengan *market share* awal. Perhitungan nilai probabilitas *market share* ini dilakukan untuk mendapatkan *market share* saat mencapai kondisi *ekuilibrium (steady state)*, dimana kondisi *steady state* terjadi jika tidak ada produk baru lagi yang mengubah matriks transisi awal.

Perkalian matriks digunakan lagi untuk mencari *market share* setiap produk roti. Berdasarkan perhitungan *market share* dalam beberapa periode waktu- n tersebut, dapat dilihat pada Tabel 4. Probabilitas *Market Share* Permintaan Produksi Roti pada Periode ke- n .

Oleh sebab perhitungan *market share* permintaan produk per periode waktu yakni dua minggu sekali, sehingga menurut tabel 4 dapat dijabarkan perhitungan permintaan produk roti untuk waktu mendatang per dua minggu yakni terlihat pada periode ke-1 atau minggu ke-1 jenis roti A2 menempati *market share* tertinggi dengan persentase sebesar 41,2%, diposisi kedua diikuti oleh jenis roti A3 34,8%, posisi ketiga ditempati oleh jenis roti A5 sebesar 11,5%, posisi keempat ditempati oleh jenis roti A4 sebesar 7,8%, dan posisi kelima ditempati oleh jenis roti A1 sebesar 4,6%.

Pada periode ke-2 atau minggu ke-3 jenis roti A3 menempati *market share* tertinggi dengan persentase sebesar 39,2%, diposisi kedua diikuti oleh jenis roti A2 37,1%, posisi ketiga ditempati oleh jenis roti A5 sebesar 13,4%, posisi keempat ditempati oleh jenis roti A4 sebesar 6,0%, dan posisi kelima ditempati oleh jenis roti A1 sebesar 4,3%.

Pada periode ke-3 atau minggu ke-5 jenis roti A3 menempati *market share* tertinggi dengan persentase sebesar 42,9%, diposisi kedua diikuti oleh jenis roti A2 33,5%, posisi ketiga ditempati oleh jenis roti A5 sebesar 14,9%, posisi keempat ditempati oleh jenis roti A4 sebesar 4,7%, dan posisi kelima ditempati oleh jenis roti A1 sebesar 3,9%.

Pada periode ke-4 atau minggu ke-7 jenis roti A3 menempati *market share* tertinggi dengan persentase sebesar 45,9%, diposisi kedua diikuti oleh jenis roti A2 30,5%, posisi ketiga ditempati oleh jenis roti A5 sebesar 16,0%, posisi keempat ditempati oleh jenis roti A4 sebesar 3,9%, dan posisi kelima ditempati oleh jenis roti A1 sebesar 3,6%.

Pada periode ke-5 atau minggu ke-9 jenis roti A3 menempati *market share* tertinggi dengan persentase sebesar 48,4%, diposisi kedua diikuti oleh jenis roti A2 28,0%, posisi ketiga ditempati oleh jenis roti A5 sebesar 17,0%, dan posisi keempat ditempati oleh jenis roti A1 dan jenis roti A4 sebesar 3,3%.

Perhitungan di atas berlaku sampai dengan persentase *market share* produk untuk beberapa waktu mendatang atau periode ke-n hingga tercapai kondisi *ekuilibrium (steady state)*. Berdasarkan Tabel 4 dapat diramalkan banyaknya permintaan produksi untuk jenis roti A1, A2, A3, A4, dan A5 dalam beberapa waktu mendatang. Walaupun terlihat bahwa permintaan produk jenis roti A1, A2 dan A4 yang terus mengalami penurunan, berbeda dengan permintaan produk jenis roti A3 dan A5 terus mengalami peningkatan. Sehingga dapat dikatakan bahwa konsumen cenderung lebih berminat memesan jenis roti A3 dan roti A5.

Menentukan Kondisi Ekuilibrium (*Steady State*)

Menurut Dwijanto (2008:9) dalam pembahasan rantai Markov ini, keseimbangan itu akan menjelaskan bagaimana perubahan-perubahan variabel di dalam sistem itu akhirnya membawa $P_{i(j)}$ atau *market share* dalam kondisi yang tidak berubah-ubah lagi atau stabil.

Oleh karena matriks probabilitas awal sebesar $P_0 = [0,050 \ 0,461 \ 0,294 \ 0,105 \ 0,090]$ diperoleh nilai *ekuilibrium (steady state)* yang dicapai pada periode waktu ke-49 dengan persentase nilai *ekuilibrium (steady state)* masing-masing produk jenis roti, yakni jenis roti A1=0,7%, jenis roti A2=12,5%, jenis roti A3=62,2%, jenis roti A4=2,5%, dan jenis roti A5=22,2% (dilihat pada tabel 4).

Demikian terlihat pada tabel 4 meskipun *market share* jenis roti A1 mengalami peningkatan dan penurunan pada awal-awal periode, ternyata pada akhirnya berhenti pada periode waktu ke-49, yakni pada persentase 0,7%. Demikian pula berlaku dengan *market share* untuk jenis roti A2, A3, A4 dan A5 yang mengalami peningkatan dan penurunan pada awal-awal periode, namun nilainya akan tetap stabil konstan setelah kondisi *ekuilibrium*

(*steady state*) tercapai. Hal ini menunjukkan bahwa untuk *market share* kelima jenis roti tersebut tidak akan berubah lagi, kecuali ada jenis roti baru yang mengubah matriks probabilitas transisi pada periode waktu ke-49 tersebut.

Menentukan Penjadwalan Produksi untuk n Waktu yang Mendatang

Berdasarkan pedoman Tabel 5 telah diperoleh *market share* permintaan produksi roti untuk waktu mendatang, sehingga dapat ditentukan banyaknya permintaan produksi roti untuk jenis roti A1, A2, A3, A4, dan A5.

Menurut Tabel 4 terlihat bahwa *market share* untuk periode waktu ke-1 atau dapat diartikan periode waktu minggu ke-1, yakni $P_1 = [0,046 \ 0,412 \ 0,348 \ 0,078 \ 0,115]$. Karena pada kasus ini seluruh permintaan produksi dalam satu periode adalah 7009, sehingga didapatkan permintaan produksi jenis roti berikut.

$$A1=0,046 \times 100\% \times 7009 = 325$$

$$A2=0,412 \times 100\% \times 7009 = 2888$$

$$A3=0,348 \times 100\% \times 7009 = 2440$$

$$A4=0,078 \times 100\% \times 7009 = 551$$

$$A5=0,115 \times 100\% \times 7009 = 806$$

Selanjutnya, untuk untuk periode waktu ke-2 atau dapat diartikan periode waktu minggu ke-3, yakni $P_2 = [0,043 \ 0,371 \ 0,392 \ 0,060 \ 0,134]$. Karena pada kasus ini seluruh permintaan produksi dalam satu periode adalah 7009, sehingga didapatkan permintaan produksi jenis roti berikut.

$$A1=0,043 \times 100\% \times 7009 = 301$$

$$A2=0,371 \times 100\% \times 7009 = 2600$$

$$A3=0,392 \times 100\% \times 7009 = 2748$$

$$A4=0,060 \times 100\% \times 7009 = 421$$

$$A5=0,134 \times 100\% \times 7009 = 939$$

Selanjutnya, untuk untuk periode waktu ke-3 atau dapat diartikan periode waktu minggu ke-5, yakni $P_3 = [0,039 \ 0,335 \ 0,429 \ 0,047 \ 0,149]$. Karena pada kasus ini seluruh permintaan produksi dalam satu periode adalah 7009, sehingga didapatkan permintaan produksi jenis roti berikut.

$$A1=0,039 \times 100\% \times 7009 = 273$$

$$A2=0,335 \times 100\% \times 7009 = 2348$$

$$A3=0,429 \times 100\% \times 7009 = 3007$$

$$A4=0,047 \times 100\% \times 7009 = 329$$

$$A5=0,149 \times 100\% \times 7009 = 1044$$

Selanjutnya, untuk untuk periode waktu ke-4 atau dapat diartikan periode waktu minggu ke-7, yakni $P_4 = [0,036 \ 0,305 \ 0,459 \ 0,039 \ 0,160]$. Karena pada kasus ini seluruh permintaan produksi dalam satu periode adalah 7009, sehingga didapatkan permintaan produksi jenis roti berikut.

$$A1=0,036 \times 100\% \times 7009 = 252$$

$$\begin{aligned}
 A2 &= 0,305 \times 100\% \times 7009 = 2138 \\
 A3 &= 0,459 \times 100\% \times 7009 = 3217 \\
 A4 &= 0,039 \times 100\% \times 7009 = 273 \\
 A5 &= 0,160 \times 100\% \times 7009 = 1121
 \end{aligned}$$

Selanjutnya, untuk periode waktu ke-5 atau dapat diartikan periode waktu minggu ke-9, yakni $P_4 = [0,033 \ 0,280 \ 0,484 \ 0,033 \ 0,170]$. Karena pada kasus ini seluruh permintaan produksi dalam satu periode adalah 7009, sehingga didapatkan permintaan produksi jenis roti berikut.

$$\begin{aligned}
 A1 &= 0,033 \times 100\% \times 7009 = 231 \\
 A2 &= 0,280 \times 100\% \times 7009 = 1963 \\
 A3 &= 0,484 \times 100\% \times 7009 = 3392 \\
 A4 &= 0,033 \times 100\% \times 7009 = 231 \\
 A5 &= 0,170 \times 100\% \times 7009 = 1192
 \end{aligned}$$

Selanjutnya, dengan telah diketahuinya probabilitas *market share* permintaan produk roti pada periode ke-n pada tabel 4 maka berapapun jumlah permintaan produk, selama tidak adanya produk baru yang masuk probabilitas *market share* tetap berlaku (dapat dilihat pada tabel 5). Karena pada periode waktu ke-49 atau minggu ke-97 telah mencapai *steady state* untuk periode waktu selanjutnya probabilitas *market share* tidak berubah sehingga permintaan produk untuk periode selanjutnya akan tetap.

Menentukan Perencanaan Persediaan Bahan Baku Produksi

Karena pada kasus ini telah ditentukan, yakni untuk permintaan produksi roti tetap 7009. Sehingga dapat direncanakan persediaan bahan baku produksi roti dalam satu tahun mendatang per dua minggu. Kebutuhan bahan baku yang dianalisis dalam kasus ini, antara lain tepung terigu, gula pasir dan telur. Berdasarkan rincian bahwa kebutuhan bahan baku per-pcs jenis roti A1 untuk tepung terigu 200 gr, gula pasir 200 gr, dan telur 2 butir. Jenis roti A2, A3, dan A4 membutuhkan bahan baku yang sama untuk tepung terigu 250 gr, gula pasir 250 gr, dan telur 1 butir. Selanjutnya, jenis roti A5 untuk tepung terigu 150 gr, gula pasir 150 gr, dan telur 1 butir.

Berdasarkan pedoman Tabel 5 telah diperoleh banyaknya permintaan produksi roti untuk waktu mendatang per dua minggu, sehingga dapat ditentukan banyaknya kebutuhan bahan baku produksi roti untuk jenis roti A1, A2, A3, A4, dan A5 setiap dua minggu dalam beberapa waktu mendatang. Karena telah dibahas pada poin 4.5 menentukan penjadwalan produksi untuk n waktu yang mendatang maka telah diperoleh banyaknya permintaan produksi roti untuk periode waktu ke-1 atau dapat diartikan periode waktu minggu ke-1, yakni $A1=322$,

$A2=2888$, $A3=2439$, $A4=547$, dan $A5=806$. Sehingga didapatkan kebutuhan bahan baku produksi jenis roti sebagai berikut. Kebutuhan bahan baku untuk tepung terigu(kg):

$$\begin{aligned}
 A1 &= 322 \times 200 \text{ gr} = 64400 \text{ gr} = 64,5 \text{ kg} \\
 A2 &= 2888 \times 250 \text{ gr} = 722000 \text{ gr} = 722 \text{ kg} \\
 A3 &= 2439 \times 250 \text{ gr} = 609750 \text{ gr} = 609,8 \text{ kg} \\
 A4 &= 547 \times 250 \text{ gr} = 136750 \text{ gr} = 136,7 \text{ kg} \\
 A5 &= 806 \times 150 \text{ gr} = 120900 \text{ gr} = 120,9 \text{ kg}
 \end{aligned}$$

Kebutuhan bahan baku untuk gula pasir(kg):

$$\begin{aligned}
 A1 &= 322 \times 200 \text{ gr} = 64400 \text{ gr} = 64,5 \text{ kg} \\
 A2 &= 2888 \times 250 \text{ gr} = 722000 \text{ gr} = 722 \text{ kg} \\
 A3 &= 2439 \times 250 \text{ gr} = 609750 \text{ gr} = 609,8 \text{ kg} \\
 A4 &= 547 \times 250 \text{ gr} = 136750 \text{ gr} = 136,7 \text{ kg} \\
 A5 &= 806 \times 150 \text{ gr} = 120900 \text{ gr} = 120,9 \text{ kg}
 \end{aligned}$$

Kebutuhan bahan baku untuk telur(butir):

$$\begin{aligned}
 A1 &= 322 \times 2 \text{ butir} = 645 \text{ butir} \\
 A2 &= 2888 \times 1 \text{ butir} = 2888 \text{ butir} \\
 A3 &= 2439 \times 1 \text{ butir} = 2439 \text{ butir} \\
 A4 &= 547 \times 1 \text{ butir} = 547 \text{ butir} \\
 A5 &= 806 \times 1 \text{ butir} = 806 \text{ butir}
 \end{aligned}$$

Selanjutnya, banyaknya permintaan produksi roti untuk periode waktu ke-2 atau dapat diartikan periode waktu minggu ke-3, yakni $A1=301$, $A2=2600$, $A3=2748$, $A4=421$, dan $A5=939$. Sehingga didapatkan kebutuhan bahan baku produksi jenis roti sebagai berikut.

Kebutuhan bahan baku untuk tepung terigu(kg):

$$\begin{aligned}
 A1 &= 301 \times 200 \text{ gr} = 60300 \text{ gr} = 60,3 \text{ kg} \\
 A2 &= 2600 \times 250 \text{ gr} = 650000 \text{ gr} = 650,0 \text{ kg} \\
 A3 &= 2748 \times 250 \text{ gr} = 686900 \text{ gr} = 686,9 \text{ kg} \\
 A4 &= 421 \times 250 \text{ gr} = 105100 \text{ gr} = 105,1 \text{ kg} \\
 A5 &= 939 \times 150 \text{ gr} = 140900 \text{ gr} = 140,9 \text{ kg}
 \end{aligned}$$

Kebutuhan bahan baku untuk gula pasir(kg):

$$\begin{aligned}
 A1 &= 301 \times 200 \text{ gr} = 603000 \text{ gr} = 60,3 \text{ kg} \\
 A2 &= 2600 \times 250 \text{ gr} = 650000 \text{ gr} = 650,0 \text{ kg} \\
 A3 &= 2748 \times 250 \text{ gr} = 686900 \text{ gr} = 686,9 \text{ kg} \\
 A4 &= 421 \times 250 \text{ gr} = 105100 \text{ gr} = 105,1 \text{ kg} \\
 A5 &= 939 \times 150 \text{ gr} = 140900 \text{ gr} = 140,9 \text{ kg}
 \end{aligned}$$

Kebutuhan bahan baku untuk telur(butir):

$$\begin{aligned}
 A1 &= 301 \times 2 \text{ butir} = 603 \text{ butir} \\
 A2 &= 2600 \times 1 \text{ butir} = 2600 \text{ butir} \\
 A3 &= 2748 \times 1 \text{ butir} = 2748 \text{ butir} \\
 A4 &= 421 \times 1 \text{ butir} = 421 \text{ butir} \\
 A5 &= 939 \times 1 \text{ butir} = 939 \text{ butir}
 \end{aligned}$$

Selanjutnya, banyaknya permintaan produksi roti untuk periode waktu ke-3 atau dapat diartikan periode waktu minggu ke-5, yakni $A1=273$, $A2=2348$, $A3=3007$, $A4=329$, dan $A5=1044$. Sehingga didapatkan kebutuhan bahan baku produksi jenis roti sebagai berikut.

Kebutuhan bahan baku untuk tepung terigu(kg):

$$\begin{aligned} A1 &= 273 \times 200 \text{ gr} = 54700 \text{ gr} = 54,7 \text{ kg} \\ A2 &= 2348 \times 250 \text{ gr} = 587000 \text{ gr} = 587,0 \text{ kg} \\ A3 &= 3007 \times 250 \text{ gr} = 751700 \text{ gr} = 751,7 \text{ kg} \\ A4 &= 329 \times 250 \text{ gr} = 82400 \text{ gr} = 82,4 \text{ kg} \\ A5 &= 1044 \times 150 \text{ gr} = 156700 \text{ gr} = 156,7 \text{ kg} \end{aligned}$$

Kebutuhan bahan baku untuk gula pasir(kg):

$$\begin{aligned} A1 &= 273 \times 200 \text{ gr} = 54700 \text{ gr} = 54,7 \text{ kg} \\ A2 &= 2348 \times 250 \text{ gr} = 587000 \text{ gr} = 587,0 \text{ kg} \\ A3 &= 3007 \times 250 \text{ gr} = 751700 \text{ gr} = 751,7 \text{ kg} \\ A4 &= 329 \times 250 \text{ gr} = 82400 \text{ gr} = 82,4 \text{ kg} \\ A5 &= 1044 \times 150 \text{ gr} = 156700 \text{ gr} = 156,7 \text{ kg} \end{aligned}$$

Kebutuhan bahan baku untuk telur(butir):

$$\begin{aligned} A1 &= 273 \times 2 \text{ butir} = 547 \text{ butir} \\ A2 &= 2348 \times 1 \text{ butir} = 2348 \text{ butir} \\ A3 &= 3007 \times 1 \text{ butir} = 3007 \text{ butir} \\ A4 &= 329 \times 1 \text{ butir} = 329 \text{ butir} \\ A5 &= 1044 \times 1 \text{ butir} = 1044 \text{ butir} \end{aligned}$$

Selanjutnya, banyaknya permintaan produksi roti untuk periode waktu ke-4 atau dapat diartikan periode waktu minggu ke-7, yakni $A1=252$, $A2=2138$, $A3=3217$, $A4=273$, dan $A5=1121$. Sehingga didapatkan kebutuhan bahan baku produksi jenis roti sebagai berikut.

Kebutuhan bahan baku untuk tepung terigu(kg):

$$\begin{aligned} A1 &= 252 \times 200 \text{ gr} = 50500 \text{ gr} = 50,5 \text{ kg} \\ A2 &= 2138 \times 250 \text{ gr} = 534000 \text{ gr} = 534,0 \text{ kg} \\ A3 &= 3217 \times 250 \text{ gr} = 804300 \text{ gr} = 804,3 \text{ kg} \\ A4 &= 273 \times 250 \text{ gr} = 68300 \text{ gr} = 68,3 \text{ kg} \\ A5 &= 1121 \times 150 \text{ gr} = 168200 \text{ gr} = 168,2 \text{ kg} \end{aligned}$$

Kebutuhan bahan baku untuk gula pasir(kg):

$$\begin{aligned} A1 &= 252 \times 200 \text{ gr} = 50400 \text{ gr} = 50,5 \text{ kg} \\ A2 &= 2138 \times 250 \text{ gr} = 534500 \text{ gr} = 534,0 \text{ kg} \\ A3 &= 3217 \times 250 \text{ gr} = 804300 \text{ gr} = 804,3 \text{ kg} \\ A4 &= 273 \times 250 \text{ gr} = 68300 \text{ gr} = 68,3 \text{ kg} \\ A5 &= 1121 \times 150 \text{ gr} = 168200 \text{ gr} = 168,2 \text{ kg} \end{aligned}$$

Kebutuhan bahan baku untuk telur(butir):

$$\begin{aligned} A1 &= 252 \times 2 \text{ butir} = 504 \text{ butir} \\ A2 &= 2138 \times 1 \text{ butir} = 2138 \text{ butir} \\ A3 &= 3217 \times 1 \text{ butir} = 3217 \text{ butir} \\ A4 &= 273 \times 1 \text{ butir} = 273 \text{ butir} \\ A5 &= 1121 \times 1 \text{ butir} = 1121 \text{ butir} \end{aligned}$$

Selanjutnya, banyaknya permintaan produksi roti untuk periode waktu ke-5 atau dapat diartikan periode waktu minggu ke-9, yakni $A1=231$, $A2=1963$, $A3=3392$, $A4=231$, dan $A5=1192$. Sehingga didapatkan kebutuhan bahan baku produksi jenis roti sebagai berikut.

Kebutuhan bahan baku untuk tepung terigu(kg):

$$\begin{aligned} A1 &= 231 \times 200 \text{ gr} = 46300 \text{ gr} = 46,3 \text{ kg} \\ A2 &= 1963 \times 250 \text{ gr} = 49075 \text{ gr} = 491,0 \text{ kg} \\ A3 &= 3392 \times 250 \text{ gr} = 848100 \text{ gr} = 848,1 \text{ kg} \\ A4 &= 231 \times 250 \text{ gr} = 57750 \text{ gr} = 57,8 \text{ kg} \\ A5 &= 1192 \times 150 \text{ gr} = 178514 \text{ gr} = 178,7 \text{ kg} \end{aligned}$$

Kebutuhan bahan baku untuk gula pasir(kg):

$$\begin{aligned} A1 &= 231 \times 200 \text{ gr} = 46300 \text{ gr} = 46,3 \text{ kg} \\ A2 &= 1963 \times 250 \text{ gr} = 49075 \text{ gr} = 491,0 \text{ kg} \\ A3 &= 3392 \times 250 \text{ gr} = 848100 \text{ gr} = 848,1 \text{ kg} \\ A4 &= 231 \times 250 \text{ gr} = 57750 \text{ gr} = 57,8 \text{ kg} \\ A5 &= 1192 \times 150 \text{ gr} = 178514 \text{ gr} = 178,7 \text{ kg} \end{aligned}$$

Kebutuhan bahan baku untuk telur(butir):

$$\begin{aligned} A1 &= 231 \times 2 \text{ butir} = 463 \text{ butir} \\ A2 &= 1963 \times 1 \text{ butir} = 1963 \text{ butir} \\ A3 &= 3392 \times 1 \text{ butir} = 3392 \text{ butir} \\ A4 &= 231 \times 1 \text{ butir} = 231 \text{ butir} \\ A5 &= 1192 \times 1 \text{ butir} = 1192 \text{ butir} \end{aligned}$$

Selanjutnya, dengan telah diketahuinya permintaan produk roti pada periode ke-n pada Tabel 5 maka berapapun jumlah kebutuhan bahan baku tepung, gula pasir, dan telur dapat diketahui, selama tidak adanya produk baru yang masuk probabilitas *market share* tetap berlaku. Karena pada periode waktu ke-49 atau minggu ke-97 telah mencapai *steady state* untuk periode waktu selanjutnya permintaan produksi tidak berubah sehingga kebutuhan bahan baku tepung, gula pasir, dan telur untuk periode selanjutnya akan tetap. Kemudian, untuk periode waktu selanjutnya dapat dilihat pada Tabel 6. Jumlah Kebutuhan Bahan Baku Tepung Terigu (kg) pada Periode ke-n Minggu Mendatang, Tabel 7. Jumlah Kebutuhan Bahan Baku Gula Pasir (kg) pada Periode ke-n Minggu Mendatang, dan Tabel 8. Jumlah Kebutuhan Bahan Baku Telur (butir) pada Periode ke-n Minggu Mendatang.

PENUTUP

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah dijabarkan, dapat diambil simpulan antara lain:

Penentuan *market share* setiap periode waktu n mendatang diperoleh *market share* banyaknya permintaan produksi untuk setiap waktu n yang akan datang. Kondisi *ekuilibrium (steady state)* jumlah permintaan produksi roti diperoleh *market share* pada periode waktu ke-49 atau periode minggu ke-97 dengan $P_{49} = [0,007 \ 0,125 \ 0,622 \ 0,025 \ 0,222]$ sehingga didapatkan persentase permintaan produksi roti brownies=0,7%, roti gulung nastro=12,5%, roti gulung spc=62,2%,

roti gulung bansom=2,5%, dan roti bolu setengah lingkaran=22,2%. Oleh karena pada kasus seluruh permintaan jenis roti 7009 pcs, didapatkan banyaknya permintaan produksi roti brownies=49 pcs, roti gulung nastro=876 pcs, roti gulung spc=4360 pcs, roti gulung bansom=175 pcs, dan roti bolu setengah lingkaran=1556 pcs.

Kebijakan yang optimal dicapai pada saat kondisi ekuilibrium (steady state), kondisi steady state tercapai pada periode ke-49 atau minggu ke-97. Sehingga, kebijakan yang optimal dalam perencanaan persediaan bahan baku dengan mempertimbangkan penjadwalan produksi dapat dilihat dari banyaknya permintaan produksi jenis roti tersebut. Oleh karena itu, dapat dipertimbangkan persediaan bahan baku seperti tepung terigu 1089,9 kg, gula pasir 1089,9 kg, dan telur 4360 butir disimpan untuk kebutuhan produksi roti gulung spc, yang kedua untuk roti bolu setengah lingkaran tepung terigu 233,4 kg, gula pasir 233,4 kg, dan telur 1556 butir, yang ketiga untuk roti gulung nastro tepung terigu 219,0 kg, gula pasir 219,0 kg, dan telur 876 butir, yang keempat untuk roti gulung bansom tepung terigu 43,8 kg, gula pasir 43,8 kg, dan telur 175 butir, dan yang kelima roti brownies tepung terigu 9,8 kg, gula pasir 9,8 kg, dan telur 98 butir.

Berdasarkan simpulan yang telah dijabarkan, peneliti menyarankan antara lain:

Hasil penelitian ini dapat dijadikan sebagai bahan pertimbangan bagi perusahaan Kinken Cake & Bakery Kutoarjo dalam menentukan pemesanan persediaan bahan baku untuk produk jenis roti brownies, roti gulung nastro, roti gulung spc, roti gulung bansom, dan roti bolu setengah lingkaran.

Hasil penelitian ini dapat dijadikan untuk memonitoring banyaknya permintaan produksi roti di Kinken Cake & Bakery Kutoarjo per dua minggu sehingga dapat meramalkan keuntungan produksinya.

DAFTAR PUSTAKA

- Agustini & Yus. 2004. Konsep-konsep Dasar Riset Operasional. Jakarta: Rineka Cipta.
- Amelia, L. & Aprianto. 2011. Optimalisasi Penjadwalan Produksi dengan Metode Algoritma Genetika Di PT. Progress Diecast. Skripsi. Jakarta: Program Studi Teknik Industri Universitas Esa Unggul.
- Astuti, A P. 2011. Kebijakan Optimal Persediaan Barang Menggunakan Markov Decision Process (Studi Kasus PT. Jadi Sentra Pangan). Skripsi. Semarang: Universitas Negeri Semarang.
- Betrianis & Aryawan. 2003. Penerapan Algoritma Tabu Search dalam Penjadwalan Job-Shop. *Makara, Teknologi*, Vol. 7, No. 3. Depok: Fakultas Teknik Universitas Indonesia.
- Bronson, R. 1993. *Teori dan Sola-soal Operations Research*. Jakarta: Erlangga.
- Dimyati TT. & Ahmad. 2004. Operations Research Model-model Pengambilan Keputusan. Bandung: Sinar Baru Algesindo.
- Dwijanto.2008. Riset Operasi. Unnes: Semarang.
- Fitri & Hamidah. 2010. Perencanaan Kebutuhan Staf Akademik dan Karyawan Menggunakan Rantai Markov dan Peramalan (Studi Kasus: Fakultas Teknik, Universitas Trunojoyo). *Seminar Nasional Manajemen Teknologi XI disampaikan pada 6 Februari 2010 dalam acara Prosiding Seminar Nasional Manajemen XI Vol. A No.16 Tahun 2010 ISSN: 978-979-99735-9-7*. Surabaya: Program Studi MMT-ITS.
- Ginting, R. 2009. Penjadwalan Mesin. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Hiller & Lieberman. 2008. *Introduction to Operations Research Seventh Edition*. Stanford University: Amerika Serikat.
- Masruroh, N. 2006. Analisa Penjadwalan Produksi Dengan Menggunakan Metode Campbell Deduck Smith, Palmer Dan Dannenbring Di PT. Loka Refraktoris Surabaya. Skripsi. Surabaya: Teknik Industri FPI-UPN Veteran Jatim.
- Mulyono, S. 2004. Riset Operasi. Jakarta: Lembaga Penerbit Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia.
- Mushi, A R. 2006. *Tabu Search For University Course Timetabling Problem. Science and Engineering Series Vol. 7, No. 1, pp. 33-40*. African: *African Journal of Science and Technology (AJST)*.
- Nadia, V., Sari, DRS., & Sianto, ME. 2010. Penjadwalan Produksi dan Perencanaan Persediaan Bahan Baku di PT. Wahana Lentera Raya. *Widya Teknik Vol. 9, No. 2, (179-192)*.
- S, Syafruddin, et al 2014. Aplikasi Analisis Rantai Markov untuk Memprediksi Status Pasien Rumah Sakit Umum Kabupaten Barru. *Online Journal of Natural Science. Vol.3(3) Desember 2014: 313 – 321*. Makassar: Jurusan Matematika. Universitas Negeri Makassar.
- Sarjono, H., Edwin, Sentosa, H., Bong, F. 2011. Analisis Markov Chain Terhadap Persediaan Bahan Baku Studi Kasus pada CV Sinar Bahagia Group. *Binus Business Review Vol. 2 No. 2 November 2011: 1071-1076* Jakarta Barat: Universitas Binus.

- Sutawidjaja, A. 2004. Program Linier. Malang: Universitas Negeri Malang.
- Taha, H A. 1982. *Operations Research an Introduction Third Edition*. United States of America: Macmillan Publishing Co., Inc.
- Trisnawati, Sangadji dan Karmila. 2011. Seminar Nasional Teknologi Informasi: Implementasi Metode Tabu Search untuk Penjadwalan Kelas *disampaikan pada 26 November 2011 dalam acara Seminar Nasional Teknologi Informasi Vol. 8 No. 1 Tahun 2011 ISSN: 1829-9156, pp 39-44*. Jakarta Barat: STT PLN.
- Yusof dan Mahbar. 2012. *Bahagian Pasaran Kereta Nasional Malaysia: Satu Analisi Model Rantai Markov (Malaysian National Car Market Share: A Markov Chain Analysis)*. *Jurnal Ekonomi Malaysia* 46(1)(2012) 65-71. Malaysia: Universitas Kabangsaan Malaysia.