



MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN FLU BURUNG DARI UNGGAS KE MANUSIA

Siswanto✉, Supriyono, Wuryanto

Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Semarang, Indonesia

Gedung D7 Lt. 1, Kampus Sekaran, Gunungpati, Semarang, 50229

Info Artikel

Sejarah Artikel:
Diterima Februari 2013
Disetujui Maret 2013
Dipublikasikan Mei 2013

Keywords:
Avian Influenza
Equilibrium points
Epidemic model
Reproduction Ratio

Abstrak

Penyebab flu burung adalah virus influenza tipe A yang termasuk dalam famili *Orthomyxoviridae* dan mempunyai diameter 90 - 120 nanometer. Virus influenza B dan C dapat diisolasi dari manusia dan sifatnya kurang patogen dibanding dengan virus influenza A. Virus *avian influenza* dapat menimbulkan gejala penyakit pernafasan pada unggas, dari patogen ringan (*low pathogenic*) sampai yang bersifat patogen ganas atau fatal (*highly pathogenic*). Virus flu burung yang ganas ditandai dengan demam, pendarahan saluran pernafasan, dan disertai tingkat kematian tinggi. Kemudian muncul ide penelitian untuk mempresentasikan pola penyebaran flu burung dari unggas ke manusia dalam bentuk model matematika menggunakan Sistem Persamaan Diferensial. Dari fakta yang ada mengenai flu burung dibentuk asumsi yang nantinya digunakan untuk membuat model matematika. Setelah model matematika terbentuk kemudian dicari titik kestabilan model dan dianalisis kestabilan model tersebut setelah itu model tersebut disimulasikan.

Abstract

Avian influenza is caused by A type of avian influenza viruses. It belongs to *Orthomyxoviridae* family its diameter is 90-120 nanometers. B type and C type of avian influenza viruses could be isolated out of human and they are not too dangerous than A type of avian influenza viruses. A type of avian influenza viruses causes bird's respiration disease from low pathogenic until highly pathogenic. This type of avian viruses can increase the death of birds and human in the world. Then there is exist a new idea about how to represent the pattern of Avian Influenza' spreading from birds to human in mathematical modelling using Differential Equation Sistem. From the facts about avian influenza we can make some assumptions in order to build mathematical model about avian influenza. Then, we have to determine the equilibrium points, and analize the equilibrium points. The last step we simulate the model of avian influenza.

Pendahuluan

Merebaknya penyebaran flu burung di muka bumi ini membuat kita perlu waspada terhadap ancaman penyakit yang mematikan itu. *Avian influenza* (*avian flu*, *bird flu*, *bird influenza*) atau di Indonesia lebih dikenal dengan nama flu burung adalah penyakit yang menyerang unggas yang disebabkan oleh virus influenza. Sebenarnya virus *avian influenza* itu tidak dapat menular ke spesies lain selain burung dan babi. Namun, sifat virus yang labil dan mudah bermutasi menyebabkan virus itu dapat menginfeksi spesies lain. Virus avian influenza merupakan salah satu virus influenza tipe A. Diketahui bahwa ada 3 tipe virus influenza yakni virus influenza tipe A, B, dan C, tapi hanya virus influenza tipe A sajalah yang dapat menyebabkan terjadinya wabah (Aditama, 2004). Model matematika mengenai penyebaran penyakit (model epidemi) adalah metode yang tepat untuk mempresentasikan pola penyebaran penyakit flu burung dari unggas ke manusia. Macam dari model epidemi sangat banyak diantaranya: MSEIR, MSEIRS, SIR, SIRS, SEI, SEIS, SEIR, SI, SIS, dst. (Hethcote, 2000). Dari sekian banyak model matematika, yang dipakai oleh Derouich dan Boutayeb (2008) dalam kasus flu burung adalah model epidemi $SIRS_0I_0$ yang kemudian disederhanakan menjadi model $siri_0$. Untuk mempermudah penulis dalam mensimulasikan model penyebaran penyakit flu burung, dipilih program maple.

Pemodelan Matematika

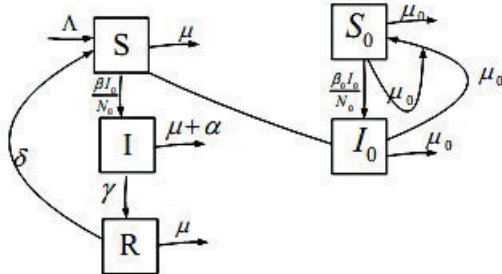
Berikut ini adalah fakta-fakta terkait mengenai epidemi flu burung: Dalam Rahardjo (2004) spesies utama yang terserang oleh virus flu burung adalah unggas, unggas liar dapat bertindak sebagai pembawa virus meskipun tidak menunjukkan gejala-gejala klinis terinfeksi. Dalam Radji (2006) disebutkan kasus infeksi virus flu burung menyebabkan kematian pada manusia sehingga perlu menjadi kewaspadaan global mengingat banyaknya perpindahan burung liar yang tak terkendali yang memungkinkan membawa virus flu burung. Dalam Asmara (2008) mengatakan bahwa di dalam perkembangan sub tipe baru virus flu burung yang terbentuk akibat mutasi dapat menginfeksi sel-sel dalam tubuh manusia sehingga terjadi penyebaran flu burung dari unggas ke manusia. Dalam Radji (2006) menyebutkan ada 4 jenis obat antiviral untuk

pengobatan ataupun pencegahan terhadap influenza, yaitu amantadine, rimantadine, zanamivir, dan tamiflu. Mekanisme kerja amantadine, dan rimantadine adalah menghambat replikasi virus namun untuk virus yang saat ini menyebar kedua obat ini sudah tidak mempan lagi. Sedangkan zanamivir, dan tamiflu bekerja untuk menghentikan replikasi dari virus flu burung. Rahardjo (2004) mengatakan bahwa strategi terbaik untuk mengurangi penyebaran virus secara global adalah dengan vaksinasi kepada sejumlah besar populasi unggas di negara-negara yang sudah terkena wabah. Menurut Yuliarti (2006) Kematian akibat flu burung ini mampu menyebabkan matinya seluruh populasi unggas di kawasan peternakan yang sudah terjangkit virus flu burung.

Model yang akan dibahas kali ini adalah model penyebaran penyakit flu burung dari unggas ke manusia menurut Derouich dan Boutayeb (2008), sebelum membahas lebih jauh mengenai model tersebut terlebih dahulu dibentuk asumsi-asumsi sebagai berikut: (1) *Rekruitment* masuk kelas S dengan laju konstan. (2) Setiap manusia yang lahir sehat karena flu burung bukan penyakit turunan. (3) Populasi manusia dianggap tidak konstan dan populasi unggas dianggap konstan. (4) Populasi manusia (N) dibagi menjadi tiga kelompok, yaitu kelompok manusia rentan flu burung masuk kelas manusia *suscepted* (S), kelompok manusia terinfeksi masuk kelompok *infected* (I), dan kelompok manusia yang sembuh masuk ke kelas *recovered* (R). (5) Populasi unggas (N_0) dibagi menjadi dua kelompok, yaitu kelas unggas rentan flu burung (S_0) dan kelas unggas yang terinfeksi (I_0). (6) Laju kematian murni pada manusia diasumsikan sama pada setiap kelas. (7) Laju kematian dan kelahiran pada unggas diasumsikan sama disetiap kelas. (8) Setiap unggas yang menetas masuk ke kelas S_0 . (9) Virus flu burung menular melalui kontak langsung antara unggas rentan dengan unggas yang sakit flu burung dan kontak antara manusia sehat dengan unggas yang menderita flu burung. (10) Virus tidak menular melalui kontak antara manusia rentan dengan manusia yang sakit. (11) Manusia yang telah sembuh masih bisa terinfeksi kembali. (12) Terjadi kematian karena infeksi virus pada populasi manusia *infected* (I). (13) Tidak terjadi kematian karena infeksi pada populasi unggas *infected*. (14) Unggas yang terinfeksi flu burung tidak akan pernah sembuh mengingat umurnya yang

pendek.

Secara skematis proses penyebaran penyakit flu burung tanpa pengaruh vaksinasi dalam suatu populasi dapat disajikan dalam diagram transfer pada Gambar 1 di bawah ini.



Gambar 1 Diagram transfer Penyebaran flu burung

Model matematika dari diagram transfer diatas selengkapnya dapat diekspresikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= \Lambda - \left(\mu + \frac{\beta I_0}{N_0} \right) S + \delta R \\ \frac{dI}{dt} &= \left(\frac{\beta I_0}{N_0} \right) S - (\mu + \gamma + \alpha) I \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I - (\mu + \delta) R \\ \frac{dN}{dt} &= \Lambda - \mu N - \alpha I \\ N &= S + I + R \\ \frac{dS_0}{dt} &= \mu_0 N_0 - \left(\mu_0 + \frac{\beta_0 I_0}{N_0} \right) S_0 \\ \frac{dI_0}{dt} &= \left(\frac{\beta_0 I_0}{N_0} \right) S_0 - \mu_0 I_0 \\ N_0 &= S_0 + I_0\end{aligned}\quad (1)$$

Untuk menyederhanakan Sistem (1) dan memudahkan analisis yang dilakukan. Proporsi banyaknya individu pada masing-masing kelompok dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}s &= \frac{S}{\Lambda / \mu}, i = \frac{I}{\Lambda / \mu}, r = \frac{R}{\Lambda / \mu} \\ n &= \frac{N}{\Lambda / \mu}, s_0 = \frac{S_0}{N_0}, i_0 = \frac{I_0}{N_0}\end{aligned}\quad (2)$$

dari Persamaan (2) diperoleh

$$s + i + r = \frac{N}{\Lambda / \mu} = n$$

dan $s_0 + i_0 = 1 \Leftrightarrow s_0 = 1 - i_0$

Dengan demikian Sistem (1) ekuivalen Sistem (2) berikut

$$\begin{aligned}\frac{ds}{dt} &= \mu - (\mu + \beta i_0) s + \delta r \\ \frac{di}{dt} &= \beta i_0 s - (\mu + \gamma + \alpha) i \\ \frac{dr}{dt} &= \gamma i - (\mu + \delta) r \\ \frac{di_0}{dt} &= \beta_0 i_0 (1 - i_0) - \mu_0 i_0\end{aligned}\quad (3)$$

Sistem (3) merupakan Sistem Persamaan diferensial nonlinear yang lebih sederhana dari Sistem (1) yang mempresentasikan model penyebaran flu burung dari unggas ke manusia.

Analisa Model

Titik kesetimbangan diperoleh dengan menjadikan Persamaan dari Sistem (3) sama dengan nol. Saat $i_0 = 0$ diperoleh titik kesetimbangan bebas penyakit yaitu $E_1 = (s, i, r, i_0) = (1, 0, 0, 0)$ dan untuk kasus i_0 tak nol diperoleh titik keseimbangan endemik $E_2 = (s', i', r', i_0')$

Teorema 1

Dipunyai rasio reproduksi bernilai

$$R_0 = \frac{\beta_0}{\mu_0}$$

Dari Sistem Persamaan (3) di atas, dan berdasarkan syarat-syarat nilai R_0 diperoleh:

1. Jika R_0 kurang atau sama dengan 1 maka dapat disimpulkan bahwa Sistem Persamaan (3) hanya mempunyai 1 titik ekuilibrium yaitu titik ekuilibrium bebas penyakit $E_1 = (s, i, r, i_0) = (1, 0, 0, 0)$.
2. Jika R_0 lebih dari 1 maka Sistem Persamaan (3) mempunyai 2 titik ekuilibrium yaitu titik ekuilibrium bebas penyakit $E_1 = (s, i, r, i_0) = (1, 0, 0, 0)$ dan titik ekuilibrium endemik $E_2 = (s', i', r', i_0')$ dengan rincian seperti dibawah ini.

$$\begin{aligned}\bar{s} &= \frac{(MR_0(\mu + \delta))}{\left(\beta(R_0 - 1)\left(M + \frac{\delta}{\mu}(\mu + \alpha)\right) + MR_0(\mu + \delta)\right)}, \\ \bar{i} &= \frac{\beta(\mu + \delta)(R_0 - 1)}{\left(\beta(R_0 - 1)\left(M + \frac{\delta}{\mu}(\mu + \alpha)\right) + MR_0(\mu + \delta)\right)}, \\ \bar{r} &= \frac{\beta\gamma(R_0 - 1)}{\left(\beta(R_0 - 1)\left(M + \frac{\delta}{\mu}(\mu + \alpha)\right) + MR_0(\mu + \delta)\right)}, \\ \bar{i}_0 &= \frac{\mu_0}{\beta_0}(R_0 - 1)\end{aligned}$$

dengan $M = \mu + \gamma + \alpha$.

Bukti:

Titik kesetimbangan dicari dengan membuat nol Sistem (3) sehingga diperoleh Sistem (4) sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\mu - (\mu + \beta i_0)s + \delta r &= 0 \\ \beta i_0 s - (\mu + \gamma + \alpha)i &= 0 \\ \gamma i - (\mu + \delta)r &= 0 \\ \beta_0 i_0(1 - i_0) - \mu_0 i_0 &= 0\end{aligned}\quad (4)$$

Penentuan eksistensi titik kesetimbangan bebas penyakit tidak tergantung dari syarat R_0 sehingga dapat langsung ditentukan dari Sistem (4) yaitu dengan membuat $i_0 = 0$ yang disubstitusikan pada semua elemen Sistem (4) diperoleh $s = 1$, $i = 0$, $r = 0$. Sehingga saat $i_0 = 0$ diperoleh titik kesetimbangan bebas penyakit. Maka Sistem (3) pasti mempunyai titik kesetimbangan bebas penyakit $E_1 = (s, i, r, i_0) = (1, 0, 0, 0)$ untuk segala kondisi R_0 .

Penentuan titik kesetimbangan endemik dilakukan dengan mencari nilai i_0 yang bukan nol dan mensyaratkan i_0 positif.

Substitusikan ke Persamaan keempat pada Sistem (4) diperoleh nilai $i_0 = 0$ atau

$$\bar{i}_0 = \frac{\mu_0}{\beta_0}(R_0 - 1)$$

Dengan kata lain jika i_0 tak nol maka Dipunyai $R_0 > 1$

$$\text{Jelas } \bar{i}_0 = \frac{\mu_0}{\beta_0}(R_0 - 1) > 0.$$

Sehingga saat i_0 tak nol diperoleh titik

kesetimbangan tidak bebas penyakit atau endemik $E_2 = (s', i', r', i'_0)$ dengan rincian di bawah ini.

$$\begin{aligned}\bar{s} &= \frac{(MR_0(\mu + \delta))}{\left(\beta(R_0 - 1)\left(M + \frac{\delta}{\mu}(\mu + \alpha)\right) + MR_0(\mu + \delta)\right)}, \\ \bar{i} &= \frac{\beta(\mu + \delta)(R_0 - 1)}{\left(\beta(R_0 - 1)\left(M + \frac{\delta}{\mu}(\mu + \alpha)\right) + MR_0(\mu + \delta)\right)}, \\ \bar{r} &= \frac{\beta\gamma(R_0 - 1)}{\left(\beta(R_0 - 1)\left(M + \frac{\delta}{\mu}(\mu + \alpha)\right) + MR_0(\mu + \delta)\right)}, \\ \bar{i}_0 &= \frac{\mu_0}{\beta_0}(R_0 - 1)\end{aligned}$$

dengan $M = \mu + \gamma + \alpha$.

Karena penentuan titik kesetimbangan bebas penyakit tidak tergantung dari syarat R_0 dan penentuan titik kesetimbangan endemik tergantung dari syarat $R_0 > 1$.

Jadi untuk $R_0 > 1$ diperoleh 2 titik kesetimbangan yaitu ekuilibrium bebas penyakit $E_1 = (s, i, r, i_0) = (1, 0, 0, 0)$ dan titik ekuilibrium endemik $E_2 = (s', i', r', i'_0)$.

Teorema 2

Dipunyai $R_0 = \beta_0 / \mu_0$, E_1 , E_2 adalah titik ekuilibrium Sistem (3) seperti pada teorema 1.

1. Jika maka titik ekuilibrium stabil asimtotik lokal.
2. Jika maka titik ekuilibrium tidak stabil dan titik ekuilibrium endemik stabil asimtotik lokal.

Bukti

Matriks jacobian model penyebaran penyakit adalah

$$J(E_1) = \begin{pmatrix} -\mu & 0 & -\delta & -\beta \\ 0 & -M & 0 & \beta \\ 0 & \gamma & -(\mu + \delta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta_0 - \mu_0 \end{pmatrix}$$

Diperoleh Persamaan karakteristik

$$p(\lambda) = (\lambda + \mu)(\lambda + M)(\lambda + (\mu + \delta))(\lambda - (\beta_0 - \mu_0)) = 0$$

$$\text{Karena } R_0 = \frac{\beta_0}{\mu_0} \Leftrightarrow \beta_0 = R_0 \mu_0 \text{ berakibat}$$

diperoleh nilai-nilai eigen sebagai berikut.

$$\lambda_1 = -\mu$$

$$\lambda_2 = -M$$

$$\lambda_3 = -(\mu + \delta)$$

$$\lambda_4 = (R_0 \mu_0 - \mu_0)$$

Jelas untuk $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ bernilai negatif sedangkan karena $\mu_0 > 0$ dan apabila $R_0 < 1$ berakibat $\lambda_4 < 0$. Dengan kata lain semua nilai eigen dari Persamaan polinomial q adalah negatif untuk kondisi $R_0 < 1$, dan apabila $R_0 > 1$ salah satu nilai eigennya negatif. Jadi berdasarkan kriteria Routh-Hurwitz maka titik kesetimbangan E_1 stabil asimtotik lokal saat $R_0 < 1$, sedangkan saat $R_0 > 1$ E_1 titik tidak stabil. Untuk E_2 diperoleh matriks jacobian

$$J(E_2) = \begin{pmatrix} -\mu - \beta \bar{i}_0 & 0 & \delta & -\beta \bar{s} \\ \beta \bar{i}_0 & -M & 0 & \beta \bar{s} \\ 0 & \gamma & -(\mu + \delta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\mu_0(R_0 - 1) \end{pmatrix}$$

Diperoleh Persamaan karakteristik berikut.

$$q(\lambda) = (\lambda + \mu_0(R_0 - 1))r(\lambda)$$

$$r(\lambda) = \lambda^3 + (M + \mu + \beta \bar{i}_0 + \mu + \delta)\lambda^2 + (M\mu + M\beta \bar{i}_0 + (M + \mu + \beta \bar{i}_0)(\mu + \delta))\lambda + M(\mu + \beta \bar{i}_0)(\mu + \delta) - \beta \bar{i}_0 \gamma \delta$$

$$r(\lambda) = \lambda^3 + A\lambda^2 + B\lambda + C$$

Dari Persamaan karakteristik q ditemukan salah satu nilai eigennya yaitu

$\lambda_1 = -\mu_0(R_0 - 1)$ akan bernilai negatif jika $R_0 > 1$, sedangkan nilai-nilai eigen yang lain termuat dalam polinomial r . Nilai-nilai eigen lainnya akan bernilai negatif apabila $AB > C$, $A > 0$, $B > 0$, dan $C > 0$, sesuai kriteria Routh-Hurwitz, diperoleh

$$A = (M + \mu + \beta \bar{i}_0 + \mu + \delta) = (M + 2\mu + \beta \bar{i}_0 + \delta)$$

$$B = (M\mu + M\beta \bar{i}_0 + (M + \mu + \beta \bar{i}_0)(\mu + \delta))$$

$$= M(\mu + \delta) + (\beta \bar{i}_0 + \mu)(M + \mu + \delta)$$

$$C = M(\mu + \beta \bar{i}_0)(\mu + \delta) - \beta \bar{i}_0 \gamma \delta$$

$$= M(\mu + \delta)(\mu + \beta \bar{i}_0) - \beta \bar{i}_0 \gamma \delta$$

$$= M\mu(\mu + \beta \bar{i}_0) + (M - \gamma)\delta\beta \bar{i}_0 + M\delta\mu$$

Berdasarkan teorema akan ditunjukkan $AB > C$ untuk setiap $A, B, C > 0$, disimpulkan $C > 0$. Kemudian tinggal ditunjukkan $AB > C$ diperoleh

$$\begin{aligned} AB &= (M + 2\mu + \beta \bar{i}_0 + \delta)(M(\mu + \delta) + (\beta \bar{i}_0 + \mu)(M + \mu + \delta)) \\ &= (M^2\mu + M^2\mu) + (M\mu^2 + 2M\mu^2) + M^2\delta + M^2\beta \bar{i}_0 \\ &\quad + (M\beta \bar{i}_0\mu + M\beta \bar{i}_0\mu) + (M\beta \bar{i}_0\delta + M\beta \bar{i}_0\delta) \\ &\quad + (M\mu\delta + 2M\mu\delta + M\mu\delta) + (2\mu\beta \bar{i}_0 + 2\mu^2)(M + \mu + \delta) \\ &\quad + (\beta^2 \bar{i}_0^2 + \beta \bar{i}_0\mu)(M + \mu + \delta) + \delta^2 M \\ &\quad + (\delta\beta \bar{i}_0 + \delta\mu)(M + \mu + \delta) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AB &= 2M^2\mu + 4M\mu^2 + M^2\delta + M^2\beta \bar{i}_0 + 2M\beta \bar{i}_0\mu \\ &\quad + 3M\beta \bar{i}_0\delta + 3\beta \bar{i}_0\mu M + 5M\mu\delta + \delta^2 M \\ &\quad + 2\mu^2\beta \bar{i}_0 + 2\mu\beta \bar{i}_0\delta + 2\mu^3 + 2\mu^2\delta + \beta^2 \bar{i}_0^2 M + \beta^2 \bar{i}_0\mu \\ &\quad + \beta^2 \bar{i}_0\delta + \beta \bar{i}_0\mu^2 + \beta \bar{i}_0\mu\delta + \delta\beta \bar{i}_0\mu + \beta \bar{i}_0\delta^2 + \delta\mu^2 + \delta^2\mu \end{aligned}$$

$$AB - C = 2M^2\mu + 3M\mu^2 + M^2\delta$$

$$+ M^2\beta \bar{i}_0 + 2M\beta \bar{i}_0\mu + 2M\beta \bar{i}_0\delta$$

$$+ 2\beta \bar{i}_0\mu M + 4M\mu\delta + \delta^2 M$$

$$+ 2\mu^2\beta \bar{i}_0 + 2\mu\beta \bar{i}_0\delta + 2\mu^3$$

$$+ 2\mu^2\delta + \beta^2 \bar{i}_0^2 M + \beta^2 \bar{i}_0\mu$$

$$+ \beta^2 \bar{i}_0\delta + \beta \bar{i}_0\mu^2 + \beta \bar{i}_0\mu\delta$$

$$+ \delta\beta \bar{i}_0\mu + \beta \bar{i}_0\delta^2 + \delta\mu^2 + \delta^2\mu + \gamma\delta\beta \bar{i}_0$$

Oleh sebab $AB - C$ positif dan C positif berakibat $AB > C$.

Dengan demikian semua nilai eigen dari polinomial q bernilai negatif saat $R_0 > 1$. Jadi E_2 stabil asimtotik lokal saat $R_0 > 1$.

Simulasi Model

Nilai-nilai parameter yang digunakan untuk simulasi di titik ekuilibrium bebas penyakit disajikan pada Tabel 1.

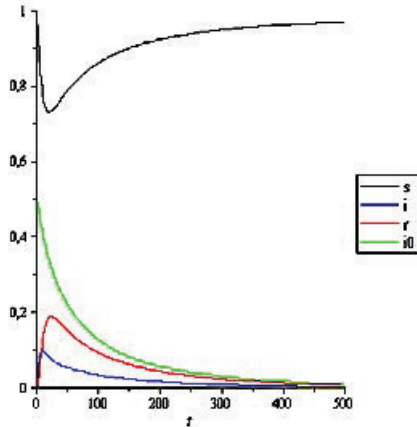
Tabel 1 Nilai Parameter untuk Simulasi Model Bebas Penyakit

Parameter	Nilai
μ	0,00004
β	0,075
μ_0	0,04
β_0	0,035
δ	0,1
γ	0,25
α	0,002

Dari nilai-nilai parameter diperoleh

$$R_0 = \frac{\beta_0}{\mu_0} = 0,875 < 1$$

Hasil simulasi dapat dilihat pada Gambar 2.



Gambar 2 Simulasi Model Bebas Penyakit

Berdasarkan hasil simulasi pada Gambar 2 diperoleh kelas manusia *infected* mengalami penurunan terus-menerus hingga akhirnya menghilang. Kemudian parameter untuk membuat simulasi kasus endemik di jelaskan pada Tabel 2.

Tabel 2 Nilai Parameter untuk Simulasi Model Endemik

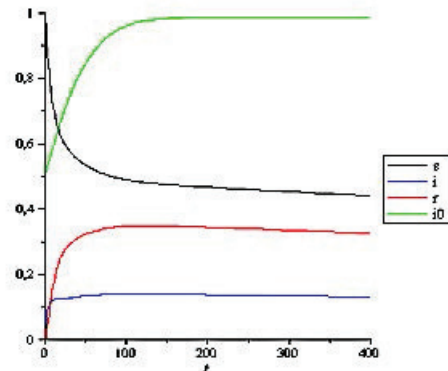
Parameter	Nilai
μ	0,00004
β	0,075
μ_0	0,0004
β_0	0,035
δ	0,1
γ	0,25
α	0,002

Diperoleh titik ekuilibrium endemik yaitu $E_2 = (0.08; 0.017; 0.042; 0.988)$.

Kemudian dari nilai-nilai parameter, diperoleh

$$R_0 = \frac{\beta_0}{\mu_0} = 87,5 > 1$$

Hasil simulasi dapat dilihat pada Gambar 3.



Gambar 3 Simulasi Model endemi $E_2 = (s', i', r', i'_0)$

Dari Gambar 3 bisa diamati bahwa kelas manusia *infected* cenderung konstan hal tersebut berarti terjadi penyebaran flu burung yang perlu diwaspadai.

Simpulan

Berdasarkan angka $R_0 = \frac{\beta_0}{\mu_0}$

Jika semakin kecil tingkat penyebaran flu burung dari unggas sakit ke unggas rentan, dan semakin besar umur unggas, maka $R_0 < 1$ atau tidak terjadi epidemi. Sebaliknya, Jika semakin besar tingkat penyebaran flu burung dari unggas sakit ke unggas rentan, dan semakin kecil umur unggas, maka nilai $R_0 > 1$ atau terjadi epidemi penyakit. Ini berarti bahwa penyakit tidak akan hilang saat $R_0 > 1$.

DAFTAR PUSTAKA

- Aditama, 2004. Flu Burung di Manusia, Perhimpunan Dokter Paru Indonesia. Jakarta: Penerbit Universitas Indonesia
- Asmara, W. 2008. Peran Biologi Molekuler dalam Pengendalian Avian Influenza dan Flu Burung. Fakultas Kedokteran Hewan Universitas Gadjah Mada
- Derouich, M. & Boutayeb. 2008. An Avian Influenza Mathematical Model. Applied Mathematical Sciences. Vol II (36). Oudja: Faculte des Sciences
- Hethcote, H. W. 2000. The Mathematic of Infectious Diseases. SIAM Review 42 (IV) 5599-653
- Radji, M. 2006. Avian Influenza A(H5N1) : Patogenesis, Pencegahan, dan Penyebaran pada Manusia. Majalah Ilmu Kefarmasian Vol III:55-65

- Rahardjo, Y. 2004. Avian Influenza , Pencegahan, Pengendalian, dan Pemberantasannya. . Jakarta : PT Gita Gallus Utama
- Yuliarti. 2006. Menyingkap Rahasia Penyakit Flu Burung. Yogyakarta: Penerbit ANDI