

## PEMODELAN GEOGRAPHICALLY WEIGHTED REGRESSION (GWR) DENGAN FUNGSI PEMBOBOT KERNEL GAUSSIAN DAN BI-SQUARE

**Nurul Lutfiani<sup>✉</sup>, Sugiman, dan Scolastika Mariani**

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Semarang, Indonesia  
Gedung D7 Lt. 1, Kampus Sekaran Gunungpati, Semarang 50229

### Info Artikel

Sejarah Artikel:

Diterima Agustus 2017

Disetujui Mei 2019

Dipublikasikan Mei 2019

### Abstrak

Model spasial *Geographically Weighted Regression* (GWR) adalah salah satu metode statistika yang dapat digunakan untuk menganalisis faktor risiko secara spasial dengan pendekatan titik. Fungsi pembobot yang digunakan untuk model GWR adalah fungsi kernel gaussian dan bi-square. Langkah analisis yang dilakukan yaitu melakukan pengujian dengan metode OLS. Dalam pengujian diperoleh 2 variabel yang signifikan, selanjutnya melakukan pengujian menggunakan metode GWR. Membandingkan nilai  $R^2$  dan AIC antara model GWR dengan fungsi pembobot kernel gaussian dan bi-square menggunakan Program R. Berdasarkan hasil penelitian yang diperoleh Tabel ANOVA untuk menguji kebaikan GWR secara global, model GWR lebih efektif daripada OLS. Diperoleh model GWR dengan fungsi pembobot gaussian di Kabupaten Cilacap  $y_i = 0,017574 - 0,714742X_1 + 0,812049X_3$ , nilai  $R^2$  sebesar 77,47%, nilai AIC sebesar 53,44198 dan model GWR dengan fungsi pembobot bi-square di Kabupaten Cilacap  $y_i = -0,024805 -0,716867X_1 + 0,832846X_3$ , nilai  $R^2$  sebesar 76,19%, nilai AIC sebesar 54,64947. Nilai  $R^2$  terbesar dan nilai AIC terkecil dimiliki oleh model GWR dengan kernel gaussian.

**Keywords:**

*spatial regression,*  
*geographically weighted regression,*  
*Gaussian Kernel,*  
*Bi-square Kernel*

### Abstract

*Geographically Weighted Regression (GWR) spatial model is one of the statistical methods that can be used to analyze spatial risk factors with point approach. The weighting function used for the GWR model is the function of the gaussian and bi-square kernels. Step analysis is done that is testing with OLS method. In the test obtained 2 significant variables, then perform testing using GWR method. Compare the values of  $R^2$  and AIC between the GWR models with the gaussian and bi-square kernel weighted functions using Program R. Based on the results obtained by the ANOVA table to test GWR's global goodness, the GWR model is more effective than OLS. GWR model was obtained with gaussian weighted function in Cilacap District  $y_i = 0,017574 - 0,714742X_1 + 0,812049X_3$ ,  $R^2$  value 77,47%, AIC value 53,44198 and GWR model With a bi-square weighting function in Cilacap District Cilacap  $y_i = -0,024805 -0,716867X_1 + 0,832846X_3$ ,  $R^2$  value is 76.19%, AIC value is 54,64947. The largest  $R^2$  value and the smallest AIC value are owned by the GWR model with the gaussian kernel.*

### How to cite :

Lutfiani N., Sugiman & Mariani Sc. 2017. Pemodelan *Geographically Weighted Regression* (GWR) dengan Fungsi Pembobot Kernel Gaussian dan Bi-square. *UNNES Journal of Mathematics* 5(1) : 82-91

## PENDAHULUAN

Analisis regresi merupakan suatu metode statistika yang digunakan untuk menganalisis hubungan antara peubah respon (*dependent*) dan peubah penjelas (*independent*). Analisis regresi umumnya digunakan untuk menganalisis data variabel respon yang berupa data kontinu (Kurniawan, 2017). Regresi spasial merupakan pengembangan dari metode linear klasik. Pengembangan ini karena adanya pengaruh tempat atau spasial pada data yang dianalisis (Wang, 2016). Apabila terdapat data dengan efek spasial maka analisis yang digunakan adalah analisis regresi spasial. Hal ini jika digunakan maka regresi linear sederhana (OLS) maupun regresi berganda akan memberikan hasil kurang akurat dan kesimpulan kurang tepat karena asumsi error saling bebas tidak terpenuhi. Eksistensi regresi spasial menurut Tobler (Tobler's first law of geography) dalam Schabenberger dan Gotway (2005) mengatakan "*everything is related to everything else, but near things are more related than distant things*". Segala sesuatu saling berhubungan satu dengan yang lainnya, tetapi sesuatu yang dekat lebih mempunyai pengaruh daripada sesuatu yang jauh.

Berdasarkan tipe data, pemodelan spasial dapat dibedakan menjadi pemodelan dengan pendekatan titik dan area (Salamah *et. al* 2012). Data titik menunjukkan lokasi yang berupa titik, misalnya berupa titik pada *longitude* (garis bujur) dan *latitude* (garis lintang). Data garis digunakan untuk menggambarkan suatu hal yang memiliki jalur panjang, bukan suatu area, misalnya garis kontur, jaringan jalan, sungai listrik, dan sebagainya. Data area menunjukkan lokasi yang berupa luasan, seperti suatu negara, kabupaten, kota dan sebagainya (Azkiyah, 2016). Jenis pendekatan titik yaitu *Geographically Weighted Regression (GWR)*, *Geographically Weighted Poisson Regression (GWPR)*, *Geographically Weighted Logistic Regression (GWLR)*, *Space-Time Autoregressive (STAR)* dan *Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR)*. Jenis pendekatan area diantaranya *Mixed Regressive-Autoregressive* atau *Spasial Autoregressive Model (SAR)*, *Spasial Error Models (SEM)*, *Spasial Durbin Model (SDM)*, *Conditional Autoregressive Models (CAR)*, *Spasial Autoregressive Moving Average (SARMA)*, dan panel data.

Salah satu metode statistika yang dapat digunakan menganalisis faktor risiko secara spasial dengan pendekatan titik adalah model spasial *Geographically Weighted Regression (GWR)*. Metode ini memperluas kerangka model regresi global menjadi model regresi

lokal yang memungkinkan estimasi parameter secara lokal. Setiap parameter regresi diestimasi di setiap titik lokasi geografis sehingga hubungan antara variabel respon (*Y*) dan variabel penjelas (*X*) bervariasi (tidak sama) di sepanjang lokasi. Penggunaan data spasial dan data temporal pada pemodelan berbasis GWR secara simultan dapat menghasilkan model yang lebih informatif dibandingkan dengan hanya menggunakan cross-sectional data.

Pemilihan matriks pembobot adalah salah satu langkah utama dalam GWR karena akan sangat mempengaruhi model GWR yang dihasilkan (Lin & Wen, 2011). Hal yang paling penting dalam model GWR adalah pembobotan karena beratnya merupakan nilai untuk setiap lokasi. Lokasi yang dekat memiliki pengaruh kuat dalam estimasi dari lokasi jauh. Metode yang dapat digunakan dalam menentukan berat model GWR menggunakan fungsi kernel, termasuk fungsi Gaussian jarak, fungsi eksponensial, fungsi Bi-Square dan fungsi kernel Tricube. Ada beberapa cara dalam menentukan unsur-unsur matriks pembobot  $W_i$  dalam GWR diantaranya pembobot yang mengadopsi fungsi sebaran kernel. Fungsi kepekatan kernel seringkali digunakan dalam pemulusan data dengan memberikan pembobotan sesuai lebar jendela (bandwidth) optimal yang nilainya tergantung pada kondisi data. Fungsi kernel yang digunakan dalam matriks pembobot GWR pada penelitian ini adalah bentuk kernel normal (Gaussian) dan fungsi kernel kuadrat ganda (bi-square) yang menggunakan jarak antara lokasi dalam fungsinya. Kedua fungsi ini dipilih karena keduanya menggunakan unsur jarak antar lokasi pengamatan yang nilainya bersifat kontinu, sehingga diharapkan hasil analisis akan lebih baik. Model GWR tidak dapat digunakan untuk menduga parameter selain parameter di lokasi pengamatan.

Menurut bank dunia salah satu sebab kemiskinan adalah karena kurangnya pendapatan dan aset (*Lack of income and assets*) untuk memenuhi kebutuhan dasar seperti makanan, pakaian, perumahan. Di samping itu kemiskinan juga berkaitan dengan keterbatasan lapangan pekerjaan (pengangguran) serta tingkat pendidikan dan kesehatan yang tidak memadai. Kemiskinan suatu wilayah dipengaruhi oleh kemiskinan di wilayah sekitarnya. Data kemiskinan yang baik dapat digunakan untuk mengevaluasi kebijakan pemerintah terhadap kemiskinan, membandingkan kemiskinan antar waktu dan daerah, serta menentukan target penduduk

misik dengan tujuan untuk memperbaiki kondisi mereka.

Berdasarkan penjelasan di atas maka dalam penelitian ini penulis akan membahas tentang pemodelan geographically weighted regression dengan fungsi pembobot kernel gaussian dan bi-square.

Rumusan masalah dalam penelitian ini adalah 1). Bagaimana model *Geographically Weighted Regression* (GWR) dengan fungsi pembobot kernel gaussian? 2). Bagaimana model *Geographically Weighted Regression* (GWR) dengan fungsi pembobot kernel bi-square? 3). Model manakah diantara model *Geographically Weighted Regression* (GWR) dengan fungsi pembobot kernel gaussian dan *Geographically Weighted Regression* (GWR) dengan fungsi pembobot kernel bi-square yang terbaik?

Tujuan dalam penelitian ini adalah 1). Membentuk model *Geographically Weighted Regression* (GWR) dengan fungsi pembobot kernel gaussian. 2). Membentuk model *Geographically Weighted Regression* (GWR) dengan fungsi pembobot kernel bi-square. 3). Menentukan model terbaik antara model *Geographically Weighted Regression* dengan fungsi pembobot kernel gaussian dan model *Geographically Weighted Regression* dengan fungsi pembobot kernel bi-square.

### Model Regresi

Analisis regresi berkaitan dengan studi mengenai ketergantungan satu variabel, yaitu variabel dependen terhadap satu atau lebih variabel independen. Bentuk model regresi dengan  $k$  variabel prediktor dan jumlah pengamatan  $n$  adalah sebagai berikut :

$$Y_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j X_{ij} + \varepsilon_i \quad , \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Pada model ini, hubungan antara variabel independen dan variabel dependen dianggap sama pada setiap lokasi geografis. Dalam bentuk matriks ditulis sebagai berikut :

$$Y = X\beta + \varepsilon$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

### Pengujian Asumsi Regresi

Menurut Gujarati (2003) asumsi pada model regresi linier berganda adalah sebagai berikut :

1. Model regresinya linier dalam parameter
2. Nilai rata – rata dari error adalah nol

3. Variansi dari error adalah konstant (homokedastik)
4. Tidak terjadi autokorelasi pada error
5. Tidak terjadi multikolinearitas pada variabel prediktor
6. Error berdistribusi normal

### Pengujian Parameter Model

Dalam pengujian parameter regresi, terdapat dua uji yang perlu dilakukan yaitu uji individu dan uji serentak.

#### 1. Uji individu

Hipotesis dari pengujian secara individu sebagai berikut :

$$H_0 : \beta_i = 0 \quad (\text{tidak ada pengaruh yang signifikan antar variabel})$$

$$H_1 : \beta_i \neq 0, i = 1, 2, \dots, p \quad (\text{ada pengaruh yang signifikan antar variabel})$$

Statistik uji yang digunakan adalah

$$t_{\text{hitung}} = \frac{\hat{\beta}_i - \beta_i}{\text{se}(\hat{\beta}_i)}$$

#### 2. Uji serempak

Hipotesis dari pengujian secara serentak ini adalah sebagai berikut

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_p = 0$$

(  $H_0$  : peubah respon bersama-sama tidak berpengaruh dengan peubah penjelas ke-1 s.d ke-p)

$$H_1 : \text{Minimal terdapat satu } \beta_i \neq 0, i = 1, 2, \dots, p$$

(  $H_1$  : peubah respon bersama-sama berpengaruh dengan minimal 1 peubah penjelas ke-1 s.d ke-p)

Statistik uji yang digunakan adalah

$$F_{\text{hitung}} = \frac{RKR}{RKS}$$

### Model *Geographically Weighted Regression*

Model GWR merupakan pengembangan dari metode regresi. Hanya saja pada model GWR parameter persamaan untuk setiap lokasi pengamatan berbeda dengan lokasi lainnya. Dalam analisis GWR, model yang dihasilkan juga tidak dapat digunakan untuk menduga parameter selain parameter di lokasi pengamatan (Walter *et. al.* 2005). Perbedaan regresi biasa dan GWR dapat disajikan pada Tabel 1

Tabel 1. Perbedaan Regresi biasa dan GWR

	Regresi biasa	GWR
Nilai parameter	Sama untuk semua lokasi, tidak bisa dipetakan	Berbeda untuk setiap lokasi, sehingga bisa dipetakan
Nilai statistik	Tunggal (hanya satu)	Banyak (sebanyak lokasi)
GIS Faktor lokasi	Tidak ada Tidak diperhatikan	Ada Diperhatikan

Model dari *Geographically Weighted Regression* (GWR) dapat dituliskan sebagai berikut :

$$Y_i = \beta_0(u_i, v_i) + \sum_{k=1}^p \beta_k(u_i, v_i) X_{ik} + \varepsilon_i$$

dengan

- $Y_i$  : nilai variabel respon pada titik lokasi pengamatan ke- $i$
- $X_{ik}$  : nilai variabel prediktor ke- $k$  pada titik lokasi pengamatan ke- $i$
- $(u_i, v_i)$  : koordinat titik lokasi pengamatan ke- $i$  (longitude, latitude)
- $\beta_0(u_i, v_i)$  : koordinat / intercept GWR
- $\beta_k(u_i, v_i)$  : koefisien regresi ke- $k$  pada titik lokasi pengamatan ke- $i$
- $\varepsilon_i$  : error pada titik lokasi ke- $i$  yang diasumsikan dengan rata-rata nol dan varians  $\sigma^2$

Pengestimasian parameter  $\beta(u_i, v_i)$  pada lokasi ke- $i$ , dapat dilakukan dengan menggunakan metode weighted least squares atau WLS (Brunsdon *et al.*, 1996). Dalam pengestimasian parameter di suatu titik lokasi, metode WLS memberikan pembobot yang tidak sama pada semua amatan. Besarnya pembobot tersebut didasarkan pada jarak antar lokasi amatan. Semakin dekat jarak terhadap amatan yang diestimasi parameternya, semakin besar bobot tersebut dalam estimasi  $\beta(u_i, v_i)$ . Diperoleh estimator parameter model GWR sebagai berikut :

$$\hat{\beta}(u_i, v_i) = (X^T W(u_i, v_i) X)^{-1} X^T W(u_i, v_i) Y$$

di mana  $W_i = \text{diag}[w_1(u_i, v_i), w_2(u_i, v_i), \dots, w_n(u_i, v_i)]$  adalah diagonal pembobot yang bervariasi dari setiap prediksi parameter pada lokasi  $i$

Peran pembobot dalam GWR merupakan aspek penting. Pembobot tersebut bergantung pada jarak antar titik lokasi pengamatan. Pembobot berupa matriks diagonal dimana elemen-elemen diagonalnya merupakan sebuah

fungsi pembobot dari setiap titik lokasi pengamatan. Fungsi dari matriks pembobot adalah untuk menentukan atau menaksir parameter yang berbeda pada setiap titik lokasi pengamatan. Salah satu metode pembobotan yang biasa digunakan adalah kernel gaussian dan kernel bisquare.

i. Fungsi Gaussian

$$w_{ij} = e^{-1/2 \left( \frac{d_{ij}}{b} \right)^2}$$

ii. Fungsi Bi-square

$$w_{ij} = \begin{cases} \left[ 1 - \left( \frac{d_{ij}}{b} \right)^2 \right]^2 & , \text{jika } d_{ij} < b \\ 0 & , \text{lainnya} \end{cases}$$

Di mana  $d_{ij}$  adalah jarak euclidean antara titik lokasi pengamatan ke- $i$  dengan titik lokasi pengamatan ke- $j$  (Fortheringham *et al*, 2002).

$$d_{ij} = \sqrt{(u_i - u_j)^2 + (v_i - v_j)^2}$$

Validasi silang (cross validation) merupakan salah satu cara yang dapat digunakan sebagai kriteria untuk mendapatkan nilai lebar jendela optimum. Lebar jendela optimum yang digunakan adalah yang menghasilkan nilai koefisien validasi silang minimum, dengan rumus koefisienya adalah :

$$CV = \sum_{i=1}^n [y_i - \hat{y}_{\neq i}(b)]^2$$

**Uji Goodness of fit Model GWR**

Pengujian dilakukan untuk menguji signifikansi dari faktor geografis yang merupakan inti dari model GWR.

Pengujian ini dilakukan dengan hipotesis sebagai berikut :

$H_0: \beta_k(u_i, v_i) = \beta_k, k = 1, 2, \dots, p$  (tidak ada pengaruh faktor geografis pada model, untuk setiap  $i, i = 1, \dots, n$ )

$H_1$ : Paling sedikit ada satu  $\beta_k(u_i, v_i)$  yang berhubungan dengan lokasi  $(u_i, v_i)$  (ada pengaruh faktor geografis pada model).

Penentuan statistik uji untuk uji keberartian model GWR didasarkan pada jumlah kuadrat residual atau residual sum of square yang diperoleh dari model OLS dan GWR.

Adapun statistik uji yang digunakan untuk uji keberartian model GWR adalah :

$$F = \frac{JK(S)_{OLS} - JK(S)_{GWR}/df_1}{JK(S)_{GWR}/df_2}$$

dengan  $n$  adalah banyak lokasi pengamatan

Kriteria uji yang digunakan yaitu, jika  $F \geq F_{\alpha;(dk_1,dk_2)}$ , maka  $H_0$  ditolak artinya, ada perbedaan yang signifikan antara model OLS dan model GWR dalam memodelkan data. Nilai  $F_{\alpha;(dk_1,dk_2)}$ , diperoleh dari Tabel Distribusi  $F$  dengan taraf signifikan  $\alpha, dk$  pembilang  $= dk_1 = n - p - 1$  dan dk penyebut  $= dk_2 = n - 2tr(S_1) + tr(S_1'S_1)$  (Brusdon, Fortheringham & Charlton, 2002, 91-92).

Setelah melakukan uji kesesuaian model, dilakukan pengujian parameter model. Pengujian parameter model GWR dilakukan dengan menguji parameter secara parsial. Pengujian dilakukan untuk mengatahui parameter mana saja yang signifikan mempengaruhi variabel responnya. Bentuk hipotesisnya adalah sebagai berikut :

$$H_0: \beta_k(u_i, v_i) = 0 \text{ (tidak terdapat satu variabel bebas terhadap variabel tak bebas)}$$

$$H_1: \beta_k(u_i, v_i) \neq 0; k = 1, 2, \dots, p \quad (\text{minimal terdapat satu variabel bebas yang berpengaruh terhadap variabel tak bebas})$$

Statistik uji yang digunakan adalah :

$$t_{hit} = \frac{\hat{\beta}_k(u_i, v_i)}{SE[\hat{\beta}_k(u_i, v_i)]}$$

Kriteria pengujian yang digunakan yaitu, jika  $|t_{hit}| > t_{1-\frac{\alpha}{2}(n-p-1)}$  maka  $H_0$  ditolak. Artinya  $\hat{\beta}_k(u_i, v_i) \neq 0$  atau dengan kata lain koefisien regresi lokal  $\hat{\beta}_k(u_i, v_i)$  yang diperoleh untuk model GWR tersebut berarti. Nilai  $t_{1-\frac{\alpha}{2}(n-p-1)}$  diperoleh dari Tabel Distribusi t-Student dengan taraf signifikansi  $\alpha = 5\%$  dan  $dk = (n - p - 1)$ .

### Pengujian Model Terbaik

#### 1. Koefisien Determinasi ( $R^2$ )

Dalam model regresi global (model regresi linier klasik) koefisien determinasi digunakan untuk mengukur proporsi dari variasi dalam data pengamatan yang dapat dijelaskan oleh model. Nilai  $R^2$  yang kecil atau mendekati nol berarti kemampuan variabel bebas dalam menjelaskan variabel tak bebas sangat terbatas, sedangkan nilai  $R^2$  mendekati satu berarti kemampuan dari variabel bebas dalam menjelaskan variabel tak bebas sangat kuat, sehingga mengidentifikasi bahwa model mampu menjelaskan variabilitas data (Putri, 2013). Sedangkan dalam GWR, koefisien determinasi ( $R^2$ ) dapat ditentukan dengan menggunakan persamaan sebagai berikut:

$$R_i^2 = \frac{JKT_{GWR} - JKS_{GWR}}{JKT_{GWR}}$$

#### 2. Akaike Information Criterion (AIC)

(Fortheringham, et al, 2002) menuliskan bahwa selain dapat digunakan untuk menentukan bandwidth optimum,  $AIC$  juga dapat digunakan dalam pemilihan model untuk menentukan model mana yang terbaik. Penentuan nilai  $AIC$  dilakukan dengan perhitungan sebagai berikut :

$$AIC = 2n \ln(\hat{\sigma}) + n \ln(2\pi) + n + tr(S)$$

### METODE

Penelitian ini termasuk dalam penelitian yang operasional. Penelitian operasional berkaitan dengan proses pengambilan keputusan yang optimal dalam menyusun model dari sistem, baik deterministik maupun probabilistik yang berasal dari kehidupan nyata. Pada penelitian ini data diperoleh dengan metode dokumentasi. Dokumentasi adalah mencari dan mengumpulkan data mengenai hal-hal yang berupa catatan, buku, hasil penelitian dan sebagainya. Metode dokumentasi ini dilakukan untuk memperoleh data sekunder yang akan digunakan dalam analisis pembahasan.

Data yang digunakan adalah data sekunder dari publikasi Badan Pusat Statistik (BPS) Jawa Tengah pada tahun 2014. Data yang digunakan sebagai variabel respon ( $Y$ ) adalah jumlah penduduk miskin. Beberapa variabel prediktor yang diduga mempengaruhi variabel respon, yaitu indeks pembangunan manusia ( $X_1$ ), persentase tingkat pengangguran ( $X_2$ ), jumlah fasilitas kesehatan ( $X_3$ ), persentase laju PDRB ( $X_4$ ), penduduk gizi buruk ( $X_5$ ), persentase laju pertumbuhan penduduk ( $X_6$ ), persentase angka partisipasi sekolah ( $X_7$ ). Pada penelitian ini juga digunakan data koordinat lintang dan bujur untuk proses perhitungan jarak antar kabupaten/kota di Jawa Tengah. Analisis data menggunakan software Microsoft Excel, SPSS dan Program R.

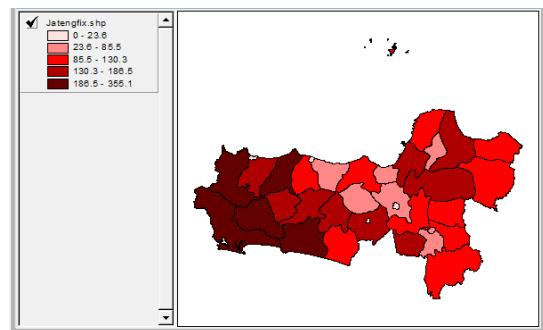
Langkah-langkah analisis yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Melakukan deskripsi variabel sebagai gambaran awal kemiskinan di Provinsi Jawa Tengah beserta dengan faktor-faktor yang diduga mempengaruhi kemiskinan di Provinsi Jawa Tengah
2. Mengidentifikasi pola hubungan antara variabel dependen dan variabel independen.
3. Melakukan standarisasi data

4. Melakukan model regresi (OLS) dengan langkah analisis sebagai berikut :
  - a. Mendapatkan model regresi linier antara variabel respon dan variabel prediktor.
  - b. Melakukan uji asumsi klasik
  - c. Melakukan uji signifikansi parameter, uji serentak dan uji individu
5. Menganalisis model GWR dengan langkah – langkah sebagai berikut :
  - a. Membandingkan Menentukan  $u_i$  dan  $v_i$  berdasarkan garis lintang selatan dan garis bujur timur untuk setiap kabupaten / kota di Provinsi Jawa Tengah
  - b. Menghitung jarak Euclidean antara lokasi  $i$  terhadap lokasi  $j$  yang terletak pada koordinat  $(u_i, v_i)$
  - c. Menentukan bandwidth optimum dengan menggunakan metode *Cross Validation (CV)*
  - d. Menghitung matriks pembobot menggunakan fungsi kernel, *kernel gaussian* dan *kernel bi-square*
  - e. Mendapatkan penaksir parameter model GWR dengan menggunakan WLS.
  - f. Melakukan pengujian kesamaan model regresi linier dan GWR
  - g. Melakukan pengujian signifikansi parameter model GWR
6. Menentukan model terbaik menggunakan Koefisien Determinasi ( $R^2$ ) dan AIC untuk model GWR dengan pembobot kernel gaussian dan model GWR dengan pembobot kernel bi-square
7. Menarik kesimpulan berdasarkan analisis.

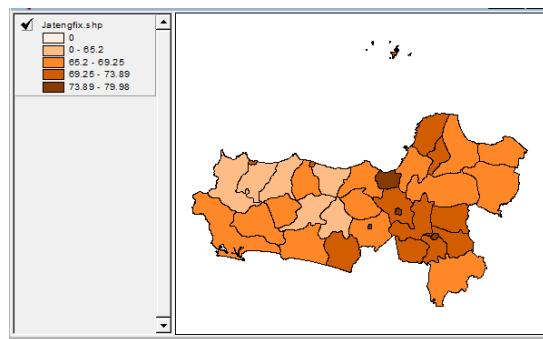
## HASIL DAN PEMBAHASAN

Provinsi Jawa Tengah terbagi atas 29 kabupaten dan 6 kota atau secara administratif terdapat 35 kabupaten/kota. Jumlah penduduk miskin kabupaten/kota di Provinsi Jawa Tengah berdasarkan penyebarannya menunjukkan jumlah penduduk miskin yang ada di kota cenderung rendah diantaranya Kabupaten Batang, Kabupaten/kota Semarang, Kabupaten Kudus, Kota Salatiga, Kabupaten Temanggung, Kabupaten/kota Pekalongan, Kabupaten/kota Tegal, Kabupaten/kota Magelang, Kota Sukoharjo. Sedangkan kategori persentase sangat tinggi terdapat di Kabupaten Brebes dan Kabupaten Bayumas. Kabupaten/kota di Jawa Tengah dengan jumlah penduduk miskin memiliki persebaran seperti pada Gambar 1.



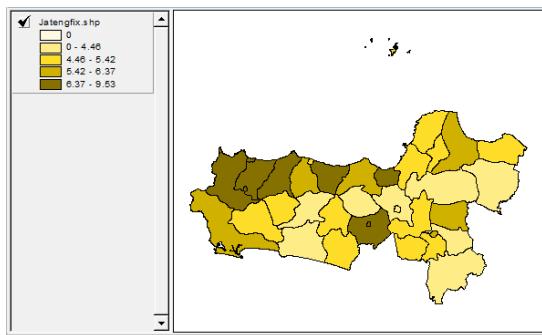
Gambar 1. Persebaran jumlah penduduk miskin di Jawa Tengah

Indeks pembangunan manusia kabupaten/kota di Provinsi Jawa tengah berdasarkan penyebarannya menunjukkan bahwa yang cenderung rendah diantaranya Kabupaten Brebes, Kabupaten Tegal, Kabupaten Pemalang, Kabupaten Batang, Kabupaten Purbalingga dan Kabupaten Banjarnegara. Sedangkan persentase paling tinggi terdapat pada Kota Semarang, Kota Salatiga dan Kota Surakarta. Kabupaten/kota di Jawa Tengah dengan indeks pembangunan manusia memiliki persebaran seperti pada Gambar 2.



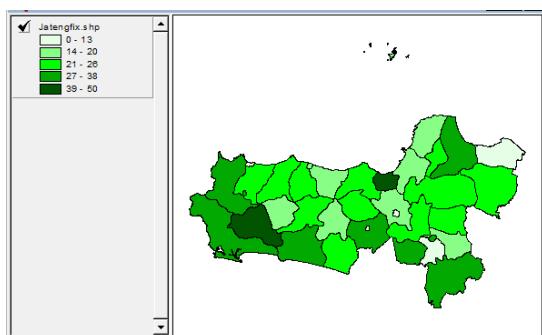
Gambar 2. Persebaran Indeks pembangunan manusia

Persentase tingkat pengangguran kabupaten/kota di Provinsi Jawa tengah berdasarkan penyebarannya menunjukkan bahwa yang cenderung rendah diantaranya Kabupaten Kebumen, Kabupaten Banjarnegara, Kabupaten Temanggung, Kabupaten Semarang, Kabupaten Grobogan, Kabupaten Blora, Kabupaten Karanganyar, Kabupaten Wonogiri. Sedangkan persentase paling tinggi terdapat pada Kabupaten Brebes, Kabupaten/kota Tegal, Kabupaten Pemalang, Batang, Kota Semarang dan Kota Magelang . Kabupaten/kota di Jawa Tengah dengan persentase tingkat pengangguran memiliki persebaran seperti pada Gambar 3.



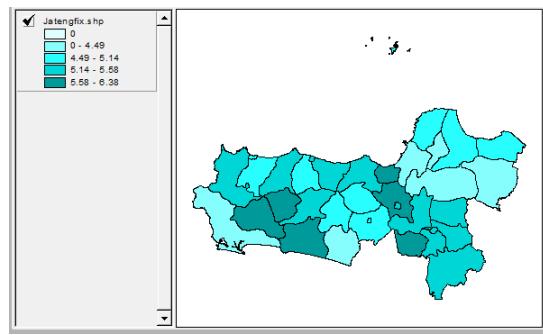
Gambar 3. Persebaran persentase tingkat pengangguran

Jumlah fasilitas kesehatan kabupaten/kota di Provinsi Jawa tengah berdasarkan penyebarannya menunjukkan bahwa yang cenderung rendah adalah Kabupaten Sukoharjo. Sedangkan persentase paling tinggi terdapat pada Kabupaten Banyumas dan Kota Semarang. Kabupaten/kota di Jawa Tengah dengan jumlah fasilitas kesehatan memiliki persebaran seperti pada Gambar 4.



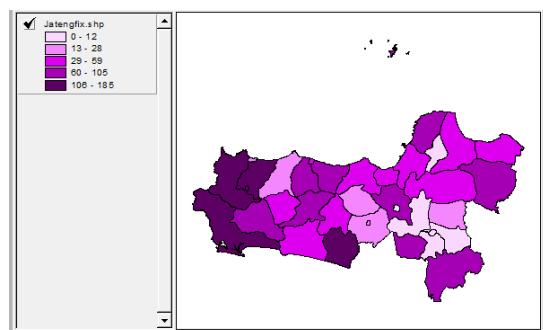
Gambar 4. Persebaran Jumlah fasilitas kesehatan

Persentase Laju PDRB kabupaten/kota di Provinsi Jawa tengah berdasarkan penyebarannya menunjukkan bahwa yang cenderung rendah diantaranya Kabupaten Cilacap, Kabupaten Purworejo, Kabupaten Demak, Kabupaten Kudus, Kabupaten Grobogan, Kabupaten Blora. Sedangkan persentase paling tinggi terdapat pada Kabupaten Banyumas, Kabupaten Purbalingga, Kabupaten Kebumen, Kabupaten/kota Semarang dan Kabupaten Klaten. Kabupaten/kota di Jawa Tengah dengan persentase laju PDRB memiliki persebaran seperti pada Gambar 5.



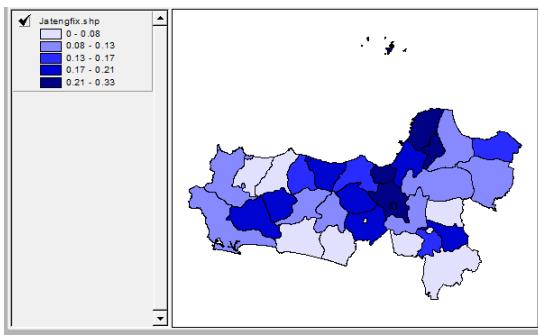
Gambar 5. Persebaran persentase laju PDRB

Jumlah penduduk gizi buruk kabupaten/kota di Provinsi Jawa tengah berdasarkan penyebarannya menunjukkan bahwa yang cenderung rendah diantaranya Kota Salatiga, Kabupaten Boyolali, Kabupaten Sukoharjo, Kota Surakarta dan Kabupaten Karanganyar. Sedangkan persentase paling tinggi terdapat pada Kabupaten Tegal, Kabupaten Brebes, Kabupaten Cilacap dan Kabupaten Purworejo. Kabupaten/kota di Jawa Tengah dengan jumlah penduduk gizi buruk memiliki persebaran seperti pada Gambar 6.



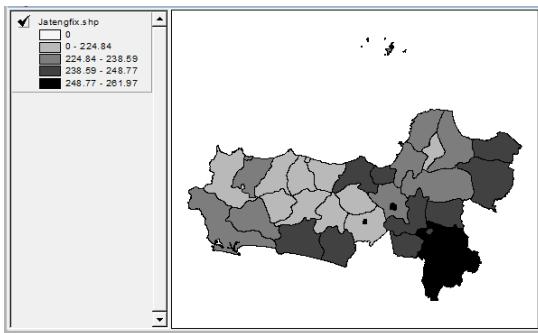
Gambar 6. Persebaran jumlah penduduk gizi buruk

Persentase laju pertumbuhan penduduk kabupaten/kota di Provinsi Jawa tengah berdasarkan penyebarannya menunjukkan bahwa yang cenderung rendah diantaranya Kabupaten Tegal, Kabupaten Pemalang, Kabupaten Kebumen, Kabupaten Purworejo, Kabupaten Klaten, Kabupaten Wonogiri dan Kabupaten Sragen. Sedangkan persentase paling tinggi terdapat pada Kabupaten/kota Semarang, Kota Salatiga, Kabupaten Jepara dan Kabupaten Kudus. Kabupaten/kota di Jawa Tengah dengan persentase laju pertumbuhan penduduk memiliki persebaran seperti pada Gambar 7.



Gambar 7. Persebaran persentase laju pertumbuhan penduduk

Persentase angka partisipasi sekolah kabupaten/kota di Provinsi Jawa tengah berdasarkan penyebarannya menunjukkan bahwa yang cenderung rendah diantaranya Kabupaten Brebes, Kabupaten Pemalang, Kabupaten/kota Pekalongan, Kabupaten Batang, Kabupaten Purbalingga, Kabupaten Banjarnegara, Kabupaten Wonosobo, Kabupaten Temanggung, Kota Magelang dan Kabupaten Kudus. Sedangkan persentase paling tinggi terdapat pada Kabupaten Sukoharjo, Kabupaten Wonogiri dan Kabupaten Karanganyar. Kabupaten/kota di Jawa Tengah dengan persentase angka partisipasi sekolah memiliki persebaran seperti pada Gambar 8.



Gambar 8. Persebaran persentase angka partisipasi sekolah

### Model OLS

Sebelum digunakan GWR untuk analisis data, digunakan terlebih dahulu analisis regresi. Dengan analisis regresi, model persamaannya 7 variabel diperoleh sebagai berikut :

$$\hat{y}_i^* = 6,692 \times 10^{-8} - 0,582X_{i1}^* + 0,024X_{i2}^* + 0,436X_{i3}^* + 0,022X_{i4}^* + 0,146X_{i5}^* + 0,007X_{i6}^* + 0,092X_{i7}^*$$

Dilihat dari tabel coefficient dan uji asumsi diperoleh 2 variabel yang signifikan, maka model OLS yang baru diperoleh :

$$\hat{y}_i^* = -1,224 \times 10^{-7} - 0,592X_{i1}^* + 0,476X_{i3}^*$$

Tabel untuk uji nilai-nilai parameter model di atas terdapat pada Tabel 2

Tabel 2. Hasil Uji t

Model	t	Sig.
1 (Constant)	0	1
$X_{i1}^*$	-5,346	0,000
$X_{i3}^*$	4,301	0,000

Pada Tabel 2 dapat dilihat bahwa masing-masing dari kedua peubah penjelas berpengaruh signifikan terhadap peubah respon pada  $\alpha = 5\%$ . Secara simultan model regresi dapat digunakan dengan baik pada tingkat kepercayaan 95%. Hasil persamaan regresi diatas diasumsikan sama dan diberlakukan untuk semua wilayah yang diamati.

### Model GWR

Langkah awal dalam analisis GWR adalah menentukan bandwidth yang akan digunakan dalam fungsi pembobot Kernel Gaussian dan fungsi pembobot Kernel Bisquare.

#### 1. Model GWR dengan pembobot Kernel Gaussian

Sebagai tahap awal dalam pembentukan model GWR adalah menghitung bandwidth dengan menggunakan metode Cross Validation (CV). Bandwidth untuk fungsi pembobot kernel gaussian menggunakan Program R adalah 0.6804613 yang menghasilkan  $CV = 11.61566$ , sehingga fungsi pembobotnya menjadi

$$w_{ij} = e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{d_{ij}}{0.6804613} \right)^2}$$

Untuk matriks pembobot kernel gaussian memperoleh  $\beta_0(u_1, v_1) = 0,017574$ ,  $\beta_1(u_1, v_1) = -0,714742$  dan  $\beta_2(u_1, v_1) = 0,812049$  sehingga diperoleh persamaan model GWR dengan kernel gaussian di Kabupaten Cilacap sebagai berikut :

$$\hat{y}_i^* = 0,017574 - 0,714742X_{i1}^* + 0,812049X_{i3}^*$$

Pengujian kesesuaian model dilakukan menggunakan uji F, selengkapnya dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3. ANOVA kernel gaussian

	Df	SS	F hitung	nilai p
GWR imp	17,03	5,63		
GWR res.	28,23	7,68	3,06	0,004

Hasil dari Tabel 3 menunjukkan bahwa faktor spasial berpengaruh secara signifikan terhadap tingkat kemiskinan di Provinsi Jawa Tengah. Selain uji kesesuaian model, dilakukan juga uji parameter model secara parsial, selengkapnya dapat dilihat pada Tabel 4

Tabel 4. Uji Parameter Model

Prediktor	p - value	simpulan
intercept	0,99386	tidak signifikan
$X_{i1}^*$	0,04417	Signifikan
$X_{i3}^*$	$7,201 \times 10^{-7}$	Signifikan

Kebaikan model GWR dengan pembobot kernel gaussian dapat diketahui dengan melihat koefisien determinasi  $R^2$  dan AIC. Nilai  $R^2$  yang diperoleh sebesar 77,47% dan nilai AIC yang diperoleh sebesar 53,44198.

## 2. Model GWR dengan pembobot Kernel Bi-square

Bandwidth untuk fungsi pembobot kernel bi-square menggunakan Program R adalah 1,836861 yang menghasilkan  $CV = 11.72478$  yang selengkapnya dapat dilihat pada lampiran 16, sehingga fungsi pembobotnya menjadi

$$w_{ij} = \left[ 1 - \left( \frac{d_{ij}}{1,836861} \right)^2 \right]^2$$

Untuk matriks pembobot kernel bi-square memperoleh  $\beta_0(u_1, v_1) = -0,024805$ ,  $\beta_1(u_1, v_1) = -0,716867$  dan  $\beta_2(u_1, v_1) = 0,832846$  sehingga diperoleh persamaan model GWR dengan kernel bi-square di Kabupaten Cilacap sebagai berikut :

$$\hat{y}_i^* = -0,024805 - 0,716867X_{i1}^* + 0,832846X_{i3}^*$$

Pengujian kesesuaian model dilakukan menggunakan uji F, selengkapnya dapat dilihat pada Tabel 5.

Tabel 5. ANOVA kernel bi-square

	Df	SS	F hitung	nilai p
GWR imp	13,205	5,19716		
GWR Res	28,717	8,09254	3,5849	0,00205

Hasil dari Tabel 5 menunjukkan bahwa faktor spasial berpengaruh secara signifikan terhadap tingkat kemiskinan di Provinsi Jawa Tengah. Selain uji kesesuaian model, dilakukan juga uji parameter model secara parsial, selengkapnya dapat dilihat pada Tabel 6.

Tabel 6. Uji Parameter Model

Prediktor	nilai p	simpulan
intercept	0,5350	tidak signifikan
$X_{i1}^*$	0,5309	signifikan
$X_{i3}^*$	0,4867	Tidak signifikan

Kebaikan model GWR dengan pembobot kernel gaussian dapat diketahui dengan melihat koefisien determinasi  $R^2$  dan AIC. Nilai  $R^2$  yang diperoleh sebesar 76,19% dan nilai AIC yang diperoleh sebesar 54,64947.

## Pemilihan Model Terbaik

Model regresi spasial terbaik ditentukan menggunakan nilai dari Koefisien Determinasi ( $R^2$ ) dan AIC. Apabila nilai  $R^2$  yang lebih besar dari model lainnya menunjukkan bahwa model tersebut lebih baik dari model lainnya. Sedangkan nilai AIC yang lebih kecil dari model lainnya menunjukkan bahwa model lebih baik dari model lainnya. Dari kedua pembobot kernel diatas dapat disimpulkan pada Tabel 7.

Tabel 7. Pemilihan Model Terbaik

Model	$R^2$	AIC
GWR gaussian	77,47%	53,44
GWR bi-square	76,19%	54,65

Berdasarkan Tabel 7, nilai  $R^2$  yang dihasilkan model GWR dengan kernel gaussian lebih besar daripada model GWR dengan kernel bi-square. Selain itu, berdasarkan nilai AIC yang dihasilkan model GWR dengan kernel gaussian lebih kecil daripada model kernel bi-square. Sehingga dapat disimpulkan bahwa model GWR dengan kernel gaussian lebih baik digunakan untuk membentuk pemodelan pengaruh Indeks Pembangunan Manusia dan Fasilitas Kesehatan terhadap Jumlah Penduduk Miskin di Provinsi Jawa Tengah.

## PENUTUP

Berdasarkan analisis yang telah dilakukan, maka dapat diperoleh kesimpulan

bahwa Model *Geographically Weighted Regression* dengan fungsi pembobot kernel gaussian (sebagai contoh : di Kabupaten Cilacap) adalah sebagai berikut :

$$\hat{y}_i^* = 0,017574 - 0,714742X_{i1}^* + 0,812049X_{i3}^*$$

Model *Geographically Weighted Regression* dengan fungsi pembobot kernel bi-square (sebagai contoh : di Kabupaten Cilacap) adalah sebagai berikut :  $\hat{y}_i^* = -0,024805 - 0,716867X_{i1}^* + 0,83284X_{i3}^*$  Model terbaik antara model *Geographically Weighted Regression* dengan fungsi pembobot kernel gaussian dan model *Geographically Weighted Regression* dengan pembobot kernel bi-square ditentukan oleh nilai  $R^2$  dan AIC. Nilai  $R^2$  yang diperoleh pada kernel gaussian sebesar 77,47% dan nilai AIC yang diperoleh sebesar 53,44198. Sedangkan nilai  $R^2$  yang diperoleh pada kernel bi-square sebesar 76,19% dan nilai AIC yang diperoleh sebesar 54,64947. Nilai  $R^2$  terbesar dan nilai AIC terkecil dimiliki oleh model GWR dengan kernel gaussian. Sehingga model GWR dengan kernel gaussian lebih baik daripada model GWR dengan kernel bi-square untuk pemodelan jumlah penduduk miskin di Provinsi Jawa Tengah di tahun 2014.

Saran yang dapat diberikan untuk penelitian berikutnya adalah 1). Faktor-faktor yang berpengaruh signifikan terhadap jumlah penduduk miskin terdiri dari 2 faktor yaitu Indeks Pembangunan Manusia (IPM) dan Fasilitas Kesehatan. Diharapkan faktor tersebut dapat dijadikan pertimbangan bagi Pemerintah Daerah Provinsi Jawa Tengah dalam pengambilan keputusan untuk penanganan kemiskinan agar menjadi lebih efektif dan efisien 2). Peneliti menggunakan regresi spasial dengan pendekatan titik yaitu *Geographically Weighted Regression* (GWR). Dengan penambahan faktor lain dalam penelitian selanjutnya memungkinkan model regresi spasial dengan pendekatan titik lainnya seperti *Geographically Weighted Poisson Regression* (GWPR) atau *Geographically Weighted Logistic Regression* (GWLR) 3). Fungsi pembobot yang digunakan dalam penelitian ini adalah dengan fungsi kernel gaussian dan fungsi kernel bi-square, penelitian selanjutnya dapat menggunakan fungsi pembobot tricube atau fungsi pembobot adaptive.

## DAFTAR PUSTAKA

Azkiyah, A. 2016. Pemodelan Regresi Spasial Untuk Analisis Faktor-Faktor Jumlah Penduduk Miskin. *Unnes Journal of Mathematics* 5(1) : 1-10

- Brunsdon, Ch., Fotheringham, S. & Charlton, M. 1996. Geographically Weighted Regression : A Method For Exploring Spatial Nonstationarity. *Geographical Anaysis*. 28: 281-298.
- Kurniawan, I. 2017. Model Regresi Poisson Terbaik Menggunakan Zero-Inflated Poisson (Zip) Dan Zero-Inflated Negative Binomial (Zinb). *Unnes Journal of Mathematics* 5(1) : 1-10
- Lin, C.H, & Wen, T.H. 2011. Using Geographically Weighted Regression (GWR) to Explore Spatial Varying Relationships of Immature Mosquitoes and Human Densities with the Incidence of Dengue. *International Journal of Environmental Research and Public Health* 8: 2798-2815
- Putri, A., & Salamah, M. (2013). Pemodelan Kasus Balita Gizi Buruk di Kabupaten Bojonegoro dengan Geographically Weighted Regression. *Jurnal Sains dan Seni ITS*, 2(1): D106-D111.
- Salamah M, Pertiwi L.D & Sutikno. 2012. Spatial Durbin Model untuk Mengidentifikasi Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Kematian Ibu di Jawa Timur. *Jurnal Sains dan Seni* ,1(1): D165-D170.
- Walter, J., Carsten, R. & Jeremy, W. L. 2005. Local and Global Approaches to Spatial Data Analysis in Ecology. *Global Ecology and Biogeography*, 14: 97-98
- Wang, C. 2016. The Impact of car ownership and public transport usage on cancer screening coverage : Empirical evidence using a spatial analysis in England. *Journal of transport geography*, 56:15-22.