



PENENTUAN HARGA OPSI ASIA MENGGUNAKAN METODE SIMULASI MONTE CARLO DENGAN TEKNIK REDUKSI VARIANSI

Taufik Nur Habaib[✉], Scolastika Mariani, Riza Arifudin

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Semarang, Indonesia
Gedung D7 Lt. 1, Kampus Sekaran Gunungpati, Semarang 50229

Info Artikel

Sejarah Artikel:
Diterima Mei 2016
Disetujui Agustus 2016
Dipublikasikan Mei 2018

Keywords:
Option, Monte Carlo,
Variance Reduction,
Antithetic Variable,
Matlab

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui keefisienan teknik reduksi variansi yang diterapkan pada metode simulasi Monte Carlo dalam menentukan harga opsi beli Asia PT. Adhi Karya (Persero) Tbk. pada saat jatuh tempo 3 bulan menggunakan GUI Matlab. Teknik reduksi variansi yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode variabel antithetik. Pada penelitian ini ditentukan parameter-parameter harga saham awal kontrak (S_0) sebesar Rp 2680, harga eksekusi (K) sebesar Rp 2116, tingkat bunga bebas risiko (r) adalah 5%, waktu jatuh tempo (T) selama 3 bulan, volatilitas harga saham (σ) adalah 1,6, dan jumlah simulasi sebanyak 10.000 kali. Dari parameter-parameter tersebut kemudian diperoleh harga opsi beli Asia sebesar Rp 766,7 dengan standar eror 6,2952. Harga opsi beli Asia tersebut diperoleh setelah diasumsikan konvergen pada periode waktu harga saham ke-500, sedangkan standar eror-nya diperoleh setelah direduksi rata-rata sebesar 45,8%. Implikasi bagi investor dan pelaku di pasar modal adalah apabila investor ingin melakukan investasi pada opsi Asia, maka dalam memprediksi harga opsi belinya dapat dilakukan dengan menggunakan program aplikasi GUI Matlab dari penelitian ini.

Abstract

This study was conducted to determine the efficiency of variance reduction techniques that applied on the Monte Carlo method in pricing the Asian call option of PT. Adhi Karya (Persero) Tbk. for the maturity time as long as 3 months using GUI Matlab. The variance reduction technique which used in this study is antithetic variable method. In this study, we determine the parameters of the initial stock price contract (S_0) Rp 2680, exercise prices (K) Rp 2116, risk-free interest rate (r) is 5%, maturity (T) for 3 months, stock price volatility (σ) is 1,6, and the number of simulation is 10.000 times. Of those parameters then we obtain the price of Asian call option Rp 766.7 and the standard error is 6.2952. The value of Asian call option is obtained after the periode of time for stock price is assumed to converge at 500, and then the standard error is reduced as big as 45.8%. The implication for the investor and the trader in financial market is if the investor want to trade on the Asian option, then in the process of pricing option it can be done with the application program of GUI Matlab from this study.

How to Cite

Habaib T N , Mariani S, & Arifudin R. (2018). Penentuan Harga Opsi Asia Menggunakan Metode Simulasi Monte Carlo dengan Teknik Reduksi Variansi. *UNNES Journal of Mathematics* 7(1) : 28-37.

PENDAHULUAN

Opsi adalah suatu kontrak yang berisi hak (bukan kewajiban) kepada pemegang opsi untuk membeli atau menjual suatu aset dengan harga dan waktu pelaksanaan yang telah disepakati dalam perjanjian sebelumnya (Pham, 2007). Sebagaimana layaknya saham, opsi juga merupakan surat berharga yang dapat diperjualbelikan, tetapi yang diperjualbelikan adalah hak jual dan hak beli dari opsi tersebut. Opsi tidak akan memiliki nilai apabila pada saat sudah jatuh tempo pemegang opsi tidak menggunakan haknya untuk mengeksekusi opsi tersebut.

Perdagangan opsi saat ini telah menyebar di seluruh dunia, tidak hanya di *Chicago Board of Option Exchange* ataupun *New York Stock Exchange* saja, tetapi telah sampai di London, Montreal, Paris, Sydney, Amsterdam, Stockholm, maupun Geneva. Untuk kawasan Asia, opsi pun telah diperdagangkan di Jepang, India, Singapura, maupun Malaysia (Kusumahadi & Sastika, 2015).

Sebagian besar opsi yang diperdagangkan di pasar opsi adalah opsi Eropa atau opsi Amerika. Terdapat banyak tipe opsi lain seperti opsi barrier, opsi bermuda, opsi Asia, dan opsi bersyarat. Opsi Asia adalah opsi eksotik yang perhitungan *payoff*-nya ditentukan oleh rata-rata nilai aset yang mendasari selama masa opsi tersebut berlangsung. Opsi Asia relatif lebih murah ketika digunakan untuk melindungi nilai dari pada opsi eropa. Kedua opsi tersebut umumnya diperdagangkan pada produk mata uang dan barang yang mempunyai volume perdagangan yang rendah (Zhang, 2009).

Hal yang menarik tentang opsi di pasar modal adalah dalam penetapan nilai kontrak opsi (Paramartha *et al*, 2014). Harga opsi saham adalah refleksi dari nilai intrinsik opsi. Nilai intrinsik opsi adalah nilai ekonomis opsi jika opsi tersebut dieksekusi, yaitu sebesar selisih antara harga saham saat pelaksanaan opsi dengan harga opsi saham yang telah dibayarkan. Penetapan harga opsi saham bertujuan untuk menentukan harga yang seimbang antara pembeli opsi dan penjual opsi sehingga tidak ada pihak yang terlalu diuntungkan atau dirugikan. Dengan semakin berkembangnya opsi, maka semakin berkembang pula cara-cara dalam memprediksi suatu pergerakan harga opsi dan meramalkan segala kemungkinan yang terjadi dengan tujuan untuk meminimalkan risiko dan memaksimalkan keuntungan.

Terdapat tiga metode utama penentuan harga opsi yang digunakan secara luas, antara

lain metode binomial, metode beda hingga (*finite difference methods*) dan metode simulasi Monte Carlo. Untuk sebagian besar tipe opsi, teknik perhitungan tradisional sangat sulit digunakan dikarenakan kerumitan dari instrumennya. Dalam hal ini, pendekatan Monte Carlo akan lebih bisa diandalkan (Zhang, 2009). Metode Monte Carlo merupakan alternatif yang sering digunakan untuk perhitungan numerik yang mengandung integral multidimensi dalam komputasi keuangan (Boyle *et al*, 1997).

Untuk menghasilkan nilai pendekatan yang sangat akurat, penentuan harga opsi saham dengan metode Monte Carlo memerlukan jumlah partisi waktu dan pembangkitan data yang cukup besar. Penggunaan jumlah partisi waktu dan pembangkitan data yang cukup besar akan memerlukan waktu komputasi yang cukup lama. Oleh karena itu, untuk mengefisiensikan waktu komputasi, dalam proses penentuan harga opsi saham dengan metode Monte Carlo dapat diterapkan teknik reduksi variansi (Lu, 2011).

Reduksi variansi adalah cara yang sederhana dan banyak digunakan untuk meningkatkan akurasi dari simulasi Monte Carlo. Salah satu teknik untuk mereduksi variansi adalah dengan metode variabel antithetik. Metode ini adalah teknik yang digunakan dalam beberapa situasi tertentu dengan menambahkan tingkat kompleksitas pada proses komputasi. Agar supaya mendapatkan akurasi yang lebih besar, metode ini diterapkan secara sederhana dan secara otomatis menggandakan jumlah sampel dengan peningkatan minimum dalam waktu komputasi (Lu, 2011). Dalam penelitian ini penulis akan mengkaji tentang aplikasi simulasi Monte Carlo dalam penentuan harga opsi Asia dengan menerapkan teknik reduksi variansi.

Berdasarkan latar belakang di atas, fokus permasalahan pada penelitian ini yaitu (1) Bagaimana langkah-langkah penentuan harga opsi Asia menggunakan simulasi Monte Carlo? (2) Bagaimana hasil simulasi Monte Carlo dalam menentukan nilai opsi saham? (3) Bagaimana hasil simulasi menggunakan teknik reduksi variansi?

Tujuan dari penelitian ini adalah mengetahui langkah-langkah dalam menentukan harga opsi Asia menggunakan simulasi Monte Carlo, mengetahui hasil simulasi Monte Carlo dalam menentukan nilai opsi saham, dan mengetahui hasil simulasi menggunakan teknik reduksi variansi dengan metode variabel antithetik.

METODE PENELITIAN

- Pada penulisan ini, permasalahan berfokus pada
- (1) Nilai opsi beli Asia, dengan acuan harga saham.
 - (2) Saham yang digunakan hanya memperhatikan faktor bunga didasarkan pada tingkat perubahan yang terjadi pada data real dan diasumsikan tetap.
 - (3) Pengambilan data dibatasi pada perilaku yang normal dengan membuang data *outlier*.
 - (4) Interval nilai ditentukan dengan signifikansi 95%.
 - (5) Teknik reduksi variansi yang digunakan adalah metode variabel antithetik.

Paket program yang mendukung adalah Matlab R2009a dan SPSS 17. Jenis penelitian yang dilakukan adalah studi kasus terhadap harga opsi tipe Asia yang sahamnya berasal dari PT. Adhi Karya (Persero) Tbk. Studi kasus yang dilakukan adalah dengan mensimulasikan data saham yang didapat guna menaksir harga opsi yang sesuai. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang bersumber dari internet.

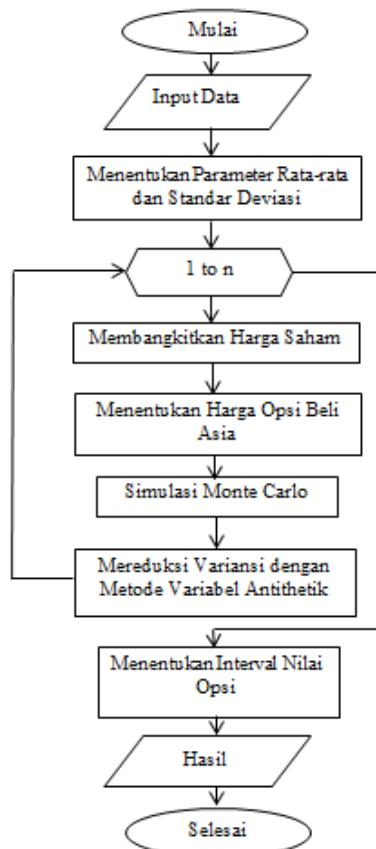
Penelitian ini menggunakan program Matlab untuk menghitung rata-rata harga saham, standar deviasi, volatilitas historis dan estimasi volatilitas yang digunakan untuk menghitung harga opsi saham Asia, serta program SPSS untuk mencari data *outlier*.

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode kajian pustaka, yaitu melakukan penelitian untuk memperoleh data-data dan informasi-informasi yang digunakan dalam pembahasan.

Adapun langkah-langkah yang dilakukan dalam mengkaji simulasi Monte Carlo adalah sebagai berikut:

- 1) Analisis data.
- 2) Menentukan parameter rata-rata dan standar deviasi data real harga saham.
- 3) Membangkitkan harga saham.
- 4) Menentukan harga opsi beli Asia.
- 5) Simulasi Monte Carlo standar.
- 6) Menerapkan teknik reduksi variansi menggunakan metode variabel antithetik.
- 7) Menentukan interval nilai opsi.

Analisis data penulis menggunakan diagram alir metode penelitian seperti yang tertera pada Gambar 1.



Gambar 1. Diagram Alir Metode Penelitian

HASIL DAN PEMBAHASAN

Volatilitas yang dinyatakan dengan σ merupakan standar deviasi dari *logreturn* saham pada periode tahunan. Nilai volatilitas berada pada interval positif yaitu antara 0 sampai tak terhingga ($0 < \sigma < \infty$). Meskipun volatilitas dapat bernilai besar, namun pada umumnya nilai volatilitas jarang yang lebih besar dari satu. Nilai volatilitas yang tinggi menunjukkan bahwa harga saham berubah dengan range yang lebar, sedangkan nilai volatilitas yang rendah berarti harga saham jarang terjadi perubahan atau cenderung konstan.

Salah satu metode untuk mengestimasi volatilitas saham adalah volatilitas historis, yaitu volatilitas yang dihitung berdasarkan harga-harga saham masa lalu, dengan anggapan bahwa perilaku harga saham masa lalu dapat mencerminkan perilaku saham di masa mendatang. Teknik menghitung volatilitas historis yaitu

- a. Mengambil sebanyak $n+1$ harga saham, kemudian menghitung nilai *log return*-nya.
- b. Menentukan variansi atau standar deviasi σ^2 .
- c. Menghitung volatilitas tahunan menggunakan rumus

$$\sigma = \sqrt{k \frac{\sum_{t=1}^n (R_t - \bar{R}_t)^2}{n-1}} \quad (1)$$

Dimana k adalah banyaknya periode perdagangan dalam satu tahun. Karena data pada penelitian ini adalah data harian, maka periode perdagangannya juga harian yaitu $k = 252$.

Analisis Data

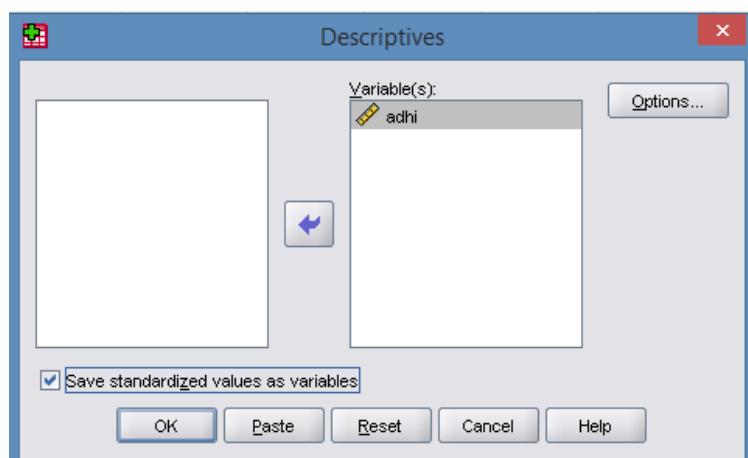
Pemeriksaan terhadap data merupakan langkah awal yang harus dilakukan sebelum masuk tahap analisis lebih lanjut, pemeriksaan terhadap data juga merupakan tahap yang sangat penting sebelum melanjutkan ke tahap analisis yang lebih kompleks. Pemeriksaan terhadap data berguna untuk mengetahui karakteristik data, contohnya adalah memeriksa data yang *outlier*, *missing value*, dan sebagainya.

digunakan untuk mendeteksi data *outlier* adalah standardisasi data. Deteksi data dengan standardisasi pada prinsipnya mengubah nilai data menjadi bentuk Z , dengan

$$Z = \frac{S_i - \bar{S}}{\sigma^2} \quad (2)$$

dimana S_i adalah nilai pengamatan ke- i , \bar{S} adalah rata-rata nilai pengamatan, dan σ^2 yang merupakan standar deviasi nilai pengamatan. Kemudian menafsirkan nilai Z tersebut.

Pendeteksian data *outlier* pada penelitian ini menggunakan bantuan program SPSS. Adapun langkah-langkahnya adalah: klik menu **Analyze – Descriptive Statistics – Descriptives**, pada kotak dialog **Descriptives**, masukkan variabel data historis harga saham dan berikan centang pada **Save standardized values as variables**, kemudian klik **Ok**. Perhatikan Gambar 2.



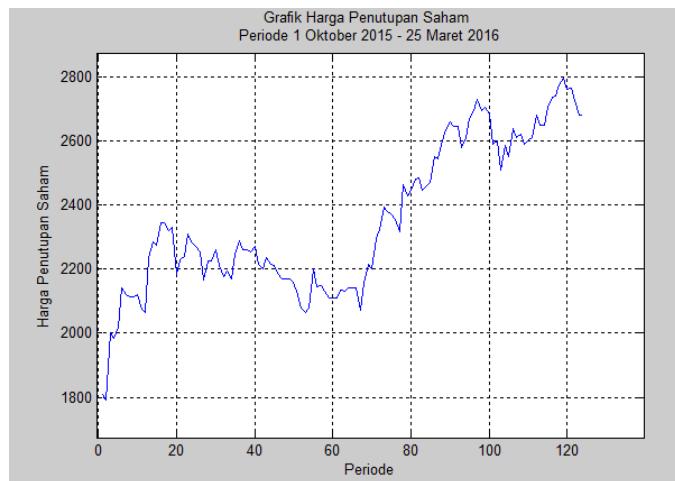
Gambar 2. Kotak Dialog Descriptives

Langkah awal yang harus dilakukan adalah mempersiapkan dan menganalisis data harga saham yang akan digunakan. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data saham PT. Adhi Karya (Persero) Tbk. yang diakses dari situs *Yahoo Finance* (www.finance.yahoo.com) periode 1 Oktober 2015 sampai dengan 25 Maret 2016. Kemudian dicari apakah ada data yang *outlier* dengan cara mencari nilai Z .

Outlier adalah data yang muncul memiliki karakteristik unik yang terlihat sangat jauh berbeda dari observasi-observasi lainnya dan muncul dalam bentuk nilai ekstrim baik untuk sebuah variabel tunggal atau variabel kombinasi. Data dikatakan *outlier* atau terpencil (pencihan) apabila nilai Z lebih besar dari +2,5 atau Z lebih kecil dari -2,5. Salah satu cara yang bisa

kemudian akan muncul variabel baru yaitu **Zadhi**. Hasil analisis data harga saham tersebut menunjukkan adanya data *outlier* pada data ke-2, yaitu data harga saham pada tanggal 2 Oktober 2015 dengan nilai $Z = -2,51$ dimana harga saham pada waktu itu adalah Rp 1741,31. Untuk memperoleh data harga saham yang berperilaku normal, data *outlier* tersebut dibuang sehingga tersisa 124 data.

Dengan demikian, harga saham yang digunakan dalam penelitian ini adalah harga saham yang berperilaku normal. Pergerakan sampel harga saham yang digunakan dalam penelitian ini dapat dilihat pada Gambar 3.

**Gambar 3.** Grafik Pergerakan Harga Saham

Grafik di atas merupakan pergerakan harga saham yang digunakan sebagai sampel untuk membangkitkan harga saham pada langkah selanjutnya dengan menggunakan parameter dari data real tersebut. Grafik di atas dalam bentuk per ribuan sehingga pergerakan harga saham dalam bentuk ribuan. Perilaku yang tampak pada grafik menunjukkan pergerakan harga saham yang normal dalam arti antara harga saham sekarang dengan besok jangkaunya tidak terlalu jauh.

Menentukan Parameter Rata-rata dan Standar Deviasi Data Real Harga Saham

Dengan menggunakan rumus untuk mean yaitu

$$\bar{S} = \frac{S_1 + S_2 + \dots + S_n}{n} \quad (3)$$

dan rumus untuk standar deviasi yaitu

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (S_i - \mu)^2, \quad (4)$$

dimana

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N S_i. \quad (5)$$

dari parameter yang telah diperoleh, dapat ditentukan pula bunga yang akan diasumsikan pada harga saham yang dibangkitkan, yaitu

$$r = \frac{\sigma^2}{2\bar{S}} \quad (6)$$

Membangkitkan Harga Saham

Membangkitkan harga saham pada masa yang akan datang dengan menggunakan parameter yang sudah diperoleh. Proses pembangkitan harga saham melibatkan proses stokastik sebagaimana persamaan

$$dS_t = \alpha(S_t, t)dt + \sigma(S_t, t)dW_t, \quad \text{for } t \in [0, \infty) \quad (7)$$

dimana dW_t adalah bentuk baru yang mewakili kejadian yang tidak bisa diprediksi yang terjadi saat interval yang sangat kecil dt , $\alpha(S_t, t)$ adalah parameter simpangan dan $\sigma(S_t, t)$ parameter gabungan yang tergantung pada tingkat dari harga aset yang S_t diamati dan pada waktu t . Parameter simpangan dan gabungan diasumsikan untuk memenuhi kondisi berikut

$$P \left[\int_0^t |\alpha(S_u, u)| du < \infty \right] = 1$$

$$P \left[\int_0^t \sigma(S_u, u)^2 du < \infty \right] = 1. \quad (8)$$

kondisi di atas memerlukan parameter simpangan dan gabungan yang tidak berbeda terlalu besar setiap periode waktunya. Parameter tersebut adalah fungsi yang membatasi perbedaan dengan probabilitas 1 (Oksendal, 2000). Untuk membangkitkan harga

saham digunakan model harga saham opsi Asia seperti pada persamaan

$$S[(k+1)\Delta t] = S(k\Delta t) \exp \left[\left(r - \frac{\sigma^2}{2} \right) \Delta t + \sigma \sqrt{\Delta t} Z_k \right] \quad (9)$$

dimana $Z_k \sim N(0,1)$, $k = 0, 1, \dots, N-1$.

dengan standar deviasi yang diperoleh dari persamaan (4) sebesar 235,9 sebagai nilai terendah dari harga saham yang berlaku. Sedangkan untuk suku bunga bebas risikonya diperoleh dari persamaan (6) sebesar 5%. Pada penelitian ini, penulis menggunakan program GUI seperti pada Gambar 4.



Gambar 4. Tampilan GUI Matlab Penentuan Harga Opsi Beli Asia

Menentukan Nilai Opsi Saham

Menentukan harga opsi beli Asia dengan model harga opsi Asia. Nilai keuntungan opsi beli Asia ditentukan berdasarkan nilai *payoff* yang terdapat dalam persamaan

$$f_c(S, T) = \max \left[S(T) - \frac{1}{T} \int_0^T S(\tau) d\tau, 0 \right], \quad (10)$$

dimana nilainya bergantung pada historis dari harga aset. Sedangkan untuk menentukan harga jualnya sekarang digunakan persamaan

$$c^i = e^{-rT} \max[S_T - \bar{S}_t, 0]. \quad (11)$$

Variabel yang digunakan untuk menentukan harga saham dan opsi beli Asia meliputi S_0 (harga saham awal), T (waktu jatuh tempo), K (harga eksekusi), dan r (suku bunga bebas risiko).

Nilai S_0 dapat dilihat pada data penutupan harga saham PT. Adhi Karya (Persero) Tbk. di periode terakhir yang diasumsikan pada penelitian ini yaitu tanggal 25 Maret 2016 yakni sebesar Rp2680. Waktu jatuh tempo opsi ditentukan selama tiga bulan (0,25 dalam satuan tahun). Harga eksekusinya adalah Rp2116 yang diambil dari selisih antara nilai rata-rata yang diperoleh dari persamaan (3) sebesar 2351,9

Pada kotak *input* terdapat kolom-kolom untuk memasukkan inputan dari opsi beli Asia. Inputan tersebut antara lain harga saham awal (S_0), harga eksekusi (K), volatilitas (Σ), tingkat suku bunga (r), waktu jatuh tempo per tahun (T), periode harga saham (m).

Pada kotak *output*, terdapat kotak Nilai Opsi, Standar Eror, dan Interval yang diperoleh dengan metode Monte Carlo standar dan variabel antithetik.

Simulasi Monte Carlo

Berdasarkan penelitian Martinkutė-Kaulienė *et al.* (2013) mengenai *Option Pricing using Monte Carlo Simulation*. Perbandingan antara hasil simulasi harga opsi Eropa dan observasi harga opsi yang sebenarnya menunjukkan bahwa harga simulasi dan harga historis yang paling sering ada dalam kasus hampir sesuai dengan sempurna dan bervariasi hanya pada simulasi ke-10. Umumnya, dari pernyataan tersebut dapat ditarik kesimpulan bahwa simulasi Monte Carlo sangat membantu ketika memprediksi harga opsi baik untuk periode waktu yang sangat pendek ataupun untuk periode waktu yang lebih panjang seperti misalnya 50 hari. Simulasi dilakukan untuk rata-rata aritmetik opsi Asia. Setiap satu simulasi akan mencakup

dua langkah sebelumnya yaitu membangkitkan harga saham dan menentukan nilai opsi saham, dimana dalam setiap simulasi, kedua proses tersebut akan diulang sebanyak simulasi yang dijalankan.

Pertama, digunakan metode Monte Carlo sederhana dengan 10.000 jalur simulasi untuk menentukan harga opsi beli Asia.

Algoritma dari metode Monte Carlo adalah sebagai berikut.

```
set sum = 0
for i = 1 to n
    generate  $S\left(\frac{T}{m}\right), S\left(\frac{2T}{m}\right), \dots, S(T)$ 
    set sum = sum + max $\left(0, \frac{\sum_{i=0}^m S\left(\frac{iT}{m}\right)}{m+1} - K\right)$ 
end
set  $C^{K,a} = \exp(-rT) sum/n$ 
```

(1) Simulasi Monte Carlo dengan Periode Harga Saham m = 100

Simulasi dengan periode harga saham $m = 100$ berarti simulasi yang dilakukan untuk mendapatkan sampel harga saham selama 100 hari. Pada penelitian ini simulasi dilakukan sebanyak 10.000 kali yang berarti melakukan tindakan meniru sebanyak 10.000 kali. Model yang ditiru mencakup model bangkitan harga saham dan model opsinya. Pada saat komputer menjalankan simulasi 10.000 kali, maka komputer akan melakukan proses pembangkitan harga saham yang dilanjutkan proses penentuan harga opsi yang dilakukan berulang-ulang sebanyak 10.000 kali. Sehingga diperoleh 10.000 sampel harga saham selama 100 hari dan

menghasilkan 10.000 nilai opsi.

Dari sampel harga saham yang diperoleh tersebut kemudian akan ditentukan nilai opsinya berdasarkan model opsi Asia dengan menggunakan persamaan (9). Harga penutupan yang digunakan opsi Asia pada saat jatuh tempo adalah rata-rata harga saham selama jangka waktu tertentu seperti pada persamaan, sehingga dari setiap simulasi yang dilakukan diambil rataratanya. Kemudian rata-rata tersebutlah yang akan menentukan nilai dari opsi beli Asia dengan persamaan berikut.

$$c^i = e^{-rT} \max[S_T - \bar{S}_t, 0].$$

di mana S_T adalah harga saham yang terjadi pada waktu T , dan \bar{S}_t adalah nilai rata-rata dari aset dasar yang dihitung berdasarkan masa hidup opsi yaitu selama 3 bulan. Dari hasil simulasi tersebut kemudian ditentukan rata-rata nilai opsi beli dengan persamaan berikut.

$$c = \frac{1}{M} \sum_{t=1}^M c^i.$$

sehingga diperoleh nilai opsi beli sebesar Rp 753,2. Sedangkan standar eror ditentukan dengan s/\sqrt{n} sehingga diperoleh standar eror-nya adalah 11,5519. Kemudian dengan mengestimasikan derajat keyakinan sebesar 95% yang diberikan oleh persamaan berikut.

$$c - \frac{1,96s}{\sqrt{n}} < f < c + \frac{1,96s}{\sqrt{n}}$$

dapat ditentukan interval nilai untuk opsi beli antara Rp 730,6 sampai dengan Rp



Gambar 5. Output Hasil Simulasi dengan Program GUI
Matlab untuk $m=100$

775,9. Output hasil simulasi dengan program GUI Matlab untuk $m=100$ dapat dilihat pada Gambar 5.

(2) Simulasi Monte Carlo dengan Periode Harga Saham $m = 200$

Dari simulasi ini akan diperoleh 10.000 sampel harga saham selama 200 hari dan menghasilkan 10.000 nilai opsi. Dari hasil simulasi tersebut kemudian ditentukan rata-rata nilai opsi beli Rp 765,5 dan standar eror 11,6655 sehingga dapat ditentukan interval nilai untuk opsi beli antara Rp 742,6 sampai dengan Rp 788,3.

(3) Simulasi Monte Carlo dengan Periode Harga Saham $m = 300$

Dari simulasi ini akan diperoleh 10.000 sampel harga saham selama 300 hari dan menghasilkan 10.000 nilai opsi. Dari hasil simulasi tersebut kemudian ditentukan rata-rata nilai opsi beli Rp 758,4 dan standar eror 11,5154 sehingga dapat ditentukan interval nilai untuk opsi beli antara Rp 735,8 sampai dengan Rp 780,9.

(4) Simulasi Monte Carlo dengan Periode Harga Saham $m = 400$

Dari simulasi ini akan diperoleh 10.000 sampel harga saham selama 400 hari dan menghasilkan 10.000 nilai opsi. Dari hasil simulasi tersebut kemudian ditentukan rata-rata nilai opsi beli Rp 774,4 dan standar eror 11,9262 sehingga dapat ditentukan interval nilai untuk opsi beli antara Rp 751,0 sampai dengan Rp 797,7.

(5) Simulasi Monte Carlo dengan Periode Harga Saham $m = 500$

Dari simulasi ini akan diperoleh 10.000 sampel harga saham selama 500 hari dan menghasilkan 10.000 nilai opsi. Dari hasil simulasi tersebut kemudian ditentukan rata-rata nilai opsi beli Rp 766,4 dan standar eror 11,7463 sehingga dapat ditentukan interval nilai untuk opsi beli antara Rp 743,2 sampai dengan Rp 789,3.

Teknik Variabel Antithetik

Hasil yang disajikan oleh metode Monte Carlo sederhana masih mempunyai keterbatasan, ketika periode waktu harga saham bertambah, standar eror umumnya tidak mengecil. Karena kekonvergenan dari skema pada penelitian ini diperhatikan, maka teknik reduksi variansi dibutuhkan. Pada penelitian ini

akan digunakan teknik variabel antithetik untuk membuat pendekatan lebih efisien.

(1) Teknik Variabel Antithetik dengan Periode Harga Saham $m = 100$

Dari simulasi ini akan diperoleh 10.000 sampel harga saham selama 100 hari dan menghasilkan 10.000 nilai opsi. Dalam teknik ini, percobaan simulasi melibatkan perhitungan dua nilai derivatif. Nilai pertama f_1 dihitung dengan cara yang sama seperti persamaan (9). Nilai ke-dua f_2 dihitung dengan merubah tanda semua sampel acak dari distribusi normal standar sehingga diperoleh

$$S[(k+1)\Delta t] = S(k\Delta t) \exp \left[\left(r - \frac{\sigma^2}{2} \right) \Delta t - \sigma \sqrt{\Delta t} Z_k \right].$$

Jika Z adalah sampel yang digunakan untuk menghitung f_1 , maka $-Z$ adalah sampel yang sesuai yang digunakan untuk menghitung f_2 . \bar{f} dinotasikan sebagai rata-rata dari f_1 dan f_2

$$\bar{f} = \frac{f_1 + f_2}{2}.$$

dari hasil simulasi tersebut kemudian ditentukan rata-rata nilai opsi beli dengan persamaan berikut.

$$c_f = \frac{1}{M} \sum_{t=1}^M \bar{f}^t.$$

sehingga diperoleh nilai opsi beli sebesar Rp766,4. Sedangkan standar eror ditentukan dengan s/\sqrt{n} sehingga diperoleh standar eror-nya adalah 6,3383. Kemudian dengan mengestimasikan derajat keyakinan sebesar 95% yang diberikan oleh persamaan berikut.

$$c_f - \frac{1,96s}{\sqrt{n}} < f < c_f + \frac{1,96s}{\sqrt{n}}$$

dapat ditentukan interval nilai untuk opsi beli antara Rp 754,0 sampai dengan Rp 778,8.

(2) Teknik Variabel Antithetik dengan Periode Harga Saham $m = 200$

Dari simulasi ini akan diperoleh 10.000 sampel harga saham selama 200 hari dan menghasilkan 10.000 nilai opsi. Dari hasil simulasi tersebut kemudian ditentukan rata-

rata nilai opsi beli Rp 766,6 dan standar eror 6,261 sehingga dapat ditentukan interval nilai untuk opsi beli antara Rp 754,3 sampai dengan Rp 778,9.

(3) Teknik Variabel Antithetik dengan Periode Harga Saham m = 300

Dari simulasi ini akan diperoleh 10.000 sampel harga saham selama 300 hari dan menghasilkan 10.000 nilai opsi. Dari hasil simulasi tersebut kemudian ditentukan rata-rata nilai opsi beli Rp 766,7 dan standar eror 6,4248 sehingga dapat ditentukan interval nilai untuk opsi beli antara Rp 754,1 sampai dengan Rp 779,1.

(4) Teknik Variabel Antithetik dengan Periode Harga Saham m = 400

Dari simulasi ini akan diperoleh 10.000 sampel harga saham selama 400 hari dan menghasilkan 10.000 nilai opsi. Dari hasil simulasi tersebut kemudian ditentukan rata-rata nilai opsi beli Rp 766,7 dan standar eror 6,3364 sehingga dapat ditentukan interval nilai untuk opsi beli antara Rp 754,3 sampai dengan Rp 779,1.

(5) Teknik Variabel Antithetik dengan Periode Harga Saham m = 500

Dari simulasi ini akan diperoleh 10.000 sampel harga saham selama 500 hari dan menghasilkan 10.000 nilai opsi. Dari hasil simulasi tersebut kemudian ditentukan rata-rata nilai opsi beli Rp 766,7 dan standar eror 6,2952 sehingga dapat ditentukan interval nilai untuk opsi beli antara Rp 754,3 sampai dengan Rp 779,0. Pada simulasi ini nilai rata-rata yang diperoleh sudah dianggap konvergen karena nilai rata-rata yang dihasilkan pada simulasi 300 keatas menuju ke suatu nilai opsi pada Rp 766,7. Hal ini terbukti dengan bertambahnya periode simulasi yang dilakukan nilai yang dihasilkan tetap, sehingga simulasi hanya dilakukan sampai pada periode ke 500 karena sudah diperoleh nilai yang konvergen.

Perbandingan Hasil Simulasi

Untuk memudahkan pemahaman terkait penerapan teknik variabel antithetik, penulis menyajikan hasil simulasi di atas dalam suatu tabel sehingga dapat dibandingkan nilai-nilai yang diperoleh dari setiap simulasi. Hasil simulasi tersebut dapat dilihat pada Tabel 1 dan Tabel 2.

Tabel 1. Hasil Simulasi Monte Carlo Sederhana

m	Nilai Opsi	Standar Eror
100	753,2	11,5519
200	765,5	11,6655
300	758,4	11,5154
400	774,4	11,9262
500	766,3	11,7463

Tabel 2. Hasil Reduksi Variansi dengan Teknik Variabel Antithetik

m	Nilai Opsi	Standar Eror	Interval
100	766,4	6,3383	[754,0;778,8]
200	766,6	6,2610	[754,3;778,9]
300	766,7	6,4248	[754,1;779,3]
400	766,7	6,3364	[754,3;779,1]
500	766,7	6,2952	[754,3;779,0]

Tabel 1 dan Tabel 2 menunjukkan bahwa standar eror yang dihitung dengan metode Monte Carlo sederhana direduksi rata-rata sampai 45,8% sehingga jelas lebih baik dalam segi keefisienan. Berdasarkan hukum bilangan besar yang menyatakan bahwa

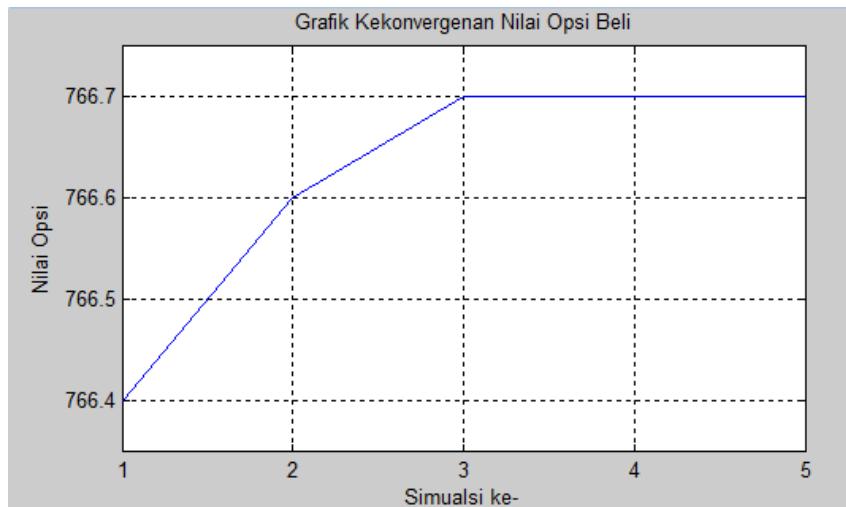
"Jika X_1, X_2, \dots, X_n independen dan terdistribusi secara identik dengan μ , maka

$$P\left\{\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(X_1 + \dots + X_n)}{n} = \mu\right\} = 1.$$

sehingga dari hasil yang diperoleh di atas dapat dikatakan bahwa banyaknya rata-rata sampel sesuai dengan banyaknya simulasi yang dilakukan dan rata-rata yang konvergen pada nilai tengah akan selalu berlaku meskipun banyaknya simulasi ditambah sampai menuju tak hingga. Dengan demikian hukum bilangan besar merupakan penduga dari rata-rata populasi yang jumlahnya sangat besar, dalam arti parameter yang dihasilkan merupakan penduga dari rata-rata dan nilai penduga opsi beli tersebut rata-ratanya adalah Rp 766,7. Hal ini menunjukkan bahwa perubahan jumlah m=300 keatas didapatkan nilai rata-rata yang konvergen. Kekonvergenan rata-rata nilai opsi pada Tabel 2, dapat dilihat dalam bentuk grafik seperti pada Gambar 6.

Lu, B. 2011. *Monte Carlo Simulation and Option Pricing*. Undergraduate Mathematics Department. Pennsylvania State University.

Martinkutė-Kaulienė, R., Stankevičienė, J., &



Gambar 6. Grafik Kekonvergenan Nilai Opsi Beli

Žinytė, S. 2013. Option Pricing using

SIMPULAN

Penelitian ini memberikan hasil perhitungan harga opsi beli Asia menggunakan metode simulasi Monte Carlo dengan menerapkan teknik reduksi variansi. Simulasi tersebut memberikan harga opsi beli Asia sebesar Rp 766,7 dengan standar eror 6,2952. Berdasarkan simulasi yang sudah dilakukan, dapat disimpulkan juga bahwa metode reduksi variansi dengan teknik variabel antithetik dapat memperkecil kesalahan baku dari metode Monte Carlo atau dengan kata lain dapat mempercepat kekonvergenan. Teknik ini memberikan hasil reduksi rata-rata sampai 45,8% peningkatan keefisienan.

DAFTAR PUSTAKA

- Boyle, P. 1977. Options: a Monte Carlo Approach. *Journal of Financial Economics*, 4: 323-338.
- Boyle, P., Broadie, M., & Glasserman, P. 1997. Monte Carlo Methods for Security Pricing. *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 21 (8-9), 1267 – 1321.
- Kusumahadi, K. & Sastika, W. 2015. Analisis Perbandingan Penentuan Harga *Call Option* dengan Menggunakan Metode Black-Scholes dan Metode Simulasi Monte Carlo. *Ecodemica*. Vol. III, No. 1.
- Monte Carlo Simulation. *Journal of Security and Sustainability Issues*. Vol. 2(4): 65-79.
- Oksendal, B. 2000. *Stochastic Differential Equations*. Fifth Edition. New York: Springer-Verlag Heidelberg.
- Paramartha, I. P. O., Dharmawan, K., & Nilakusmawati, D. P. E. 2014. Penentuan Harga Kontrak Opsi Tipe Asia menggunakan Model Simulasi Normal Inverse Gaussian (NIG). *E-Jurnal Matematika*. Vol. 3, No. 3, 123-129.
- Pham, K. 2007. *Finite Element Modelling of Multi-Asset Barrier Options*. Desertasi. University of Reading.
- Zhang, H. 2009. *Pricing Asian Option using Monte Carlo Methods*. Uppsala Universitet.
- <http://finance.yahoo.com/q/hp?s=ADHI.JK&a=09&b=1&c=2015&d=02&e=25&f=2016&g=d> (diakses tanggal 27 Maret 2016 pukul 09.00 WIB)