UJM 8 (2) 2019
UNNES Journal of Mathematics
http://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/ujm

ESTIMASI PARAMETER MODEL REGRESI SPASIAL DENGAN METODE *GEOGRAPHICALLY WEIGHTED POISSON REGRESSION*

Itsnaini Munjiyatul Fadlilah✉, Sugiman, Sunarmi

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Semarang, Indonesia
Gedung D7 Lt. 1, Kampus Sekaran Gunungpati, Semarang 50229

Info Artikel

Sejarah Artikel:
Diterima Juli 2018
Disetujui Juli 2020
Dipublikasikan Agustus 2020

Keywords:
Regresi Poisson, Geographically Weighted Poisson Regression, Kernel Fixed Bisquare, Kernel Adaptive Bisquare

Abstrak

Regresi Poisson adalah salah satu analisis regresi non linear yang variabel responnya berdistribusi Poisson. *Geographically Weighted Poisson Regression* (GWPR) adalah salah satu metode statistika untuk menganalisis data spasial dengan pendekatan titik. Tujuan penelitian ini adalah membentuk model GWPR dengan fungsi pembobot kernel *fixed bisquare* dan *adaptive bisquare*, serta membandingkan model terbaik GWPR dengan fungsi kernel *fixed bisquare* dan *adaptive bisquare*. Data yang digunakan adalah persentase penduduk miskin di Provinsi Jawa Tengah. Dalam penelitian ini terdapat tujuh (7) variabel terkait faktor persentase penduduk kemiskinan. Hasil pengujian diperoleh dua (2) variabel yang signifikansi, yaitu angka harapan hidup penduduk (X_1) dan pendapatan perkapita penduduk yang telah disesuaikan(X_3). Berdasarkan hasil penelitian diperoleh bahwa model GWPR lebih cocok daripada regresi Poisson. Diperoleh model GWPR dengan fungsi pembobot *fixed bisquare* dan *adaptive bisquare* secara global di Provinsi Jawa Tengah $\hat{\mu}_i = exp(9{,}52504 - 0{,}08443X_1 - 0{,}08668\,X_3)$. Kebaikan model dapat dilihat dari nilai AIC. Nilai AIC yang diperoleh pada kernel *fixed bisquare* sebesar 178,7446. Sedangkan nilai AIC yang diperoleh pada kernel *adaptive bisquare* sebesar 183,2349. Model GWPR dengan kernel *fixed Bisquare* lebih baik daripada GWPR *adaptive bisquare*.
.

Abstract

Poisson Regression is one of the non-linear regression analysis whose Poisson distributed response variable.Geographically Weighted Poisson Regression (GWPR) is one of the statistical methods to analyze spatial data with point approach. The purpose of this research is to form GWPR model with fixed bisquare and adaptive bisquare kernel function, and compare best model of GWPR with kernel fixed bisquare and adaptive bisquare function. The data of this research is the percentage of poor people in Central Java Province. In this study there are seven (7) variables related to the percentage factor of the poverty population. The test obtained 2 significant variables are population life expectancy (X_1) *and income per-capita population has been adjusted* (X_3)*.Based on the result of research, it is found that GWPR model is more suitable than Poisson regression. Provided Geographically Weighted Poisson Regression model with fixed bisquare fixed function and adaptive bisquare globally in Province of Central Java* $\hat{\mu}_i = exp(9{,}52504 - 0{,}08443X_1 - 0{,}08668\,X_3)$. *The advantage of the model can be seen from the value of AIC. The AIC value obtained in the fixed bisquare kernel is 178,7446. Whereas, The AIC value obtained in adaptive kernel bisquare is 183.2349. The GWPR model with the fixed Bisquare kernel is better than GWPR adaptive bisquare.*

How to cite:

Fadlilah,I.M., Sugiman, dan Sunarmi. 2018.Estimasi Parameter Model Regresi Spasial Dengan Metode *Geographically Weighted Poisson Regression*. *UNNES Journal of Mathematics*. 8(2):21-31.

✉Alamat korespondensi:
E-mail: itsnaini.fadilla2@gmail.com

p – ISSN 2252-6943
e – ISSN 2460-5859

PENDAHULUAN

Metode regresi merupakan salah satu metode statistika untuk menentukan model hubungan sebab akibat antara variabel prediktor dengan variabel respon (Smeeth dan Draper, 1992). Regresi Poisson merupakan salah satu regresi non linear yang variabel responnya dimodelkan dengan distribusi Poisson.

Pada model regresi diasumsikan bahwa lokasi pengamatan tidak mempengaruhi model. Asumsi ini akan menghasilkan kesalahan dan munculnya autokorelasi jika pengaruh lokasi pengamatan tidak diperhatikan, untuk menyelesaikan pemodelan tersebut digunakan analisis regresi spasial. Analisis regresi spasial adalah pengembangan dari model regresi sederhana dengan memperhatikan lokasi pengamatan, autokorelasi dan heterogenitas pada data. Data spasial merupakan data pengukuran yang memuat suatu informasi lokasi. Efek spasial merupakan fenomena dimana pengamatan yang dilakukan di suatu lokasi memiliki ketergantungan cukup kuat dengan pengamatan yang dilakukan di lokasi yang berdekatan. Efek spasial dibedakan menjadi 2 yaitu dependensi spasial dan keragaman spasial. Jika terjadi dependensi spasial penyelesaian dengan pendekatan area sedangkan keragaman spasial yang dapat diselesaikan menggunakan pendekatan titik. Adanya efek spasial menyebabkan estimasi tidak tepat karena melanggar asumsi *iid* (*Identic Independence Distribution*) (Septiana dan Wulandari, 2009).Pengaruh efek lokasi tersebut disajikan dalam bentuk koordinat lokasi (*longitude, latittude*) atau pembobotan. Banyak metode yang digunakan, baik untuk analisis geostatistik maupun pemodelan.

Berdasarkan tipe data, pemodelan spasial dapat dibedakan menjadi pemodelan dengan pendekatan titik dan pemodelan dengan pendekatan area. Pemodelan dengan jenis pendekatan titik, yaitu Jika data variabel berdistribusi normal menggunakan *Geographically Weighted Regression* (GWR), jika data variabel berdistribusi Poisson menggunakan *Geographically Weighted Poisson Regression* (GWPR), jika data berupa data runtun waktu menggunakan *Generalized Space-Time Autoregressive* (GSTAR). Sementara untuk pemodelan dengan jenis pendekatan area yaitu *Mixed Regressive-Autoregressive* atau *Spatial Autoregressive Model* (SAR), *Spatial Error Model* (SEM), *Spatial Autogressive Moving Average* (SARMA), *Spatial Durbin Model* (SDM), dan Panel data.

Geographically Weighted Poisson Regression (GWPR) merupakan salah satu metode statistika yang merupakan pengembangan dari regresi Poisson namun yang membedakan adalah dalam metode ini memperhatikan pembobot berupa letak lintang dan letak bujur dari titik-titik pengamatan yang diamati. Sehingga dalam model GWPR variabel respon dipengaruhi oleh variabel prediktor yang koefisien regresinya dipengaruhi letak geografis. Menurut Nakaya, Fotheringham, dan Brudson (2005) menyatakan model GWPR menghasilkan penaksir parameter model yang bersifat lokal untuk setiap titik pengamatan. Dalam GWPR digunakan matriks pembobot yang besarnya bergantung pada kedekatan antar lokasi pengamatan. Pada penelitian dalam penulisan skripsi ini, akan mencari manakah metode yang terbaik antara metode Regresi Poisson dengan metode GWPR dengan pembobot fungsi Kernel *Fixed Bisquare* dan kernel *Adaptive Bisquare* untuk persentase kemiskinan di Provinsi Jawa Tengah dengan pemilihan metode untuk berdasarkan kriteria AIC minimum.

Data yang digunakan adalah kemiskinan. Kemiskinan merupakan suatu fenomena keheterogenan spasial, yang biasanya ditunjukkan dengan kecenderungan masyarakat miskin mengelompok pada suatu wilayah tertentu. Variasi geografis dalam kemiskinan dan besarnya tingkat kemiskinan sering disebabkan oleh faktor-faktor dengan dimensi spasial, misalnya sumbangan sumber daya alam dan akses untuk layanan seperti kesehatan dan pendidikan (Henninger dan Snel, 2002). Pengurangan kemiskinan di suatu tempat akan mempengaruhi dan dipengaruhi tempat-tempat lain yang berada di sekitarnya, sehingga dengan kata lain kemiskinan memiliki unsur spasial (Crandall dan Weber, 2004).

Jumlah penduduk miskin Jawa Tengah masih relatif tinggi. Menurut BPS Provinsi Jawa Tengah tahun 2016, jumlah penduduk miskin di Jawa Tengah pada Bulan Juli 2016 sebesar 4506,89 juta (13,27%). Sebagian besar (55.26%) penduduk miskin berada daerah pedesaan sedangkan sisanya (44,74%) berada di daerah perkotaan.Kriteria penentuan penduduk miskin tentunya tergantung kondisi daerah masing-masing. Oleh karena itu, penduduk miskin di kota semestinya berbeda dengan kriteria penduduk miskin di kota.

Berdasarkan penjelasan di atas, maka dalam penelitian ini adalah Estimasi Parameter Model Regresi Spasial Dengan Metode *Geographically Weighted Poisson Regression* (GWPR) Untuk

Persentase Penduduk Miskin Di Provinsi Jawa Tengah.

Rumusan masalah dalam penelitian ini adalah 1). Bagaimana estimasi parameter model *Geographically Weighted Poisson Regression* (GWPR) dengan fungsi pembobot kernel *fixed bisquare* secara global? 2). Bagaimana estimasi parameter model *Geographically Weighted Poisson Regression* (GWPR) dengan fungsi pembobot kernel *fixed bisquare* secara global? 3). Model manakah diantara model *Geographically Weighted Poisson Regression* (GWPR) dengan fungsi pembobot kernel *fixed bisquare* dan *Geographically Weighted Poisson Regression* (GWPR) dengan fungsi pembobot kernel *adaptive bisquare* yang terbaik?

Tujuan dalam penelitian ini adalah 1). Membentuk estimasi parameter model *Geographically Weighted Poisson Regression* (GWPR) dengan fungsi pembobot kernel *fixed bisquare* secara global.2). Membentuk estimasi parameter model *Geographically Weighted PoissonRegression* (GWPR) dengan fungsi pembobot kernel *adaptive bisquare* secara global. 3) Menentukan model terbaik antara model *Geographically Weighted Poisson Regression* dengan fungsi pembobot kernel *fixed bisquare* dan model *Geographically Weighted Poisson Regression* dengan fungsi pembobot kernel *adaptive bisquare*.

Model Regresi Poisson

Regresi Poisson merupakan model regresi non linear dimana variabel respon (y) mengikuti distribusi Poisson. Distribusi Poisson merupakan distribusi yang paling sederhana untuk data *count* misalnya data tersebut dilambangan dengan Y yaitu banyaknya kejadian yang terjadi dalam suatu periode waktu dan/atau wilayah tertentu. Karena nilai mean μ haruslah bernilai positif, maka dibutuhkan suatu fungsi penghubung (*link function*) untuk parameter μ. Model-model regresi Poisson merupakan *Generalized Linear Model* (GLM) dengan data responnya (komponen random) diasumsikan berdistribusi Poisson (Agresti,2007). GLM terdiri dari tiga komponen, yaitu komponen random, komponen sistematik, dan *link function*. Komponen random terdiri dari variabel Y dengan nilai observasi yang independen $(y_1, y_2, \dots, y_n)^T$. Komponen sistematik dari GLM menghubungkan vektor $\eta = (\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n)^T$ dengan sekumpulan *explanatory variable*/ variabel penjelas melalui suatu model linear. Misalkan x_{ij} melambangkan nilai dari variabel penjelas/ *predictor j* (j = 1,2, …, k), maka $\eta = X\beta$, dimana X adalah desain matriks yang berisi nilai-nilai variabel penjelas untuk n buah pengamatan, dan β adalah vektor dari parameter-parameter di dalam model. Misalkan μ_i adalah mean dari $Y_i, \mu_i = E(Y_i)$, untuk $i = 1,2, \dots, n$. Model menghubungkan μ_i dengan η_i oleh $g(\mu_i) = \eta_i$, di mana g adalah suatu fungsi yang dapat diturunkan (*differentiable*). Dengan demikian, g menghubungkan $E(Y_i)$ dengan variabel penjelas melalui formula sebagai berikut

$$g(\mu_i) = \beta_0 + \beta_1 + \cdots + \beta_k x_{ik}$$
$$= \beta_0 + \textstyle\sum_{j=1}^{k} \beta_j x_{ij} \quad, i = 1,2, \dots, n$$

Pada model regresi Poisson, biasanya *link function* yang digunakan adalah log, sehingga $log(\mu_i) = \eta_i$. Dengan demikian model regresi Poisson dapat ditulis sebagai berikut:

$$ln(\mu_i) = \beta_0 + \textstyle\sum_{j=1}^{k} \beta_j x_{ij} \qquad , \quad i = 1,2, \dots, n$$

dengan $\mu_i = \mu_i(x_i) = \exp(\beta_0 + \sum_{j=1}^{k} \beta_j x_{ij})$

Model regresi Poisson adalah model regresi non linear yang berasal dari distribusi Poisson yang biasanya digunakan untuk menganalisis data dengan respon berupa variabel diskrit. Suatu ciri dari distribusi Poisson adalah adanya equidispersi, yakni keadaan di mana nilai mean dan varians dari variabel respon bernilai sama. Namun pada praktiknya, kadang ditemukan suatu kondisi dimana varians data lebih besar di banding mean. Kondisi seperti ini disebut Overdispersi (Cameron dan Trivedi,1998). Jika pada data diskrit terjadi overdispersi tetapi tetap digunakan model regresi Poisson, maka estimasi parameter koefisien regresinya tetap konsisten tetapi tidak efisien karena berdampak pada nilai standar error yang tinggi.

Estimasi Parameter Model Regresi Poisson

Estimasi parameter regresi Poisson dilakukan dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE), Estimasi maksimum *likelihood* untuk parameter β dinyatakan dengan $\hat{\beta}$ yang merupakan penyelesaian dari turunan *likelihood* dari regresi Poisson. Jika variabel respon adalah y maka model regresi Poisson untuk y adalah $\log(y) = (\beta_0 + \sum_{j=1}^{k} \beta_j x_{ij})$ atau jika dalam bentuk matriks dapat dituliskan $\log(y) = \exp(X^T\beta)$. Karena $(Y_i \sim Poisson(\mu_i))$, maka bentuk model menjadi $\mu_i = \exp({X_i}^T\beta)$

$$L(\beta) = \prod_{i=1}^{n} \frac{\exp(-\mu_i)(\mu_i)^{y_i}}{y_i!}$$

$$L(\beta) = \prod_{i=1}^{n} \frac{\exp\left(-\exp({X_i}^T\beta)\right)\left(\exp({X_i}^T\beta)\right)^{y_i}}{\prod_{i=1}^{n} y_i!}$$

$$L(\beta) = \prod_{i=1}^{n} \frac{\exp(-\sum_{i=1}^{n} \exp\left({X_i}^T\beta\right))(exp \sum_{i=1}^{n}\left(y_i {X_i}^T\beta\right))}{\prod_{i=1}^{n} y_i!}$$

Fungsi log natural-*likelihoodnya* adalah :

$ln\, L(\beta)$

$$= \ln \prod_{i=1}^{n} \frac{\exp(-\sum_{i=1}^{n} \exp(X_i{}^T\beta))(exp \sum_{i=1}^{n}(y_i X_i{}^T\beta))}{\prod_{i=1}^{n} y_i!}$$

$$= -\sum_{i=1}^{n} exp\, X_i{}^T\beta + \sum_{i=1}^{n} y_i X_i{}^T\beta - \sum_{i=1}^{n} ln(\, y_i!)$$

Kemudian diturunkan terhadap β^T yang merupakan bentuk vektor.

$$\frac{\partial \ln L(\beta)}{\partial \beta^T} = -\sum_{i=1}^{n} \exp(X_i{}^T\beta) + \sum_{i=1}^{n} y_i x_i \quad (5)$$

Kemudian persamaan (5) disamakan dengan nol yang selanjutnya dapat diselesaikan dengan metode iterasi Newton Raphson. Hal ini dikarenakan jika diselesaikan dengan MLE akan dihasilkan persamaan yang tidak *close from*. Algoritma untuk optimisasi dengan metode Newton-Raphson dapat dituliskan sebagai berikut :

1. Menentukan nilai estimasi awal parameter :

$$\hat{\beta}_{(0)} = (X^T X)^{-1} X^T y$$

2. Membentuk matriks vektor gradien,

$$g^T(\beta_{(m)})_{(k+1)\times 1} = \left(\frac{\partial \ln L\,(\beta)}{\partial \beta_0}, \frac{\partial \ln L\,(\beta)}{\partial \beta_1}, \ldots, \frac{\partial \ln L\,(\beta)}{\partial \beta_k}\right)_{\beta=\beta_{(m)}}$$

3. Membentuk matriks Hessian H :

$$H(\beta_{(m)})_{(k+1)\times(k+1)} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \ln L\,(\beta)}{\partial \beta_0{}^2} & \frac{\partial^2 \ln L\,(\beta)}{\partial \beta_0 \beta_1} & \cdots & \frac{\partial^2 \ln L\,(\beta)}{\partial \beta_0 \beta_k} \\ \frac{\partial^2 \ln L\,(\beta)}{\partial \beta_0 \beta_1} & \frac{\partial^2 \ln L\,(\beta)}{\partial \beta_1{}^2} & \cdots & \frac{\partial^2 \ln L\,(\beta)}{\partial \beta_1 \beta_k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial^2 \ln L\,(\beta)}{\partial \beta_0 \beta_k} & \frac{\partial^2 \ln L\,(\beta)}{\partial \beta_1 \beta_k} & \cdots & \frac{\partial^2 \ln L\,(\beta)}{\partial \beta_1{}^2} \end{pmatrix}_{\beta=\beta_{(m)}}$$

Matriks Hessian ini disebut juga matriks informasi.

4. Memasukkan nilai $\hat{\beta}_{(0)}$ ke dalam vektor g dan matriks , sehingga diperoleh vektor $g(\hat{\beta}_{(0)})$ dan matriks $H(\hat{\beta}_{(0)})$.

5. Mulai dari $m = 0$ dilakukan iterasi pada persamaan:

$$\beta_{(m+1)} = \beta_{(m)} - H^{-1}(\beta_{(m)}) g(\beta_{(m)})$$

nilai $\beta_{(m)}$ merupakan sekumpulan penaksir parameter yang konvergen diperoleh $\|\beta_{(m+1)} - \beta_{(m)}\| < \varepsilon$, jika belum diperoleh penaksir yang konvergen, maka dilanjutkan kembali langkah 5 hingga iterasi $m = m + 1$

Pengujian Parameter Model Regresi Poisson

Untuk menguji kelayakan model regresi Poisson, terkebih dahulu ditentukan dua buah fungsi *likelihood* yang berhubungan dengan model regresi yang diperoleh. Fungsi-fungsi *likelihood* yang dimaksud adalah $L(\hat{\Omega})$ yaitu nilai maksimum *likelihood* untuk model yang lebih lengkap dengan melibatkan variabel prediktor dan $L(\widehat{\omega})$ yaitu nilai maksimum *likelihood* untuk model sederhana tanpa melibatkan variabel prediktor. Salah satu metode yang dapat digunakan untuk menentukan statistik uji dalam pengujian parameter model regresi Poisson adalah dengan menggunakan metode (MLRT) *Maksimum Likelihood Ratio Test* (Irawati dan Purhadi, 2012).

Hipotesisnya adalah:

$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_k = 0$

H_1: Paling sedikit ada satu $\beta_k \neq 0$;

Statistik uji :

$$D(\hat{\beta}) = -2\, ln \left(\frac{L(\widehat{\omega})}{L(\hat{\Omega})}\right) = 2\left(ln\, L(\hat{\Omega}) - ln\, L(\widehat{\omega})\right).$$

Kriteria pengujiaannya tolak H_0 apabila $D(\hat{\beta}) > \chi^2_{(\alpha;n-k-1)}$

$D(\hat{\beta})$ merupakan standar deviasi model regresi Poisson. Nilai $D(\hat{\beta})$ yang semakin kecil menyebabkan semakin kecil pula tingkat kesalahan yang dihasilkan model, sehingga model menjadi semakin tepat. $D(\hat{\beta})$ disebut juga sebagai statistik rasio *likelihood* , di mana statistik ini merupakan pendekatan dari distribusi χ^2 dengan derajat bebas $n - k - 1$ dibawah model yang sedang diamati adalah benar. Untuk pengujian terhadap parameter model regresi Poisson secara individu dengan hipotesis sebagai berikut :

$H_0: \beta_k = 0$, untuk suatu , $k = 1,2, \ldots, n$
(Pengaruh variabel ke-k tidak signifikan)

$H_1: \beta_k \neq 0$, dengan $k = 1,2, \ldots, n$
(Pengaruh variabel ke- k signifikan)

Statistik uji:

$$Z_{hit} = \frac{\hat{\beta}_k}{se\hat{\beta}_k}$$

Kriteria pengujiannya adalah tolak H_0 apabila $|Z_{hit}| = Z_{\alpha/2}$.

Model *Geographically Weighted Regression*

Model *Geographically Weighted Regression* (GWR) merupakan pengembangan dari metode regresi. Hanya saja pada model GWR parameter persamaan untuk setiap lokasi pengamatan berbeda dengan lokasi lainnya sehingga banyaknya vektor parameter yang diduga adalah sebanyak lokasi pengamatan yang digunakan dalam data. Dalam analisis GWR, model yang dihasilkan juga tidak dapat digunakan untuk menduga paremeter selain parameter di lokasi pengamatan (Walter et al.2005). Model dari *Geographically Weighted Regression* (GWR) dapat ditulis sebagai berikut :

$$Y_i = \beta_0(u_i, v_i) + \sum_{k=1}^{p} \beta_k\,(u_i, v_i) X_{ik} + \varepsilon_i$$

dengan

Y_i : nilai variabel respon pada titik lokasi pengamatan ke-i

X_{ik} : nilai variabel prediktor ke-k pada titik lokasi pengamatan ke-i

(u_i, v_i) : koordinat titik lokasi pengamatan ke-i (longitude, latitude)

$\beta_0(u_i, v_i)$: koordinat / intercept GWR

$\beta_k(u_i, v_i)$: koefisien regresi ke-k pada titik lokasi pengamatan ke-i

ε_i : error pada titik lokasi ke-i yang diasumsikan dengan rata-rata nol dan varians σ^2

Pengestimasian parameter $\beta(u_i, v_i)$ pada lokasi ke-i, dapat dilakukan dengan menggunakan metode weighted least squares atau WLS (Brunsdon et al., 1996). Dalam pengestimasian parameter di suatu titik lokasi, metode WLS memberikan pembobot yang tidak sama pada semua amatan. Besarnya pembobot tersebut didasarkan pada jarak antar lokasi amatan. Semakin dekat jarak terhadap amatan yang diestimasi parameternya, semakin besar bobot tersebut dalam estimasi $\beta(u_i, v_i)$. Diperoleh estimator parameter model GWR sebagai berikut :

$$\hat{\beta}(u_i, v_i) = (X^T W(u_i, v_i) X)^{-1} X^T W(u_i, v_i) Y$$

Dimana $W_i = diag[w_1(u_i, v_i), w_2(u_i, v_i), \dots, w_n(u_i, v_i)]$ adalah diagonal pembobot yang bervariasi dari setiap prediksi parameter pada lokasi i

Diagnostik Multikolinearitas

Diagnostik multikolinaeritas bertujuan untuk mengetahui apakah pada model regresi ditemukan adanya korelasi antar variabel bebas (independen). Jika variabel independen saling berkorelasi maka variabel-variabel ini tidak orthogonal (Ghozali, 2011). Untuk mendeteksi adanya kolinieritas dapat menggunakan *Variance Inflation Factor* (VIF) yang dinyatakan sebagai berikut :

$$\boldsymbol{VIF_i = \frac{1}{1 - R^2{}_i}}$$

Dengan $\boldsymbol{R^2{}_i}$ adalah koefisien determinasi, dimana variavel bebas yang dipilih digunakan sebagai variabel terkait dan variabel bebas lainnya digunakan sebagai variabel bebas. VIF yang lebih besar dari 10 menunjukkan adanya kolinearitas antar variabel prediktor. Solusi untuk mengatasi adanya kasus tersebut adalah dengan mengeluarkan variabel prediktor yang signifikan (Lind *et al*., 2008).

Model *Geographically Weighted Poisson Regression* (GWPR)

Model *Geographically Weighted Poisson Regression* (GWPR) adalah bentuk lokal dari Regresi Poisson di mana lokasi diperhatikan yang berasumsi bahwa data berdistribusi Poisson (Nakaya *et al.*,2005). Model GWPR dapat ditulis sebagai berikut :

$$E(y_i) = \mu(x_i, \beta(u_i, v_i)) = \exp\left(X_i{}^T \beta(u_i, v_i)\right)$$

$i = 1,2, \dots, n$

dimana :

y_i : Observasi ke- i

$\mu(x_i, \beta(u_i, v_i))$: Fungsi dari x_i sebagai variabel prediktor dengan β sebagai parameter regresi yang akan ditaksir, $X_i^T = [x_1, x_2, \dots, x_{ki}]$ dan $\beta = [\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k]^T$

(u_i, v_i) : Titik koordinat (*longitude, latitude*) lokasi ke- i

Estimasi Parameter Model GWPR

Penaksiran parameter model GWPR menggunakan metode MLE. Langkah awal dari metode tersebut adalah membentuk fungsi *likelihood*. Karena variabel respon berdistribusi Poisson ($\boldsymbol{Y_i \sim Poisson(x_i, \beta)}$) maka fungsi *likelihood* adalah sebagai berikut :

$$\boldsymbol{L(\beta) = \prod_{i=1}^{n} \frac{\exp(-\mu(x_i, \beta))(\mu(x_i, \beta))^{y_i}}{y_i!}}$$

Setelah diperoleh bentuk *likelihood* kemudian dilakukan operasi logaritma natural sehingga diperoleh:

$$\boldsymbol{\ln L(\beta) = \sum_{i=1}^{n} (-\mu(x_i, \beta) + y_i \ln(x_i, \beta) - \ln y_i\,!)}$$

Maka dapat ditulis sebagai :

$$\boldsymbol{\ln L(\beta) = \sum_{i=1}^{n} y_i\, x_i{}^T \beta - \sum_{i=1}^{n} \exp(x_i{}^T \beta) - \sum_{i=1}^{n} \ln y_i!}$$

Faktor letak geografis merupakan faktor pembobot pada model GWPR. Faktor ini memiliki nilai yang berbeda untuk setiap daerah yang menunjukkan sifat lokal pada model GWPR. Oleh karena itu pembobot diberikan pada bentuk log-likelihoodnya untuk model lokal GWPR, maka diperoleh :

$$\boldsymbol{\ln L^*(\beta(u_i, v_i)) = \sum_{j=1}^{n} \left(y_j x_j{}^T \beta(u_j, v_j) - \exp\left(x_j{}^T \beta(u_j, v_j)\right) - \ln y_j! \right) w_{ij}(u_i, v_i)}$$

Estimasi parameter $\boldsymbol{\beta(u_i, v_i)}$ diperoleh dengan mendifferensialkan persamaan di atas terhadap $\boldsymbol{\beta(u_j, v_j)}$ maka diperoleh :

$$\boldsymbol{\frac{\partial \ln L^*(\beta(u_i, v_i))}{\partial \beta^T(u_i, v_i)} = \sum_{j=1}^{n} \left(y_j x_j - x_j exp\left(x_j{}^T \beta(u_j, v_j)\right)\right) w_{ij}(u_i, v_i)}$$

Nilai estimasi diperoleh dengan memaksimumkan bentuk differensial tersebut sehingga diperoleh :

$$\frac{\partial \ln L^*(\beta(u_i,v_i))}{\partial \beta^T(u_i,v_i)} = \sum_{j=1}^{n} \left(y_j x_j - x_j exp\left(x_j^T \beta(u_j, v_j) \right) \right) w_{ij}(u_i, v_i) = 0$$

Karena fungsi pada persamaan di atas berbentuk implisit, maka digunakan suatu prosedur iterasi numerik yaitu metode Newton-Raphson. Secara umum persamaan untuk iterasi Newton-Raphson adalah :

$$\beta_{(m+1)}(u_i, v_i) = \hat{\beta}_{(m+1)}(u_i, v_i)$$
$$= \left(\sum_{i=1}^{n} x_i w_{ij}\,(u_i, v_i) \hat{\mu}_{i(m)} x_i^T \right)^{-1}$$
$$\sum_{i=1}^{n} x_i w_{ij}\,(u_i, v_i) \hat{\mu}_{i(m)} \left\{ \left(\frac{y_i - \hat{\mu}_{i(m)}}{\hat{\mu}_{i(m)}} \right) + x_i^T \hat{\beta}_{(m)}(u_i, v_i) \right\}$$

Bandwidth GWPR

Dalam fungsi pembobot kernel, terdapat parameter bandwidth yang nilainya tidak diketahui. Sehingga, perlu dilakukan penaksir terhadap parameter bandwidth tersebut. Bandwidth dapat di analogikan sebagai radius ($\boldsymbol{b}$) suatu lingkaran, sehingga sebuah titik lokasi pengamatan yang berada dalam radius lingkaran masih dianggap berpengaruh dalam membentuk parameter di titik lokasi pengamatan ke- $\boldsymbol{i}$. Pemilihan bandwidth optimum dalam GWPR merupakan hal yang penting karena akan mempengaruhi ketepatan model terhadap data.

Salah satu metode untuk mendapatkan bandwidth optimum adalah menggunakan pendekatan *Cross Validation* (CV). Bandwidth yang optimum diperoleh jika nilai CV yang dihasilkan adalah yang paling minimum.

$$\boldsymbol{CV} = \sum_{i=1}^{n} [\boldsymbol{y_i} - \boldsymbol{\hat{y}_{\neq i}(b)}]^2$$

dimana $\boldsymbol{\hat{y}_{\neq i}(b)}$ adalah nilai penasiran $\boldsymbol{y_i}$ dengan radius $\boldsymbol{b}$, tetapi pengamatan di titik $\boldsymbol{i}$ dihilangkan dari proses penaksiran. Bandwidth yang optimum didapat ketika nilai CV minimum.

Pembobot Model GWPR

Pembobot yang digunakan untuk mengestimasi parameter dalam model GWPR diantaranya adalah fungsi kernel *fixed bisquare* dan *adaptive bisquare :*

1. Fungsi Kernel *Fixed Bisquare*

$$\boldsymbol{w_{ij}} = \begin{cases} \left(\boldsymbol{1} - \left(\dfrac{\boldsymbol{d_{ij}}}{\boldsymbol{h}} \right)^2 \right)^{\boldsymbol{2}}, \boldsymbol{untuk}\ \boldsymbol{d_{ij}} \le \boldsymbol{h} \\ \boldsymbol{0}, \boldsymbol{untuk\ lainnya} \end{cases}$$

2. Fungsi Kernel *Adaptive Bisquare*

$$\boldsymbol{w_{ij}} = \begin{cases} \left(\boldsymbol{1} - \left(\dfrac{\boldsymbol{d_{ij}}}{\boldsymbol{h_i}} \right)^2 \right)^{\boldsymbol{2}}, \boldsymbol{untuk}\ \boldsymbol{d_{ij}} \le \boldsymbol{h_i} \\ \boldsymbol{0}, \boldsymbol{untuk\ lainnya} \end{cases}$$

dimana $\boldsymbol{h_i}$ merupakan bandwidth yang menunjukkan jumlah atau proporsi dari observasi untuk dimasukkan pada lokasi pengamatan ke-*i*.

Jarak *euclidtan* merupakan jarak antara titik regresi ke-$\boldsymbol{i}$ dengan lokasi ke-$\boldsymbol{j}$ ($\boldsymbol{i \neq j}$) yang dirumuskan dengan

$$\boldsymbol{d_{ij}} = \sqrt{(\boldsymbol{u_i} - \boldsymbol{u_j})^2 + (\boldsymbol{v_i} - \boldsymbol{v_j})^2}$$

dimana :

u_i : *Longitude* pada lokasi *i*
u_j : *Longitude* pada lokasi *j*
v_i : *Latitude* pada lokasi *i*
v_j : *Latitude* pada lokasi *j*

Pengujian Parameter Model Regresi Poisson dan GWPR

Uji hipotesis yang pertama dilakukan adalah pengujian model secara serentak untuk menguji signifikansi dari faktor geografis :

Hipotesis :

H_0: $\beta_k(u_i, u_j) = \beta_k$; $i = 1,2, \ldots, n$; $k = 1,2, \ldots, p$ (tidak ada perbedaan yang signifikan antara model regresi Poisson dan GWPR)

H_1: paling tidak ada satu $\beta_k(u_i, u_j) \neq \beta_k$ (ada perbedaan yang signifikan antara model regresi Poisson dan GWPR)

Statistik Uji:

$$D(\hat{\beta}) = -2 \ln \left(\frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})} \right) = 2(\ln L(\hat{\Omega}) - \ln L(\hat{\omega}))$$

$D(\hat{\beta})$ disebut juga sebagai statistik rasio *likelihood*. Pengujian keseuaian model GWPR menggunakan perbandingan nilai devians model regresi. Regresi Poisson dan model GWPR. Misalkan model regresi Poisson dinyatakan dengan model A dengan derajat bebas df_A dan model GWPR dinyatakan dengan model B dengan derajat bebas df_B maka :

$$F_{hit} = \frac{Devians\ Model\ A/df_A}{Devians\ \ Model\ B/df_B}$$

Akan mengikuti distribusi F dengan derajat bebas df_A dan df_B. Kriteria pengujiannya adalah tolak H_0 jika $F_{hit} > F_{(\propto; df_A; df_B)}$. Pengujian parameter model dilakukan dengan menguji parameter secara parsial. Pengujian ini untuk mengetahui parameter mana saja yang signifikan memengaruhi variabel responnya. Bentuk hipotesis pengujian parameter model secara parsial adalah :

Hipotesis :

H_0: $\beta_k(u_i, u_j) = 0$; $i = 1,2, \ldots, n$; $k = 1,2, \ldots, p$

$H_1 : \beta_k(u_i, u_j) \neq 0$

Dalam pengujian hipotesis di atas dapat digunakan statistik uji sebagai berikut :

$$t_{hit} = \frac{\hat{\beta}_k(u_i, u_j)}{se(\hat{\beta}_k(u_i, u_j))}$$

Nilai standarisasi error $\hat{\beta}_k(u_i, u_j)$ diperoleh dari

$$se\left(\hat{\beta}_k(u_i, u_j)\right) = \sqrt{var\left(\hat{\beta}_k(u_i, u_j)\right)}$$

Dengan $var\left(\hat{\beta}_k(u_i, u_j)\right)$ merupakan elemen ke-k diagonal pada matriks $var\left(\hat{\beta}_k(u_i, u_j)\right)$ yang berukuran $\left((p+1)x(p+1)\right)$ dan $\hat{\beta}_k(u_i, u_j)$ merupakan estimasi parameter model yang memaksimumkan fungsi log- *likelihood*. Kriteria pengujiannya adalah tolak H_0 jika $|t_{hit}| > t_{\left(\frac{\alpha}{2}\right);n-(p+1)}$. (Yasin dan Rusgiyono, 2013).

Pemilihan Model Terbaik

Akaike Information Criterion (AIC)

Pemilihan model terbaik merupakan proses evaluasi dari model untuk mengetahui seberapa besar peluang masing – masing model yang terbentuk sudah sesuai dengan data. (Fortheringham, et al, 2002) menuliskan bahwa selain dapat digunakan untuk menentukan bandwidth optimum, *Akaike Information Criterion* (AIC) merupakan pengukuran untuk kualitas relatif dari model statistik dari data yang diberikan untuk pemilihan model terbaik dari beberapa model yang ada. Perhitungan AIC dapat dilakukan dengan ruimus :

$$AIC = 2k - 2\ln(likelihood)$$

dimana :

k : Banyaknya parameter yang akan ditaksir

$\ln(likelihood)$: Nilai maksimum likelihood model

METODE

Pada penelitian ini data diperoleh dengan metode dokumentasi. Dokumentasi adalah mencari dan mengumpulkan data mengenai hal-hal yang berupa catatan, buku, hasil penelitian dan sebagainya. Metode dokumentasi ini dilakukan untuk memperoleh data sekunder yang akan digunakan dalam analisis pembahasan.

Data yang digunakan adalah data sekunder dari publikasi Badan Pusat Statistik (BPS) Jawa Tengah pada tahun 2016. Data yang digunakan sebagai variabel terikat (Y) adalah data Persentase penduduk miskin di Provinsi Jawa Tengah pada tiap kabupaten/kota di Provinsi Jawa Tengah. Beberapa variabel bebas yang diduga mempengaruhi variabel terikat, yaitu

1. Angka harapan hidup penduduk (X_1)
2. Rata-rata lama sekolah (X_2)
3. Pendapatan perkapita penduduk yang telah disesuaikan (X_3)
4. Rasio ketergantungan penduduk (X_4)
5. Persentase pemduduk di atas 15 tahun yang bekerja (X_5)
6. Persentase penduduk usia 7-24 tahun tetapi tidak bersekolah (X_6)
7. Persentase penduduk yang mengalami gangguan kesehatan (X_7)

Analisis data menggunakan bantuan software SPSS dan Program R.

Langkah-langkah analisis yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Menganalisis Regresi Poisson untuk persentase Kemiskinan di Provinsi Jawa Tengah dengan langkah-langkah sebagai berikut :
   a. Pemeriksaan Multikolinearitas antara variabel prediktor
   b. Menaksir parameter model regresi Poisson
   c. Pengujian kesesuaian model regresi Poisson
2. Menganalisis model GWPR untuk persentase Kemiskinan di Provinsi Jawa Tengah dengan langkah-langkah sebagai berikut :
   a. Menentukan jarak euclidian antar lokasi pengamatan berdasarkan posisi geografis. Jarak *euclidtan* antara lokasi i yang terletak pada koordinat (u_i, v_i) terhadap lokasi j yang terletak pada koordinat (u_j, v_j)
   b. Menentukan nilai bandwidth yang optimum berdasarkan nilai CV yang minimum.
   c. Menghitung jarak euclidian antar lokasi pengamatan berdasarkan posisi geografis. Jarak *euclidtan* antara lokasi i yang terletak pada koordinat (u_i, v_i) terhadap lokasi j yang terletak pada koordinat (u_j, v_j)
   d. Menentukan pembobot dengan menggunakan fungsi kernel yang terpilih
   e. Menaksir parameter model GWPR
   f. Menguji kesamaan model regresi Poisson dan model GWPR untuk menguji signifikansi dari faktor geografis dengan menggunakan hipotesis sebagai berikut :
   $H_O : \beta_j(u_i, v_i) = \beta_j$ (tidak ada perbedaan yang signifikan antara model regresi Poisson dan GWPR),
   $j = 1,2, \ldots, p,$

$i = 1,2, \ldots, n$
H_1 : Paling tidak ada satu $\beta_j(u_i, v_i) \neq \beta_j$ (ada perbedaan yang signifikan antara model regresi Poisson dan GWPR), $j = 1,2, \ldots, p,\ i = 1,2, \ldots, n$

g. Menguji Parameter model GWPR secara parsial dengan menggunakan hipotesis sebagai berikut:
$H_O: \beta_j(u_i, v_i) = 0$
$H_1: \beta_j(u_i, v_i) \neq 0$
Untuk setiap $j = 1,2, \ldots, p,\ i = 1,2, \ldots, n$

h. Membuat kesimpulan

3. Membandingkan model regresi Poisson dengan model GWPR

Setelah diperoleh model regresi global dan model GWPR dengan menggunakan pembobot fungsi kernel *fixed bisquare* dan kernel *adaptive bisquare* maka untuk mengetahui model yang lebih baik perlu dibandingkan nilai AIC dari model-model tersebut. Model terbaik adalah model yang mempunyai nilai AIC terkecil

HASIL DAN PEMBAHASAN

Dalam penelitian ini didapatkan variabel-variabel yang digunakan meliputi persentase penduduk miskin di Provinsi Jawa Tengah (variabel respon) dan faktor-faktor yang diduga berpengaruh terhadap persentase kemiskinan (variabel prediktor).

Statistik Deskriptif

Tabel 1. Deksripsi Statistik Variabel Penelitian

Variabel	N	Mean	Min	Max	StDev
$\boldsymbol{Y}$	35	13,031	4,97	21,45	4,314
$\boldsymbol{X_1}$	35	74,496	68,20	77,46	2,015
$\boldsymbol{X_2}$	35	5,367	4,04	6,84	0,799
$\boldsymbol{X_3}$	35	8,138	6,01	14,60	2,314
$\boldsymbol{X_4}$	35	39,167	30,02	49,89	7,543
$\boldsymbol{X_5}$	35	51,117	40,21	74,34	9,653
$\boldsymbol{X_6}$	35	29,043	21,18	35,36	3,321
$\boldsymbol{X_7}$	35	22,099	11,61	39,63	5,052

Berdasarkan Tabel 1 menunjukkan bahwa rata-rata persentase penduduk miskin di Provinsi Jawa Tengah adalah 13,0311 setiap Kabupaten/Kota dalam setahun dimana jumlah persentase kemiskinan terendah (minimum) adalah 4,97 sedangkan jumlah persentase kemiskinan tertinggi (maksimum) adalah 21,45.

Sebelum menganalisis Regresi Poisson, perlu dilakukan diagnostik kolinearitas yang bertujuan untuk mengetahui apakah variabel-variabel prediktornya telah memenuhi kondisi saling tidak berkorelasi. Kriteria yang digunakan untuk memeriksa multikolinearitas antar variabel prediktornya adalah dengan menggunakan nilai *Variance Inflation Factors* (VIF).

Tabel 2. Nilai VIF Variabel Prediktor

Nilai VIF *(Variance Inflation Factors)*						
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7
1,92	1,19	1,85	1,41	1,10	1,71	2,05

Tabel 4.2 menunjukkan bahwa semua variabel prediktor memiliki nilai lebih kecil dari 10, maka antar variabel prediktor dapat dikatakan tidak saling berkorelasi (multikolinearitas) sehingga dapat digunakan dalam pembentukan model regresi Poisson dan GWPR.

Model Regresi Poisson

Untuk menguji kesesuaian model regresi Poisson digunakan nilai devians $\boldsymbol{D(\hat{\beta})}$. Model regresi Poisson yang baik adalah model yang memiliki nilai devians sekecil mungkin.

Hipotesis :
$H_0: \beta_k(u_i, v_i) = 0; i = 1,2, \ldots, n\,; k = 1,2, \ldots, p$
$H_1: paling\ sedikit\ ada\ satu\ \beta_k(u_i, v_i) \neq 0; i = 1,2, \ldots, n\,; k = 1,2, \ldots p$

Berdasarkan hasil yang diperoleh nilai statistik uji $D(\hat{\beta}) = 13.89174$. Dengan menggunakan tingkat signifikansi (α) sebesar 5% yang menghasilkan $\chi^2_{(0,05;Db)} = 9,49$ karena nilai $D(\hat{\beta})$ lebih besar dari $\chi^2_{(0,05;Db)}$, maka model regresi Poisson layak digunakan.

Tabel 3. Estimasi Parameter Model Regresi Poisson

Parameter	Estimasi	Standar Error	Z Hitung
$\boldsymbol{\beta_o}$	10,601250	2,760915	3,84
$\boldsymbol{\beta_1}$	-0,092362	0,031717	-2,912
$\boldsymbol{\beta_2}$	-0,105782	0,062665	-1,688
$\boldsymbol{\beta_3}$	-0,069207	0,032682	-2,118
$\boldsymbol{\beta_4}$	0,001341	0,007728	0,173
$\boldsymbol{\beta_5}$	-0,002122	0,005294	-0,401
$\boldsymbol{\beta_6}$	-0,010300	0,0018093	-0,569
$\boldsymbol{\beta_7}$	0,013164	0,013723	0,959

Setelah mendapatkan nilai Z hitung pada tabel 3 kemudian melakukan uji parsial parameter model regresi Poisson

Hipotesis :
$\boldsymbol{H_0: \beta_k(u_i, v_i) = 0; i = 1,2, \ldots, n\,; k = 1,2, \ldots, p}$
$\boldsymbol{H_1: paling\ sedikit\ ada\ satu\ \beta_k(u_i, v_i) \neq 0; i = 1,2, \ldots, n\,; k = 1,2, \ldots p}$

Berdasarkan Tabel 4.3 didapatkan nilai Z hitung untuk semua parameter. Dengan menggunakan tingkat signifikansi ($\boldsymbol{\alpha}$) sebesar 5% maka nilai $\boldsymbol{Z_{0,025} = 1,96}$ .Maka diperoleh 3 parameter yang signifikan yaitu $\boldsymbol{\beta_o, \beta_1, \beta_3}$ karena $|\boldsymbol{Z_{hit}}| > \boldsymbol{Z_{0,025}}$ untuk itu perlu dilakukan pengujian ulang regresi Poisson tanpa menggunakan variabel $(\boldsymbol{X_2, X_4, X_5, X_6, X_7})$.

Untuk menguji kesesuaian model regresi Poisson tanpa menggunakan variabel $(\boldsymbol{X_2, X_4, X_5, X_6, X_7})$ digunakan nilai devians $\boldsymbol{D(\hat{\beta})}$. Model regresi Poisson yang baik adalah model yang memiliki nilai devians sekecil mungkin. Dengan menggunakan program R diperoleh hasil sesuai pada (Lampiran 5)

Hipotesis :

$H_0: \beta_k(u_i, v_i) = 0; i = 1,2, \dots, n \,; k = 1,2, \dots, p$

$H_1: paling\ sedikit\ ada\ satu\ \beta_k(u_i, v_i) \neq 0; i = 1,2, \dots, n \,; k = 1,2, \dots p$

Berdasarkan hasil yang diperoleh nilai statistik uji $D(\hat{\beta}) = 18{,}29428$ Dengan menggunakan tingkat signifikansi (α) sebesar 5% yang menghasilkan ${\chi^2}_{(0{,}05;Db)} = 7{,}815$ karena nilai $D(\hat{\beta})$ lebih besar dari ${\chi^2}_{(0{,}05;Db)}$, maka model regresi Poisson layak digunakan tetapi model tersebut menunjukkan kondisi overdispersi karena nilai devians dibagi dengan derajat bebasnya lebih besar dari satu.

Tabel 4. Estimasi Parameter Model Regresi Poisson

Parameter	Estimasi	Standar Error	Z Hitung
$\boldsymbol{\beta_o}$	9,52504	1,66520	5,720
$\boldsymbol{\beta_1}$	-0,08443	0,02256	-3,742
$\boldsymbol{\beta_3}$	-0,08667	0,02545	-3,405

Hipotesis :

$\boldsymbol{H_0: \beta_k(u_i, v_i) = 0; i = 1, 2, \dots, n \,; k = 1, 2, \dots, p}$

$\boldsymbol{H_1: paling\ sedikit\ ada\ satu\ \beta_k(u_i, v_i) \neq 0; i = 1, 2, \dots, n \,; k = 1, 2, \dots p}$

Berdasarkan Tabel 4 didapatkan nilai Z hitung untuk semua parameter. Dengan menggunakan tingkat signifikansi ($\boldsymbol{\alpha}$) sebesar 5% maka nilai $\boldsymbol{Z_{0,025} = 1,96}$. Semua parameter signifikan, karena $|\boldsymbol{Z_{hit}}| > \boldsymbol{Z_{0,025}}$, sehingga model regresi Poisson yang dibentuk untuk persentase penduduk kemiskinan di Provinsi Jawa Tengah tahun 2016 adalah :

$$\boldsymbol{\hat{\mu}_i = exp(9,52504 - 0,08443\, X_1 - 0,08667\, X_3)}$$

Model diatas menjelaskan bahwa persentase penduduk miskin akan meningkat sebesar $\boldsymbol{exp(9,52504)}$ jika variabel angka harapan hidup penduduk $(\boldsymbol{X_1})$ berkurang sebesar $\boldsymbol{exp(0,08443)}$ dan variabel pendapatan perkapita penduduk yang telah disesuaikan $(\boldsymbol{X_3})$ berkurang sebesar $\boldsymbol{exp(0,08667)}$. Untuk ketepatan model didapatkan nilai $\boldsymbol{R^2} = \boldsymbol{18,294\%}$ dan didapatkan nilai AIC sebesar 178,96.

Model *Geographically Weighted Poisson Regression* (GWPR)

Dalam mendapatkan model GWPR terlebih dahulu menentukan matriks pembobot kemduian dilanjutkan dengan menentukan *bandwith* optimum. Matriks pembobot yang digunakan adalah dengan fungsi kernel *fixed bisquare* dan fungsi *adaptive bisquare*. Dengan menggunakan matriks pembobot fungsi kernel *fixed bisquare* diperoleh bandwidth optimum sebesar 2,436484 , sedangkan fungsi kernel *adaptive bisquare* diperoleh bandwidth optimum sebesar 18.

Tabel 5. Uji Kesamaan Model Regresi Poisson dan GWPR

Model	Devians	Df	Devians/df	F_hit
Regresi Poisson	18,295	32	0,571	
GWPR *(Fixed Bisquare)*	18,295	32	0,571	1,000
GWPR *(Adaptive Bisquare)*	18,295	32	0,571	1,000

Berdasarkan Tabel 5 didapatkan nilai F hitung dengan menggunakan pembobot fungsi *adaptive bisquare* yaitu 1.000. Dengan menggunakan tingkat signifikansi (α) sebesar 5% maka nilai $F_{(0.05;32.18.295)} = 1.96$. Maka diperoleh keputusan H_0diterima karena F hitung kurang dari $F_{(0.05;32.18.295)}$. sehingga diperoleh kesimpulan bahwa tidak ada perbedaan yang signifikan antara model GWPR baik dengan menggunakan pembobot fungsi kernel *fixed bisquare* maupun *adaptive bisquare* dengan model regresi Poisson.

Pengujian ini dilakukan dengan menguji parameter secara parsial. Pengujian digunakan untuk mengetahui parameter mana saja yang signifikan mempengaruhi variabel responnya. Bentuk hipotesisnya adalah :

$\boldsymbol{H_0: \beta_k(u_i . v_i) = 0}$ (tidak terdapat satu variabel bebas terhadap variabel tak bebas)

$\boldsymbol{H_1: \beta_k(u_i . v_i) \neq 0; k = 1.2. \dots p}$ (paling sedikit satu variabel bebas yang berpengaruh terhadap variabel tak bebas)

Tabel 6. Uji Parameter Model GWPR dengan fungsi kernel *fixed bisquare* maupun kernel *adaptive bisquare*

Parameter	Estimasi	p value	Kesimpulan

$\boldsymbol{\beta_o}$	9,52504	0.000	Signifikan
$\boldsymbol{\beta_1}$	-0,08443	0.000	Signifikan
$\boldsymbol{\beta_3}$	-0,08668	0.000	Signifikan

Berdasarkan Tabel 6 bahwa variabel angka harapan hidup (X_1) dan pendapatan perkapita penduduk yang telah disesuaikan (X_3) berpengaruh signifikan terhadap peubah respon pada $\alpha = 5\%$. Secara simultan model diatas dapat digunakan dengan baik pada tingkat kepercayaan 95%. Hasil diatas diasumsikan sama dan diberlakukan untuk semua wilayah di Provinsi Jawa Tengah yang diamati. Sehingga, model GWPR dengan fungsi kernel *fixed bisquare* maupun kernel *adaptive bisquare* di Provinsi Jawa Tengah adalah

$$\hat{\mu}_i = exp(9.52504 - 0.08443\, X_1 - 0.08668X_3)$$

Persamaan GWPR dengan kernel *fixed bisquare* maupun kernel *adaptive bisquare* yang diperoleh menunjukkan bahwa variabel angka harapan hidup penduduk (X_1) memiliki hubungan negatif dengan persentase penduduk miskin di Provinsi Jawa Tengah. Hal ini mengindentifikasikan bahwa dengan adanya peningkatan angka harapan penduduk maka akan menurunkan persentase penduduk miskin Kabupaten/Kota di Provinsi Jawa Tengah. Dan variabel pendapatan perkapita penduduk yang telah disesuaikan (X_3) memiliki hubungan negatif dengan persentase penduduk miskin di Provinsi Jawa Tengah. Hal ini mengindentifikasikan bahwa dengan adanya peningkatan pendapatan perkapita penduduk yang telah disesuaikan maka akan menurunkan persentase penduduk miskin Kabupaten/Kota di Provinsi Jawa Tengah.

Pemilihan Model Terbaik

Tabel 4.13
Pemilihan Model Terbaik

Model	*AIC*
GWPR dengan kernel *fixed bisquare*	178.746
GWPR dengan kernel *adaptive bisquare*	183.2349

Berdasarkan Tabel 4.13. nilai *AIC* yang dihasilkan model GWPR dengan kernel *fixed bisquare* lebih kecil daripada model GPWR dengan kernel *adaptive bisquare*. Sehingga dapat disimpulkan bahwa nilai *AIC* model GWPR dengan kernel *fixed bisquare* lebih baik digunakan untuk membentuk pemodelan angka harapan hidup penduduk. rata-rata lama sekolah penduduk dan pendapatan perkapita penduduk yang telah disesuaikan terhadap Persentase Penduduk Miskin di Provinsi Jawa Tengah.

PENUTUP

Penutup Berdasarkan analisis yang telah dilakukan, maka dapat diperoleh kesimpulan model yang terbentuk dari data persentase kemiskinan di Provinsi Jawa Tengah adalah sebagai berikut :

1. Estimasi parameter Model *Geographically Weighted Poisson Regression* dengan fungsi pembobot kernel *fixed Bisquare* secara global di Kabupaten/Kota Provinsi Jawa Tengah adalah sebagai berikut:

$$\boldsymbol{\hat{\mu}_i = exp(9.52504 - 0.08443\, X_1 - 0.08668X_3)}$$

2. Estimasi parameter model *Geographically Weighted Poisson Regression* dengan fungsi pembobot kernel *adaptive Bisquare* secara global di Kabupaten/Kota Provinsi Jawa Tengah adalah sebagai berikut:

$$\boldsymbol{\hat{\mu}_i = exp(9.52504 - 0.08443\, X_1 - 0.08668X_3)}$$

Dengan :

$\boldsymbol{\hat{\mu}_i}$: nilai persentase penduduk miskin Kabupaten/Kota

$\boldsymbol{X_1}$: nilai angka harapan hidup penduduk Kabupaten/Kota

$\boldsymbol{X_3}$:nilai pendapatan perkapita penduduk yang telah disesuaikan Kabupaten/Kota.

3. Model GWPR dengan kernel *fixed bisquare* lebih baik digunakan untuk pemodelan persentase penduduk miskin di Provinsi Jawa Tengah di tahun 2016.

DAFTAR PUSTAKA

Agresti, A. 2007.*An Introduction To Categorical Data Analysis*, Second Edition, John & Sons, New York. ISBN : 978-0-471-22618-5

A.Colin Cameron and Pravin K. Trivedi. 1998. *Regression Analysis of Count Data*, Economic Society Monograph No.30, Cambridge University Press,1998. ISBN :0 521 63567 5

BPS. 2017. *Jawa Tengah Dalam Angka Tahun 2017*. Jakarta : BPS

BPS. 2017. *Data dan Informasi Kemiskinan Kabupaten / Kota Tahun 2017*. Semarang : BPS Provinsi Jawa Tengah

Brundson, A. W. 1996. "*Geographically Weighted Regression: A Method for Exploring Spatial Nonstationary*". Ochio State University Press

Crandall, M., & Weber, B. (2004). *Local Social and Economic Conditions, Spatial Concentration of Poverty, and Poverty Dynamics*. American Journal Agricultural Economics, 1276-1281

Drapper,N, H.Smith. 1992. "*Analisis Regresi Terapan Edisi kedua. Terjemahan oleh Bambang Sumantri*". Gramedia Pustaka Utama : Jakarta

Fotheringham, A,. Brunsdon, C., & Charlton, M. 2002. *Geographically Weighted Regression : the analysis of spatially varying relationships.* West Sussex: John Wiley & Sons Ltd

Ghozali, I. 2011. *Aplikasi Analisis Multivariate Dengan Program SPSS 19. Edisi 5*, Badan Penerbit Universitas Diponegoro, Semarang

Henninger, N., & Snel, M. (2002). *Where are the Poor? Experience with the Development and Use of Poverty Maps*. Arendal: World Resources Institute and UNEP/GRID.

Lin C-H, Wen T-H. 2011. *Using Geographically Weighted Regression (GWR) to Explore Spatial Varying Relationships of Immature Mosquitoes and Human Densities with the Incidence of Dengue*. International Journal of Environmental Research and Public Health 8, 2798-2815

Nakaya, T. Fotheringham, A.S., Brundson,C. and Charlton, M. 2005. *Geographically Weighted Poisson Regression for Disease Association Mapping, Statistics in Medicine*, Voume 24 Issue 17, pages 2695-2717

Septiana,L. dan Wulandari,S.P. 2009. *Pemodelan Remaja Putus Sekolah Usia SMA di Provinsi Jawa Timur dengan Menggunakan Regresi Spasial*. digilib.its.ac.id/public/ITS-Undergraduate-16199-cover.id-pdf

Walter J, Carsten R and Jeremy W Lichstein. 2005. *Local and Global Approaches to Spatial Data Analysis in Ecology*. Global Ecology and Biogeography 14, 97-98

Yasin, H. dan Rusgiyono, A. 2013. *Identifikasi Faktor-faktor Penyebab Kejadian Diare Di Kota Semarang Dengan Pendekatan Geographically Weighted Poisson Regression.* Jurnal Sains dan Matematika, Vol. 21, No. 3, hal.84-91